

MECHANIKA BUDOWLI I

Prowadzący :
dr inż. Hanna Weber

pok. 225,

email: weber@zut.edu.pl

strona: www.weber.zut.edu.pl

Literatura:

- Dyląg Z., *Mechanika Budowli*, PWN, Warszawa, 1989
- Paluch M. , *Mechanika Budowli: teoria i przykłady*, PWN, Warszawa 2013
- Olszowski B., Radwańska M., *Mechanika Budowli t. I*, wyd. Polit. Krakowskiej, 2003
- Chudzikiewicz A., *Statyka Budowli*, PWN, Warszawa, 1973
- Cywiński Z., *Mechanika Budowli w zadaniach*, PWN, Warszawa-Poznań, 1973
- Witkowski M., *Zbiór zadań z mechaniki budowli*, O.W.P.W., Warszawa, 2002

Materiały dodatkowe:

www.weber.zut.edu.pl

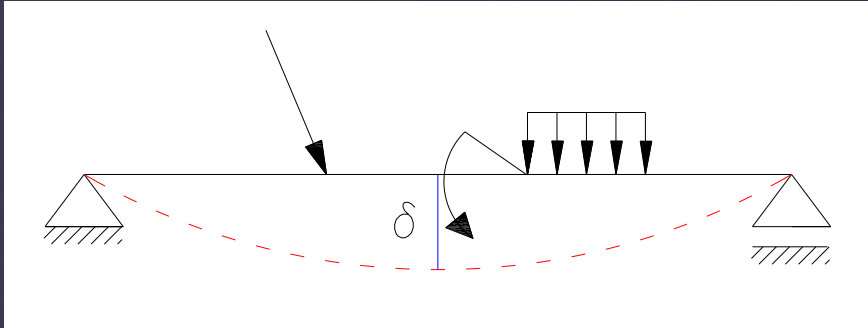
TEMATYKA ZAJĘĆ

- Zasada Prac Wirtualnych - liczenie przemieszczeń w układach statycznie wyznaczalnych
- Metoda sił - wyznaczanie wykresów sił wewnętrznych w ramach, belkach i kratownicach statycznie niewyznaczalnych pod obciążeniem statycznym
- Twierdzenie redukcyjne – obliczanie przemieszczeń w układach statycznie niewyznaczalnych
- Metoda przemieszczeń – obliczanie wykresów sił wewnętrznych w układach nieprzesuwnych

Zasada Prac Wirtualnych

*Zasada Prac Wirtualnych
pozwała wyznaczyć
przemieszczenia w układach
statycznie wyznaczalnych*

Belka wolnopodparta

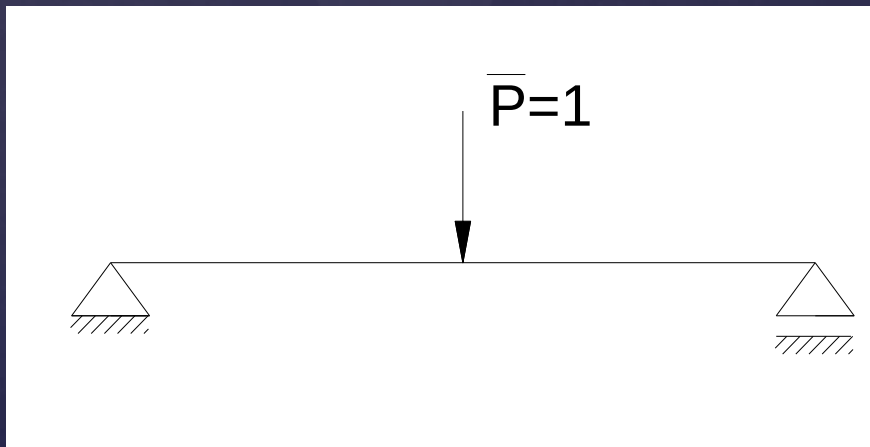


M
 $\downarrow$
 φ

T
 $\downarrow$
 Φ

N
 $\downarrow$
 ε

- Siła wirtualna



Twierdzenie

Praca wirtualnych sił zewnętrznych
na rzeczywistych przemieszczeniach
jest równa pracy wirtualnych sił przekrojowych
na rzeczywistych odkształceniach

$$L_z = \bar{P} \cdot \delta$$

$$L_w = \int_l \left(\bar{M} \varphi + \underbrace{\bar{T} \Phi}_0 + \bar{N} \varepsilon \right) dl$$

$$\varphi = \frac{M}{EI}$$

$$\varepsilon = \frac{N}{EA}$$

↓

$$L_z = L_w$$

↓

$$L_z = \bar{P} \cdot \delta$$

$$L_w = \int_l \left(\bar{M} \varphi + \underbrace{\bar{T} \Phi}_0 + \bar{N} \varepsilon \right) dl$$

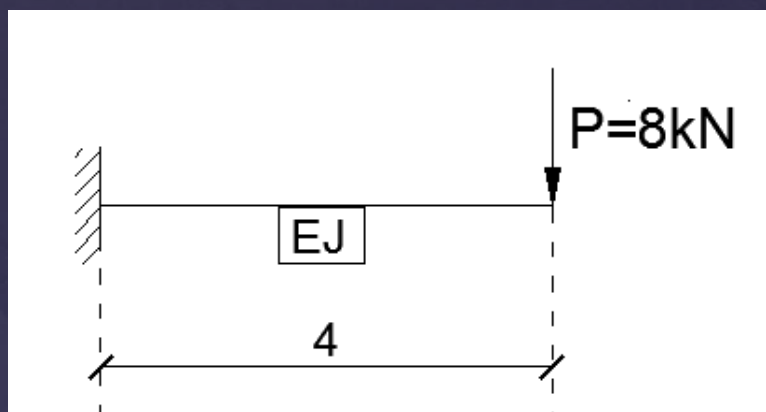
↓

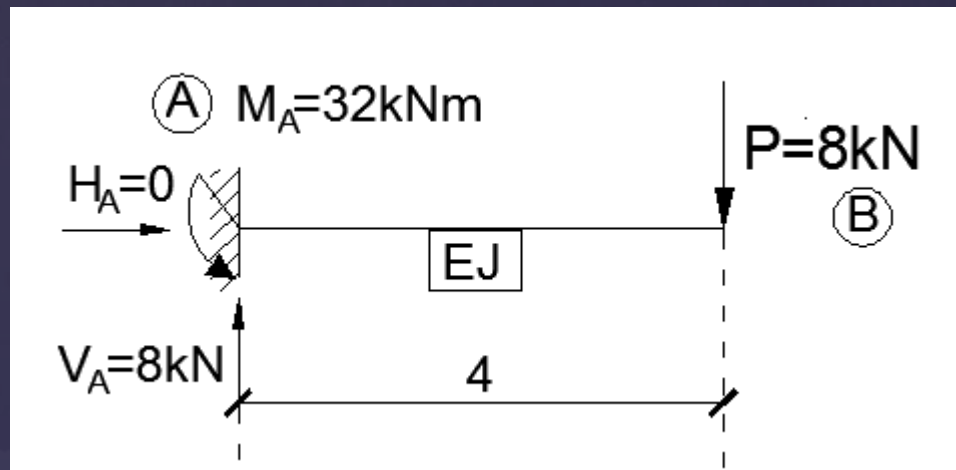
$$\bar{1} \cdot \delta = \int_l \left(\frac{\bar{M} M}{EI} + \frac{\bar{N} N}{EA} \right) dl$$

W układach belkowych i ramowych wartość przemieszczenia w danym punkcie jest równa całce z iloczynu momentu od obciążenia zewnętrznego M i momentu od obciążenia jednostkowego założonego na kierunku przemieszczenia $\bar{M}$

$$\delta = \int_l \left(\frac{\bar{M}M}{EI} \right) dl$$

Zadanie: Obliczyć ugięcie końca wspornika z zasady prac wirtualnych

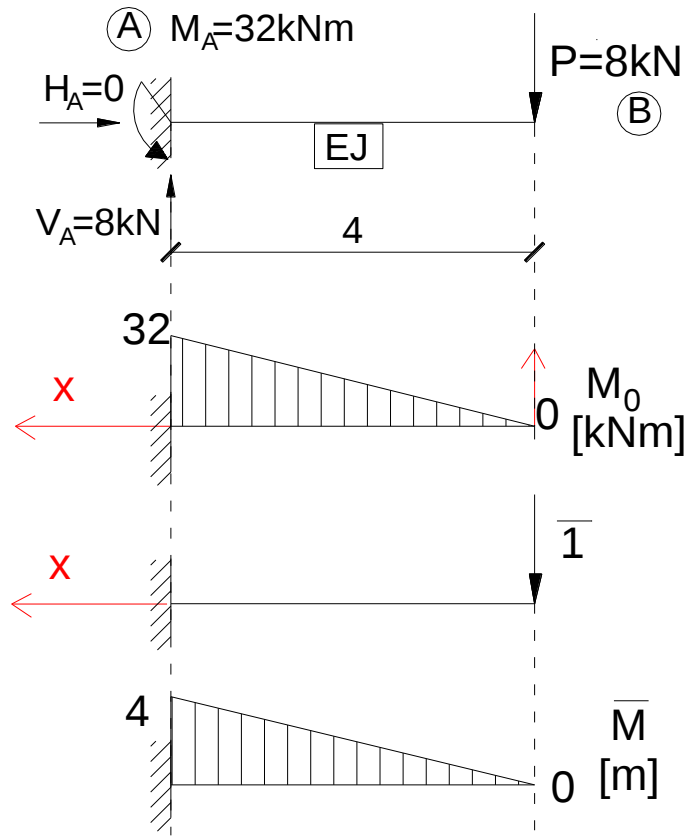




$$\sum R_x = H_A = 0$$

$$\sum R_y = V_A - P = 8 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = -M_A + 4P = 0 \rightarrow M_A = 4P = 32 \text{ kNm}$$



$$M = Px = 8x$$

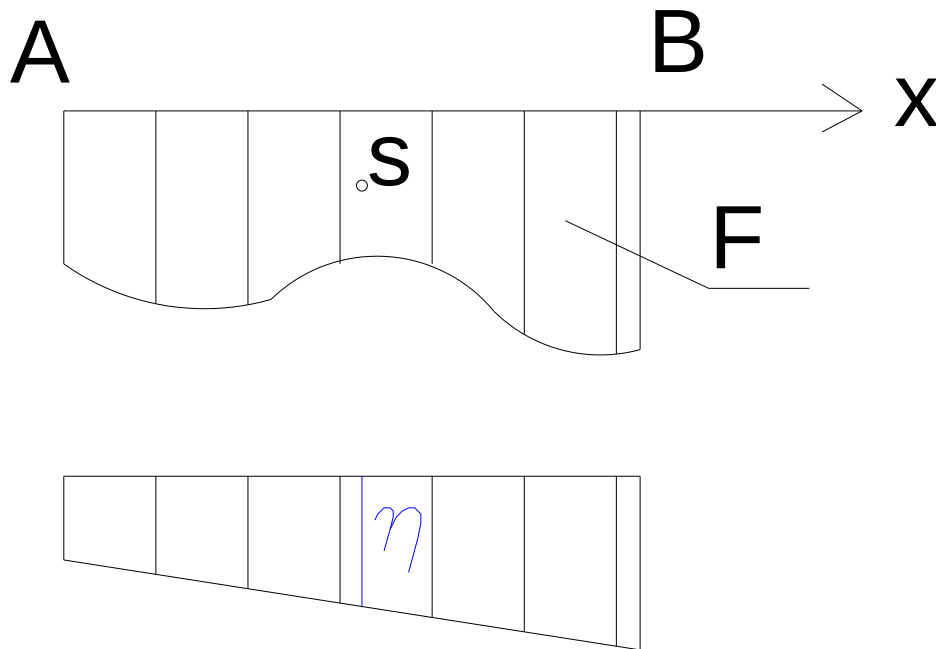
$$\bar{M} = \bar{1} \cdot x = x$$

$$\delta = \int_l \left(\frac{\bar{M}M}{EI} + \frac{\bar{N}N}{EA} \right) dl = \int_0^4 \frac{8x \cdot x}{EI} dx = \int_0^4 \frac{8x^2}{EI} dx = \frac{8}{EI} \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^4 = \frac{8}{3EI} 4^3 = \frac{512}{3EI}$$

Całkowanie graficzne wykresów

Całkując graficznie dwa wykresy
mnożymy pole pierwszego wykresu przez rzędną
z drugiego wykresu, na wysokości środka
ciężkości pierwszego

Całkowanie graficzne wykresów



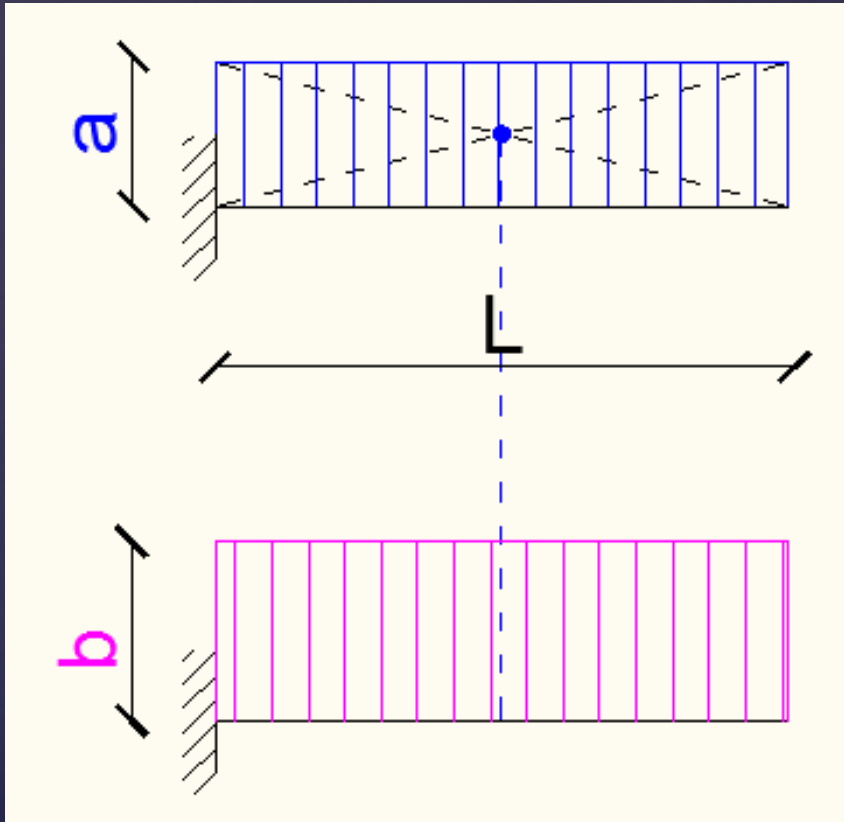
$$C = F \cdot \eta$$

Całkowanie graficzne wykresów

Warunki:

- stała sztywność,
- wykres prostoliniowy zapisany jednym równaniem,
- całkując parabolę z wykresem prostoliniowym, zawsze bierzemy pole paraboli,
- jeżeli wykresy są po tej samej stronie to wynik całkowania jest dodatni, jeżeli po przeciwnych to ujemny

Całkowanie dwóch prostokątów:

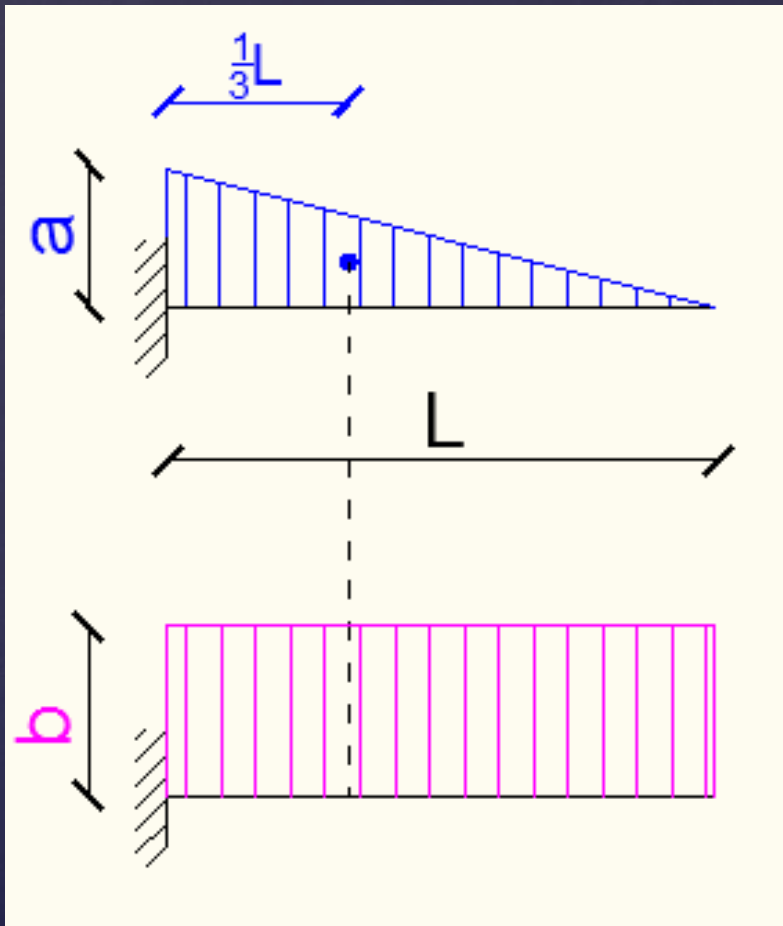


$$P_{\text{prost.}} = a \cdot L$$

Całkowanie:

$$C = a \cdot L \cdot b$$

Całkowanie prostokąta z trójkątem:

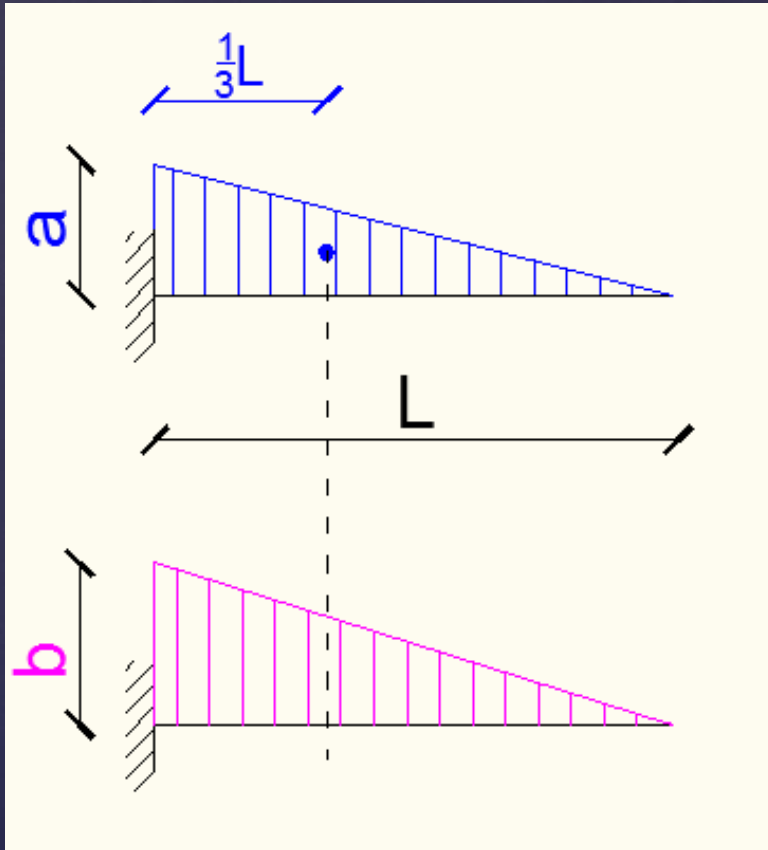


$$P_{\text{trójk.}} = \frac{1}{2} a \cdot L$$

Całkowanie:

$$C = \frac{1}{2} \cdot a \cdot L \cdot b$$

Całkowanie dwóch trójkątów:

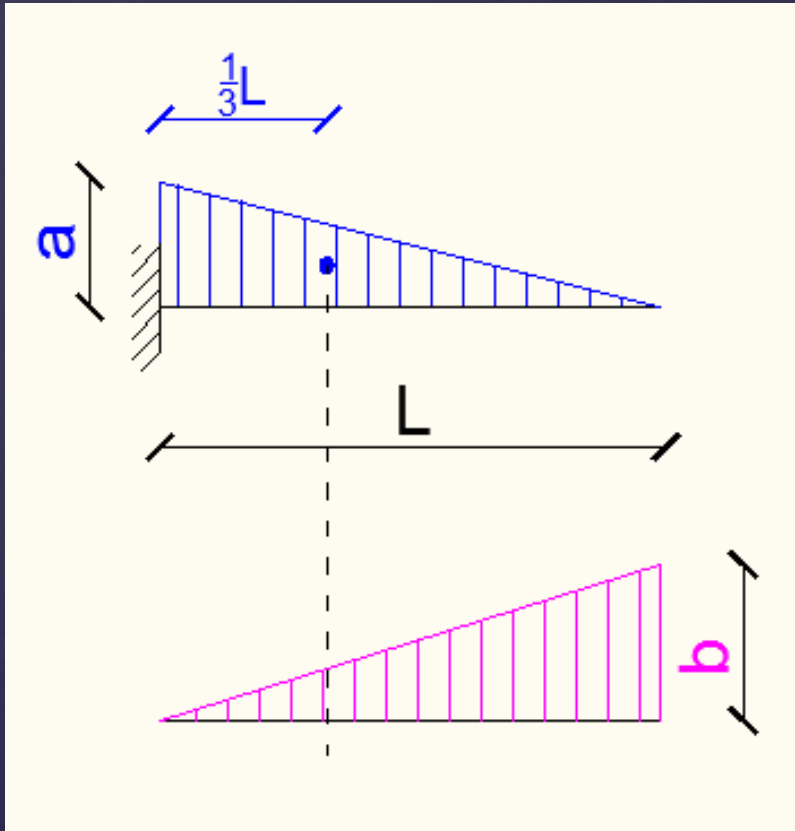


$$P_{\text{trójk.}} = \frac{1}{2} a \cdot L$$

Całkowanie:

$$C = \frac{1}{2} \cdot a \cdot L \cdot \frac{2}{3} b$$

Całkowanie dwóch trójkątów:

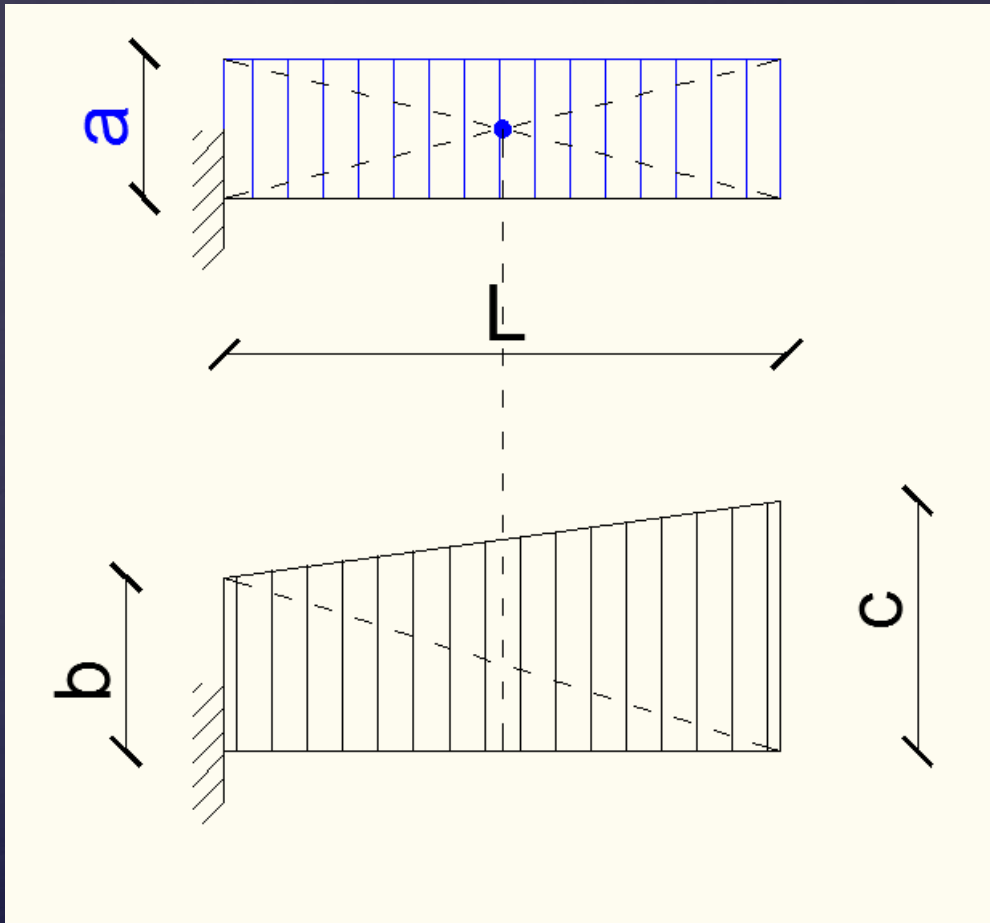


$$P_{\text{trójk.}} = \frac{1}{2} a \cdot L$$

Całkowanie:

$$C = \frac{1}{2} \cdot a \cdot L \cdot \frac{1}{3} b$$

Całkowanie prostokąta z trapezem:

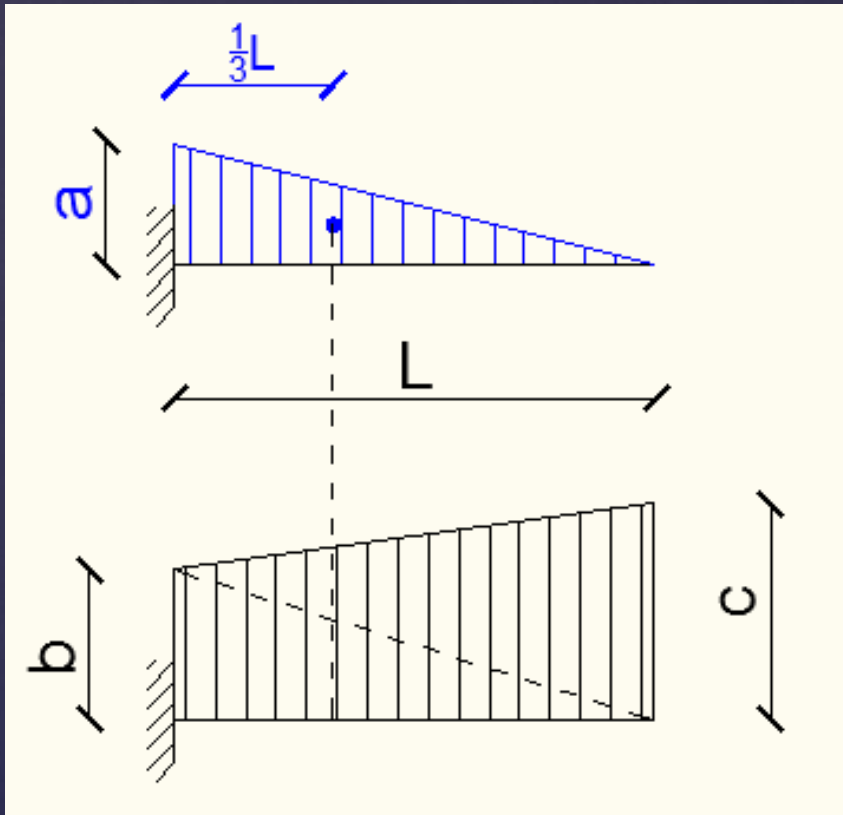


$$P_{prost.} = a \cdot L$$

Całkowanie:

$$C = a \cdot L \cdot \left(\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c \right)$$

Całkowanie trójkąta z trapezem:

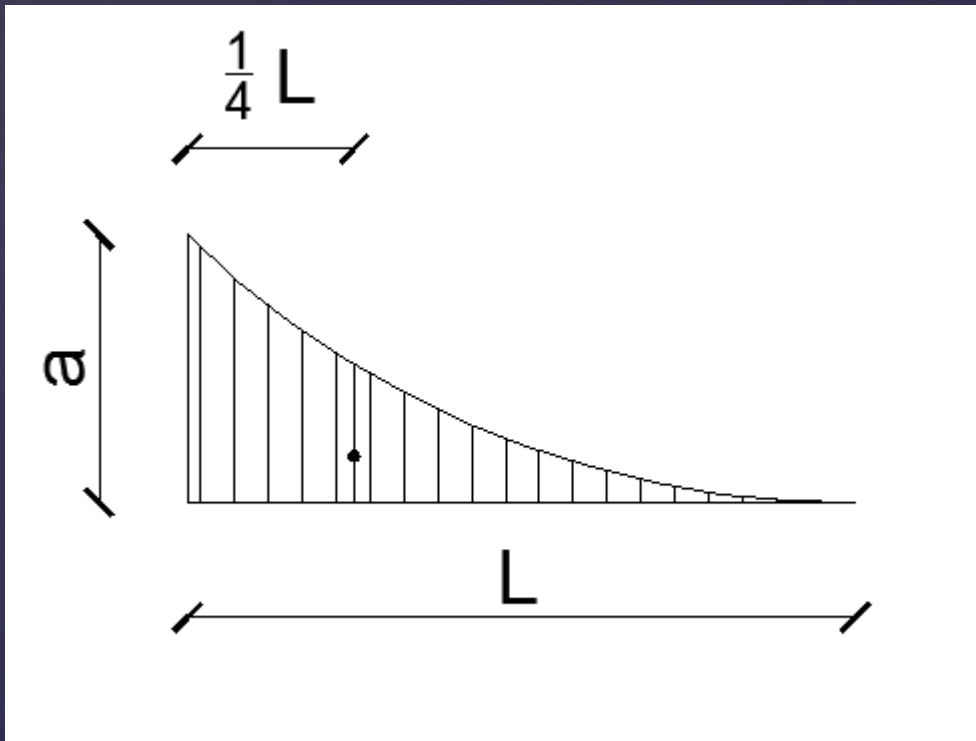


$$P_{\text{trójk.}} = \frac{1}{2} a \cdot L$$

Całkowanie:

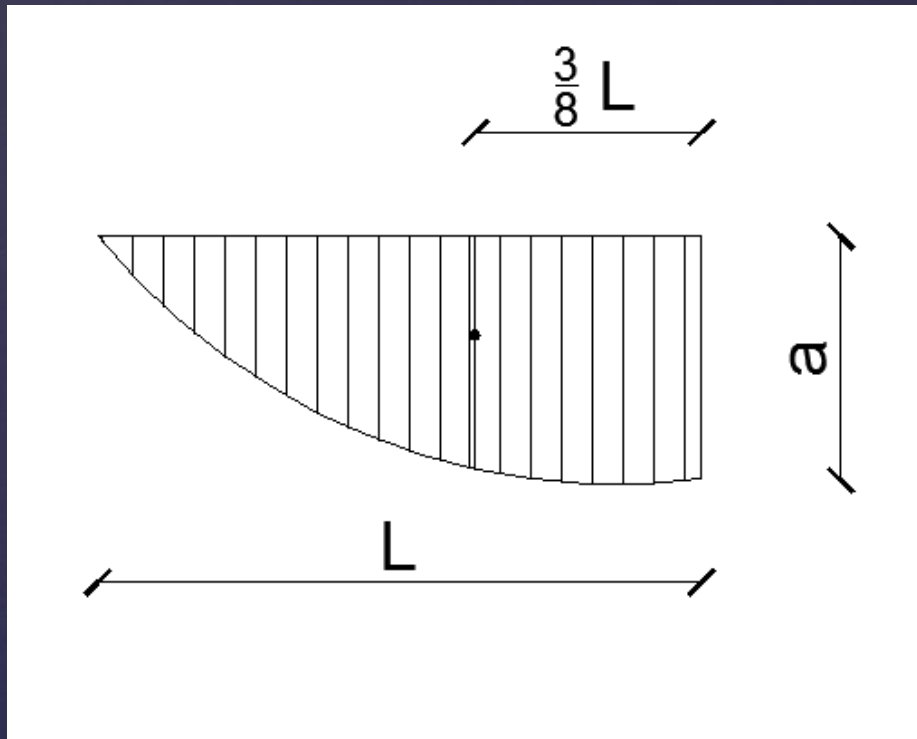
$$C = \frac{1}{2} \cdot a \cdot L \cdot \left(\frac{2}{3} b + \frac{1}{3} c \right)$$

Pole parabol:



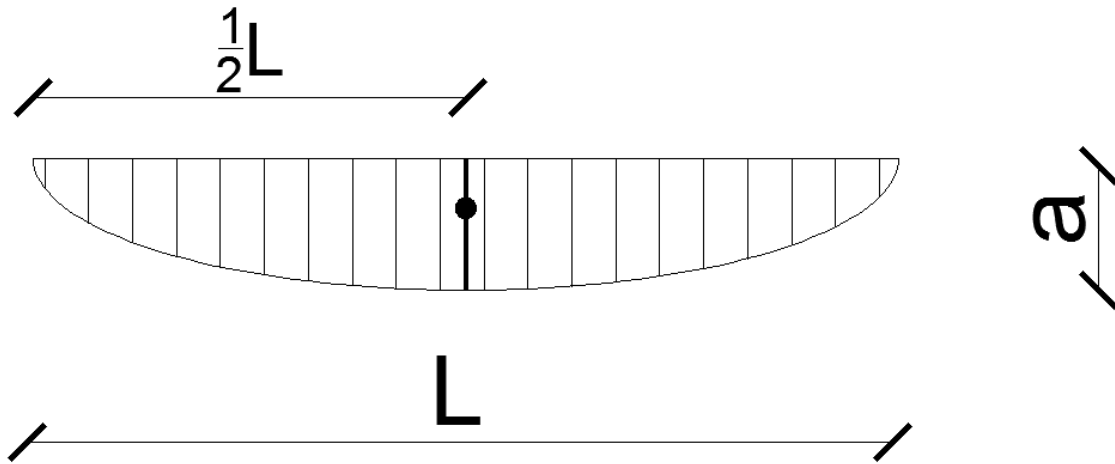
$$P_{paraboli} = \frac{1}{3} a \cdot L$$

Pole parabol:



$$P_{paraboli} = \frac{2}{3} a \cdot L$$

Pole parabol:

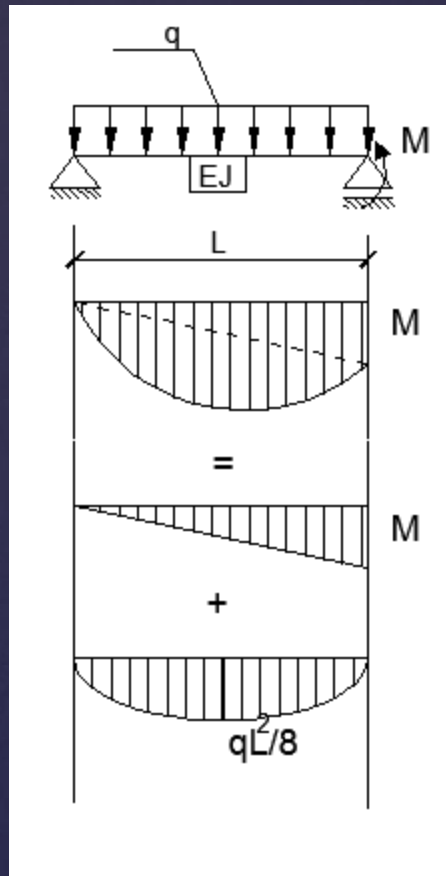


$$P_{paraboli} = \frac{2}{3} a \cdot L$$

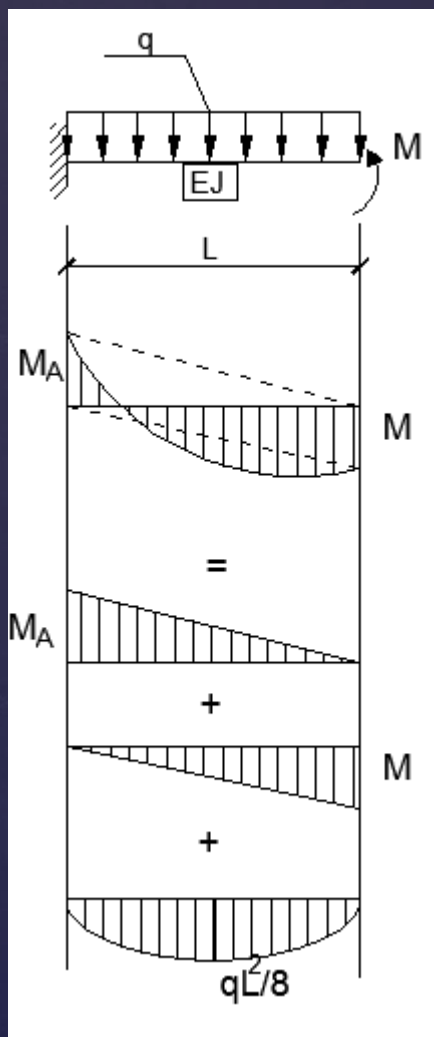
Przed całkowaniem
graficznym wykresy należy
rozbić na proste formy:

- prostokąty,
- trójkąty ,
- parabole

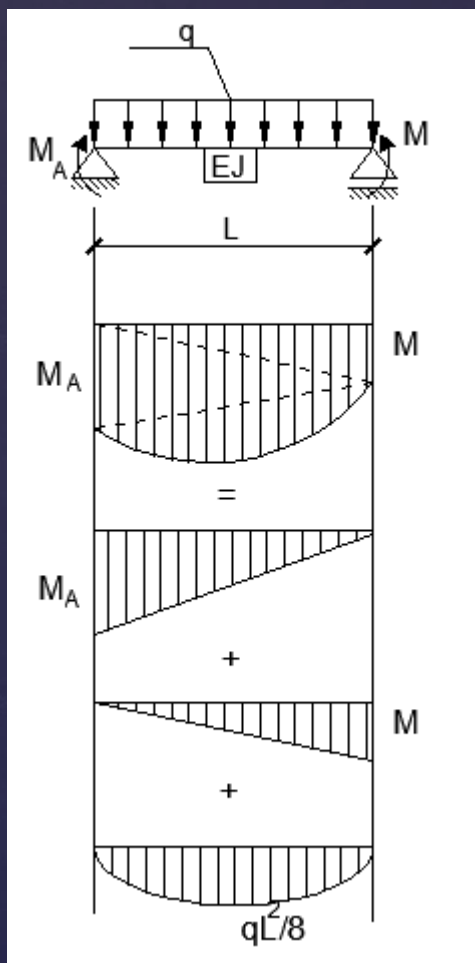
Przykłady rozbijania wykresów:



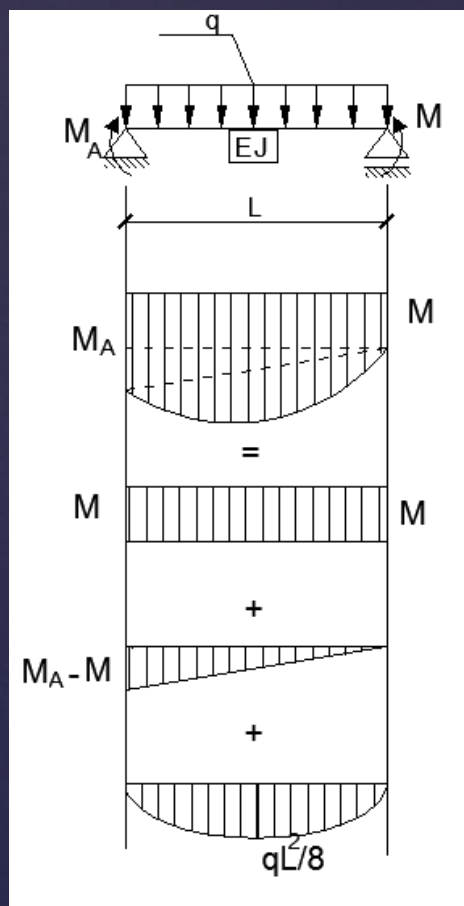
Przykłady rozbijania wykresów:



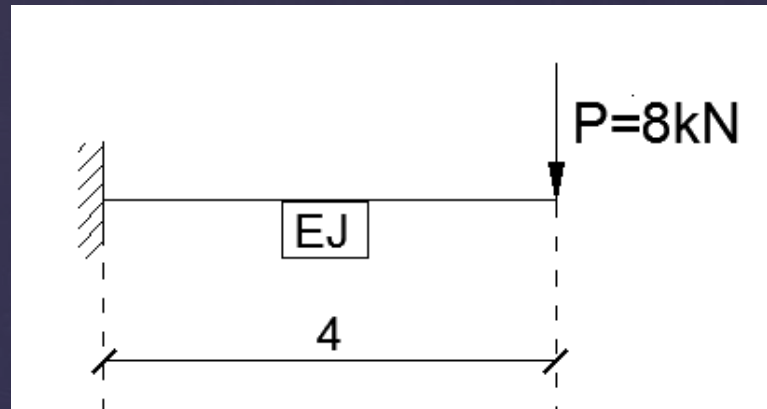
Przykłady rozbijania wykresów:



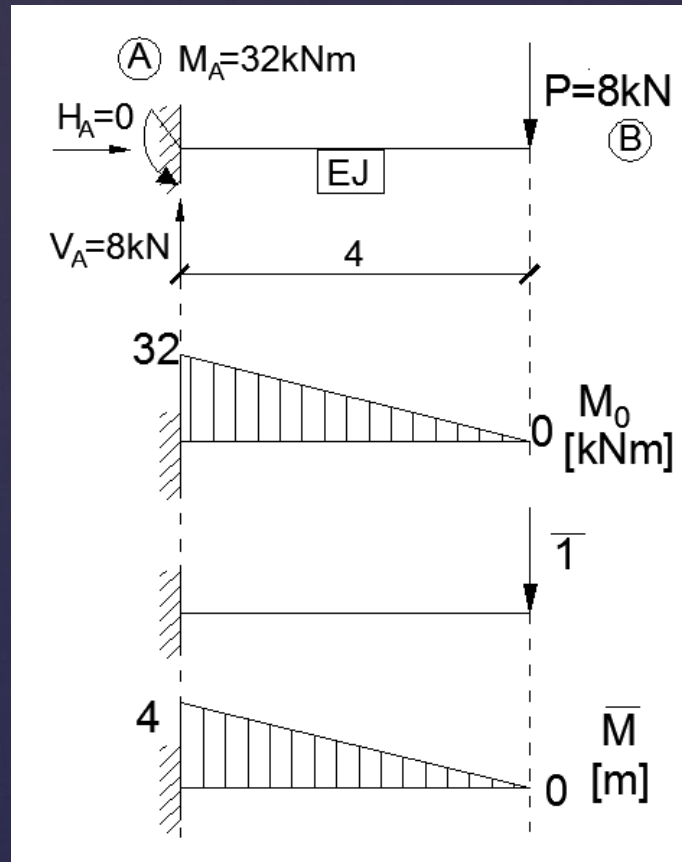
Przykłady rozbijania wykresów:



Zadanie 2. Wyznacz przemieszczenie pionowe końca wspornika



Obciążenie wirtualne



Wartość przemieszczenia pionowego na końcu wspornika:

$$V_B = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{512}{3EJ}$$