

Metoda Sił

Metoda Sił

- Metoda rozwiązywania układów statycznie niewyznaczalnych
- Układy statycznie niewyznaczalne – układy mające więcej reakcji niż liczba równań równowagi
- Liczba niewiadomych reakcji określa stopień statycznej niewyznaczalności

Stopień statycznej niewyznaczalności dla belek
i ram bez obwodu zamkniętego:

$$n_s = l_r - l_p - 3$$

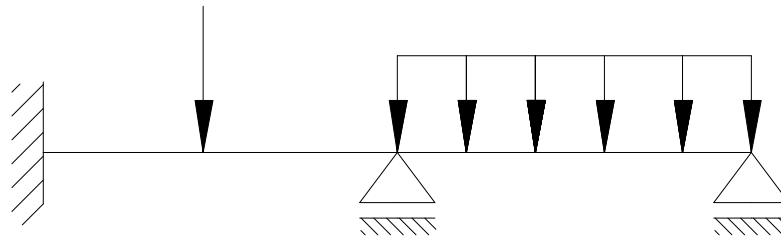
l_r – liczba reakcji w układzie

l_p – liczba przegubów z uwzględnieniem ich krotności

3 – liczba równań równowagi na płaszczyźnie

Metoda Sił – tok postępowania

- Wyznaczamy stopień statycznej niewyznaczalności układu

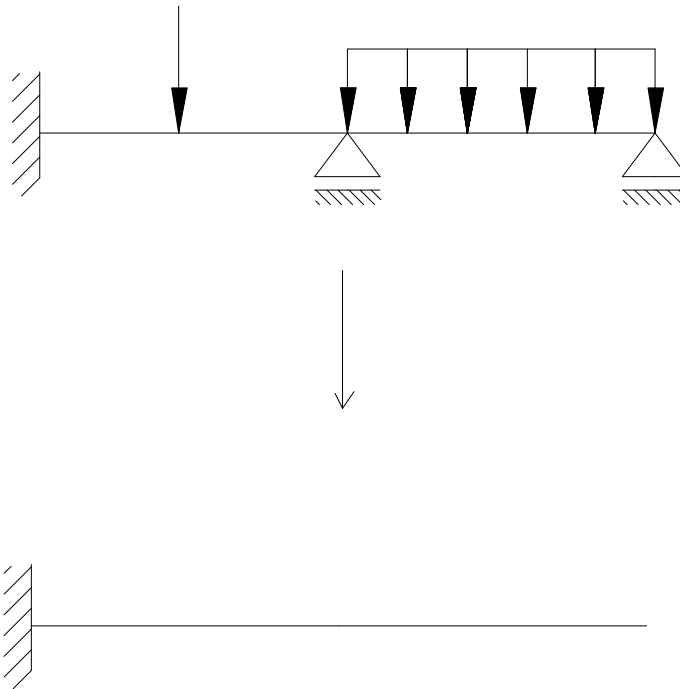


$$n_s = 5 - 0 - 3 = 2$$

Układ dwukrotnie statycznie niewyznaczalny

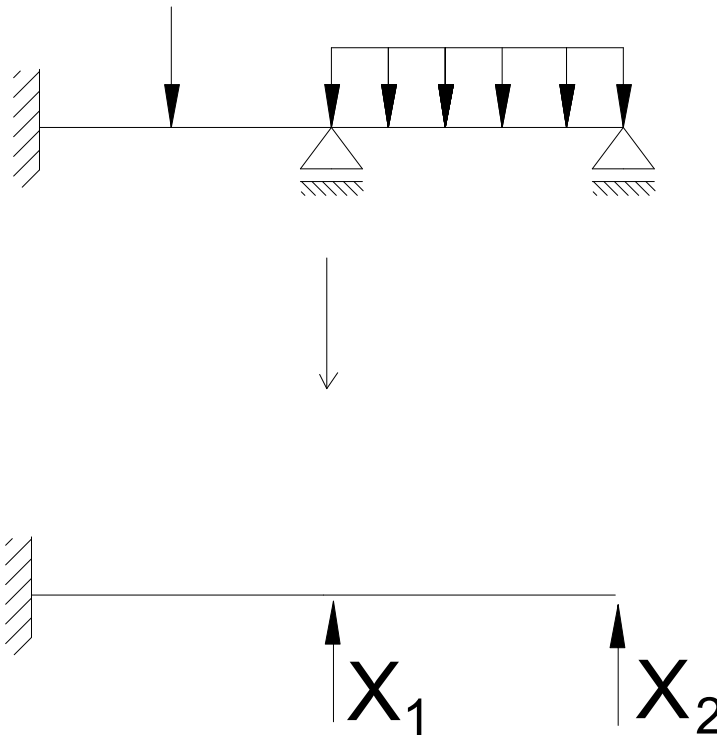
Metoda Sił – tok postępowania

- Konstrukcję pozbawiamy więzów, tak aby powstał układ statycznie wyznaczalny i geometrycznie niezmienny



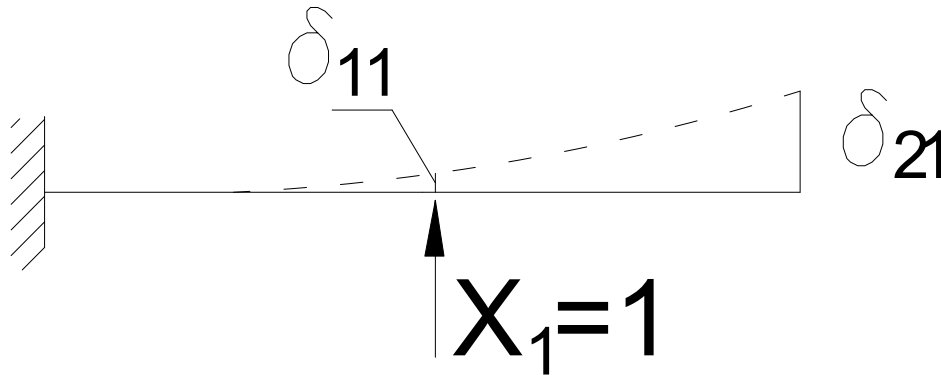
Metoda Sił – tok postępowania

- W miejscu usuniętych więzów wprowadzamy nadliczbowe niewiadome – uogólnione siły,
zamiast blokady przesuwu – siły skupione
zamiast blokady obrotu - moment



Metoda Sił – tok postępowania

- Obciążamy schemat podstawowy pierwszą nadliczbową $X_1=1$



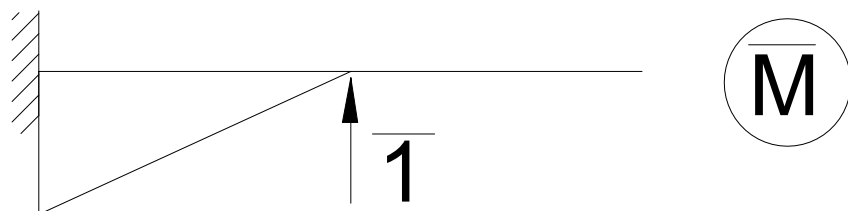
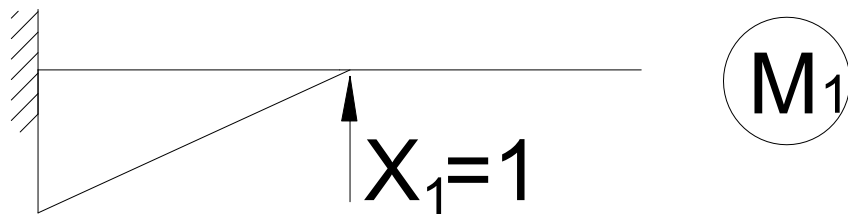
δ_{11} – wartość przemieszczenia na kierunku działania X_1 , pod wpływem obciążenia układu podstawowego siłą $X_1 = 1$

δ_{21} – wartość przemieszczenia na kierunku działania X_2 , pod wpływem obciążenia układu podstawowego siłą $X_1 = 1$

Metoda Sił – tok postępowania

- Wyznaczenie δ_{11}

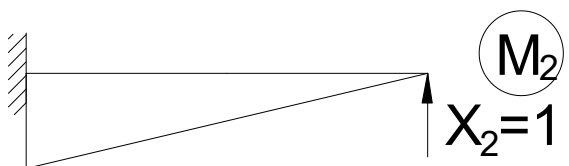
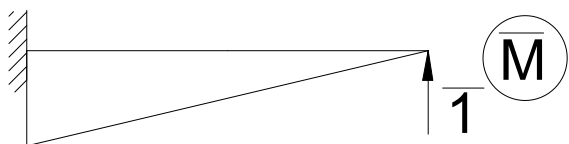
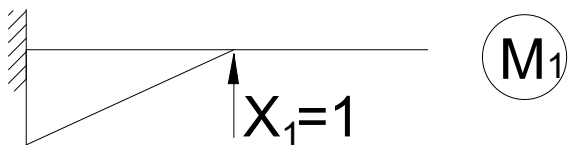
$$\delta_{11} = \int_s \frac{M_1 \bar{M}}{EI} ds = \int_s \frac{M_1 M_1}{EI} ds$$



Metoda Sił – tok postępowania

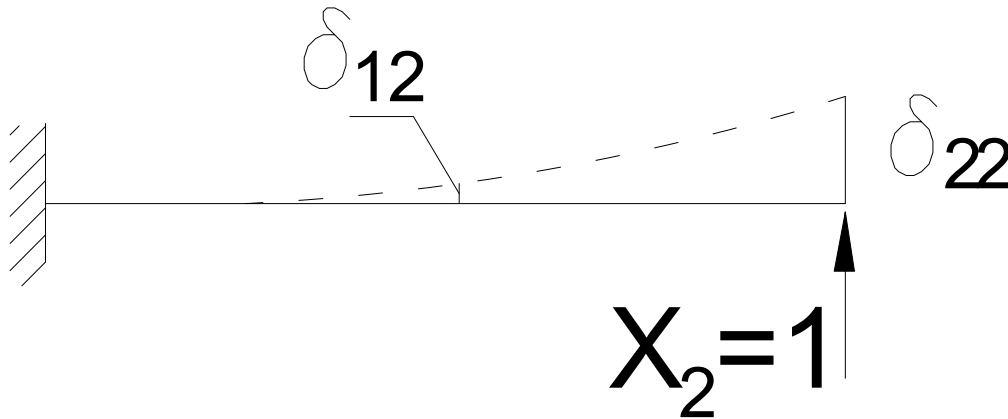
- Wyznaczenie δ_{21}

$$\delta_{21} = \int_s \frac{M_1 \bar{M}}{EI} ds = \int_s \frac{M_1 M_2}{EI} ds$$



Metoda Sił – tok postępowania

- Obciążamy schemat podstawowy drugą nadliczbową $X_2=1$

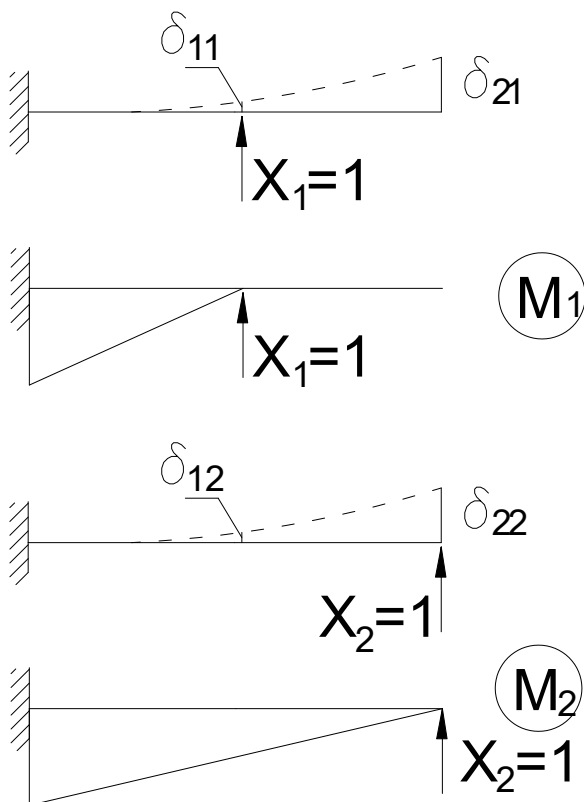


δ_{22} – wartość przemieszczenia na kierunku działania X_2 , pod wpływem obciążenia układu podstawowego siłą $X_2 = 1$

δ_{12} – wartość przemieszczenia na kierunku działania X_1 , pod wpływem obciążenia układu podstawowego siłą $X_2 = 1$

Metoda Sił – tok postępowania

- Wyznaczenie δ_{22} i δ_{12}

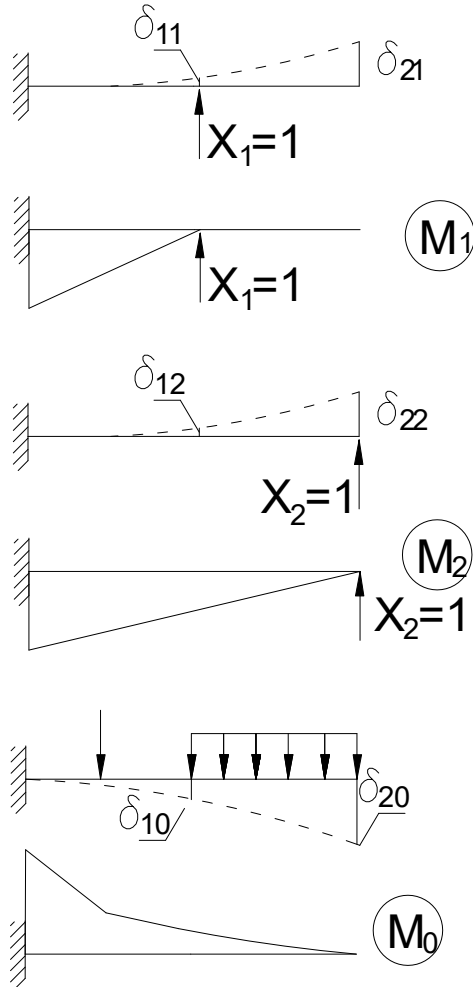


$$\delta_{22} = \int_s \frac{M_2 M_2}{EI} ds$$

$$\delta_{12} = \int_s \frac{M_1 M_2}{EI} ds$$

Metoda Sił – tok postępowania

- Wpływ obciążenia zewnętrznego - δ_{10} i δ_{20}

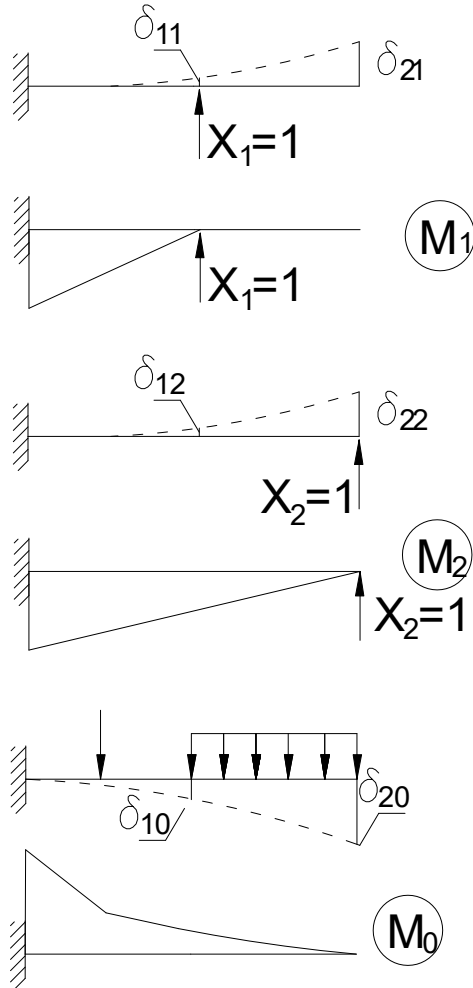


δ_{10} – wartość przemieszczenia na kierunku działania X_1 , pod wpływem obciążenia układu podstawowego obciążeniem zewnętrznym

δ_{20} – wartość przemieszczenia na kierunku działania X_2 , pod wpływem obciążenia układu podstawowego obciążeniem zewnętrznym

Metoda Sił – tok postępowania

- Wpływ obciążenia zewnętrznego - δ_{10} i δ_{20}

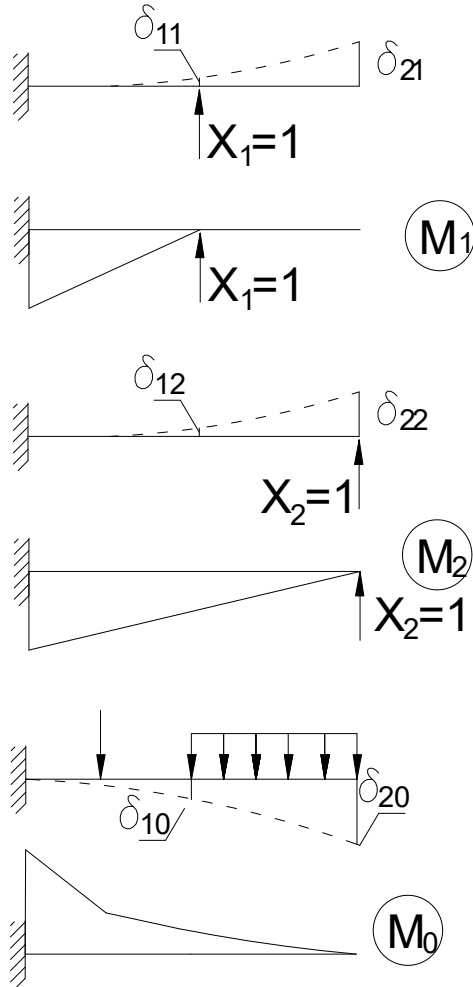


$$\delta_{10} = \int_s \frac{M_1 M_0}{EI} ds$$

$$\delta_{20} = \int_s \frac{M_2 M_0}{EI} ds$$

Metoda Sił – tok postępowania

- Ogólnie – w przypadku belek i ram pod obciążeniem

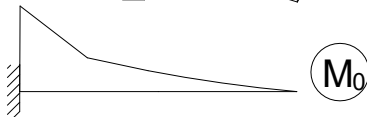
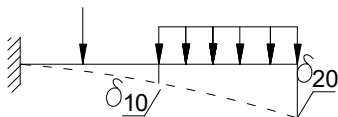
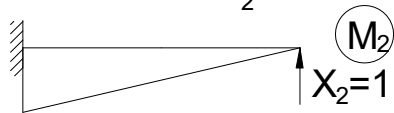
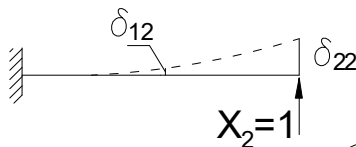
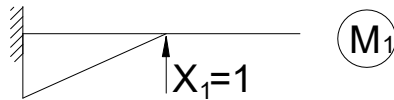
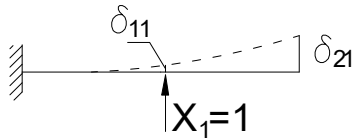
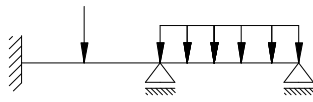


$$\delta_{jk} = \int_s \frac{M_j M_k}{EI} ds$$

$$\delta_{j0} = \int_s \frac{M_j M_0}{EI} ds$$

Metoda Sił – tok postępowania

W rzeczywistym schemacie statycznie niewyznaczalnym przemieszczenia w miejsce podpór są równe 0, stąd



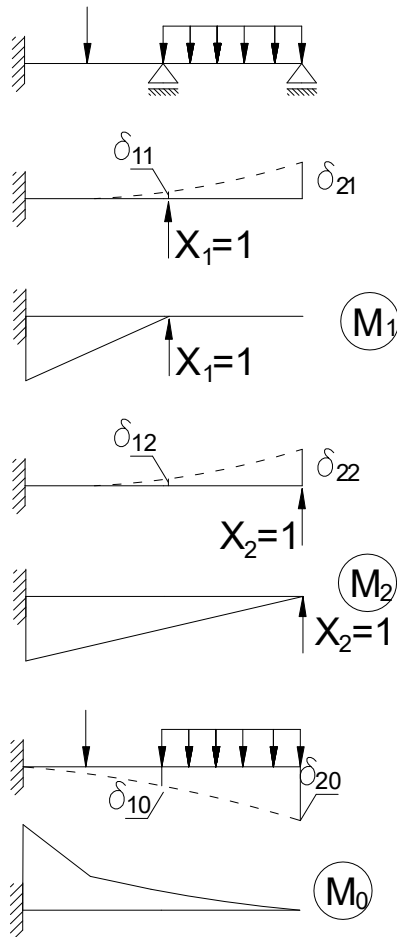
Przemieszczenie na podporze 1

$$\delta_1 = \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{10} = 0$$

Przemieszczenie na podporze 2

$$\delta_2 = \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{20} = 0$$

Układ równań kanonicznych metody sił dla schematu dwukrotnie statycznie niewyznaczalnego:



$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{10} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{20} = 0 \end{cases} \Rightarrow X_1, X_2$$

Wyznaczenie wartości momentu w punkcie „i”
od obciążenia zewnętrznego dla układu
statycznie niewyznaczalnego:

$$M_i = M_{i1} \cdot X_1 + M_{i2} \cdot X_2 + M_{i0}$$

Metoda sił – tok postępowania, podsumowanie:

- Obliczenie stopnia statycznej niewyznaczalności,
- Przyjęcie schematu podstawowego statycznie wyznaczalnego
- Wrysowanie wykresów od nadliczbowych $X_1, X_2, \dots, X_n$
- Wyznaczenie współczynników układu równań

[illegible]

- Rozwiązanie równań i obliczenie nadliczbowych $X_1, X_2, \dots, X_3$
- Wyznaczenie wartości momentów w charakterystycznych punktach na podstawie wzoru:

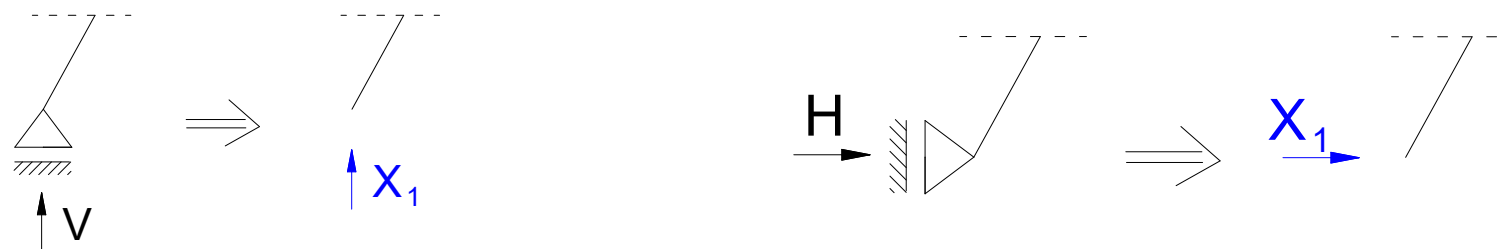
$$M_i = M_{i1} \cdot X_1 + M_{i2} \cdot X_2 + M_{i0}$$

- Wyznaczenie wykresów sił T i N na podstawie wykresów momentów

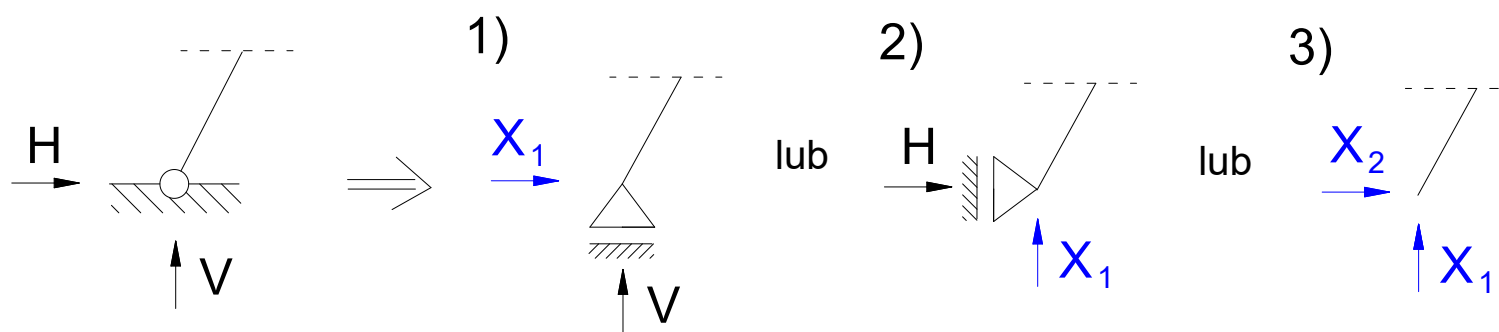
Metoda sił – tworzenie schematu podstawowego:

1. Usuwanie reakcji w podporach

- podpory przegubowe przesuwne



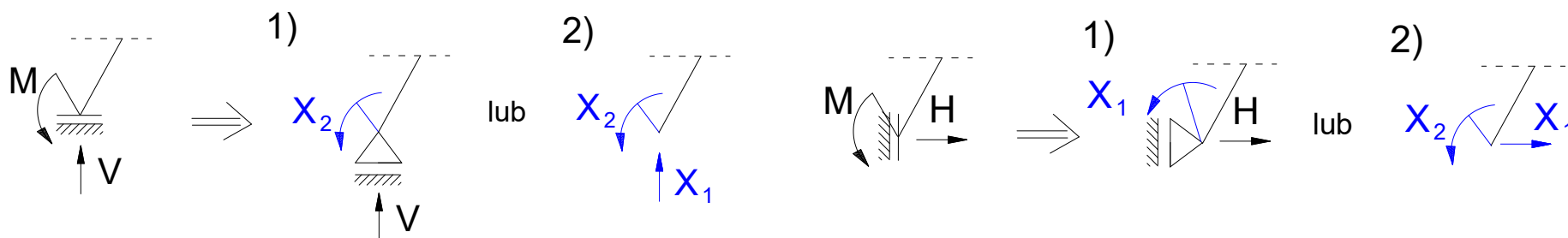
- podpora przegubowa nieprzesuwna



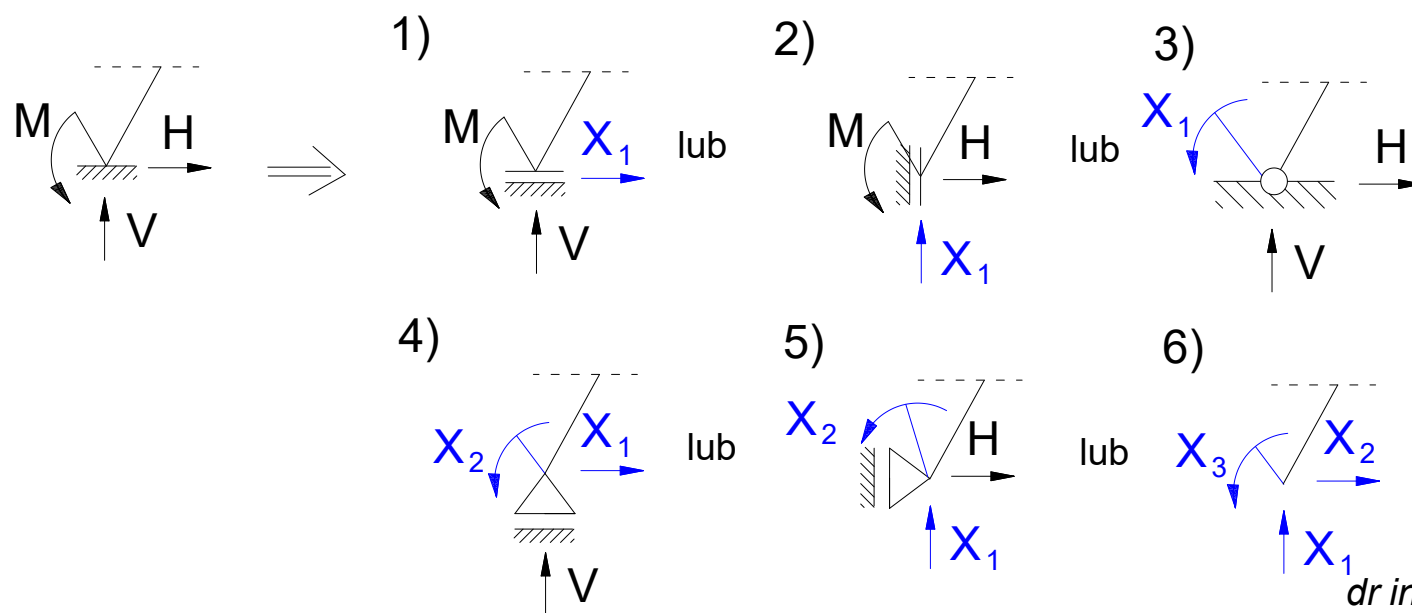
Metoda sił – tworzenie schematu podstawowego:

1. Usuwanie reakcji w podporach

- utwierdzenie z możliwością przesuwu



- utwierdzenie



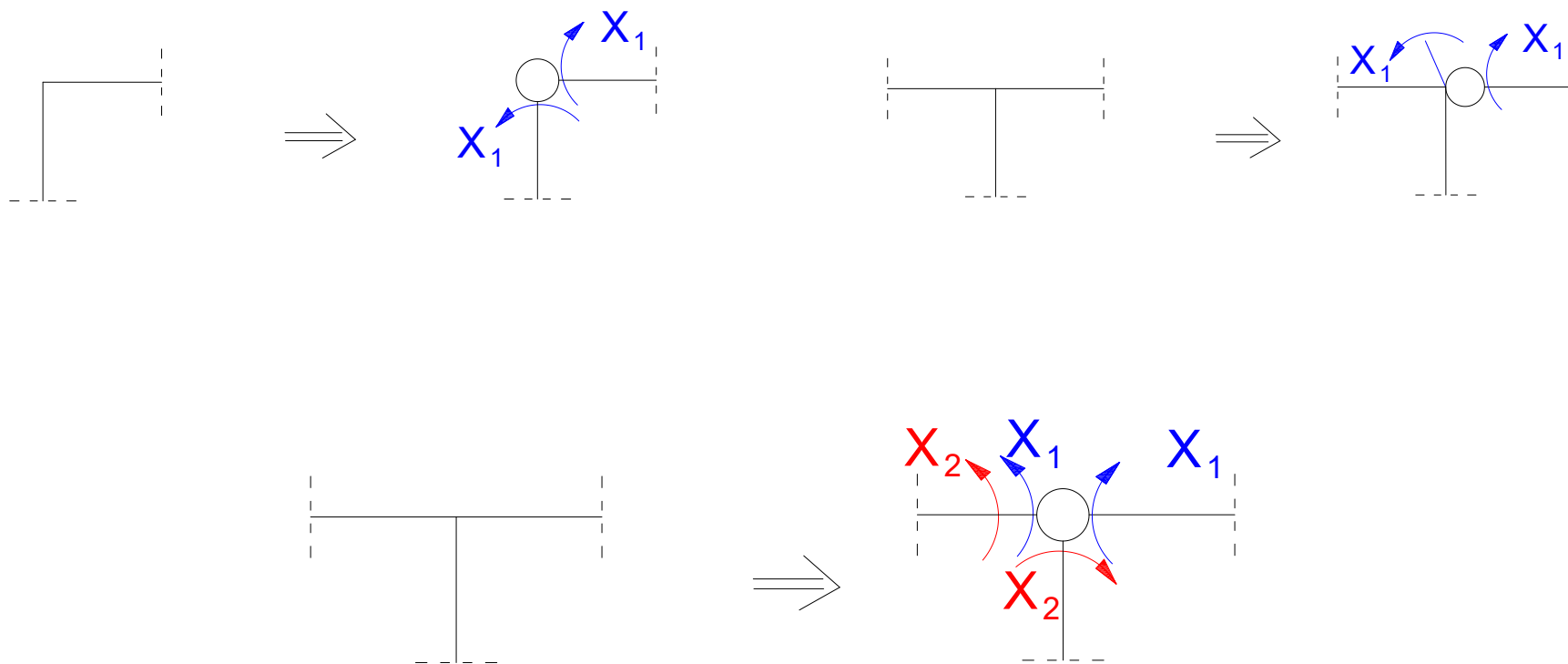
Metoda sił – tworzenie schematu podstawowego:

Tworząc schemat podstawowy należy pamiętać o 5 zasadach:

- zostawiamy co najmniej jedną reakcję blokującą przesuw w poziomie,
- zostawiamy co najmniej jedną reakcję blokującą przesuw w pionie,
- żadna z części dochodzącej do przegubu nie może się obracać,
- trzy przeguby nie mogą znaleźć się na jednej prostej,
- jeżeli na części dochodzącej do przegubu jest wyłącznie podpora przegubowa przesuwna to kąt między linią łączącą dwa przeguby, a przesuwem musi być różny od 90° .

Metoda sił – tworzenie schematu podstawowego:

2. Wprowadzanie przegubów do wnętrza układu

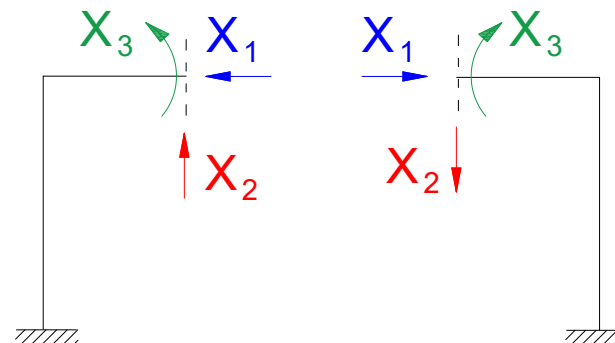
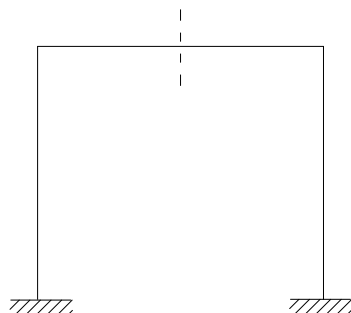


Metoda sił – tworzenie schematu podstawowego:

3. Przecięcie układu

Każda z części powstających po podziale musi być statycznie wyznaczalna i geometrycznie niezmienna

Przecięcie w
środku układu



Przecięcie w
przegubie

