

Metoda Przemieszczeń

Jest to metoda do wyznaczania wykresów sił wewnętrznych w układach statycznie niewyznaczalnych.

W trakcie rozwiązywania zadania obliczane są wartości przemieszczeń od rzeczywistego obciążenia zewnętrznego, a na ich podstawie wartości momentów zginających .

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

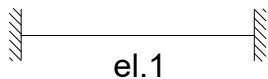
1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

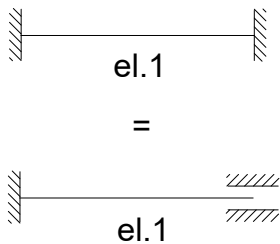
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

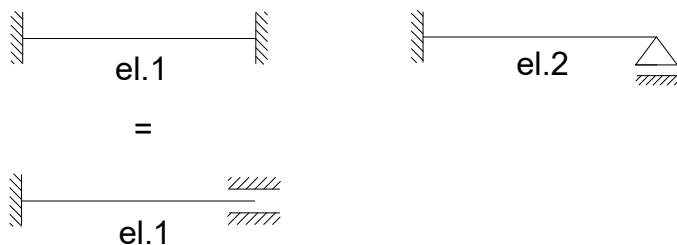
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

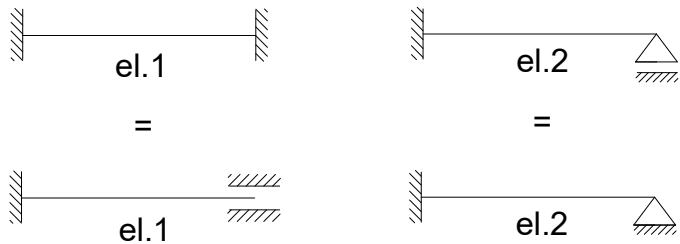
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

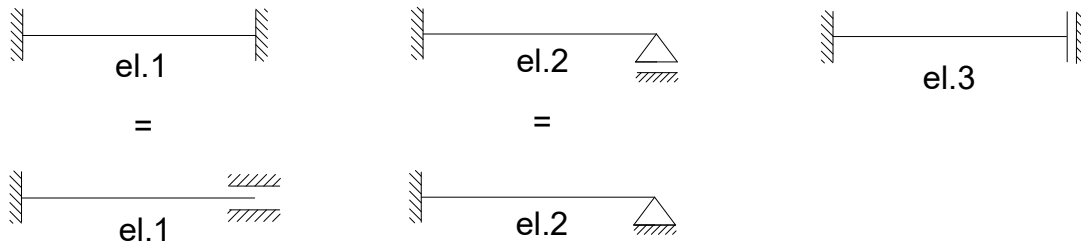
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

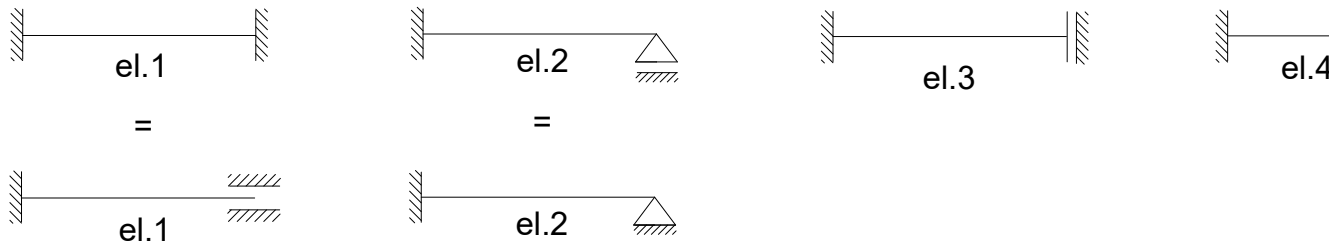
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

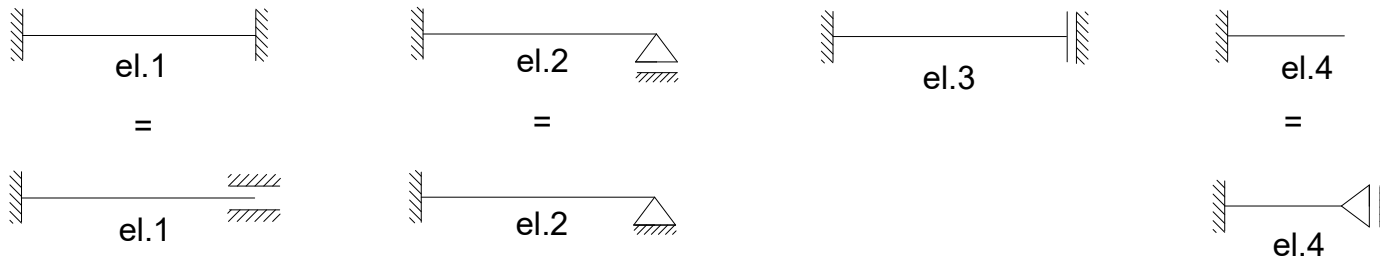
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

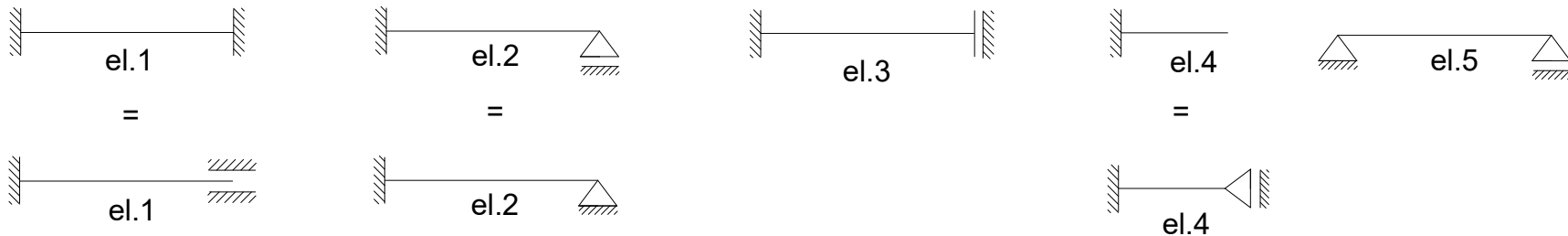
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

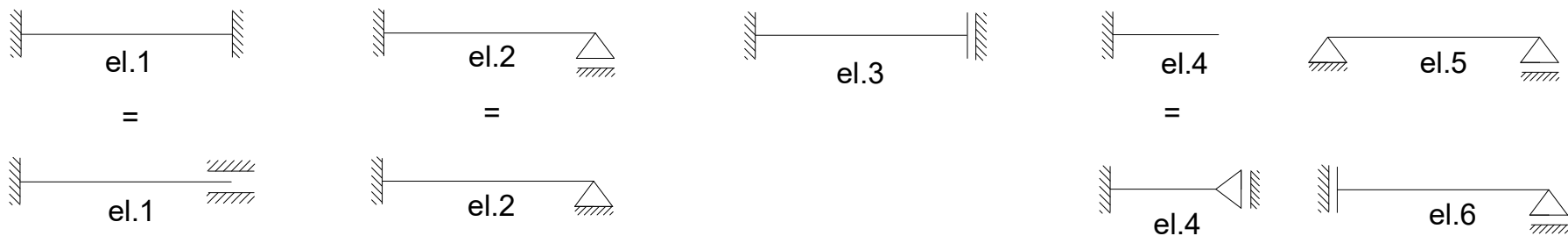
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

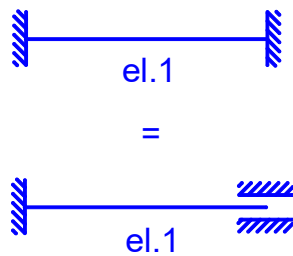
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



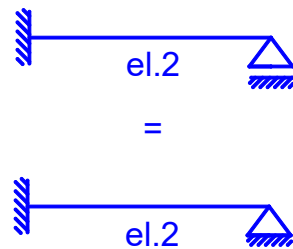
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

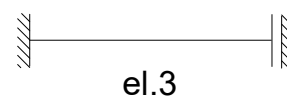
Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



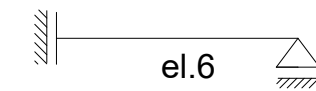
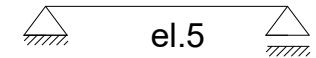
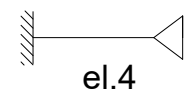
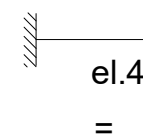
w.1-19



w.22-37



w.21

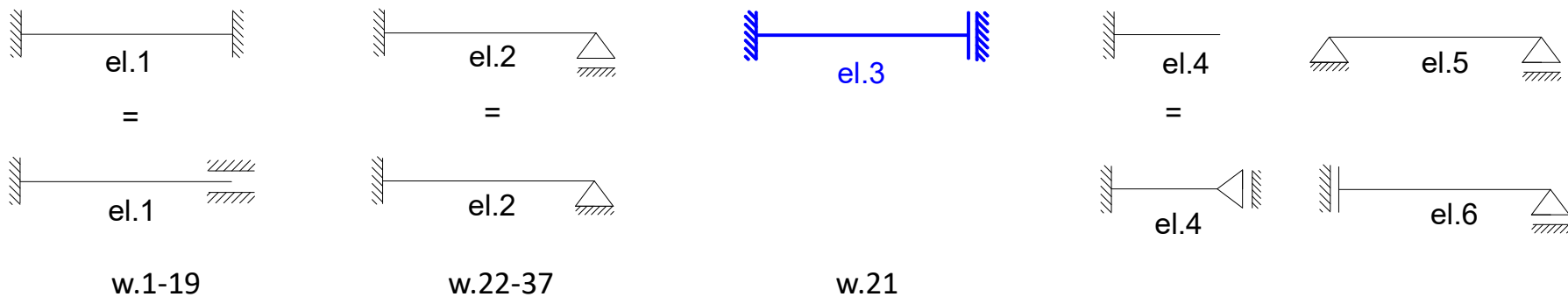


Wartości wykresów momentów od jednostkowych przemieszczeń (kątów obrotu i przesuwu) oraz od obciążenia zewnętrznego dla elementów 1 i 2 wrysowujemy na podstawie tablic.

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Dla elementu numer 3 wykresu od kąta obrotu można znaleźć w tablicach (wiersz 21), a wykresy od obciążenia zewnętrznego wyznaczamy metodą sił. Wykresów od przesunięcia nie ma.

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu () i przesuwu () tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Dla elementów 4, 5 i 6 wykresy momentów od jednostkowych kątów obrotu i przesułów dla schematu podstawowego są zerowe, a wykresy momentów od obciążeń zewnętrznych rysujemy na podstawie równań statyki.

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

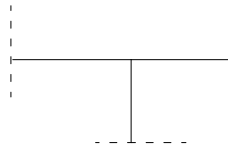
- wszystkie sztywne połączenia prętów węzle blokujemy na obrót,

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,

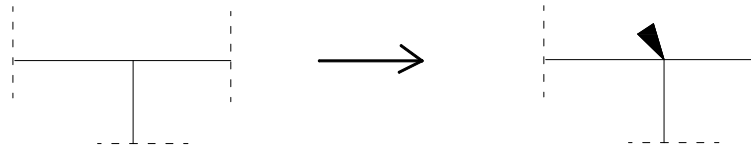


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,

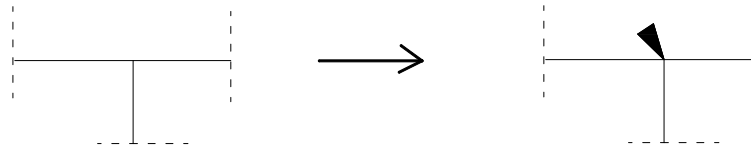


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



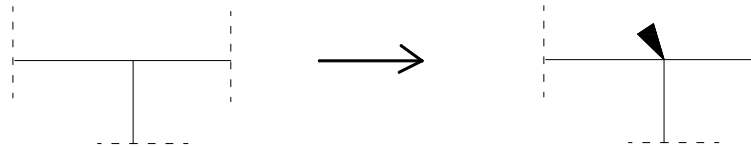
- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



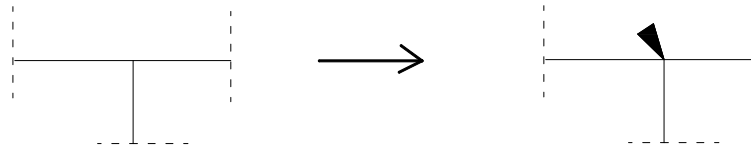
- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,
- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



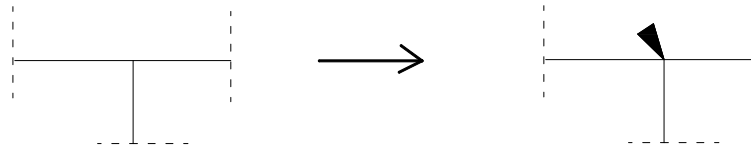
- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,
- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,
- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,
- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,
- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).

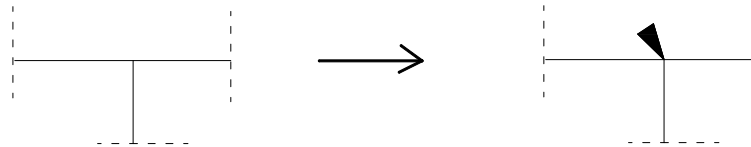


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

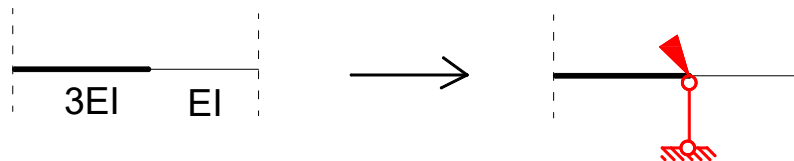
- wszystkie sztywne połączenia prętów węzle blokujemy na obrót,



- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,

- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,

- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).

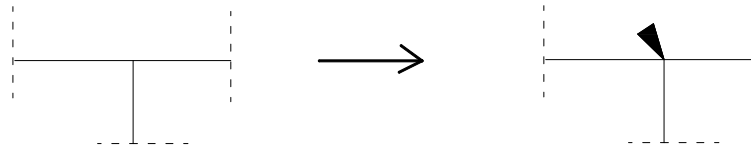


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

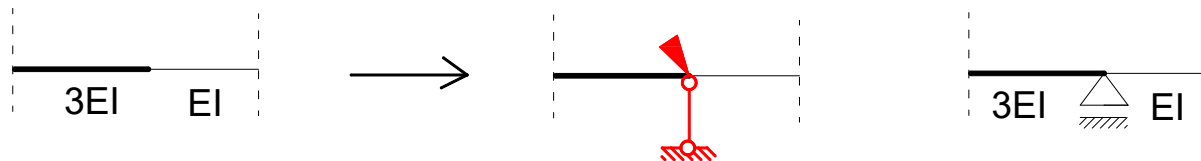
- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,

- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,

- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).

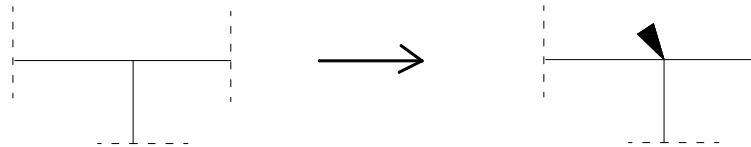


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

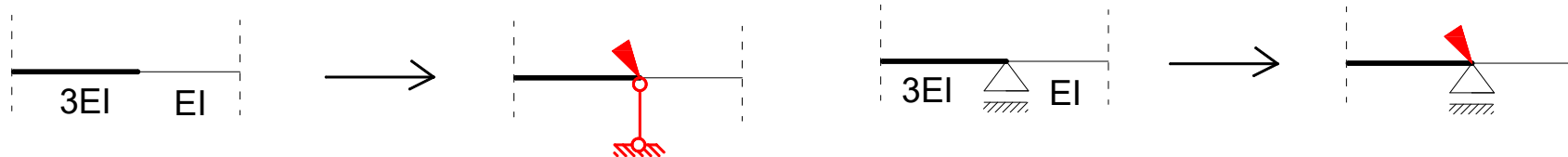
- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,

- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,

- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).

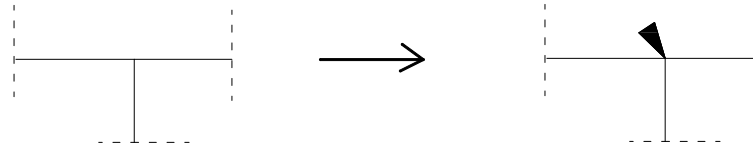


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

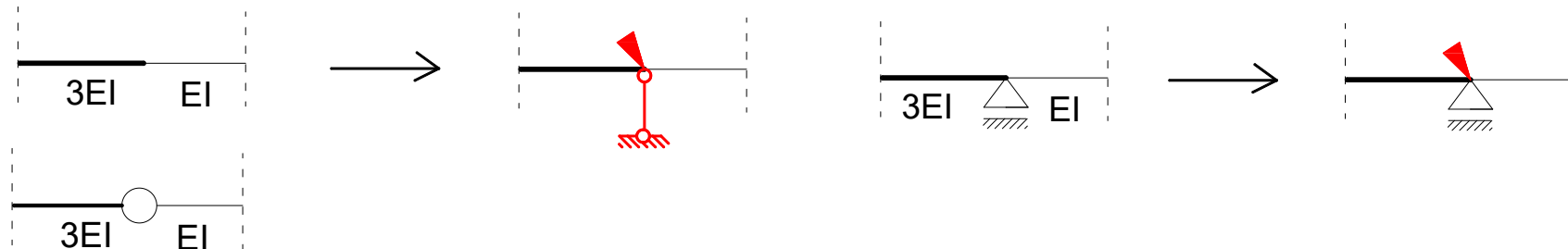
- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,

- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,

- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem sztywnie połączone punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).

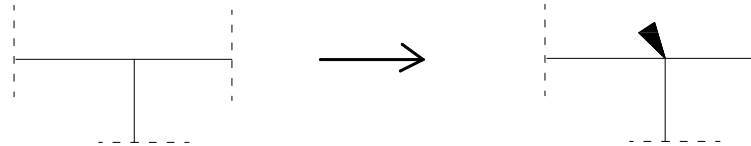


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Zasady doboru schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego w ramach w minimalnej ilości niewiadomych:

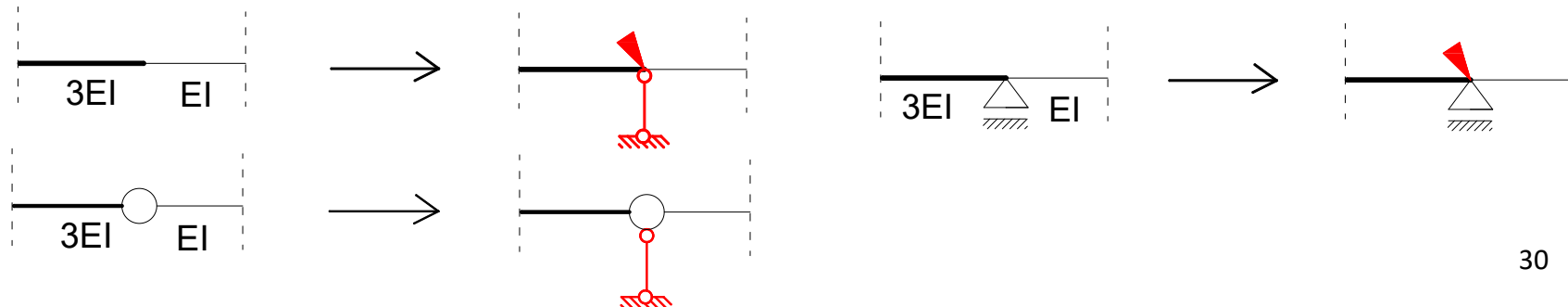
- wszystkie sztywne połączenia prętów węzły blokujemy na obrót,



- przegubów i skrajnych podpór przegubowych nie blokujemy na obrót,

- kierunki przesuwów blokujemy na przesunięcie,

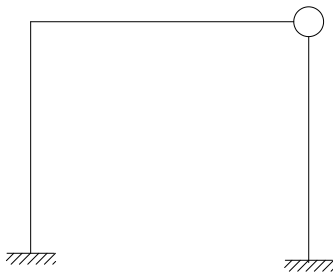
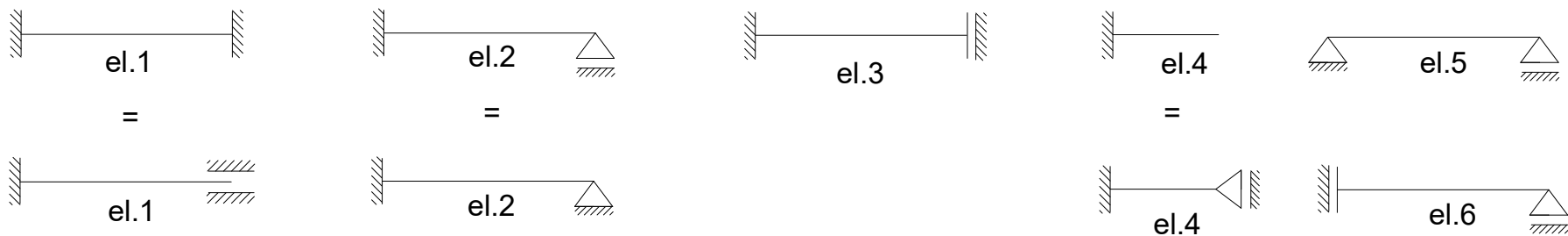
- uzyskane elementy metody przemieszczeń muszą mieć stałą sztywność, zatem sztywnie połączone punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i na przesunięcie (na kierunku prostopadłym do osi pręta jeżeli nie ma w tym punkcie blokady przesuwu).



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

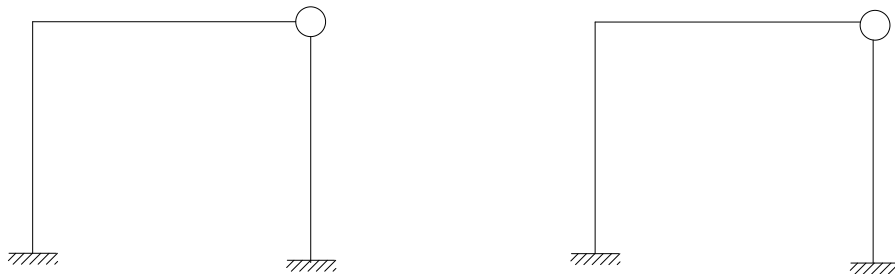
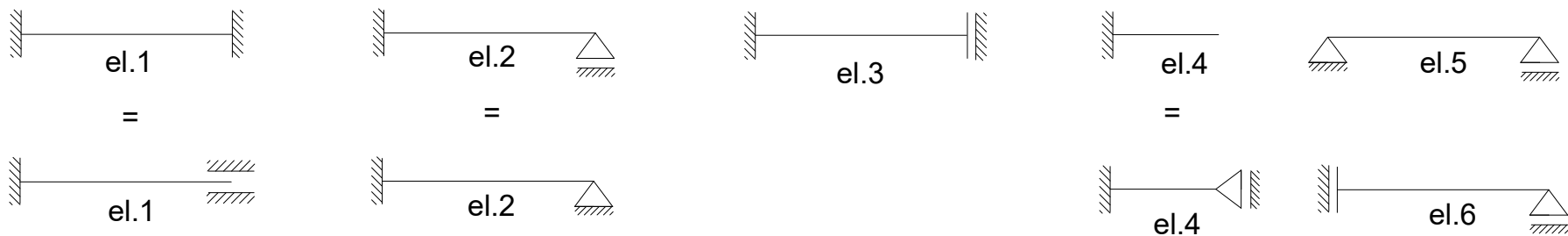
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

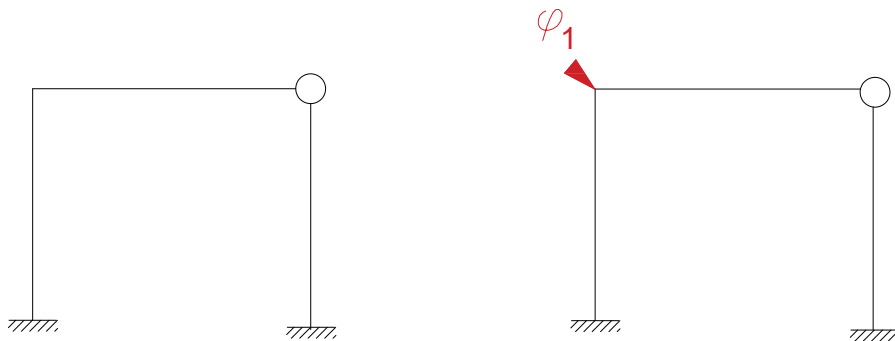
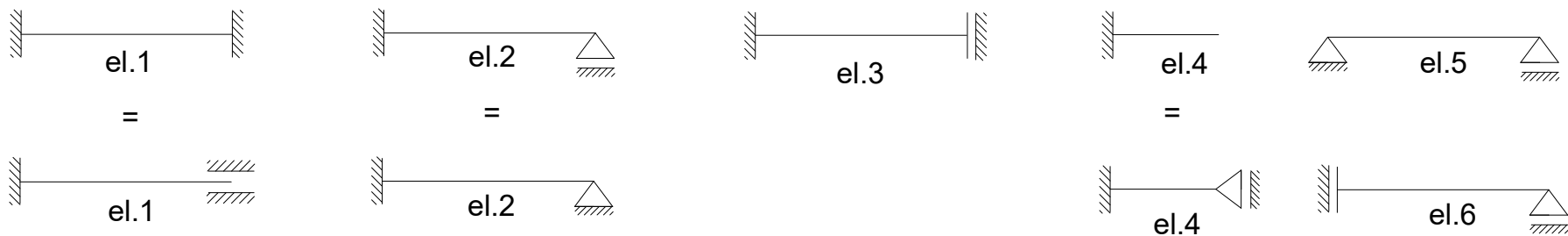
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

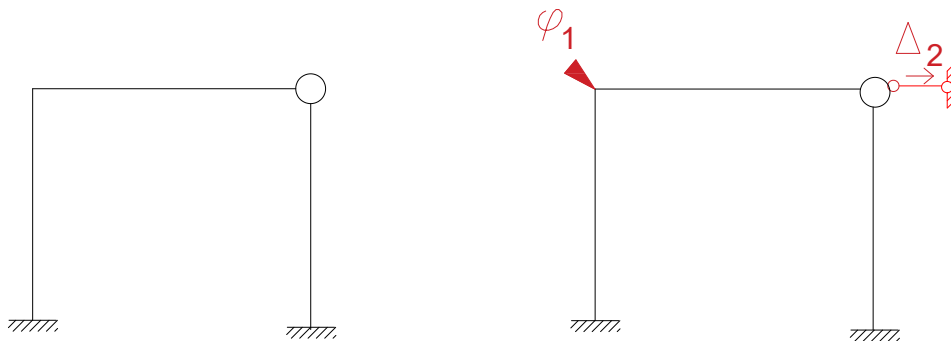
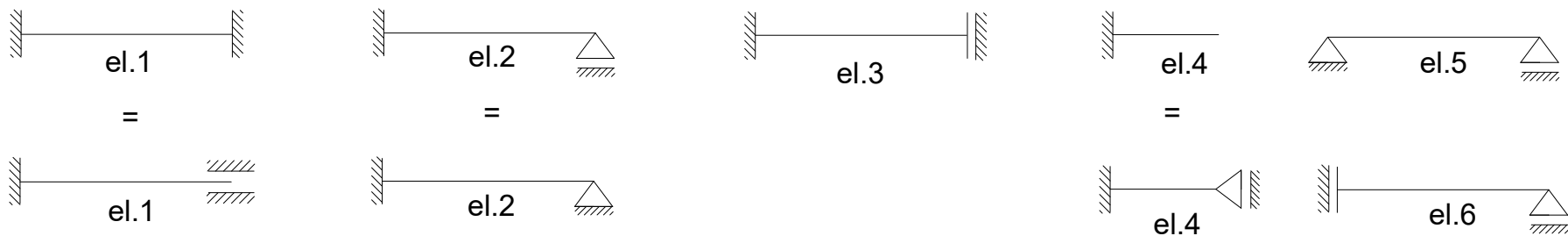
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

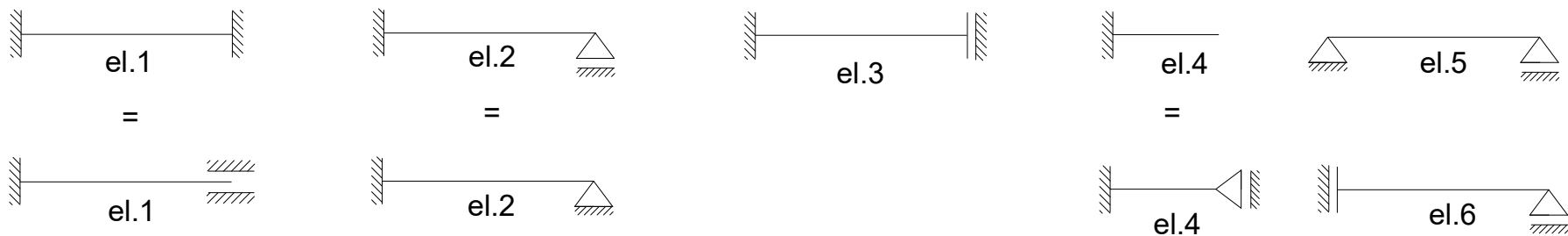
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



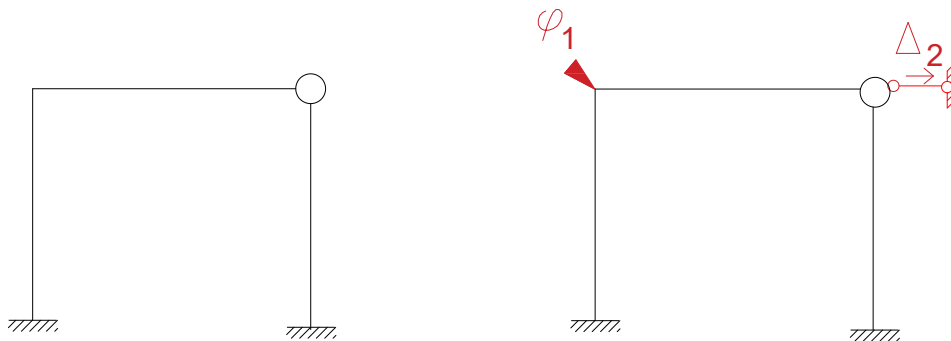
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



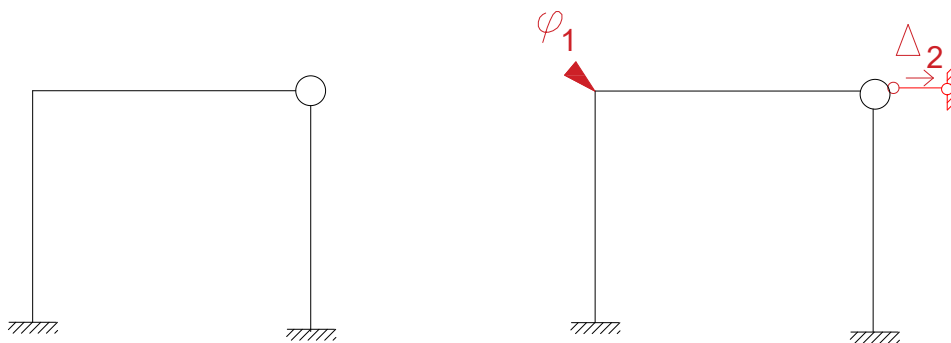
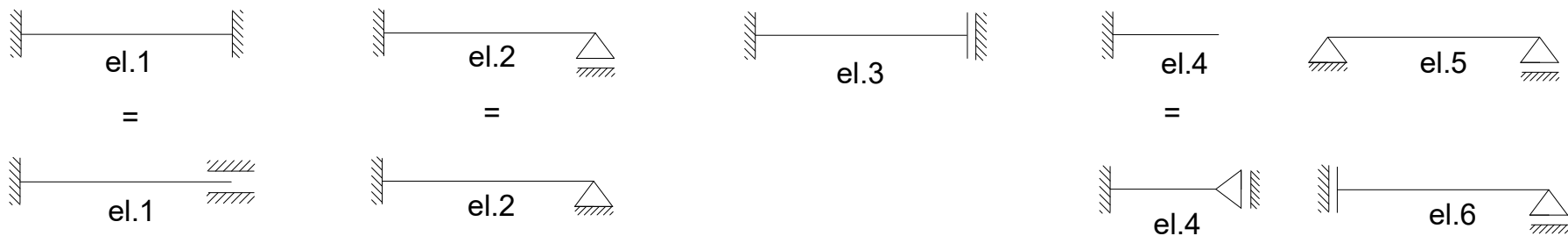
Podział na elementy MP:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



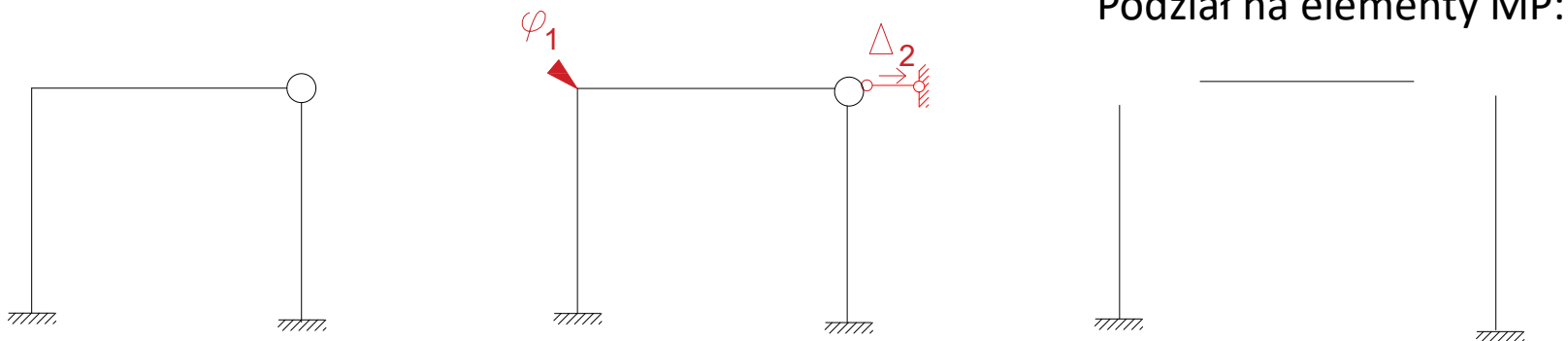
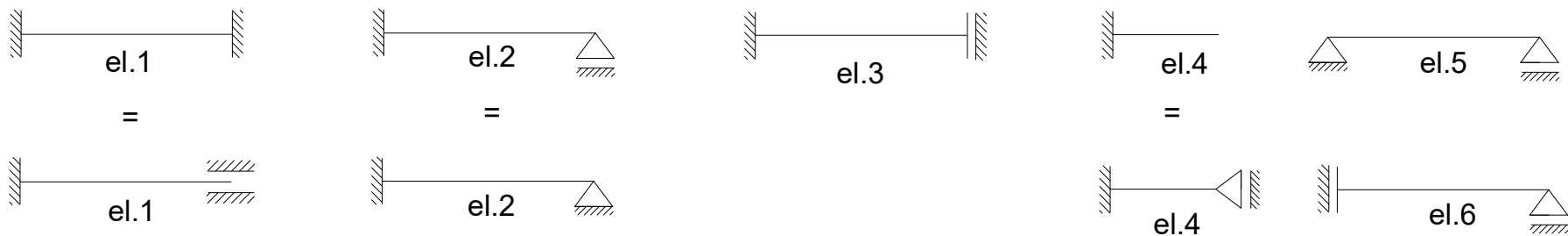
Podział na elementy MP:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:

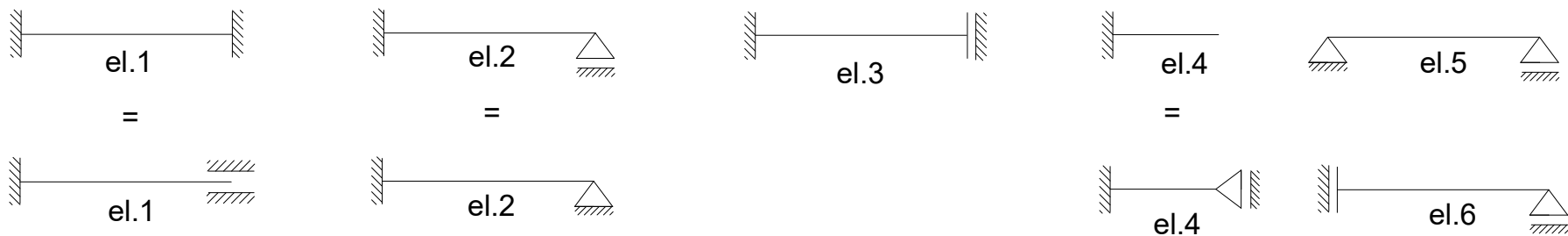


Podział na elementy MP:

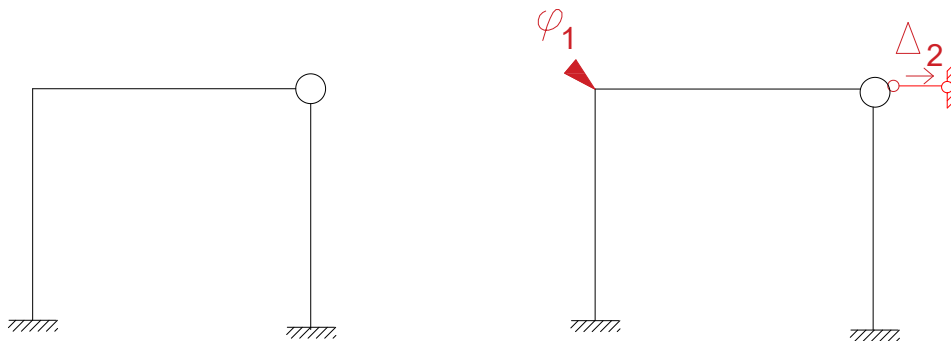
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

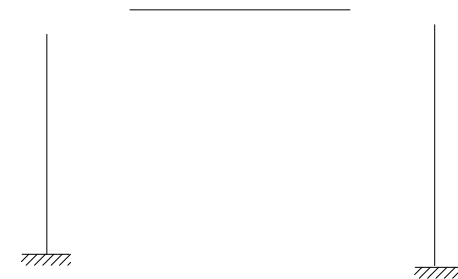
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



W miejscu blokady obrotu elementy otrzymują utwierdzenie



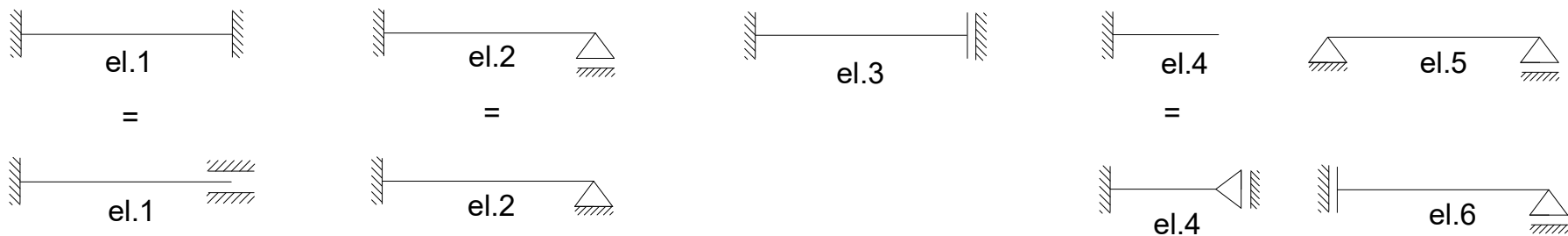
Podział na elementy MP:



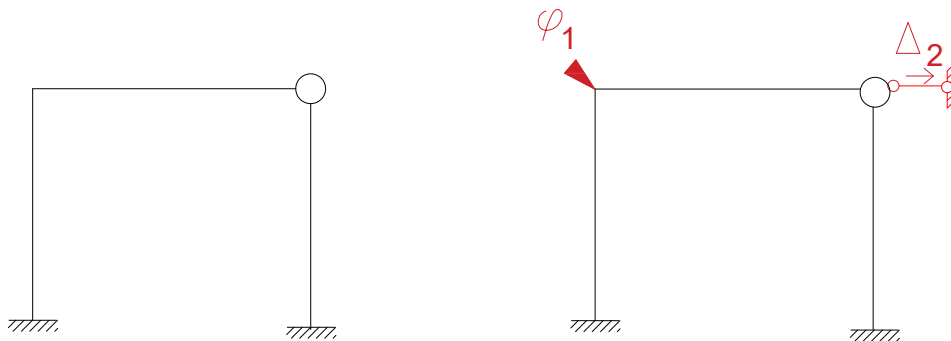
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

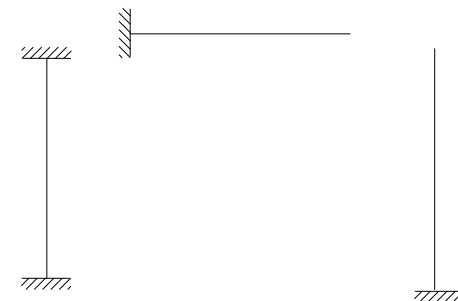
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



W miejscu blokady obrotu elementy otrzymują utwierdzenie



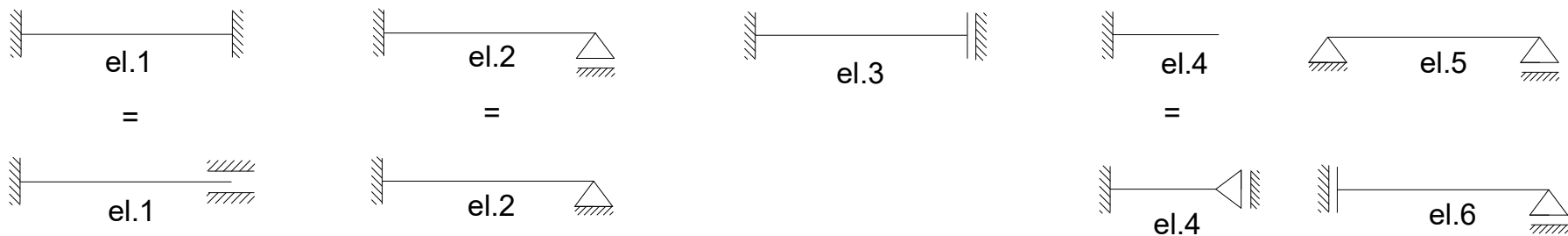
Podział na elementy MP:



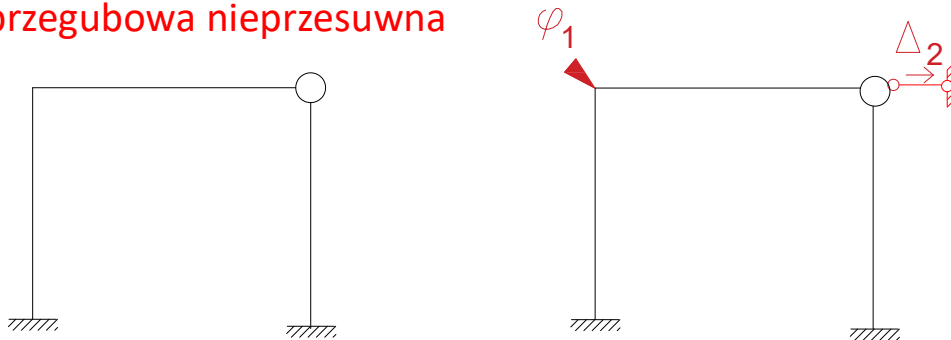
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

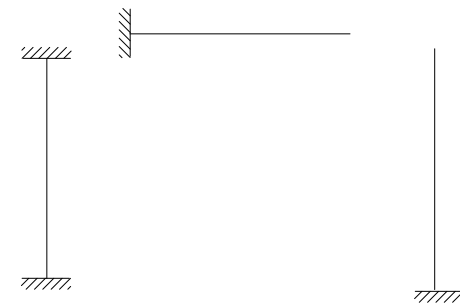
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Z przegubu na schemacie podstawowym tworzy się podpora przegubowa nieprzesuwna



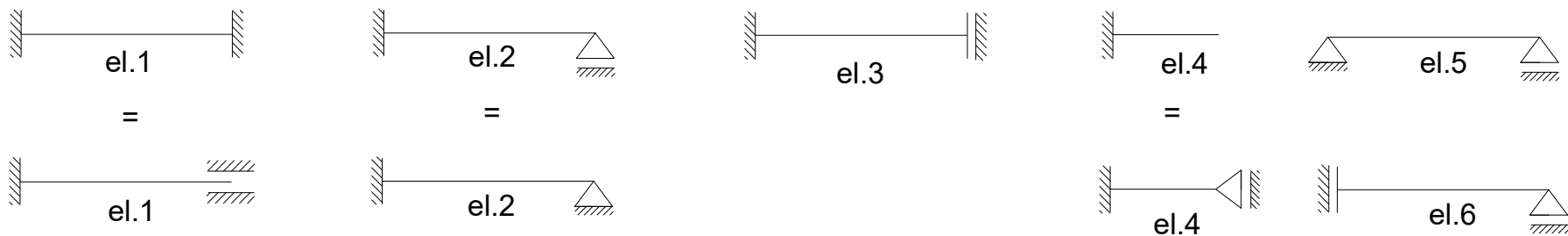
Podział na elementy MP:



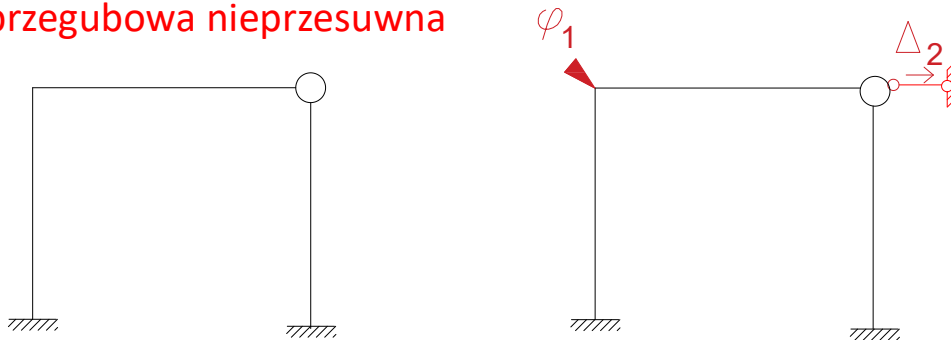
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

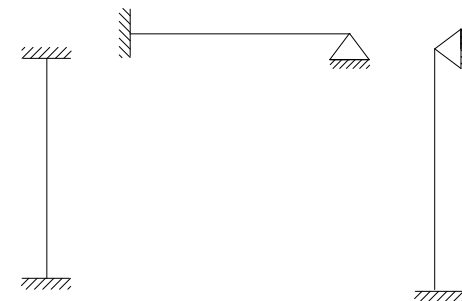
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Z przegubu na schemacie podstawowym tworzy się podpora przegubowa nieprzesuwna



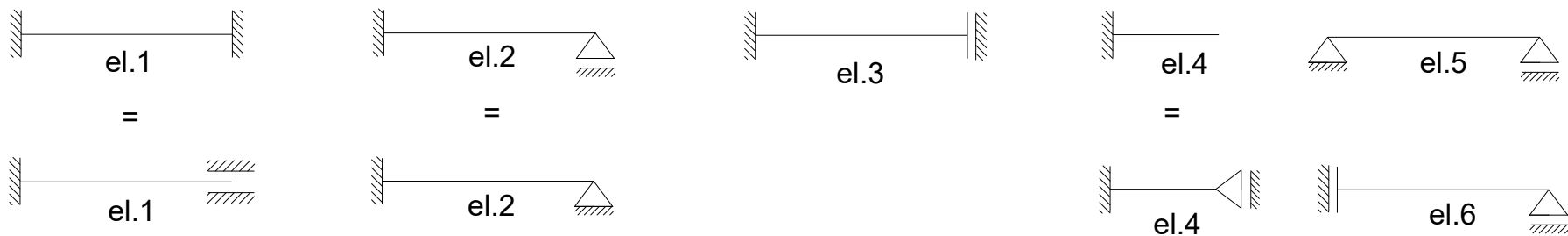
Podział na elementy MP:



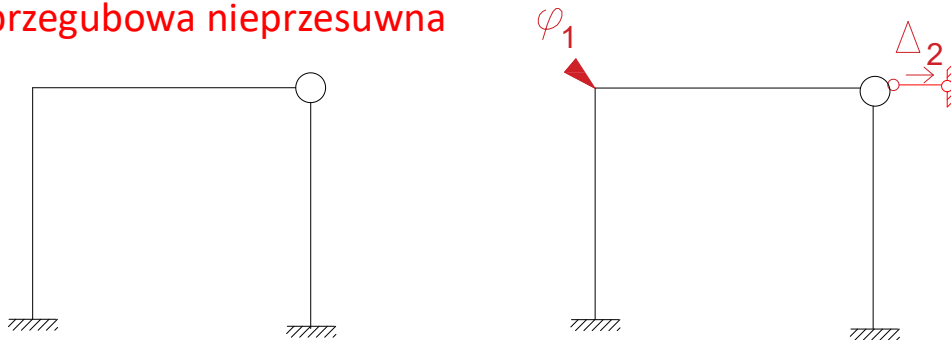
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

1. Dobór schematu podstawowego geometrycznie wyznaczalnego

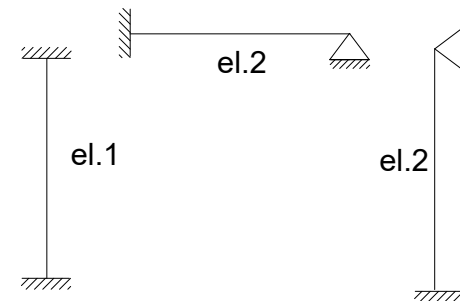
Wprowadzamy blokady obrotu i przesuwu tak aby otrzymać układ składający się z następujących elementów:



Z przegubu na schemacie podstawowym tworzy się podpora przegubowa nieprzesuwna



Podział na elementy MP:



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0,$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0, \quad k_{22} > 0,$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0, \quad k_{22} > 0, \quad \text{ogólnie}$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0, \quad k_{22} > 0, \quad \text{ogólnie} \quad k_{ii} > 0,$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0, \quad k_{22} > 0, \quad \text{ogólnie} \quad k_{ii} > 0,$$

$$k_{12} = k_{21}$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0, \quad k_{22} > 0, \quad \text{ogólnie} \quad k_{ii} > 0,$$

$$k_{12} = k_{21} \quad \text{ogólnie}$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

2. Układ równań kanonicznych metody przemieszczeń dla schematu dwukrotnie geometrycznie niewyznaczalnego:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{ij} - Uogólniona reakcja więzu „i” od jednostkowego przemieszczenia na kierunku węzła „j”

k_{i0} - Uogólniona reakcja więzu „i” od obciążenia zewnętrznego na schemacie podstawowym

Ważne:

$$k_{11} > 0, \quad k_{22} > 0, \quad \text{ogólnie} \quad k_{ii} > 0,$$

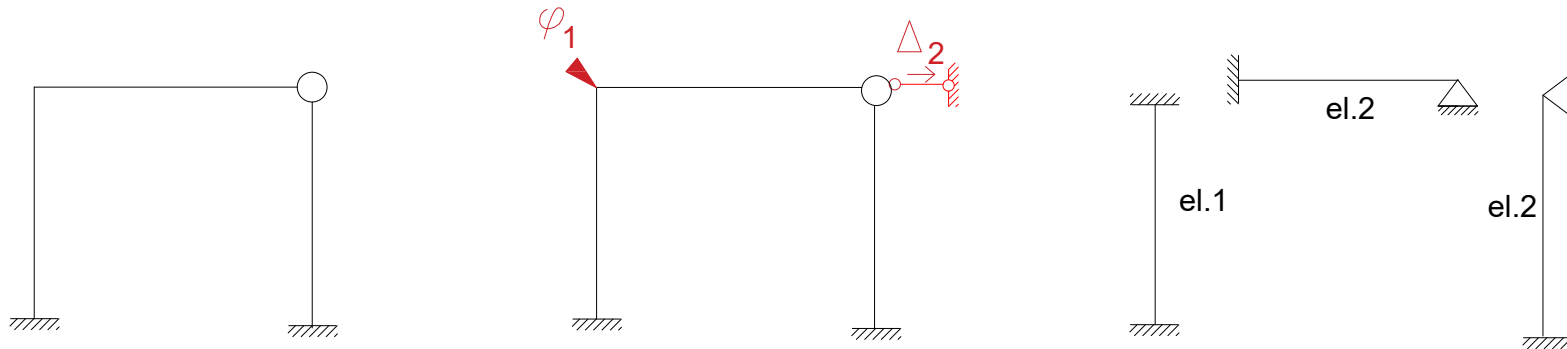
$$k_{12} = k_{21} \quad \text{ogólnie} \quad k_{ij} = k_{ji}$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

3. Zwolnienie pierwszej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$

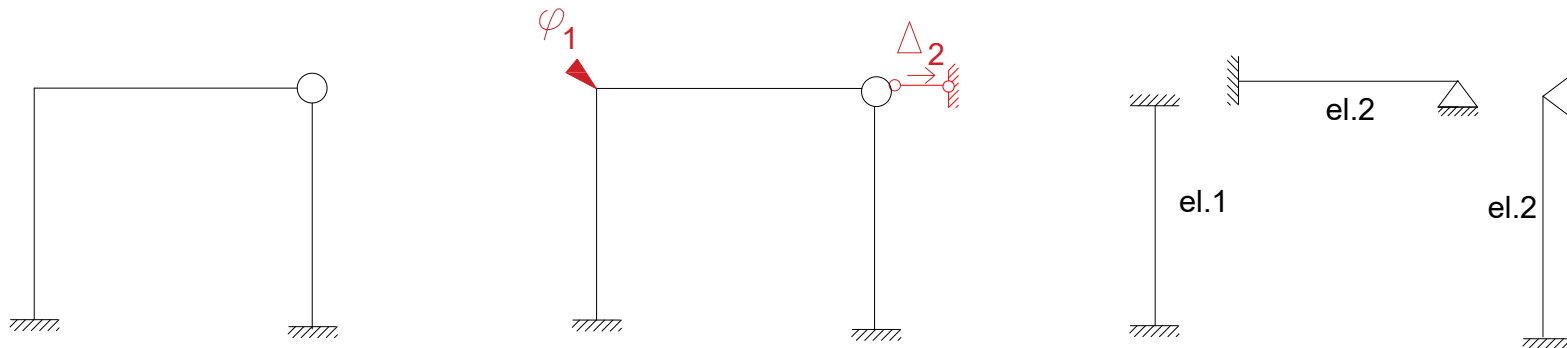
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

3. Zwolnienie pierwszej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

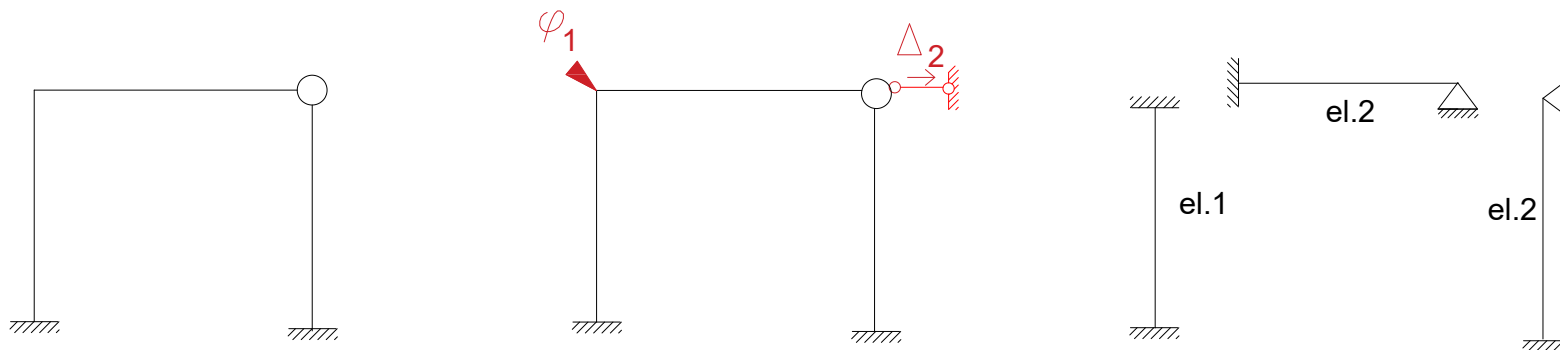
3. Zwolnienie pierwszej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$



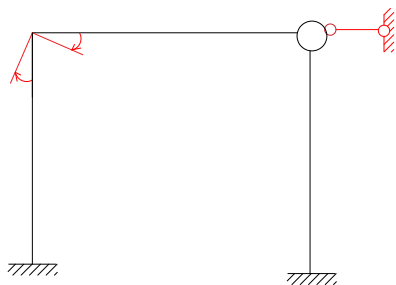
Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

3. Zwolnienie pierwszej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$

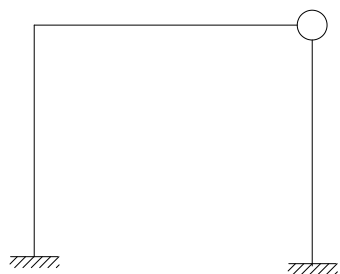


Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

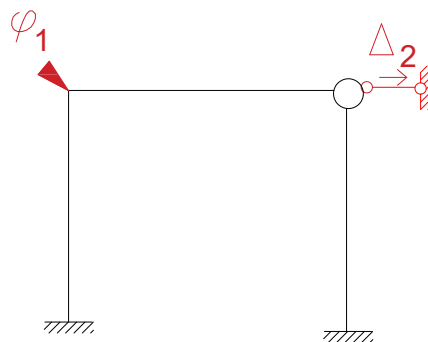
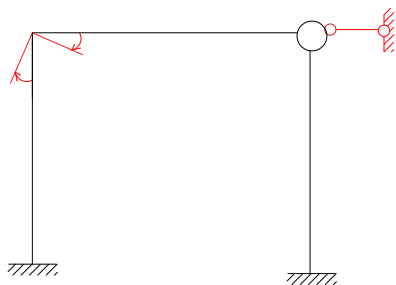


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

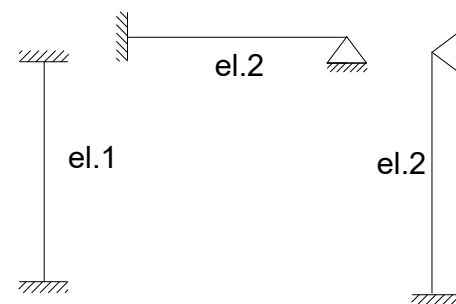
3. Zwolnienie pierwszej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$



Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

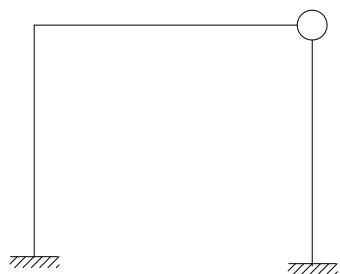


Wrysowanie odkształcenia
układu

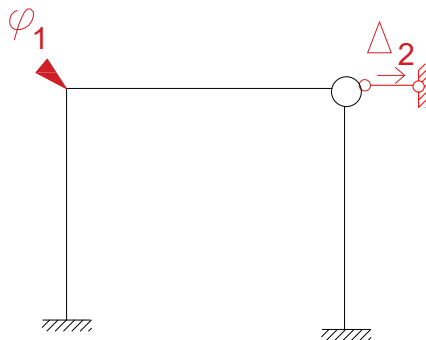
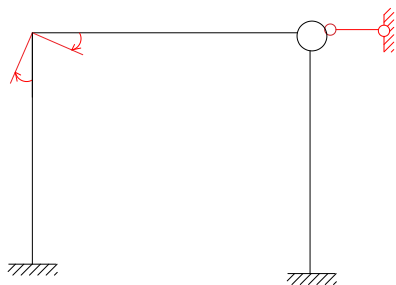


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

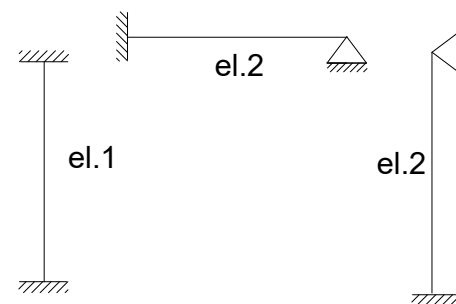
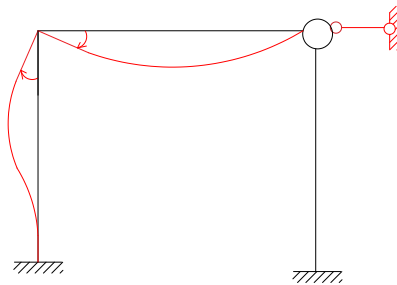
3. Zwolnienie pierwszej blokady i rysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$



Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

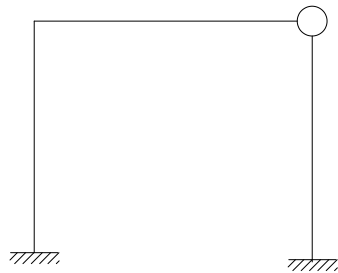


Wrysowanie odkształcenia
układu

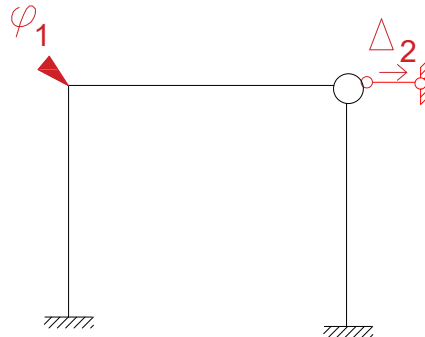
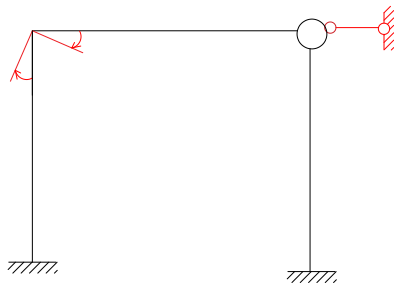


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

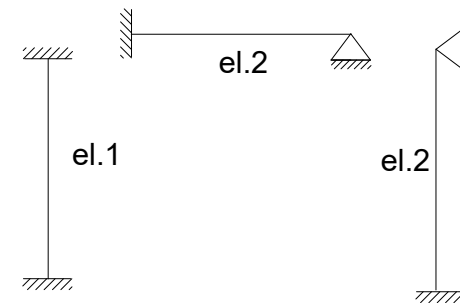
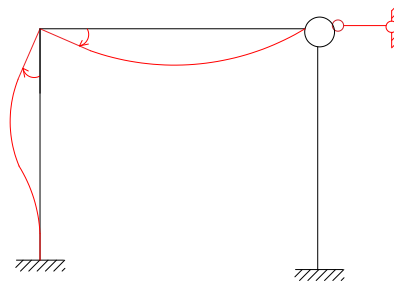
3. Zwolnienie pierwszej blokady i rysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$



Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia



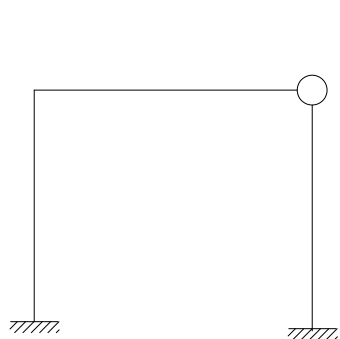
Wrysowanie odkształcenia
układu



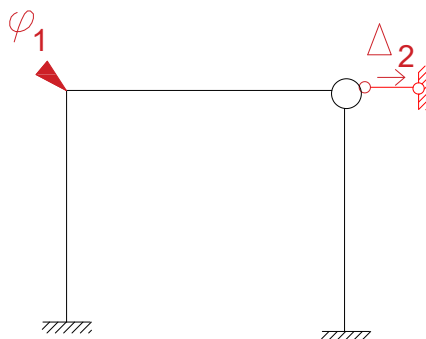
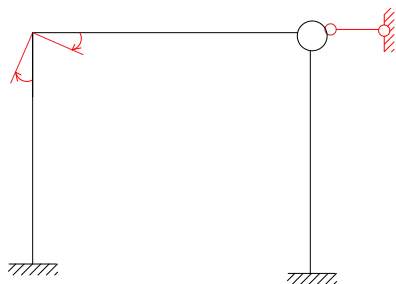
Wrysowanie wykresu momentów
od jednostkowego przemieszczenia
na podstawie tablic

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

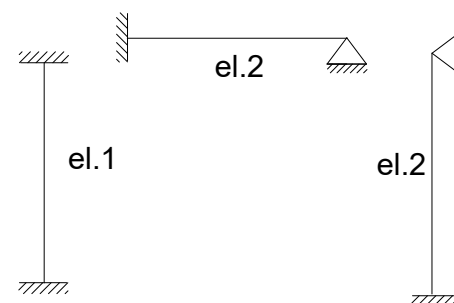
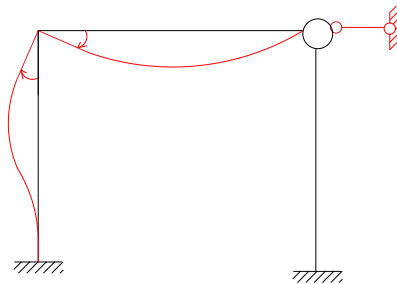
3. Zwolnienie pierwszej blokady i rysowanie wykresu od stanu $\varphi_1=1$



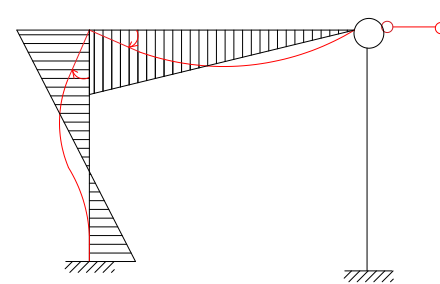
Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia



Wrysowanie odkształcenia
układu

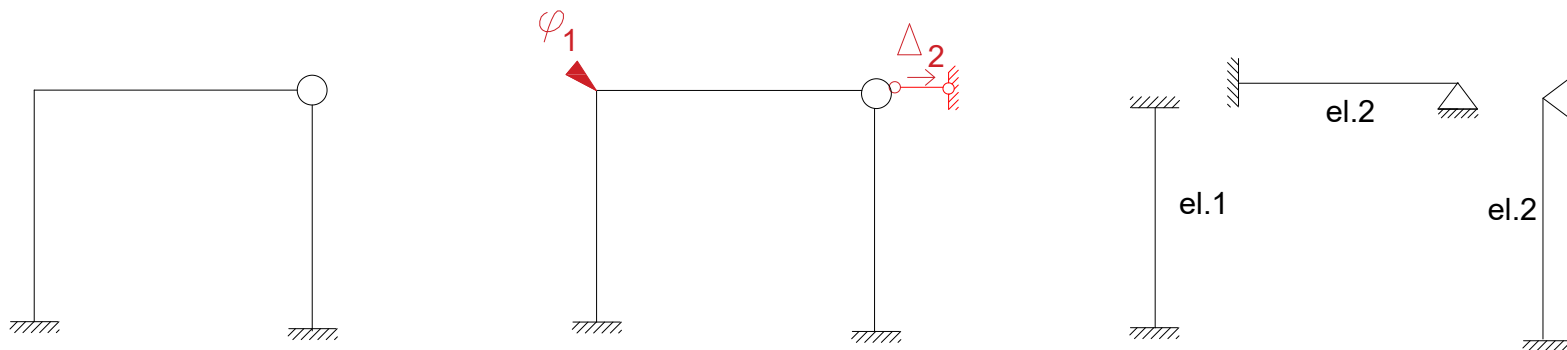


Wrysowanie wykresu momentów
od jednostkowego przemieszczenia
na podstawie tablic



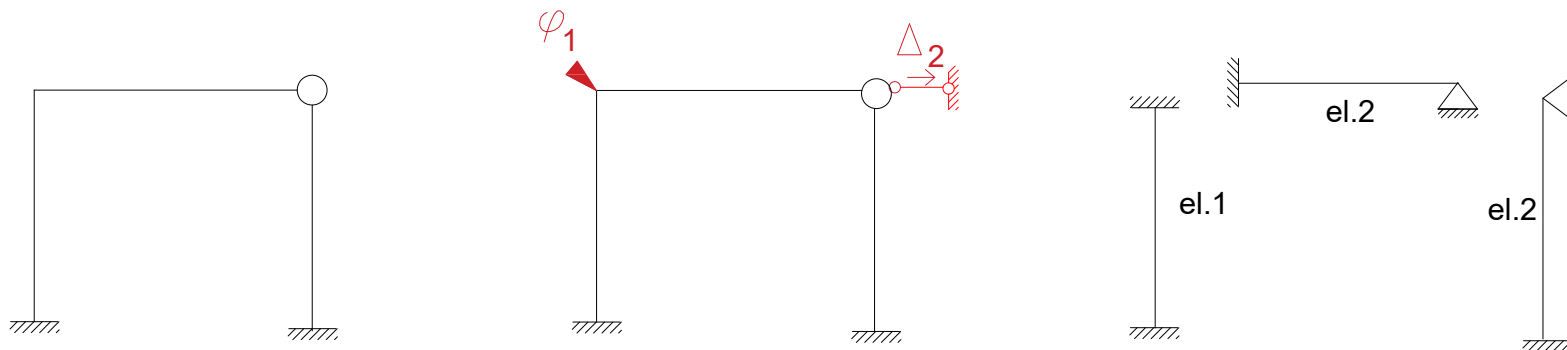
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

4. Zwolnienie drugiej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

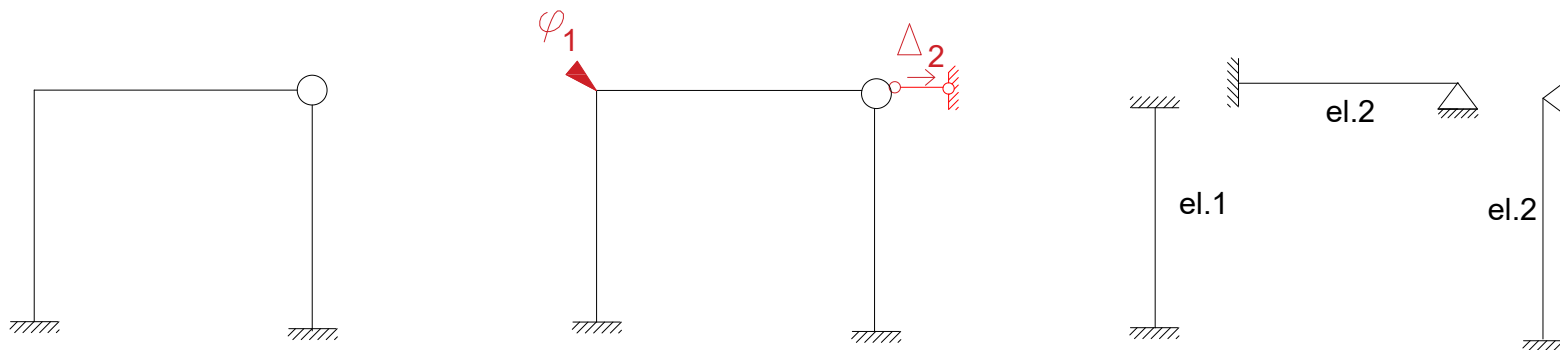
4. Zwolnienie drugiej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$



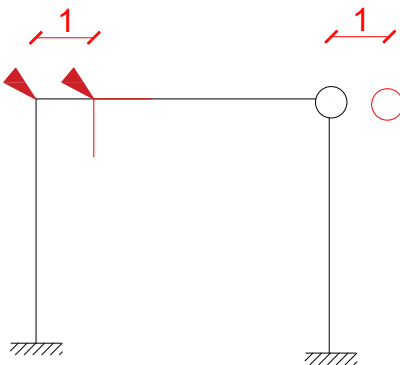
Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

4. Zwolnienie drugiej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$

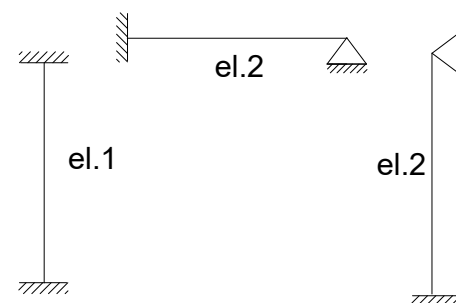
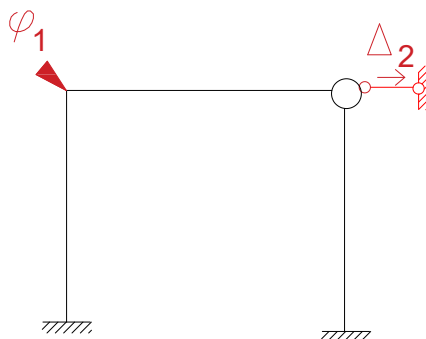
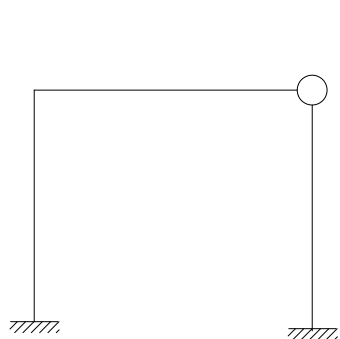


Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

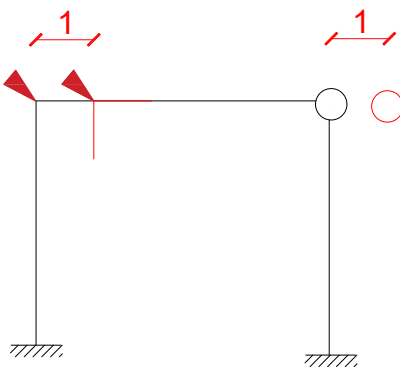


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

4. Zwolnienie drugiej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$



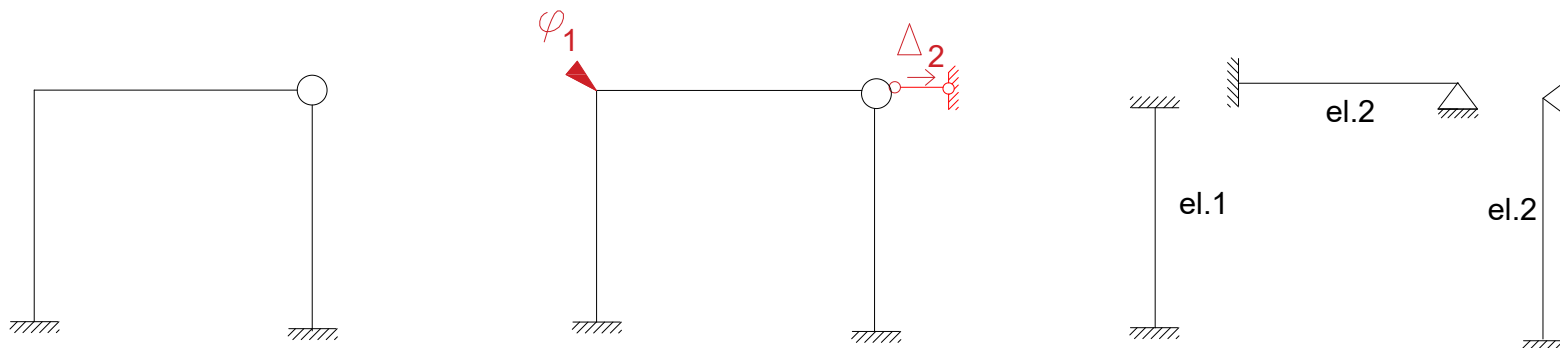
Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia



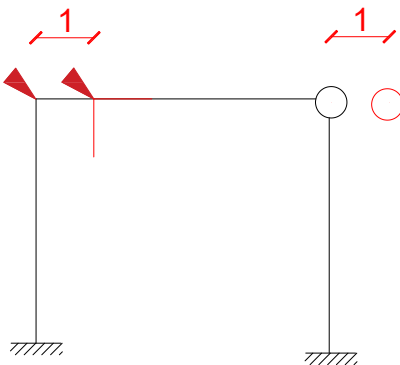
Wrysowanie odkształcenia
układu

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

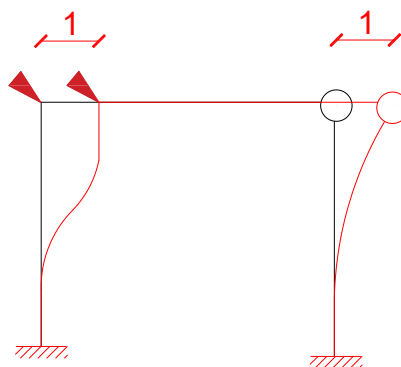
4. Zwolnienie drugiej blokady i wrysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$



Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia

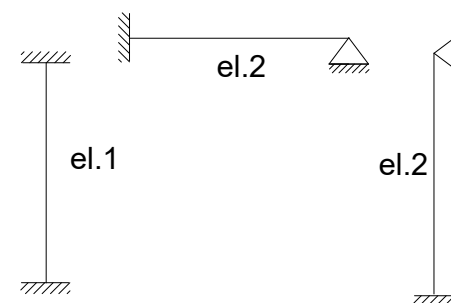
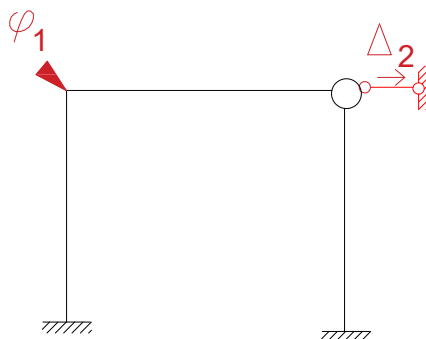
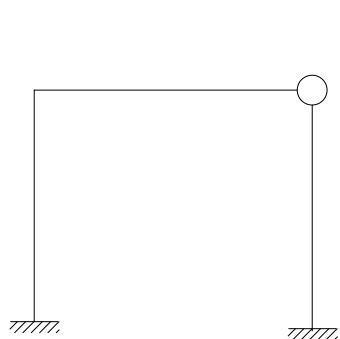


Wrysowanie odkształcenia
układu

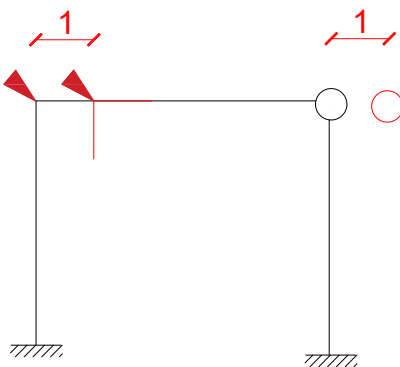


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

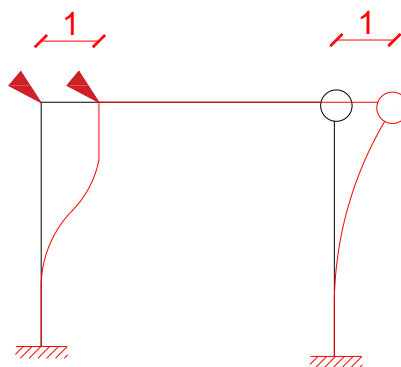
4. Zwolnienie drugiej blokady i rysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$



Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia



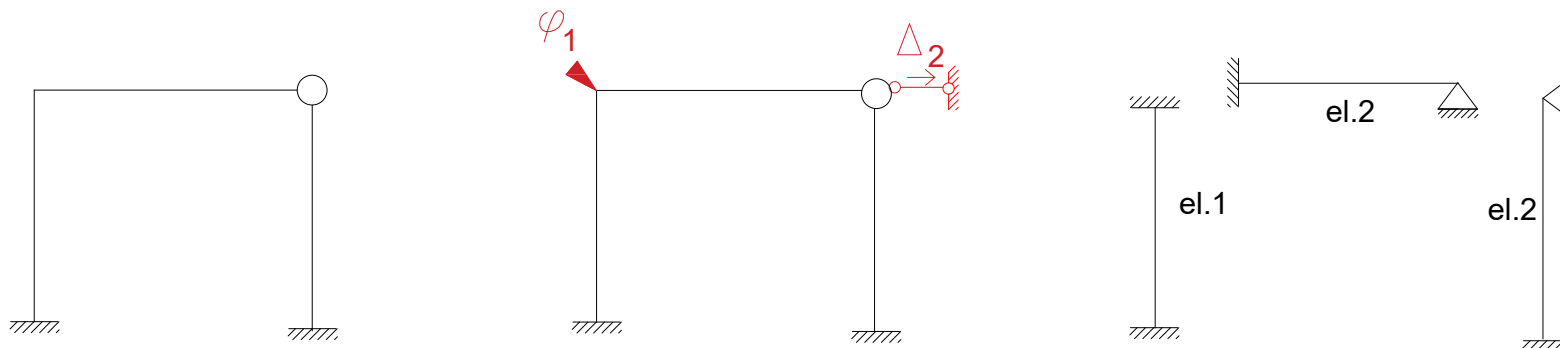
Wrysowanie odkształcenia
układu



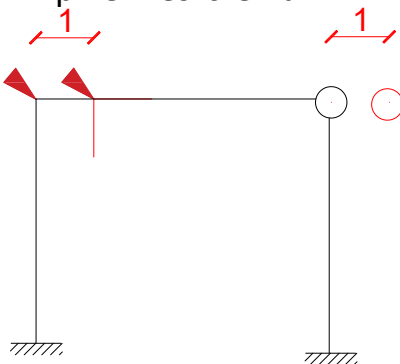
Wrysowanie wykresu momentów
od jednostkowego przemieszczenia
na podstawie tablic

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

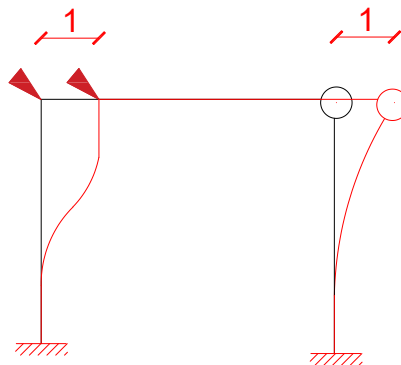
4. Zwolnienie drugiej blokady i rysowanie wykresu od stanu $\Delta_2=1$



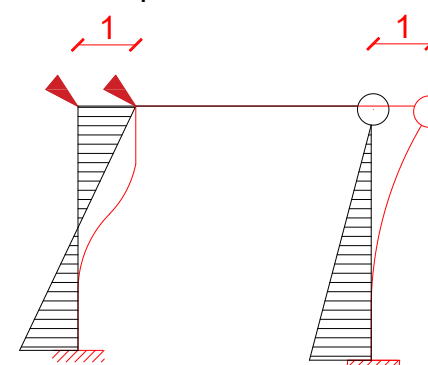
Zwolnienie blokady i
wymuszenie jednostkowego
przemieszczenia



Wrysowanie odkształcenia
układu

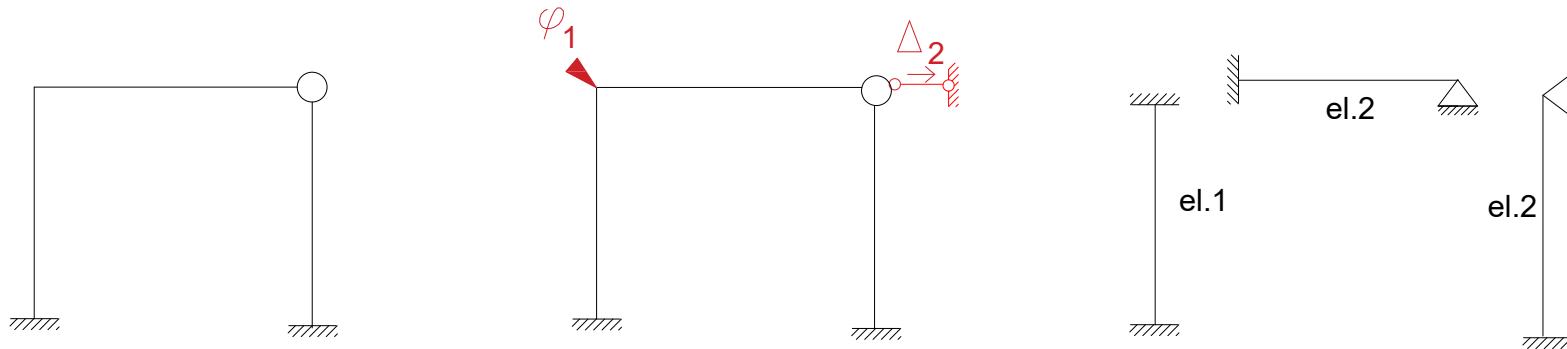


Wrysowanie wykresu momentów
od jednostkowego przemieszczenia
na podstawie tablic



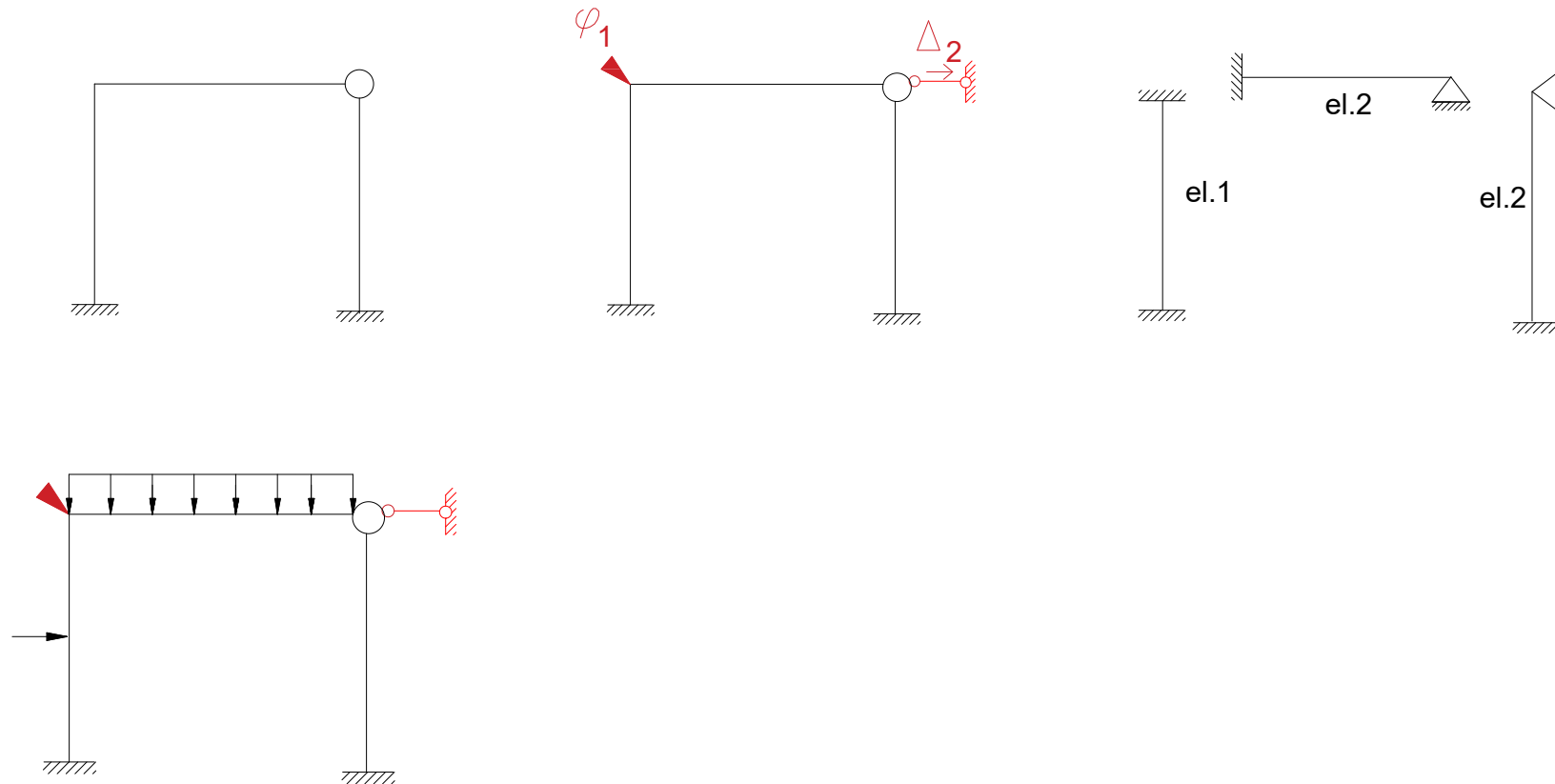
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

5. Wykres od obciążenia zewnętrznego dla schematu podstawowego



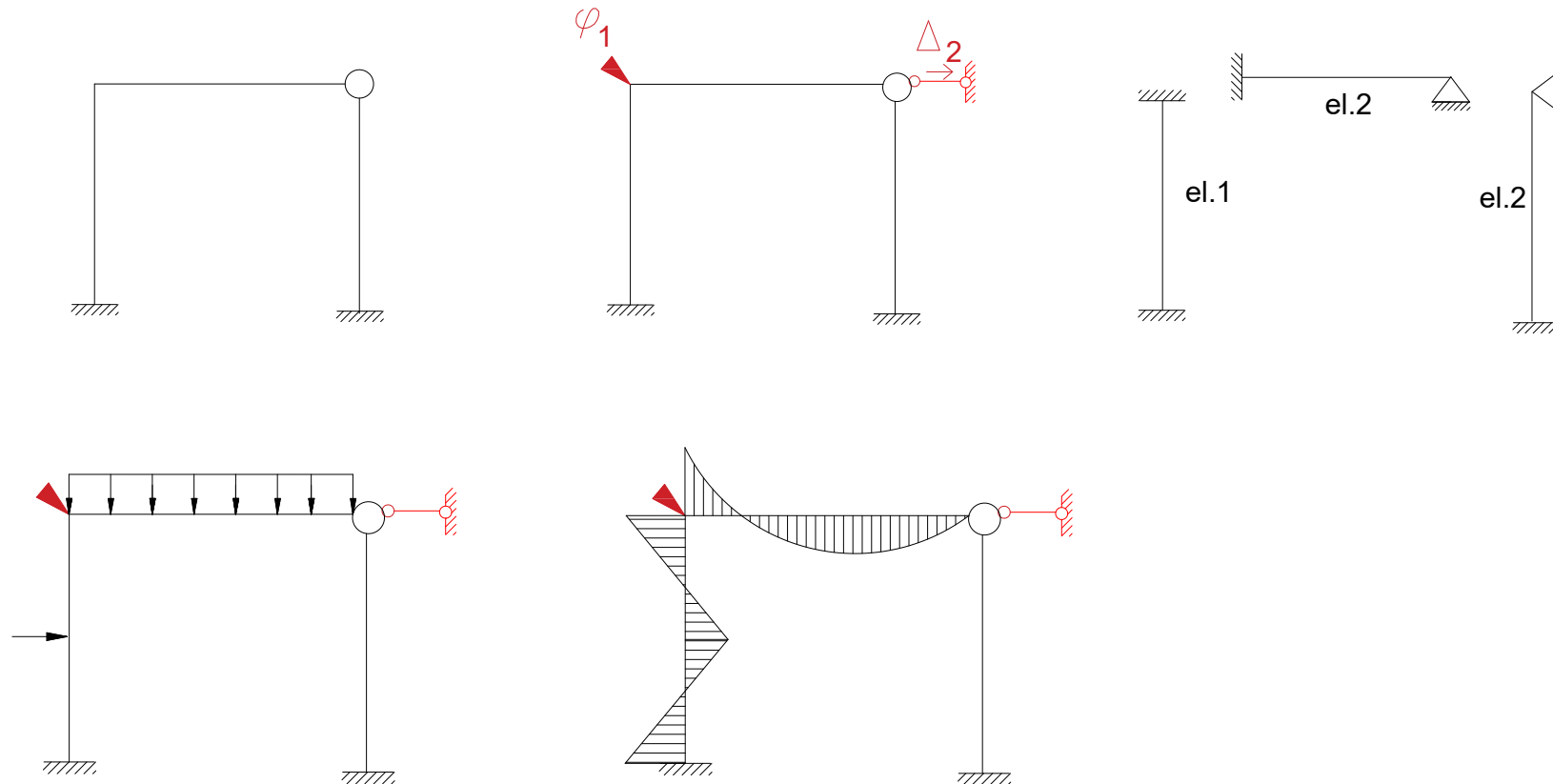
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

5. Wykres od obciążenia zewnętrznego dla schematu podstawowego



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

5. Wykres od obciążenia zewnętrznego dla schematu podstawowego

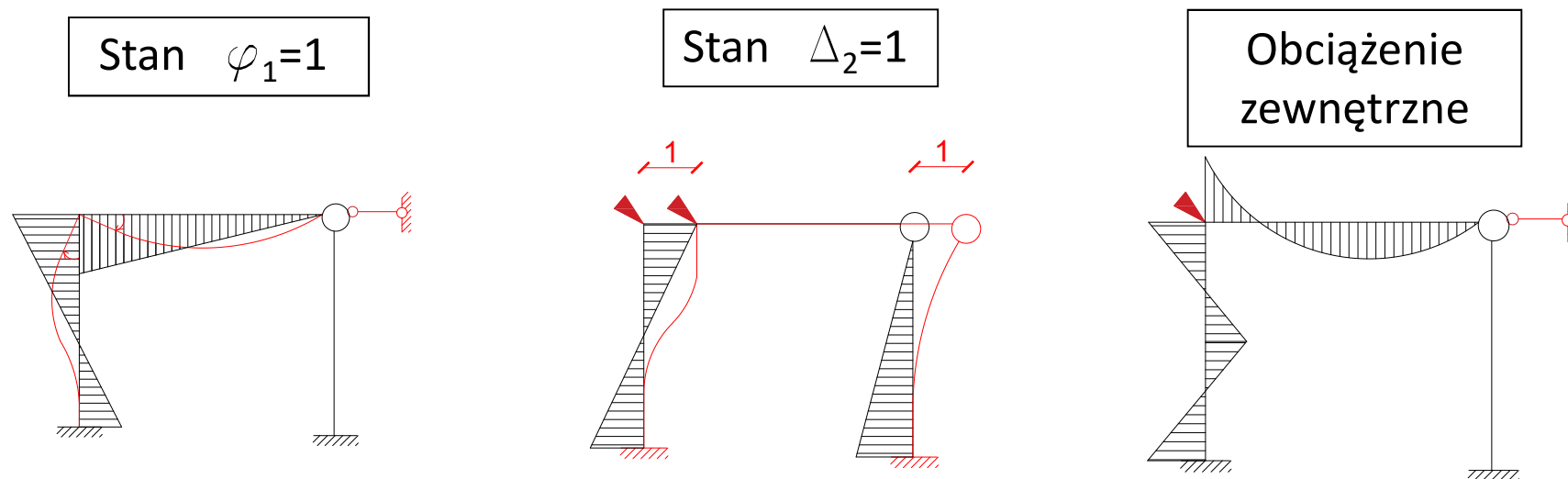


Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

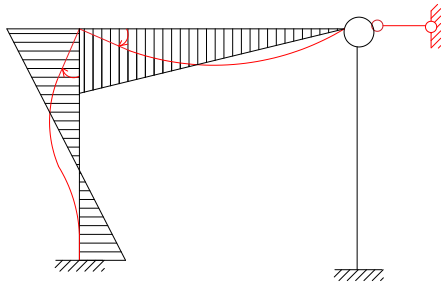
6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń



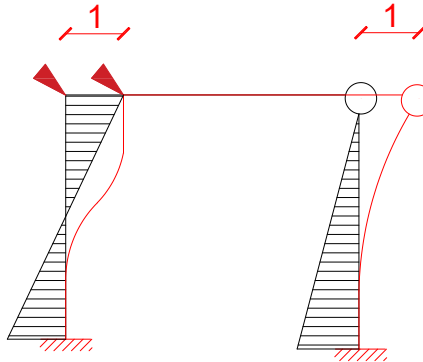
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

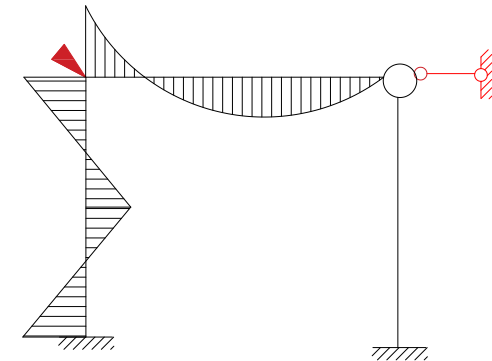
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



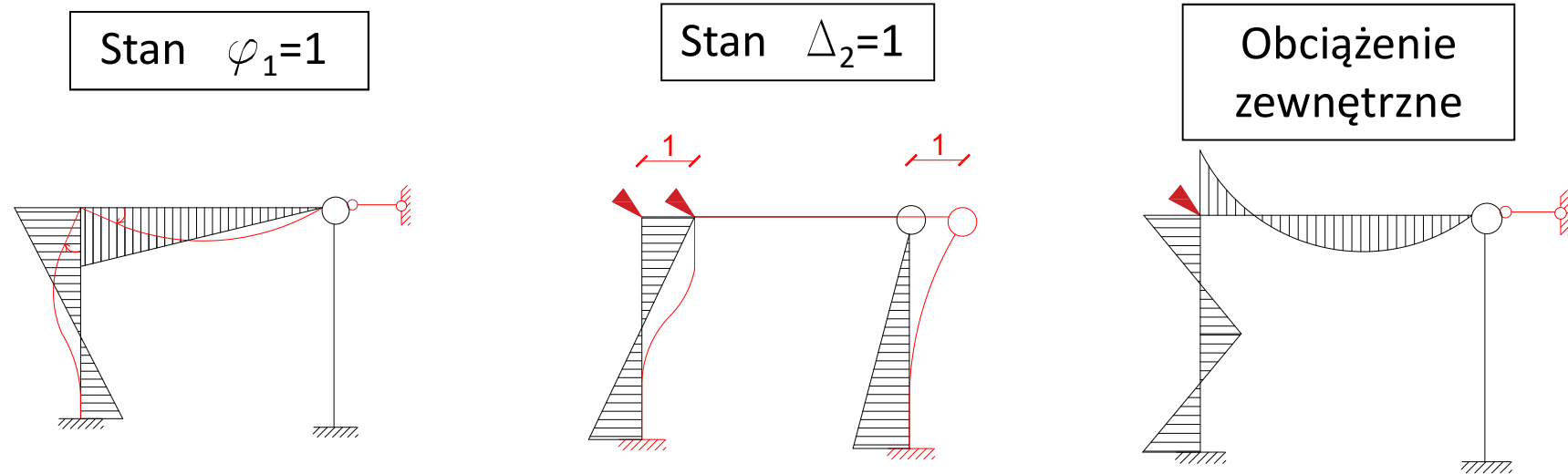
Obciążenie zewnętrzne



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

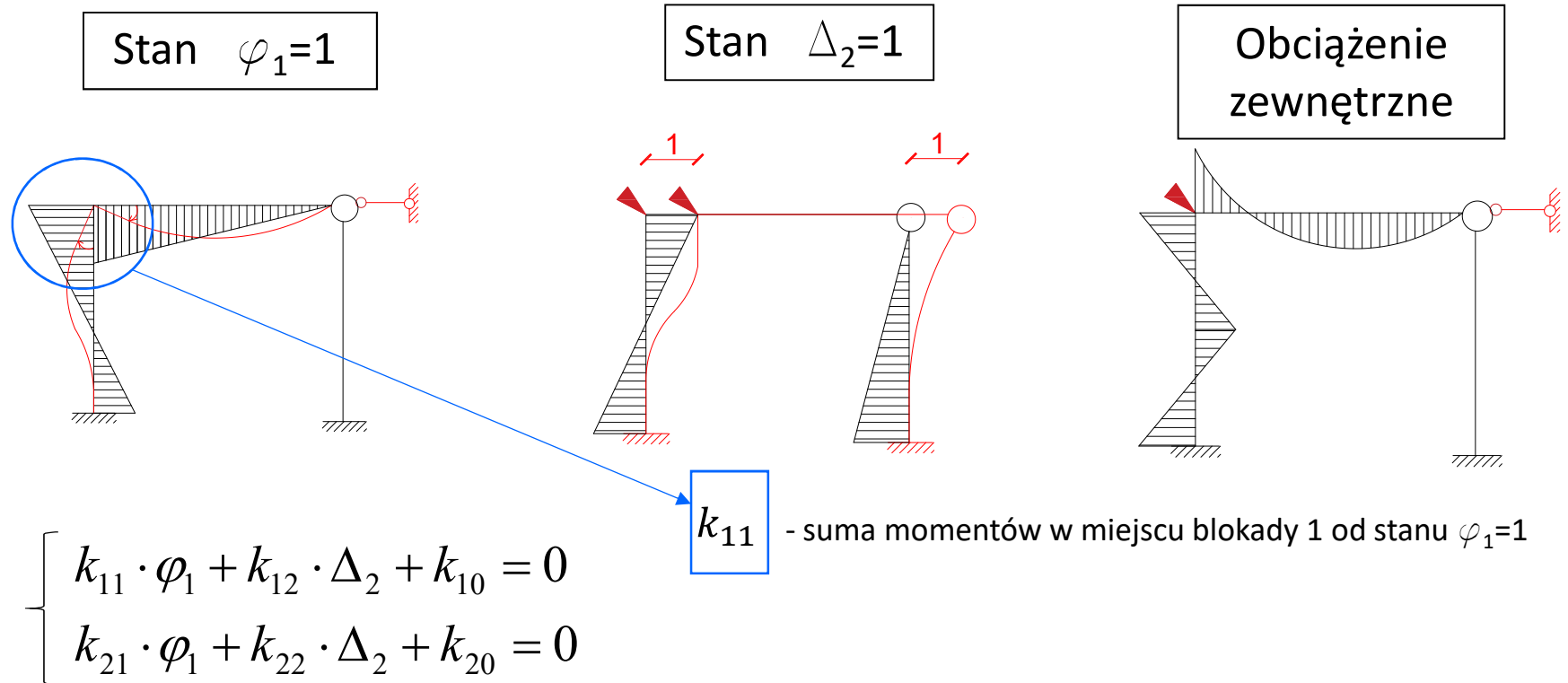


$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{11} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\varphi_1=1$

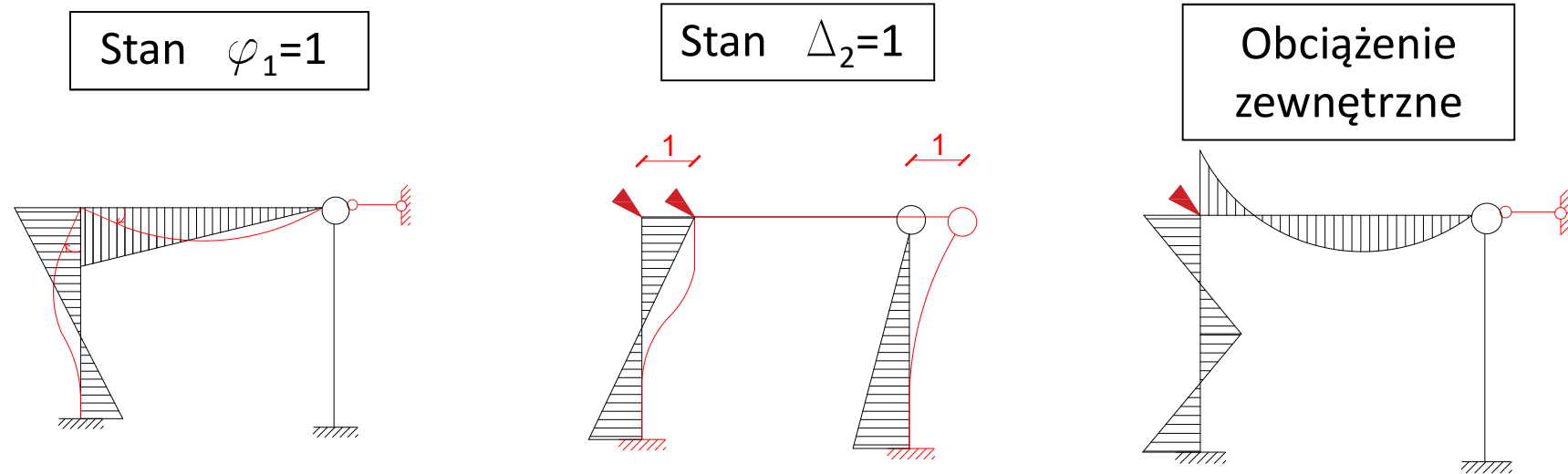
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń



Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń



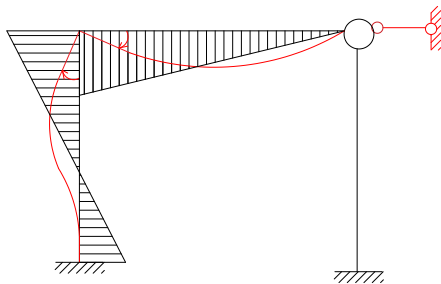
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{11} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\varphi_1=1$

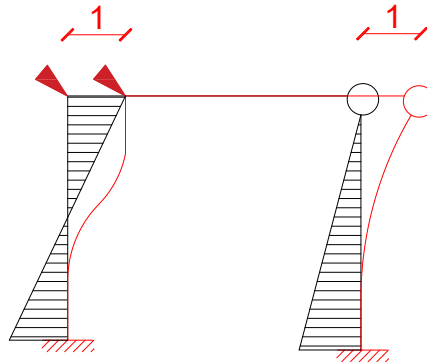
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

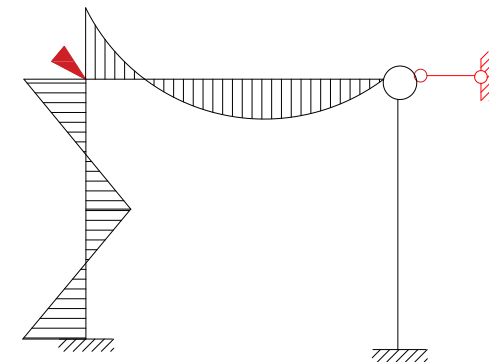
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

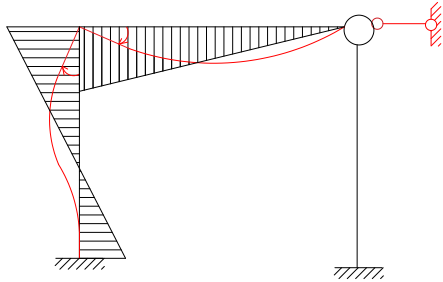
k_{11} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\varphi_1=1$

k_{12} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\Delta_2=1$

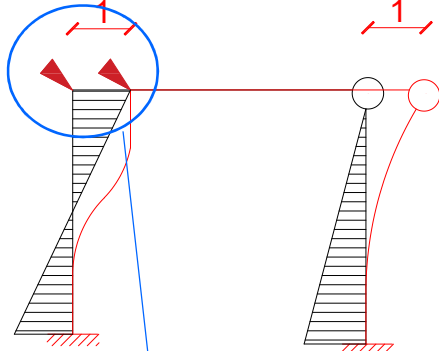
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

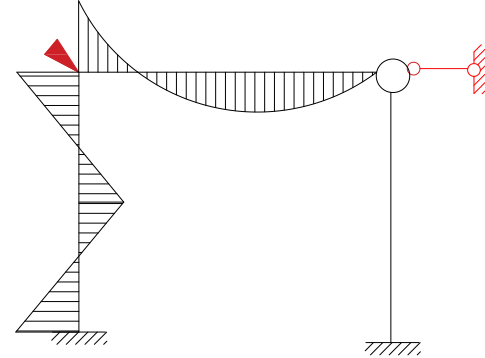
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



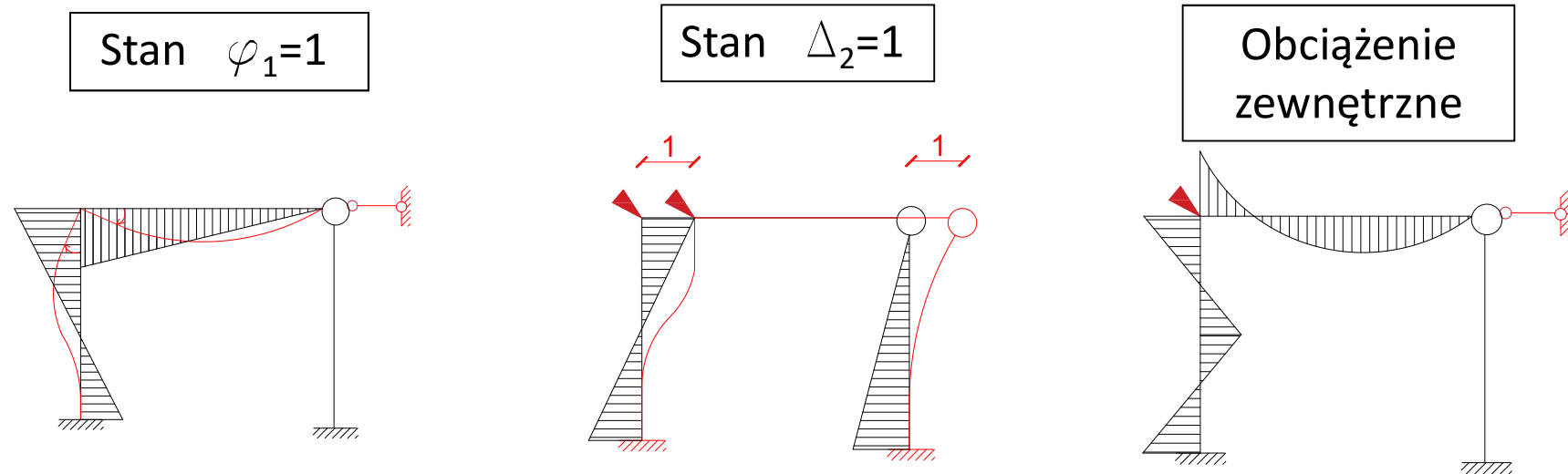
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{11} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\varphi_1=1$

k_{12} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\Delta_2=1$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

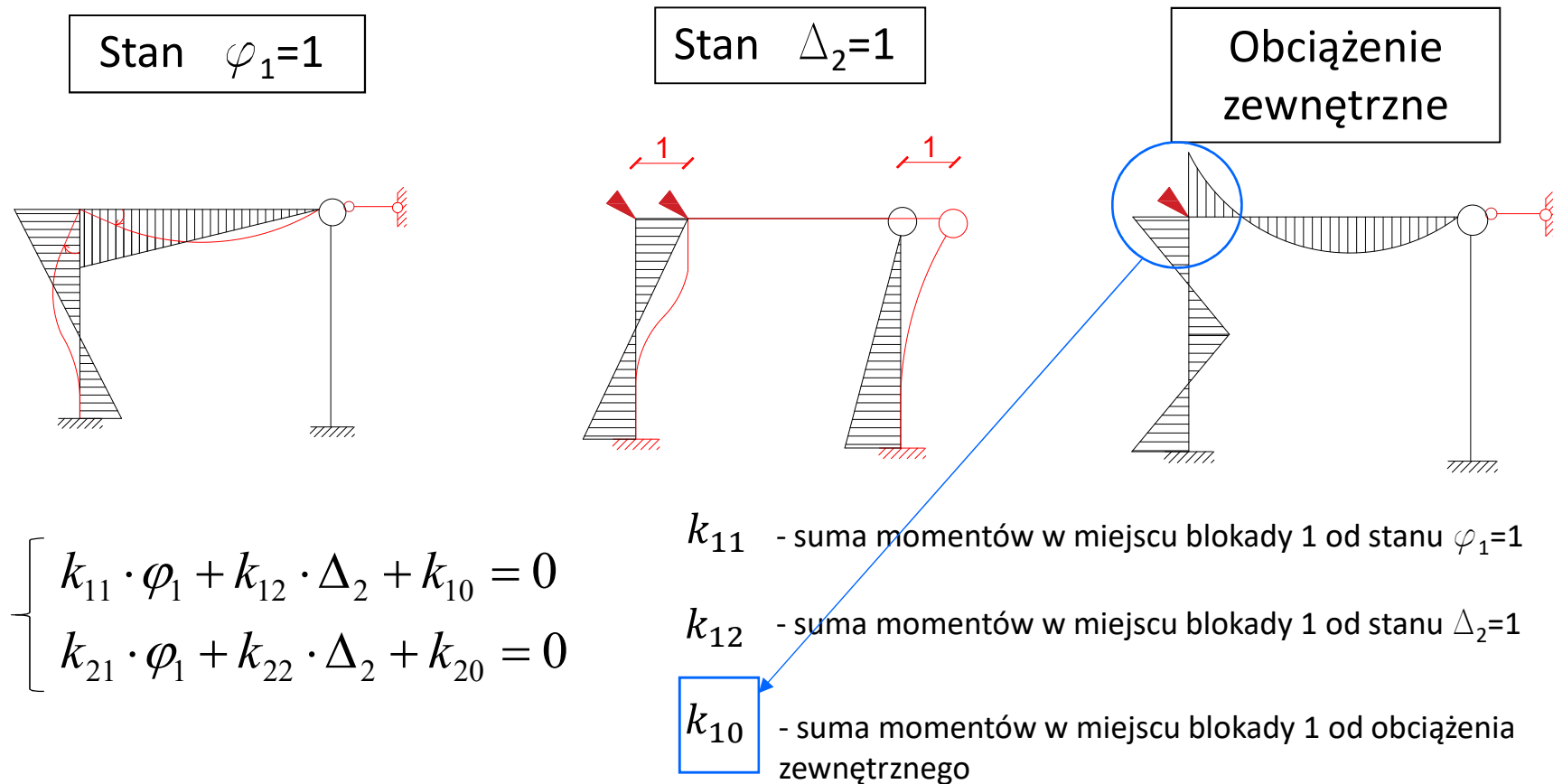
k_{11} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\varphi_1=1$

k_{12} - suma momentów w miejscu blokady 1 od stanu $\Delta_2=1$

k_{10} - suma momentów w miejscu blokady 1 od obciążenia zewnętrznego

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

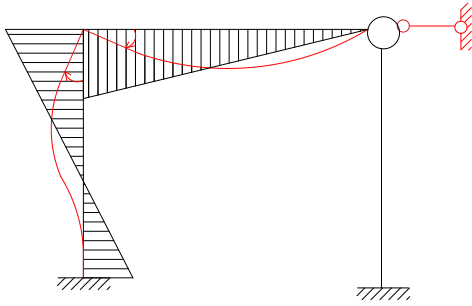
6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń



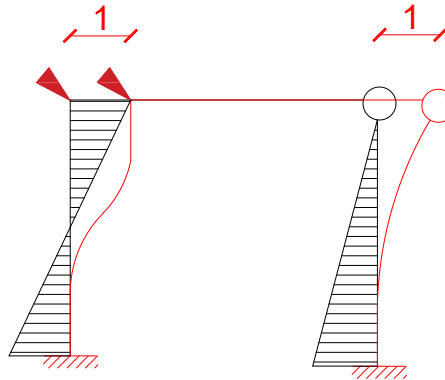
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

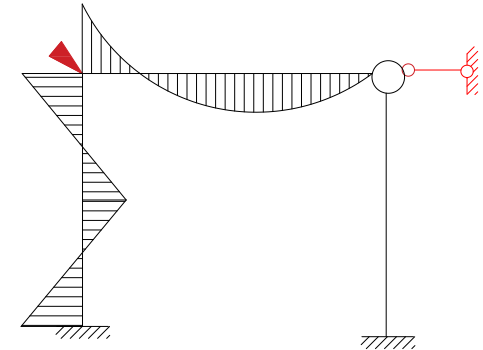
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



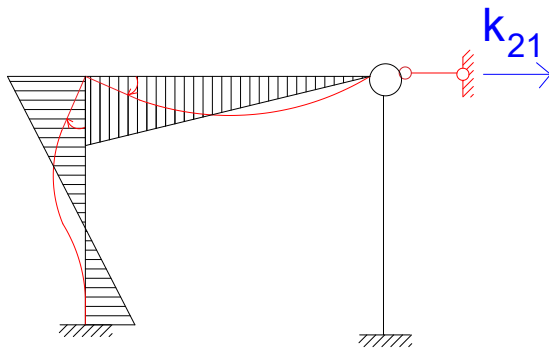
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{21} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\varphi_1=1$

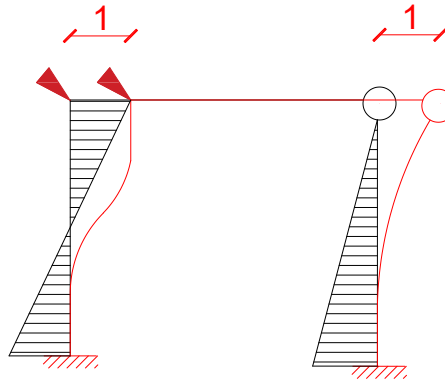
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

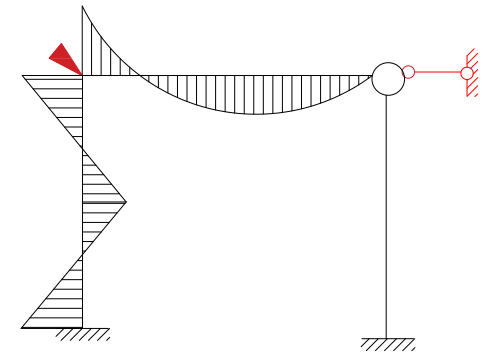
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



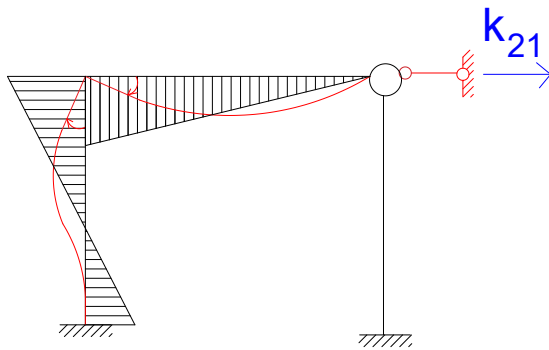
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{21} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\varphi_1=1$

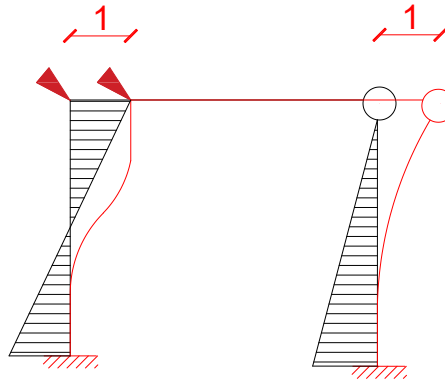
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

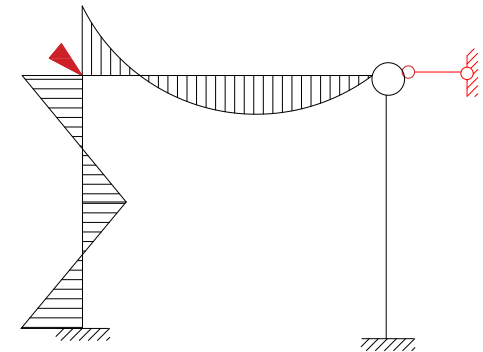
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



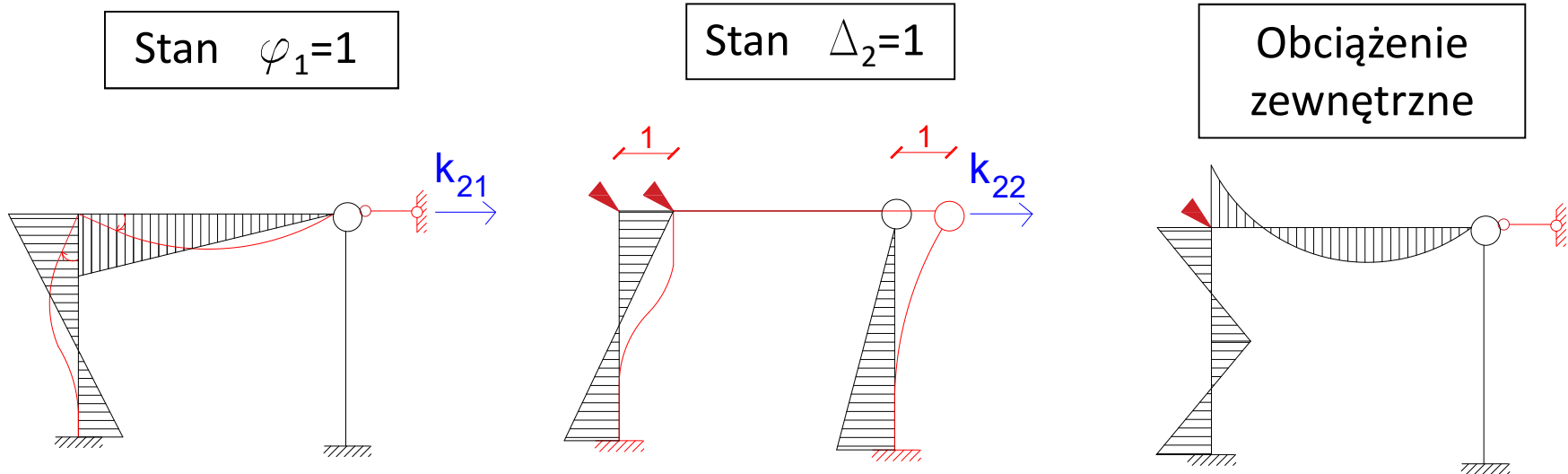
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{21} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\varphi_1=1$

k_{22} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\Delta_2=1$

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

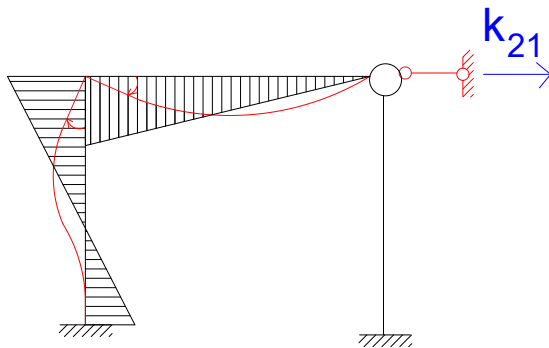
k_{21} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\varphi_1=1$

k_{22} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\Delta_2=1$

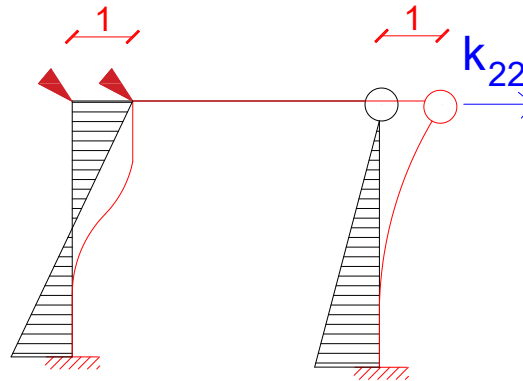
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

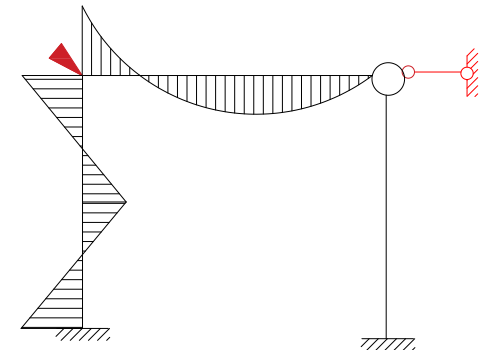
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

k_{21} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\varphi_1=1$

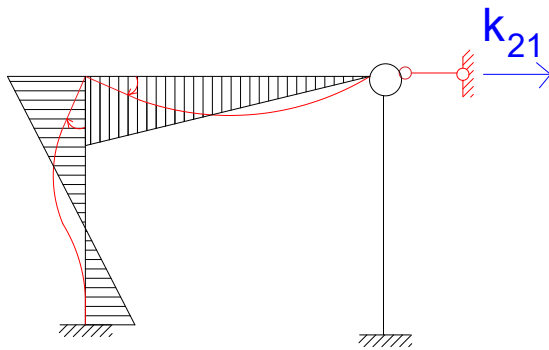
k_{22} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\Delta_2=1$

k_{20} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od obciążenia zewnętrznego

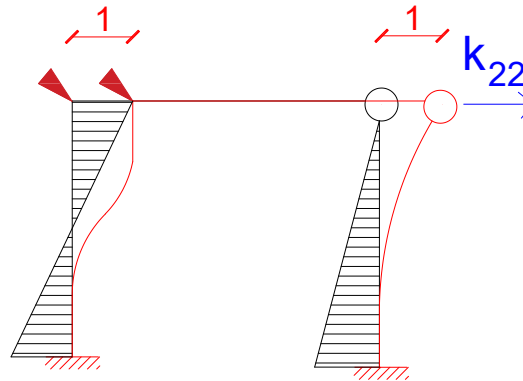
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

6. Wyznaczenie współczynników układu równań kanonicznych metody przemieszczeń

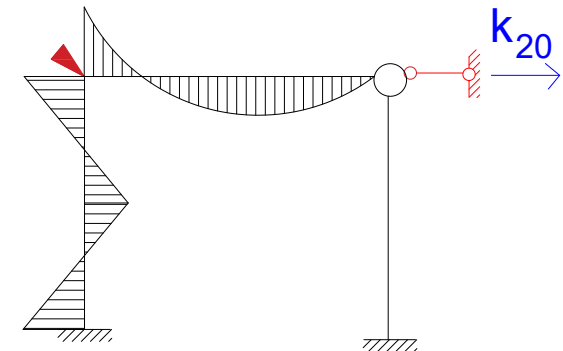
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

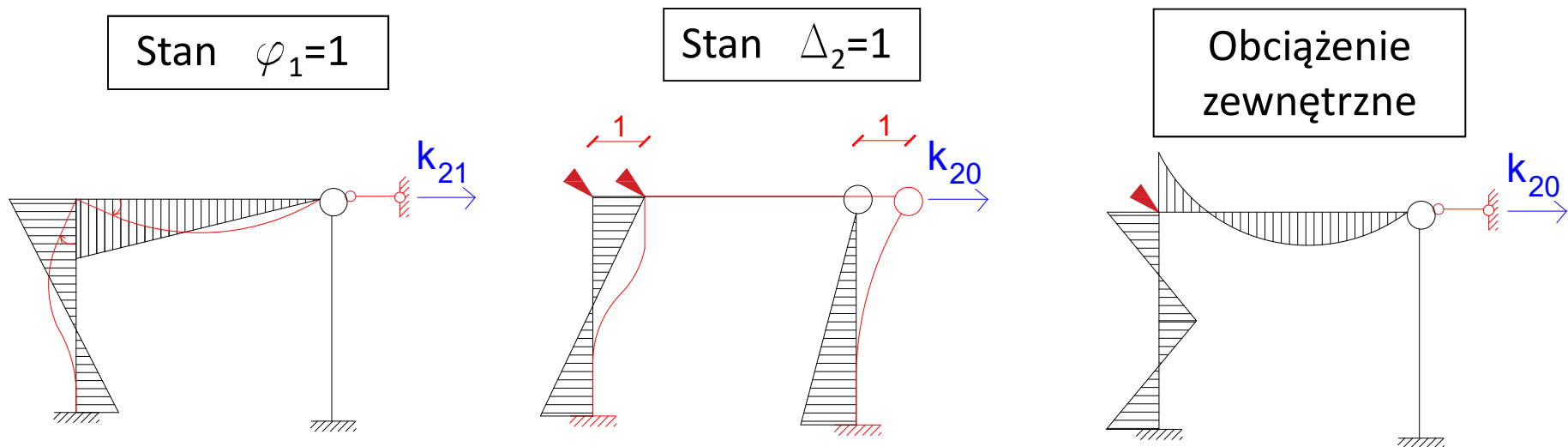
k_{21} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\varphi_1=1$

k_{22} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od stanu $\Delta_2=1$

k_{20} - Wartość reakcji w miejscu blokady 2 od obciążenia zewnętrznego

Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

7. Rozwiązanie układu równań kanonicznych metody przemieszczeń:

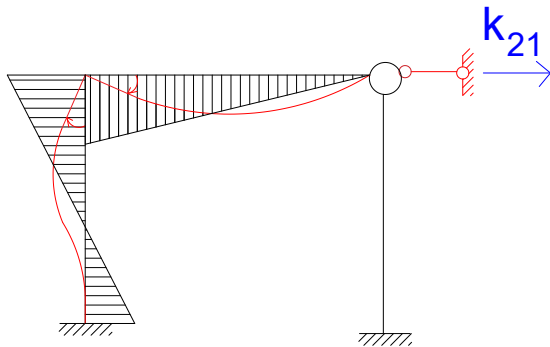


$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{aligned} \varphi_1 &= \dots\dots \\ \Delta_2 &= \dots\dots \end{aligned}$$

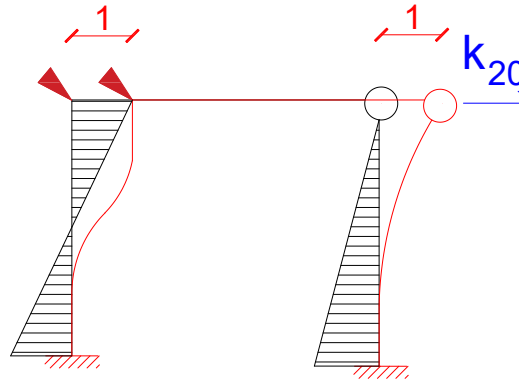
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

8. Wyznaczenie końcowego wykresu momentów:

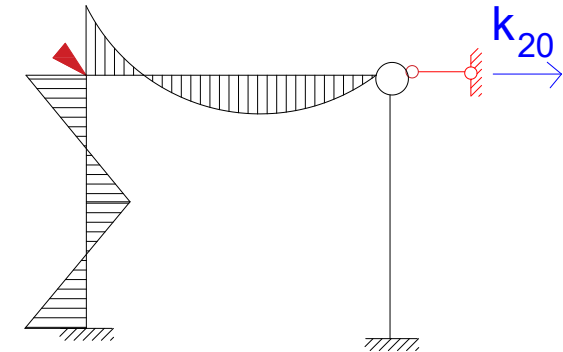
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



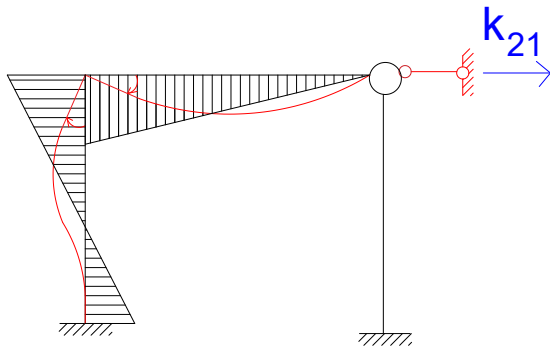
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{aligned} \varphi_1 &= \dots\dots \\ \Delta_2 &= \dots\dots \end{aligned}$$

$$M_i = M^{\varphi_1=1} \cdot \varphi_1 + M^{\Delta_2=1} \cdot \Delta_2 + M^{obc.zewn.}$$

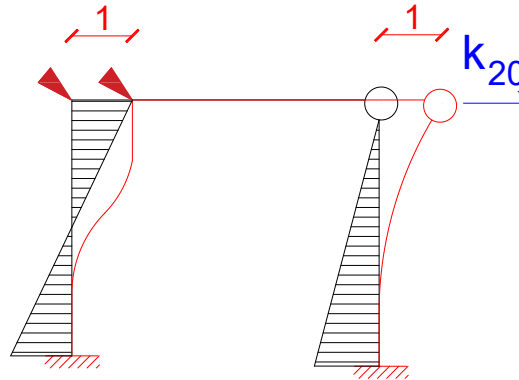
Metoda Przemieszczeń – tok postępowania w ramach prostych

8. Wyznaczenie końcowego wykresu momentów:

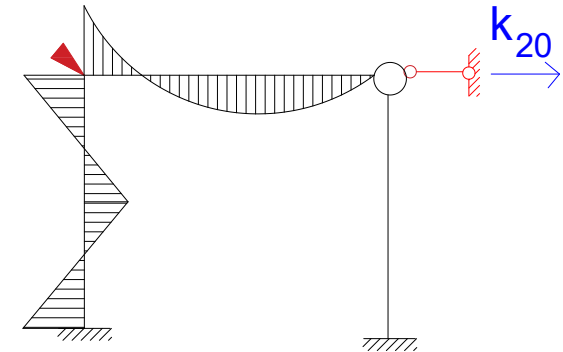
Stan $\varphi_1=1$



Stan $\Delta_2=1$



Obciążenie zewnętrzne



$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \Delta_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \Delta_2 + k_{20} = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{aligned} \varphi_1 &= \dots\dots \\ \Delta_2 &= \dots\dots \end{aligned}$$

$$M_i = M^{\varphi_1=1} \cdot \varphi_1 + M^{\Delta_2=1} \cdot \Delta_2 + M^{obc.zewn.}$$

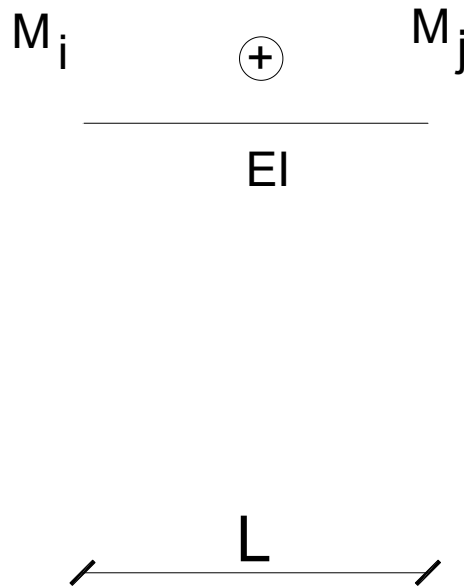
9. Wyznaczenie wykresów sił T i N na podstawie wykresu M

Znaki momentów w metodzie przemieszczeń:

Momenty przesłowe (z wykresów na prętach) są dodatnie jeżeli obracają układem zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

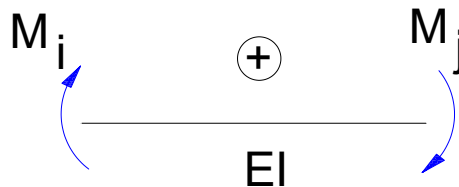
Znaki momentów w metodzie przemieszczeń:

Momenty przęsłowe (z wykresów na prętach) są dodatnie jeżeli obracają układem zgodnie z ruchem wskazówek zegara.



Znaki momentów w metodzie przemieszczeń:

Momenty przęsłowe (z wykresów na prętach) są dodatnie jeżeli obracają układem zgodnie z ruchem wskazówek zegara.



Znaki momentów w metodzie przemieszczeń:

Momenty przęsłowe (z wykresów na prętach) są dodatnie jeżeli obracają układ zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

