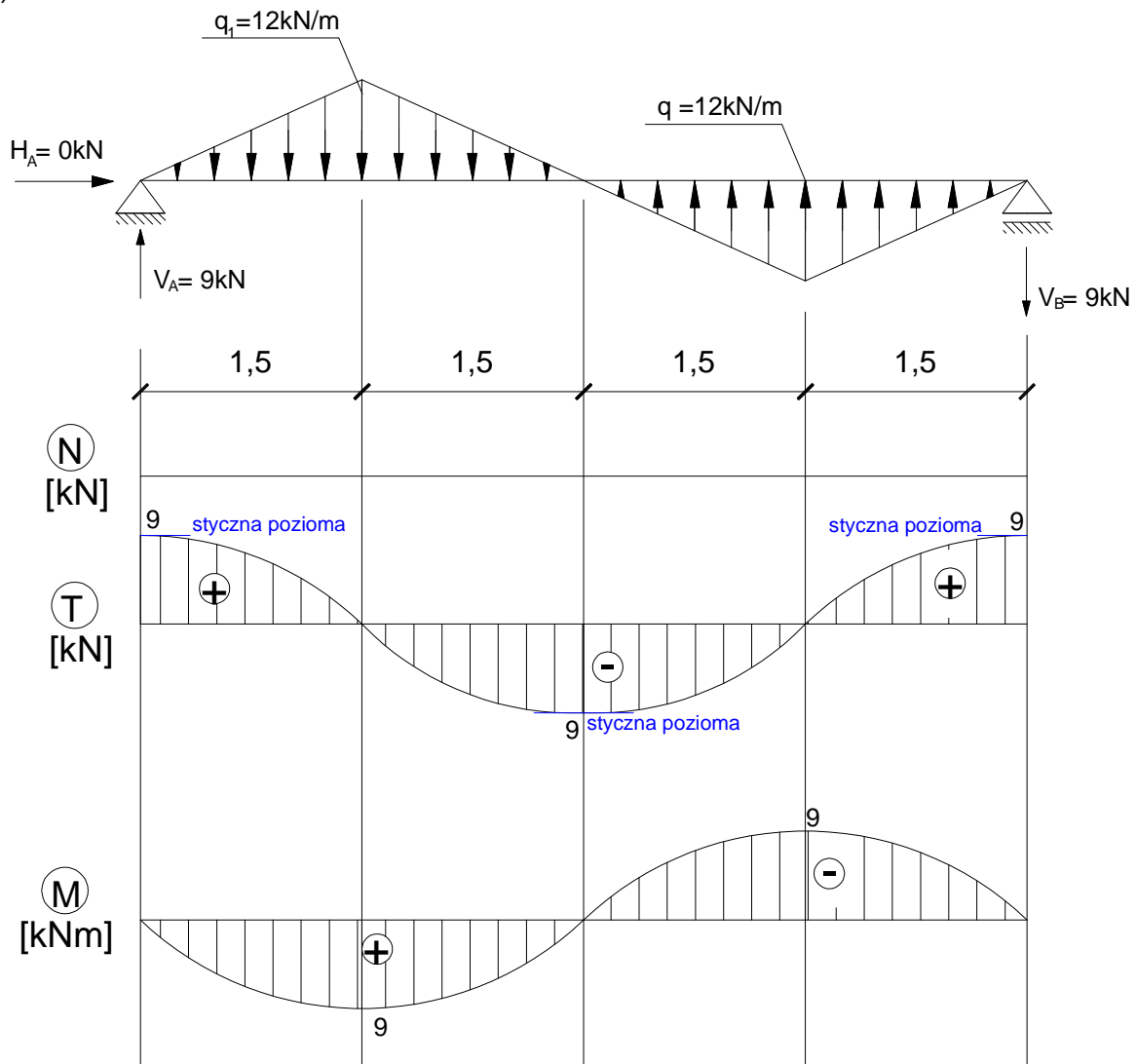


Belki proste z obciążeniem trójkątnym

Zadanie 1. Narysuj wykresy sił wewnętrznych T, N, M dla poniższych układów.

a)



Wyznaczenie reakcji:

$$\sum M_B = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4,5 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1,5 - V_A \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_A = \frac{81 - 27}{6} = 9\text{ kN}$$

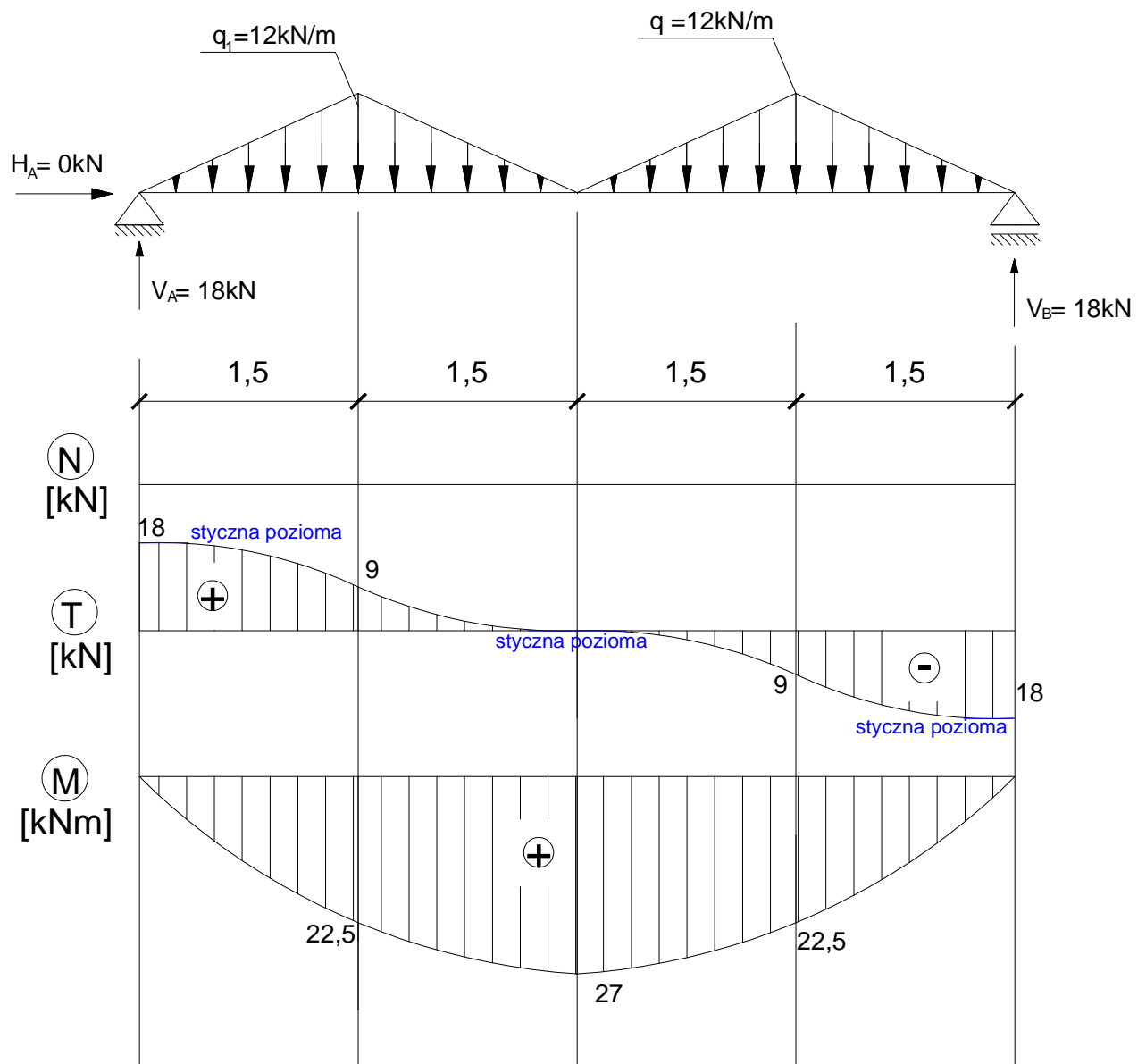
$$\sum M_A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4,5 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1,5 - V_B \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_B = \frac{81 - 27}{6} = 9\text{ kN}$$

$$\sum R_x = H_A = 0$$

Sprawdzenie:

$$\sum R_y = 9 - 0,5 \cdot 12 \cdot 3 + 0,5 \cdot 12 \cdot 3 - 9 = 0$$

b)



Wyznaczenie reakcji:

$$\sum M_B = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1,5 - V_A \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_A = \frac{81 + 27}{6} = 18 \text{ kN}$$

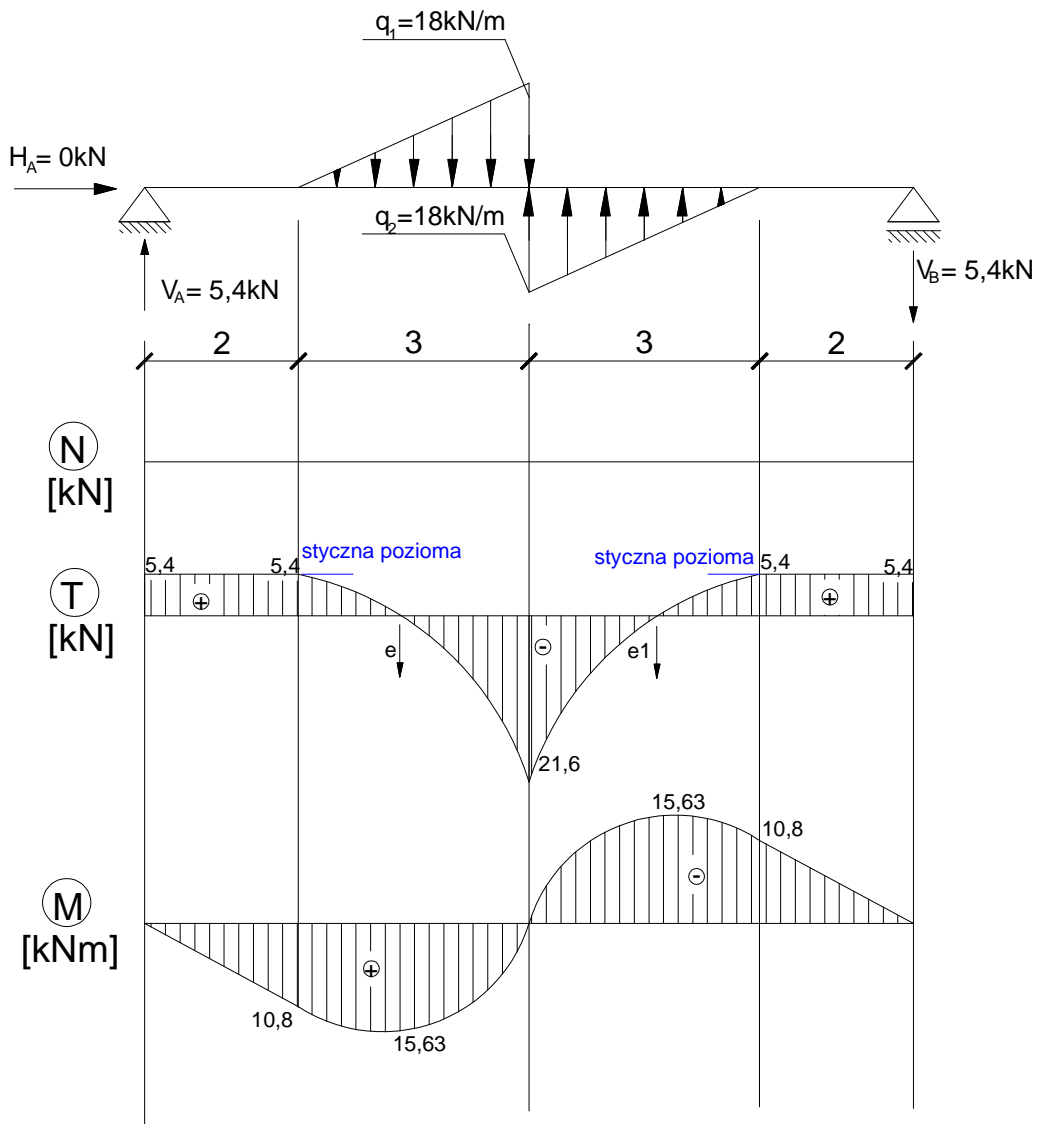
$$\sum M_A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1,5 - V_B \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_B = \frac{81 + 27}{6} = 18 \text{ kN}$$

$$\sum R_x = H_A = 0$$

Sprawdzenie:

$$\sum R_y = 18 - 0,5 \cdot 12 \cdot 3 - 0,5 \cdot 12 \cdot 3 + 18 = 0$$

c)



Wyznaczenie reakcji:

$$\sum M_B = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 3 \cdot 6 + V_A \cdot 10 = 0 \Rightarrow V_A = \frac{162 - 108}{10} = 5,4 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 3 \cdot 6 + V_B \cdot 10 = 0 \Rightarrow V_B = \frac{162 - 108}{10} = 5,4 \text{ kN}$$

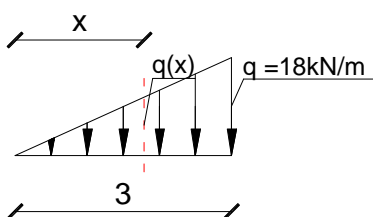
$$\sum R_x = H_A = 0$$

Sprawdzenie:

$$\sum R_y = 5,4 - 0,5 \cdot 18 \cdot 3 + 0,5 \cdot 18 \cdot 3 - 5,4 = 0$$

Wyznaczenie ekstremum:

z proporcji:



$$\frac{18}{3} = \frac{q(x)}{x} \Rightarrow q(x) = \frac{18x}{3} = 6x$$

$$T[x] = 5,4 - 0,5q(x) \cdot x = 5,4 - 0,5 \cdot 6x \cdot x = 5,4 - 3x^2 = 0$$

$$5,4 - 3x^2 = 0$$

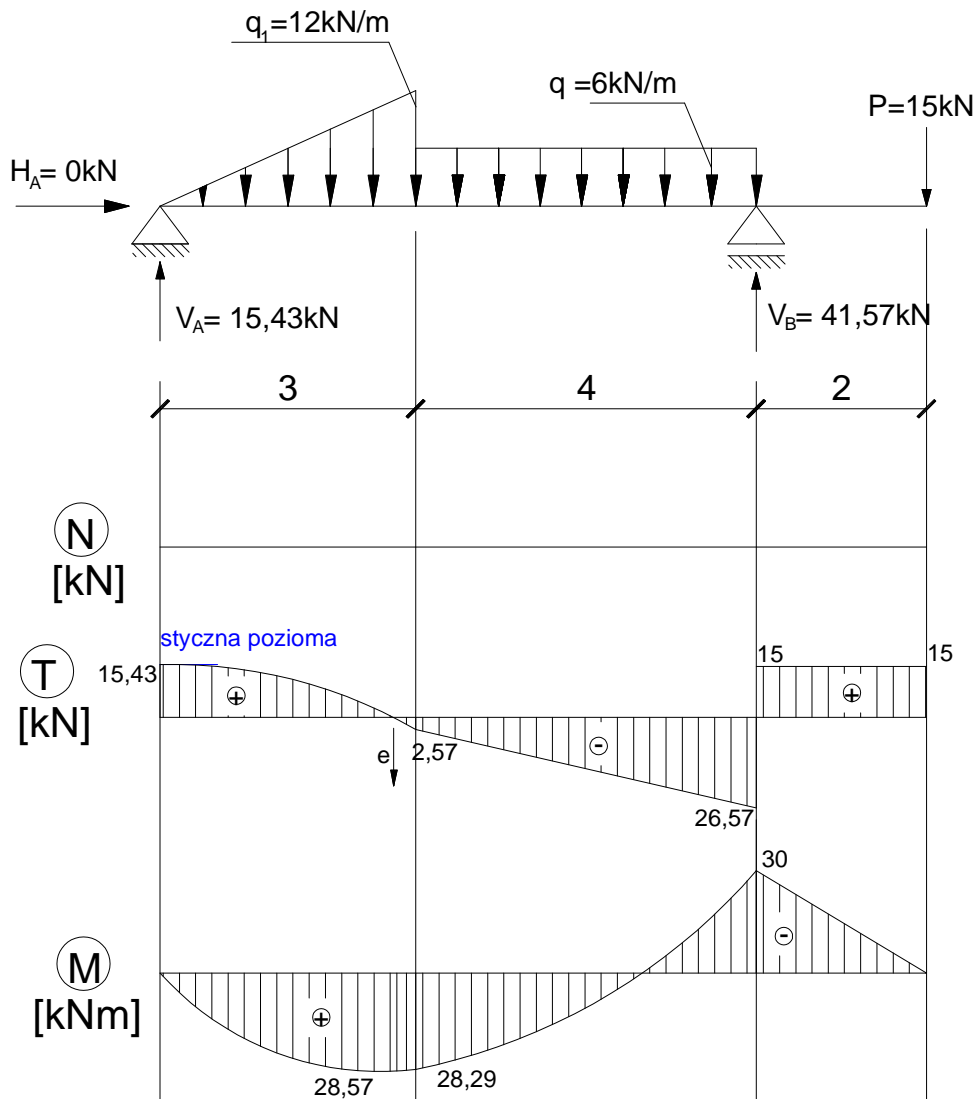
↓

$$x = 1,34 \text{ m}$$

$$M[x] = 5,4 \cdot (x+2) - 0,5 \cdot q(x) \cdot x \cdot \frac{x}{3} = 5,4(x+2) - 0,5 \cdot 6x \cdot x \cdot \frac{x}{3} = 5,4(x+2) - x^3$$

$$M[x = 1,34m] = 5,4(1,34+2) - (1,34)^3 = 15,63kNm$$

d)



Wyznaczenie reakcji:

$$\sum M_B = 15 \cdot 2 - 6 \cdot 4 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot (4+1) + V_A \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_A = \frac{-30 + 48 + 18 \cdot 5}{7} = 15,43kN$$

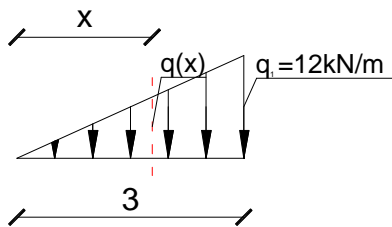
$$\sum M_A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 \cdot 2 + 6 \cdot 4 \cdot (3+2) + 15 \cdot 9 - V_B \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_B = \frac{36 + 24 \cdot 5 + 15 \cdot 9}{7} = 41,57kN$$

$$\sum R_x = H_A = 0$$

Sprawdzenie:

$$\sum R_y = 15,43 - 0,5 \cdot 12 \cdot 3 - 6 \cdot 4 - 15 + 41,57 = 0$$

Wyznaczenie ekstremum:



z proporcji:

$$\frac{12}{3} = \frac{q(x)}{x} \Rightarrow q(x) = \frac{12x}{3} = 4x$$

$$T[x] = 15,43 - 0,5q(x) \cdot x = 15,43 - 0,5 \cdot 4x \cdot x = 15,43 - 2x^2 = 0$$

$$15,43 - 2x^2 = 0$$

↓

$$x = 2,78 \text{ m}$$

$$M[x] = 15,43 \cdot x - 0,5 \cdot q(x) \cdot x \cdot \frac{x}{3} = 15,43x - 0,5 \cdot 4x \cdot x \cdot \frac{x}{3} = 15,43x - \frac{2}{3}x^3$$

$$M[x = 2,78 \text{ m}] = 15,43 \cdot 2,78 - \frac{2}{3}(2,78)^3 = 28,57 \text{ kNm}$$