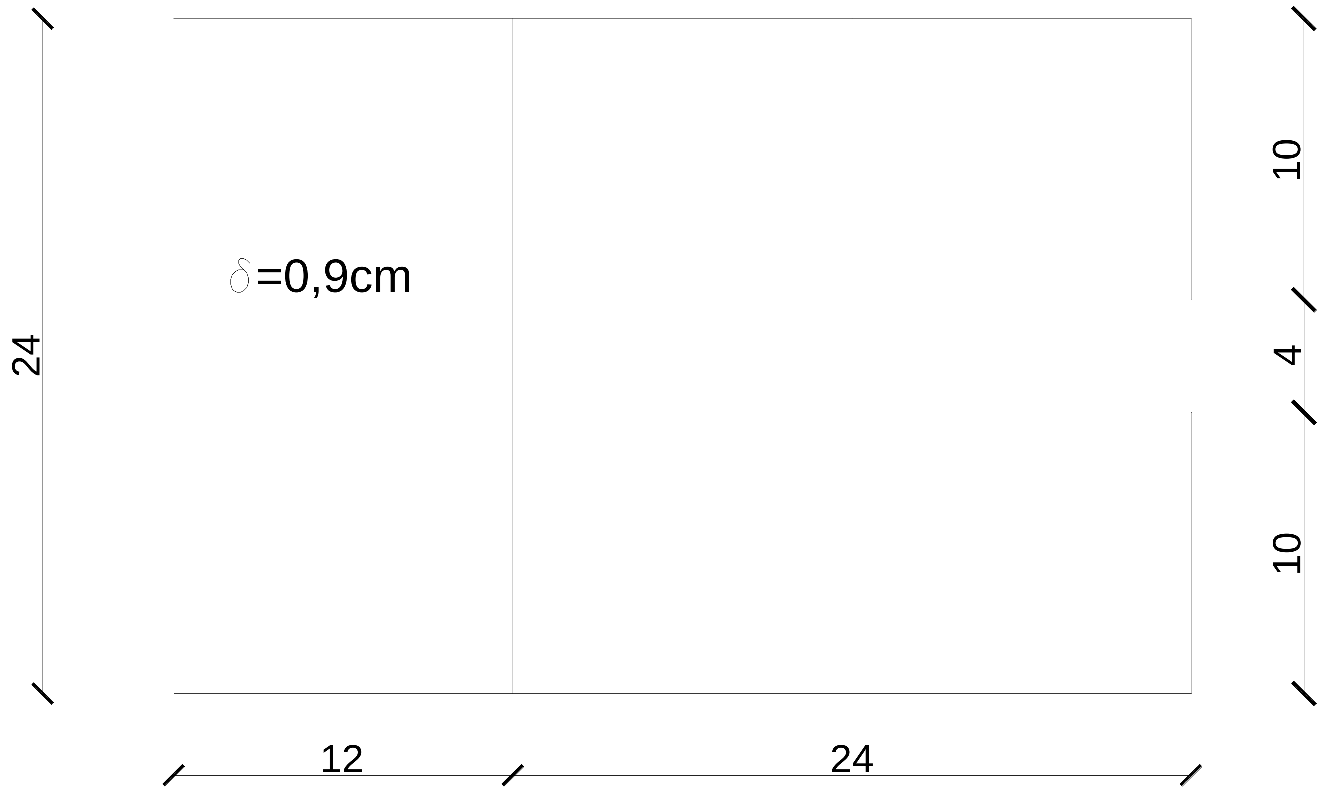
Zadanie: Wyznaczyć charakterystyki dla poniższego przekroju cienkościennego i obliczyć wartości siły krytycznej dla belki wolnopodpartej długości 5m, przy obciążeniu siłą:

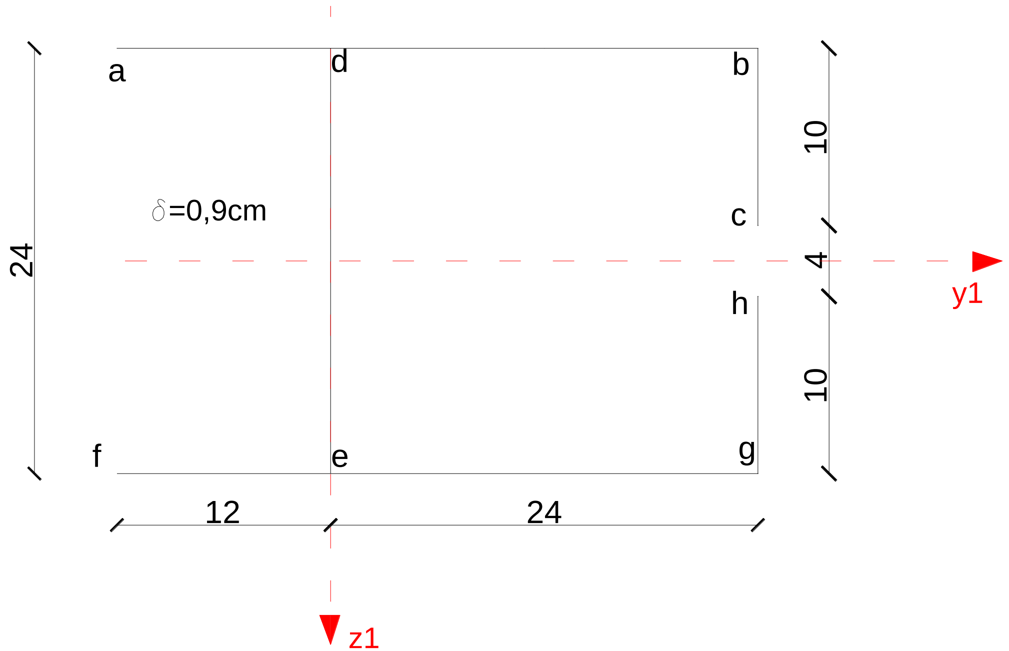
a) w środku ciężkości,

b) w biegunie,

c) w punkcie K0.



dr inż. Hanna Weber



Wyznaczenie środka ciężkości

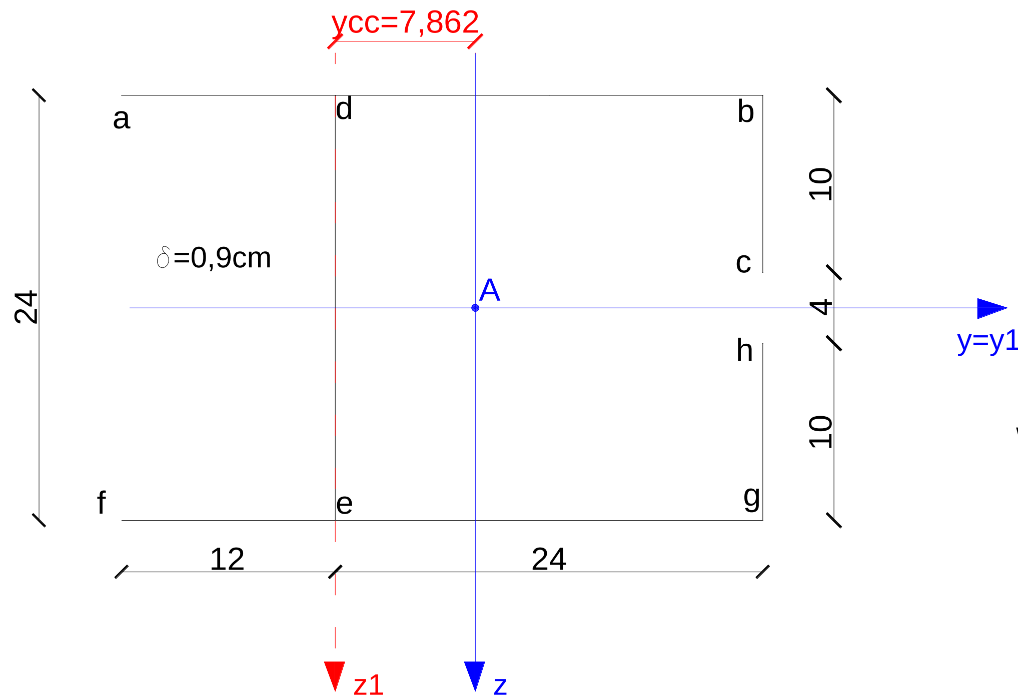
$$\sum A_i = 36 \cdot 0{,}9 \cdot 2 + 24 \cdot 0{,}9 + 10 \cdot 0{,}9 \cdot 2$$
$$= 104{,}4 cm^2$$

	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
z1	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2

$$z_{cc} = \frac{\sum z_{ci} \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{36 \cdot 0{,}9 \cdot (-12) + 36 \cdot 0{,}9 \cdot 12 + 24 \cdot 0{,}9 \cdot 0 - 10 \cdot 0{,}9 \cdot (-7) + 10 \cdot 0{,}9 \cdot 7}{104{,}4} = 0 cm$$

$$y_{cc} = \frac{\sum y_{ci} \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{36 \cdot 0{,}9 \cdot (0{,}5 \cdot 36 - 12) \cdot 2 + 24 \cdot 0{,}9 \cdot 0 + 10 \cdot 0{,}9 \cdot 24 \cdot 2}{104{,}4} = 7{,}862 cm$$

dr inż. Hanna Weber



Wyznaczenie środka ciężkości

$$\sum A_i = 36 \cdot 0{,}9 \cdot 2 + 24 \cdot 0{,}9 + 10 \cdot 0{,}9 \cdot 2$$

$$= 104{,}4 cm^2$$

Współrzędne w układzie osi yz:

$$z = z1 - z_{cc}$$

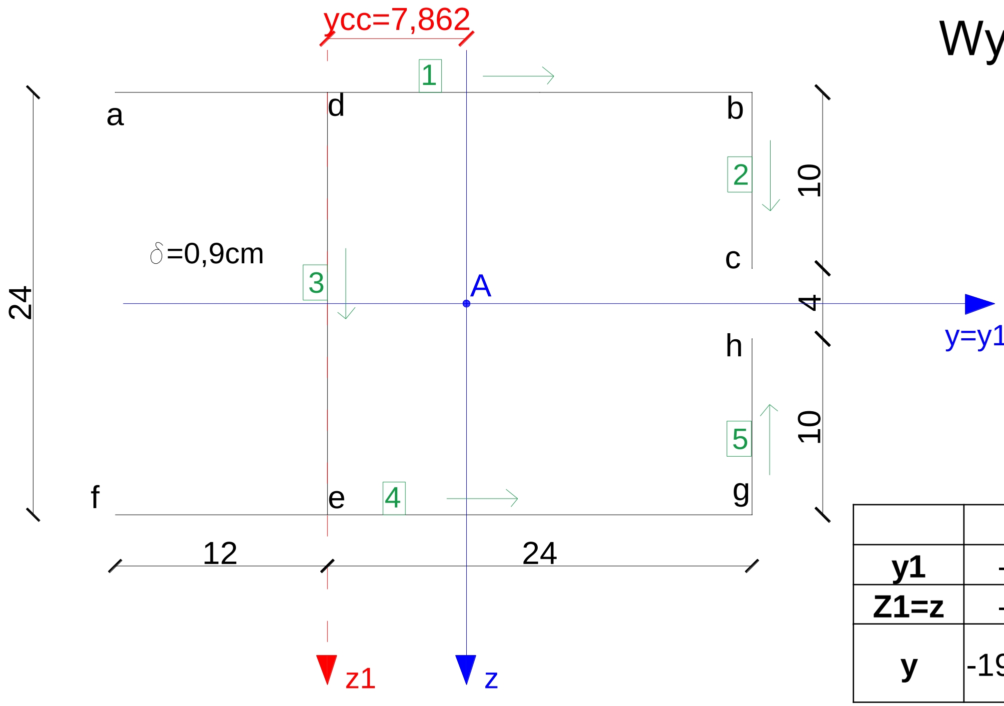
$$y = y1 - y_{cc}$$

	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
Z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138

$$z_{cc} = \frac{\sum z_{ci} \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{36 \cdot 0{,}9 \cdot (-12) + 36 \cdot 0{,}9 \cdot 12 + 24 \cdot 0{,}9 \cdot 0 - 10 \cdot 0{,}9 \cdot (-7) + 10 \cdot 0{,}9 \cdot 7}{104{,}4} = 0 cm$$

$$y_{cc} = \frac{\sum y_{ci} \cdot A_i}{\sum A_i} = \frac{36 \cdot 0{,}9 \cdot (0{,}5 \cdot 36 - 12) \cdot 2 + 24 \cdot 0{,}9 \cdot 0 + 10 \cdot 0{,}9 \cdot 24 \cdot 2}{104{,}4} = 7{,}862 cm$$

dr inż. Hanna Weber



Wyznaczenie momentów bezwładności względem osi głównych centralnych

$$J_y = \int z^2 dA = \delta \int z^2 dx$$

$$J_z = \int y^2 dA = \delta \int y^2 dx$$

$$J_{yz} = \int yz dA = \delta \int yz dx$$

	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
Z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138

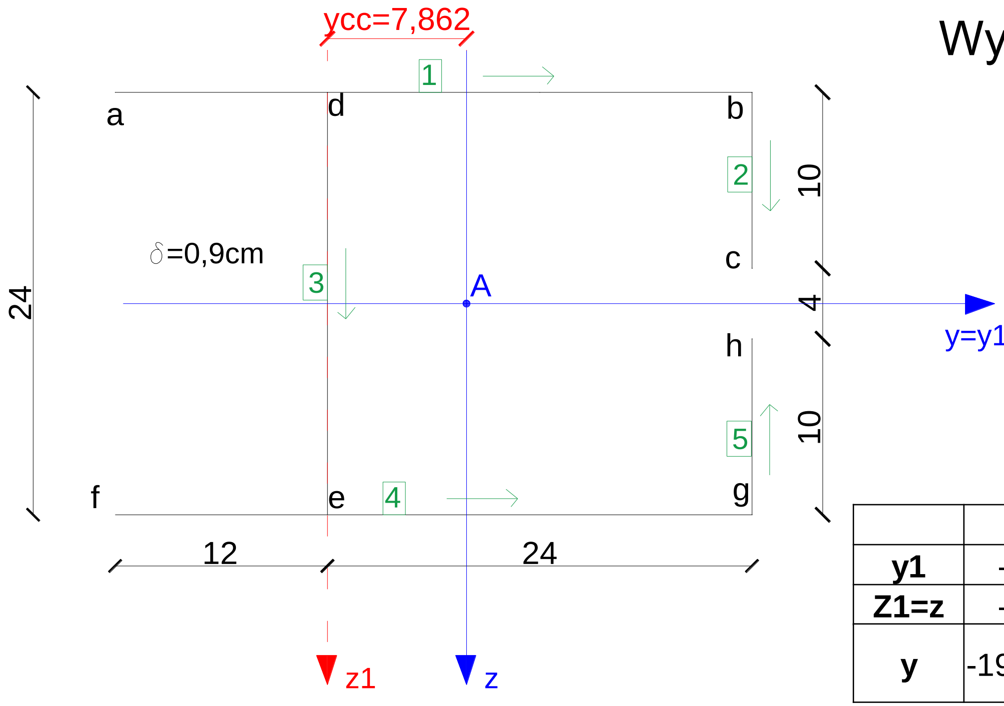
wsp. z

pręt	A	B	C	D	δ	L	całk.
1	-12	-12	-12	-12	0,9	36	4665,6
2	-12	-2	-12	-2	0,9	10	516
3	-12	12	-12	12	0,9	24	1036,8
4	12	12	12	12	0,9	36	4665,6
5	12	2	12	2	0,9	10	516
						Jy	11400 cm4

Wsp.y

pręt	A	B	C	D	δ	L	całk.
1	-19,8621	16,13793	-19,86207	16,137931	0,9	36	3611,54
2	16,13793	16,13793	16,137931	16,137931	0,9	10	2343,9
3	-7,86207	-7,86207	-7,862069	-7,86206897	0,9	24	1335,14
4	-19,8621	16,13793	-19,86207	16,137931	0,9	36	3611,54
5	16,13793	16,13793	16,137931	16,137931	0,9	10	2343,9
						Jz	13246 cm4

dr inż. Hanna Weber



Wyznaczenie momentów bezwładności względem osi głównych centralnych

$$J_y = \int z^2 dA = \delta \int z^2 dx$$

$$J_z = \int y^2 dA = \delta \int y^2 dx$$

$$J_{yz} = \int yz dA = \delta \int yz dx$$

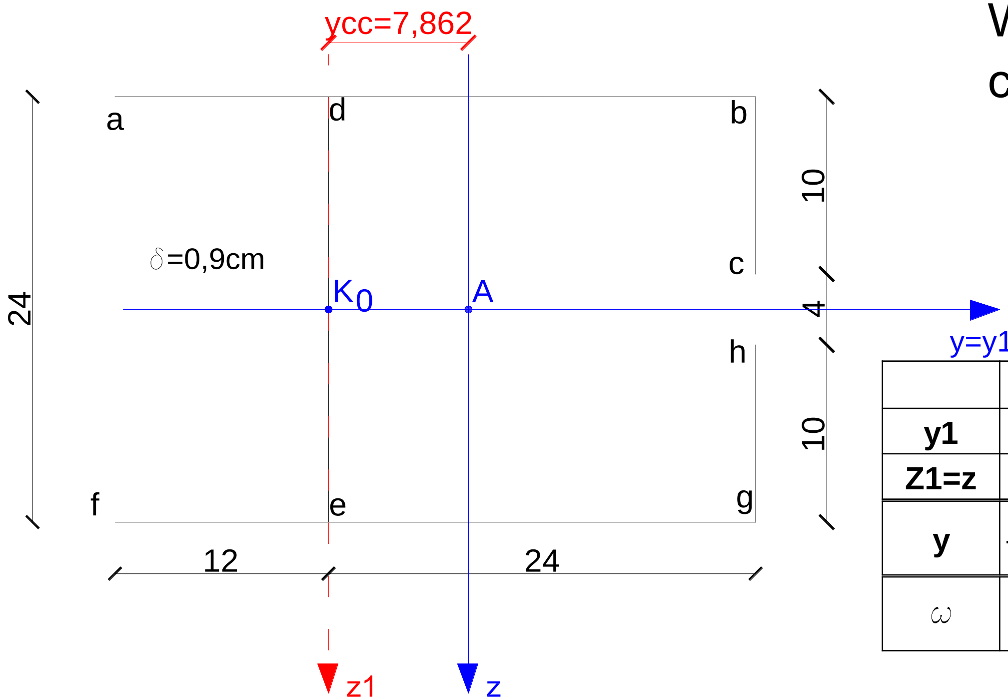
	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
Z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138

Sprawdzenie:

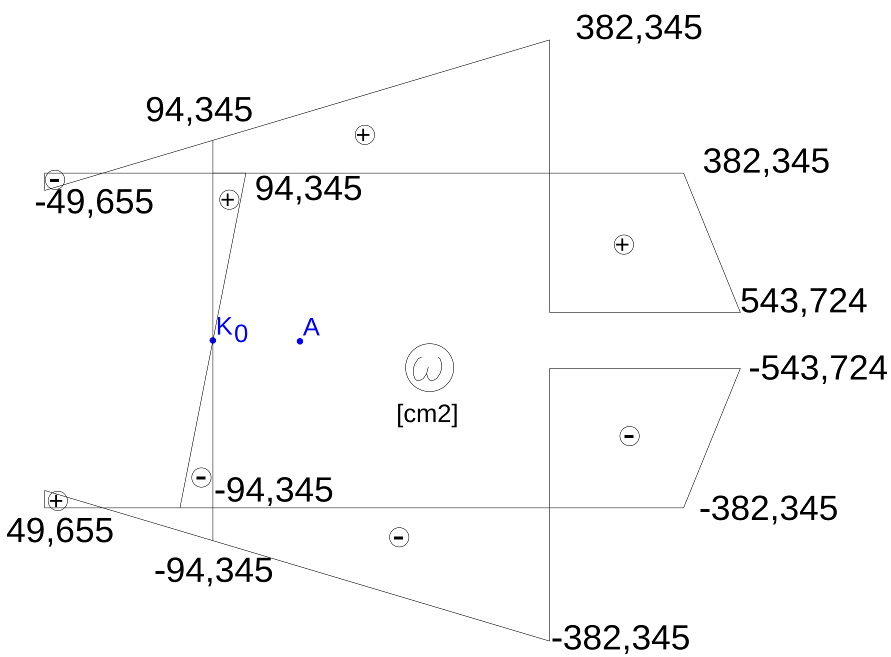
Wsp.yz

pręt	A	B	C	D	d	L	całk.
1	-19,8621	16,13793	-12	-12	0,9	36	723,972
2	16,13793	16,13793	-12	-2	0,9	10	-1016,7
3	-7,86207	-7,86207	-12	12	0,9	24	0
4	-19,8621	16,13793	12	12	0,9	36	-723,97
5	16,13793	16,13793	12	2	0,9	10	1016,69
						Jyz	0 cm4

Wyznaczenie wykresu ω dla środka ciężkości jako bieguna



	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
Z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138
ω	-49,655	382,34	543,72	94,345	-94,34	49,655	-382,3	-543,7



Wyznaczenie współrzędnych bieguna

$$z^*_A = z_A - \frac{J_{\omega y}}{J_z}$$

$$y^*_A = y_A + \frac{J_{\omega z}}{J_y}$$

Jeżeli zaczynamy liczyć wstępnie ω dla środka ciężkości to:

$$z^*_A = -\frac{J_{\omega y}}{J_z}$$

$$y^*_A = \frac{J_{\omega z}}{J_y}$$

	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
Z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138
ω	-49,655	382,34	543,72	94,345	-94,34	49,655	-382,3	-543,7

yω

pręt	A	B	C	D	d	L	całk.
1	-19,86	16,138	-49,66	382,34	0,9	36	31954,64
2	16,138	16,138	382,34	543,72	0,9	10	67251,77
3	-7,862	-7,862	94,345	-94,34	0,9	24	0
4	-19,86	16,138	49,655	-382,3	0,9	36	-31954,6
5	16,138	16,138	-382,3	-543,7	0,9	10	-67251,8
						Jyω	0 cm5

zω

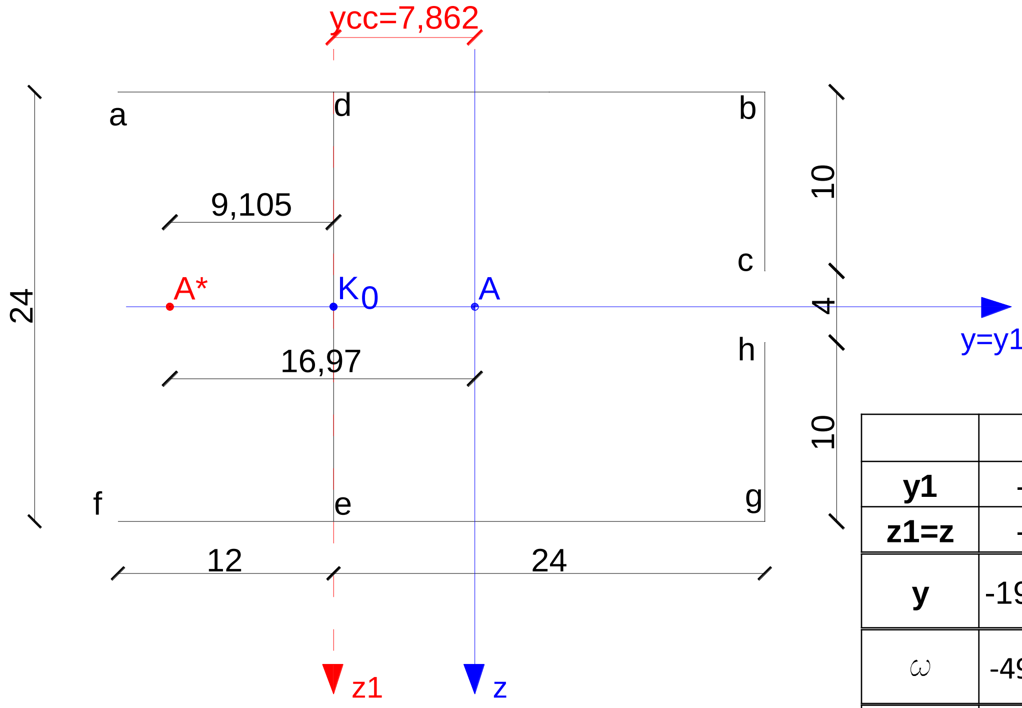
pręt	A	B	C	D	d	L	całk.
1	-12	-12	-49,66	382,34	0,9	36	-64674,9
2	-12	-2	382,34	543,72	0,9	10	-27960,8
3	-12	12	94,345	-94,34	0,9	24	-8151,39
4	12	12	49,655	-382,3	0,9	36	-64674,9
5	12	2	-382,3	-543,7	0,9	10	-27960,8
						Jzω	-193423 cm5

Podstawiając otrzymane wyniki uzyskujemy:

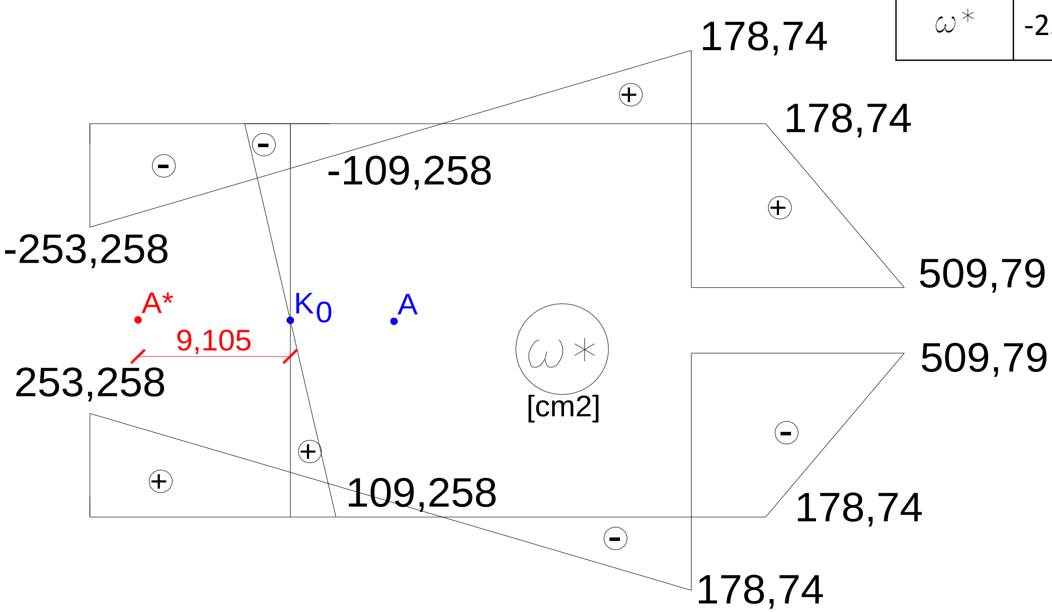
zA*=	0	cm
yA*=	-16,97	cm

Wyznaczenie wykresu ω^* dla bieguna A*

zA*=	0	cm
yA*=	-16,97	cm



	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138
ω	-49,655	382,34	543,72	94,345	-94,34	49,655	-382,3	-543,7
ω^*	-253,26	178,74	509,79	-109,3	109,26	253,26	-178,7	-509,8



dr inż. Hanna Weber

Sprawdzenie poprawności przyjęcia bieguna:

	a	b	c	d	e	f	g	h
y1	-12	24	24	0	0	-12	24	24
z1=z	-12	-12	-2	-12	12	12	12	2
y	-19,862	16,138	16,138	-7,862	-7,862	-19,86	16,138	16,138
ω	-49,655	382,34	543,72	94,345	-94,34	49,655	-382,3	-543,7
ω^*	-253,26	178,74	509,79	-109,3	109,26	253,26	-178,7	-509,8

$y\omega^*$

pręt	A	B	C	D	δ	L	całk.
1	-19,86	16,138	-253,3	178,74	0,9	36	44238,22
2	16,138	16,138	178,74	509,79	0,9	10	50001,68
3	-7,862	-7,862	-109,3	109,26	0,9	24	0
4	-19,86	16,138	253,26	-178,7	0,9	36	-44238,2
5	16,138	16,138	-178,7	-509,8	0,9	10	-50001,7
						$Jy\omega^*$	0 cm5

$z\omega^*$

pręt	A	B	C	D	δ	L	całk.
1	-12	-12	-253,3	178,74	0,9	36	14485,95
2	-12	-2	178,74	509,79	0,9	10	-19205,9
3	-12	12	-109,3	109,26	0,9	24	9439,9
4	12	12	253,26	-178,7	0,9	36	14485,95
5	12	2	-178,7	-509,8	0,9	10	-19205,9
						$Jz\omega^*$	-4E-11 cm5

$\omega^*\omega^*$

pręt	A	B	C	D	δ	L	całk.
1	-253,258	178,7419	-253,2581	178,741895	0,9	36	548861
2	178,7419	509,7903	178,74189	509,790316	0,9	10	1148867
3	-109,258	109,2581	-109,2581	109,258105	0,9	24	85948,8
4	253,2581	-178,742	253,25811	-178,741895	0,9	36	548861
5	-178,742	-509,79	-178,7419	-509,790316	0,9	10	1148867
						$J\omega^*$	3481406 cm6

Definicja podstawowych danych i współrzędnych y1 i z1 punktów w Mathcadzie :

$\delta := 0.9$

$L1 := 36$

$L2 := 10$

$L3 := 24$

$L4 := 36$

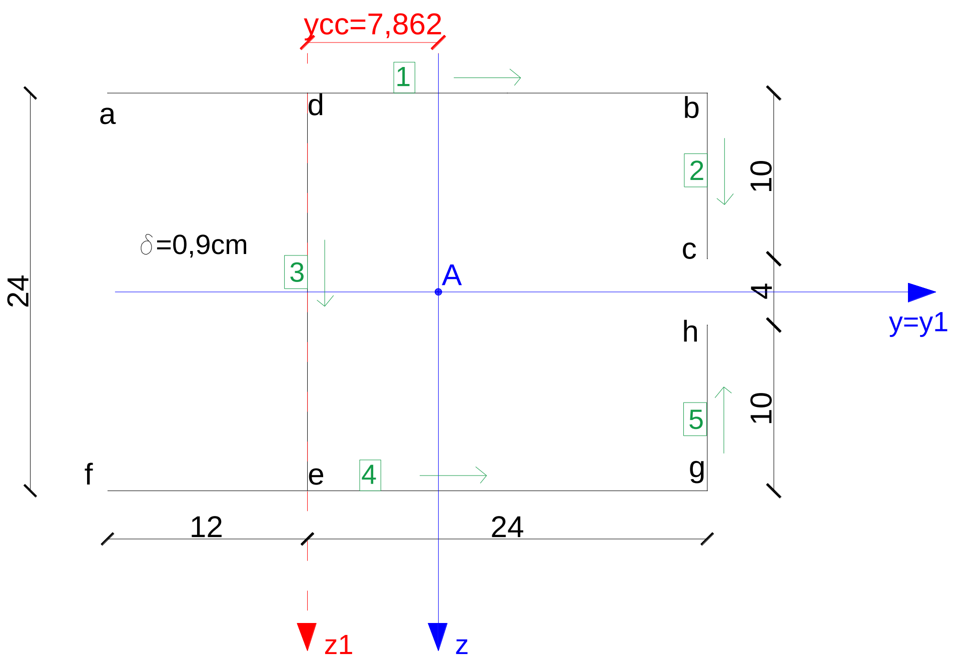
$L5 := 10$

$y1a := -12 \quad y1b := 24 \quad y1c := 24 \quad y1d := 0 \quad y1e := 0 \quad y1f := -12 \quad y1g := 24 \quad y1h := 24$

$za := -12 \quad zb := -12 \quad zc := -2 \quad zd := -12 \quad ze := 12 \quad zf := 12 \quad zg := 12 \quad zh := 2$

$$A := (L1 + L2 + L3 + L4 + L5)\cdot\delta = 104.4$$

$$ycc := \frac{\left[L1\cdot\delta\cdot\left(-12 + \frac{L1}{2}\right) + L4\cdot\delta\cdot\left(-12 + \frac{L4}{2}\right) + L2\cdot\delta\cdot(L1 - 12) + L5\cdot\delta\cdot(L1 - 12)\right]}{A} = 7.862$$



$ya := y1a - ycc = -19.862$

$yb := y1b - ycc = 16.138$

$yc := y1c - ycc = 16.138$

$yd := y1d - ycc = -7.862$

$ye := y1e - ycc = -7.862$

$yf := y1f - ycc = -19.862$

$yg := y1g - ycc = 16.138$

$yh := y1h - ycc = 16.138$

dr inż. Hanna Weber

Definiowanie funkcji zmienności współrzędnych na poszczególnych prętach:

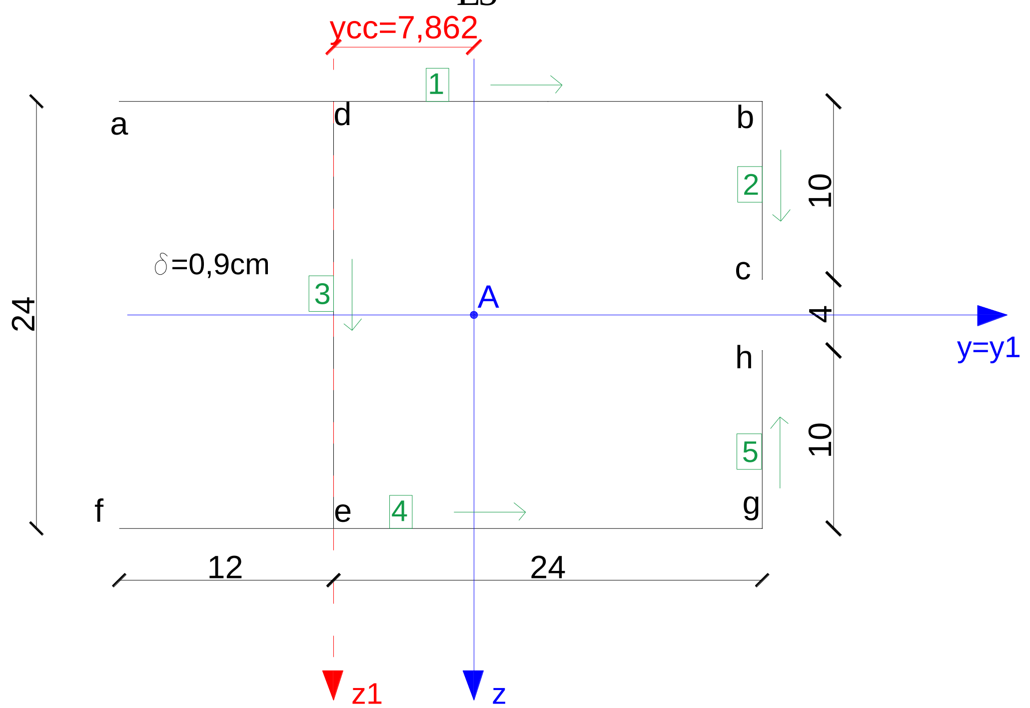
$$fy1(x) := ya - (ya - yb)\cdot\frac{x}{L1} \qquad fz1(x) := za - (za - zb)\cdot\frac{x}{L1}$$

$$fy2(x) := yb - (yb - yc)\cdot\frac{x}{L2} \qquad fz2(x) := zb - (zb - zc)\cdot\frac{x}{L2}$$

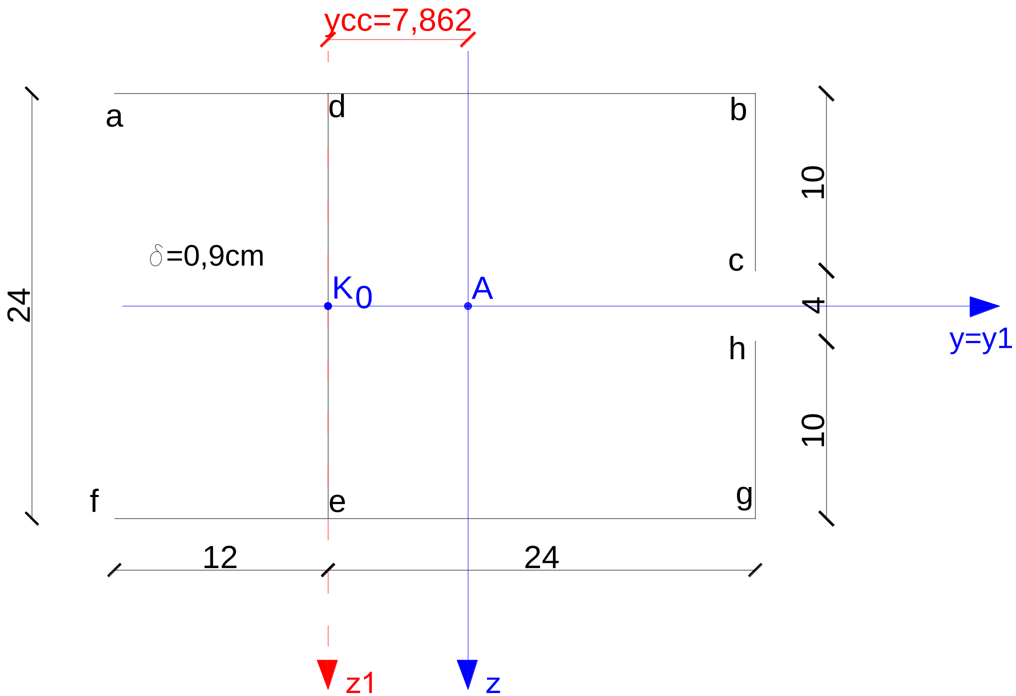
$$fy3(x) := yd - (yd - ye)\cdot\frac{x}{L3} \qquad fz3(x) := zd - (zd - ze)\cdot\frac{x}{L3}$$

$$fy4(x) := yf - (yf - yg)\cdot\frac{x}{L4} \qquad fz4(x) := zf - (zf - zg)\cdot\frac{x}{L4}$$

$$fy5(x) := yg - (yg - yh)\cdot\frac{x}{L5} \qquad fz5(x) := zg - (zg - zh)\cdot\frac{x}{L5}$$



Definiowanie $\omega(\mathrm{w})$ i funkcji jej zmienności na poszczególnych prętach:



$$wd := ycc \cdot 12 = 94.345$$

$$we := -wd = -94.345$$

$$wa := wd - 12 \cdot 12 = -49.655$$

$$wb := wd + 24 \cdot 12 = 382.345$$

$$wc := wb + 10 \cdot (24 - ycc) = 543.724$$

$$wf := -wa = 49.655$$

$$wg := -wb = -382.345$$

$$wh := -wc = -543.724$$

$$fw1(x) := wa - (wa - wb) \cdot \frac{x}{L1}$$

$$fw2(x) := wb - (wb - wc) \cdot \frac{x}{L2}$$

$$fw3(x) := wd - (wd - we) \cdot \frac{x}{L3}$$

$$fw4(x) := wf - (wf - wg) \cdot \frac{x}{L4}$$

$$fw5(x) := wg - (wg - wh) \cdot \frac{x}{L5}$$

Wyznaczenie momentów:

$$J(i,j,k) := \int_0^{L1} fy1(x)^i\, fz1(x)^j \cdot fw1(x)^k\, dx \cdot \delta + \int_0^{L2} fy2(x)^i\, fz2(x)^j \cdot fw2(x)^k\, dx \cdot \delta + \int_0^{L3} fy3(x)^i\, fz3(x)^j \cdot fw3(x)^k\, dx \cdot \delta \ldots$$
$$+ \left(\int_0^{L4} fy4(x)^i\, fz4(x)^j \cdot fw4(x)^k\, dx \right) \cdot \delta + \int_0^{L5} fy5(x)^i\, fz5(x)^j \cdot fw5(x)^k\, dx \cdot \delta$$

$$Jy := J(0,2,0) = 1.14 \times 10^4$$

$$Jz := J(2,0,0) = 1.325 \times 10^4$$

$$Jyz := J(1,1,0) = 0$$

Wyznaczenie bieguna:

$$Jwy := J(1,0,1) = 0$$

$$Jwz := J(0,1,1) = -1.934 \times 10^5$$

$$Jw := J(0,0,2) = 6.763 \times 10^6$$

$$zA' := \frac{-Jwy}{Jz} = 0 \qquad yA' := \frac{Jwz}{Jy} = -16.967$$

Zdefiniowanie ω^* (w') i funkcji jej zmienności na prętach:

$$m := -yA' - ycc = 9.105$$

$$wd' := -12\cdot m = -109.258$$

$$wa' := wd' - 12\cdot 12 = -253.258$$

$$wb' := wd' + 24\cdot 12 = 178.742$$

$$wc' := wb' + 10\cdot(24 + m) = 509.79$$

$$we' := -wd' = 109.258$$

$$wf' := -wa' = 253.258$$

$$wg' := -wb' = -178.742$$

$$wh' := -wc' = -509.79$$

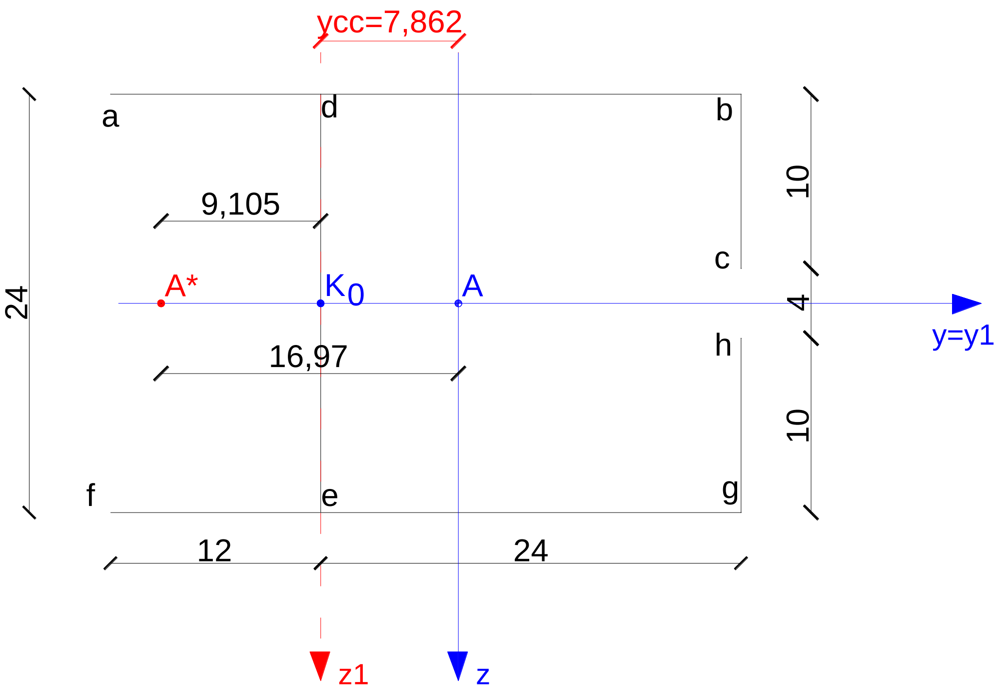
$$fw1'(x) := wa' - (wa' - wb')\cdot\frac{x}{L1}$$

$$fw2'(x) := wb' - (wb' - wc')\cdot\frac{x}{L2}$$

$$fw3'(x) := wd' - (wd' - we')\cdot\frac{x}{L3}$$

$$fw4'(x) := wf' - (wf' - wg')\cdot\frac{x}{L4}$$

$$fw5'(x) := wg' - (wg' - wh')\cdot\frac{x}{L5}$$



Ponowne wyznaczenie momentów:

$$J(i,j,k) := \int_0^{L1} fy1(x)^i\,fz1(x)^j\cdot fw1'(x)^k\,dx\cdot\delta + \int_0^{L2} fy2(x)^i\,fz2(x)^j\cdot fw2'(x)^k\,dx\cdot\delta + \int_0^{L3} fy3(x)^i\,fz3(x)^j\cdot fw3'(x)^k\,dx\cdot\delta\ldots$$
$$+ \int_0^{L4} fy4(x)^i\,fz4(x)^j\cdot fw4'(x)^k\,dx\cdot\delta + \int_0^{L5} fy5(x)^i\,fz5(x)^j\cdot fw5'(x)^k\,dx\cdot\delta$$

$$Jyw' := J(1,0,1) = 7.276\times 10^{-12}$$

$$Jzw' := J(0,1,1) = 4.366\times 10^{-11}$$

$$Jw' := J(0,0,2) = 3.481\times 10^{6}$$

$$Sw' := J(0,0,1) = 0$$

Momenty wyższego rzędu:

$$Jy3 := J(3,0,0) = 2.564\times 10^{4}$$

$$Jz3 := J(0,3,0) = 0$$

$$Jy2z := J(2,1,0) = 0$$

$$Jyz2 := J(1,2,0) = -8.872\times 10^{3}$$

Wyznaczenie sił krytycznych

$$P_z = EJ_z\alpha^2$$ → przy wyboczeniu giętnym

$$P_y = EJ_y\alpha^2$$ → przy wyboczeniu giętnym

$$P_\omega = \frac{1}{r^2}\left[EJ_\omega\alpha^2 + GK_0\right]$$ → przy wyboczeniu skrętnym

Dla przekroju z dwiema osiami symetrii, kiedy biegun pokrywa się ze środkiem ciężkości:

$$r^2 = \frac{J_y + J_z}{A}$$

W pozostałych przypadkach:

$$r^2 = \frac{J_y + J_z}{A} + y_A^2 + z_A^2$$

$$\alpha = \frac{n\pi}{aL} \qquad n = 1 \qquad a \rightarrow$$ zależne od sposobu podparcia

dr inż. Hanna Weber

Wartości współczynnika „a”

→ $a = 2,0$

→ $a = 1,0$

→ $a = 0,7$

→ $a = 0,5$

Obciążenie w dowolnym punkcie o współrzędnych (y_p , z_p)

$$\begin{bmatrix} P-P_z & 0 & P(z_A-z_P) \\ 0 & P-P_y & -P(y_A-y_P) \\ P(z_A-z_P) & -P(y_A-y_P) & \left(P-P_\omega\right)r^2+2C_yM_z-2C_zM_y-C_\omega\dfrac{B}{J_\omega} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_z = Py_P \qquad M_y = -Pz_P$$

$$2C_z = \frac{J_{z^3} - 2J_y z_A + J_{y^2 z}}{J_y}$$

$$2C_y = \frac{J_{y^3} - 2J_z y_A + J_{z^2 y}}{J_z}$$

Gdy ω=0 to bimoment jest zerowy

Wprowadzając zależności otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} P-P_z & 0 & P(z_A-z_P) \\ 0 & P-P_y & P(y_P-y_A) \\ P(z_A-z_P) & P(y_P-y_A) & \left(P-P_\omega\right)r^2+2C_yPy_P+2C_zPz_P-C_\omega\dfrac{B}{J_\omega} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

z_A, y_A - współrzędne bieguna

z_P, y_P - współrzędne punktu przyłożenia siły

Obciążenie w dowolnym punkcie o współrzędnych (y_p , z_p)

Rozwiązanie zadania:

$$\begin{vmatrix} P-P_z & 0 & P(z_A-z_P) \\ 0 & P-P_y & -P(y_A-y_P) \\ P(z_A-z_P) & -P(y_A-y_P) & \left(P-P_\omega\right)r^2+2C_yPy_P+2C_zPz_P-C_\omega\dfrac{B}{J_\omega} \end{vmatrix}=0$$

Liczymy wyznacznik i przyrównujemy go do zera, rozwiązaniem wielomianu będą trzy siły krytyczne przy wyboczeniu giętno-skrętnym.

Wyznaczenie sił krytycznych w programie Mathcad:

E:=20000 G:=8000 L=500 n1:=1 a:=1

$$K0 := (L1 + L2 + L3 + L4 + L5)\cdot\frac{\delta^3}{3} = 28.188$$

$$\alpha := \frac{(n1\cdot\pi)}{a\cdot L} = 6.283\times 10^{-3}$$

$$r2 := zA'^2 + yA'^2 + \frac{(Jy + Jz)}{A} = 523.949$$

$$Pz := E\cdot Jz\cdot\alpha^2 = 1.046\times 10^4$$

$$Py := E\cdot Jy\cdot\alpha^2 = 9.001\times 10^3$$

$$Pw := \frac{E\cdot Jw'\cdot\alpha^2 + G\cdot K0}{r2} = 5.677\times 10^3$$

$$Cy := \frac{(Jy3 - 2\cdot yA'\cdot Jz + Jyz2)}{2Jz} = 17.6$$

$$Cz := \frac{(Jz3 - 2\cdot zA'\cdot Jy + Jy2z)}{2Jy} = 0$$

Wyznaczenie sił krytycznych w programie Mathcad:
a) Obciążenie siłą w środku ciężkości

zp:=0 yp:=0 zA:=zA' yA:=yA'

$$w := \begin{bmatrix} P - Pz & 0 & P\cdot(zA - zp) \\ 0 & P - Py & P\cdot(yp - yA) \\ P\cdot(zA - zp) & P\cdot(yp - yA) & (P - Pw)\cdot r2 + 2\cdot Cy\cdot P\cdot yp + 2\cdot Cz\cdot P\cdot zp \end{bmatrix}$$

$$|w| \rightarrow 236.0729290527151003 P^3 - 1.015941856252595465e7\cdot P^2 + 1.072032826575 9847977e11\cdot P - 2.79998709510185904 73e14$$

$$Pkryt := |w| \text{ solve}, P \rightarrow \begin{pmatrix} 10458.633282344335 \\ 28613.021806789965464 \\ 3963.4298877516204279 \end{pmatrix}$$

$$Pmin := \begin{pmatrix} Py \\ Pz \\ Pw \\ Pkryt_0 \\ Pkryt_1 \\ Pkryt_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.001\times 10^3 \\ 1.046\times 10^4 \\ 5.677\times 10^3 \\ 1.046\times 10^4 \\ 2.861\times 10^4 \\ 3.963\times 10^3 \end{pmatrix}$$

$$Pkrytyczna := Pmin_5 = 3.963\times 10^3$$

Wyznaczenie sił krytycznych w programie Mathcad:
b) Obciążenie siłą w biegunie

zp:=zA' yp:=yA' zA:=zA' yA:=yA'

$$w := \begin{bmatrix} P - Pz & 0 & P\cdot(zA - zp) \\ 0 & P - Py & P\cdot(yp - yA) \\ P\cdot(zA - zp) & P\cdot(yp - yA) & (P - Pw)\cdot r2 + 2\cdot Cy\cdot P\cdot yp + 2\cdot Cz\cdot P\cdot zp \end{bmatrix}$$

$$|w| \rightarrow 5.0980498718481914467e10\cdot P - 1.5482522859245353241e6\cdot P^2 - 73.282666843952075557\cdot P^3 - 2.7999870951018590473e14$$

$$Pkryt := |w| \text{ solve}, P \rightarrow \begin{pmatrix} 9001.0792137934949999 \\ -40586.840541592013661 \\ 10458.633282344335 \end{pmatrix}$$

$$Pmin := \begin{pmatrix} Py \\ Pz \\ Pw \\ Pkryt_0 \\ Pkryt_1 \\ Pkryt_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.001\times 10^3 \\ 1.046\times 10^4 \\ 5.677\times 10^3 \\ 9.001\times 10^3 \\ -4.059\times 10^4 \\ 1.046\times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$Pkrytyczna := Pmin_2 = 5.677\times 10^3$$

Wyznaczenie sił krytycznych w programie Mathcad:
b) Obciążenie siłą w punkcie K0

zp:=0 yp:=-ycc=-7.862 zA:=zA' yA:=yA'

$$w := \begin{bmatrix} P - Pz & 0 & P\cdot(zA - zp) \\ 0 & P - Py & P\cdot(yp - yA) \\ P\cdot(zA - zp) & P\cdot(yp - yA) & (P - Pw)\cdot r2 + 2\cdot Cy\cdot P\cdot yp + 2\cdot Cz\cdot P\cdot zp \end{bmatrix}$$

$$|w| \rightarrow 164.3076923076923432 4 P^3 - 6.917865179552299401 9e6 P^2 + 8.115096217812429581 8e10 P - 2.79998709510185904 73e14$$

$$Pkryt := |w| \text{ solve}, P \rightarrow \begin{pmatrix} 10458.633282344330779 \\ 25171.300967362422029 \\ 6473.1777981302753878 \end{pmatrix}$$

$$Pmin := \begin{pmatrix} Py \\ Pz \\ Pw \\ Pkryt_0 \\ Pkryt_1 \\ Pkryt_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.001\times 10^3 \\ 1.046\times 10^4 \\ 5.677\times 10^3 \\ 1.046\times 10^4 \\ 2.517\times 10^4 \\ 6.473\times 10^3 \end{pmatrix}$$

$$Pkrytyczna := Pmin_2 = 5.677\times 10^3$$

Literatura:

- P. Jastrzębski, J. Mutermilch, W. Orłowski : *Wytrzymałość Materiałów. Cz.2,* Arkady, Warszawa 1986

- K. Rykaluk: *Zagadnienia stateczności konstrukcji metalowych*, DWE, Wrocław 2012