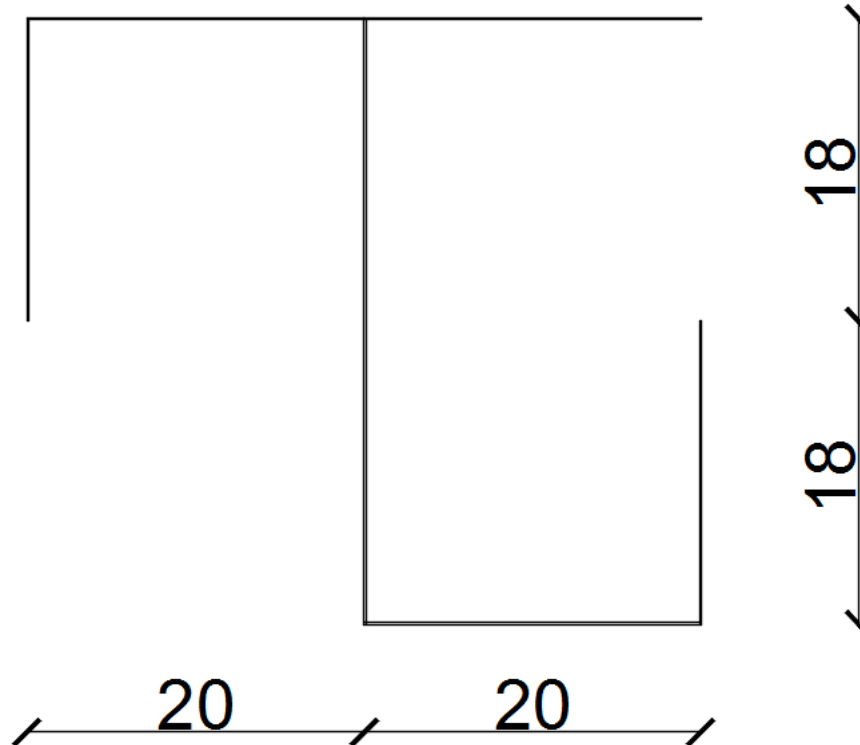
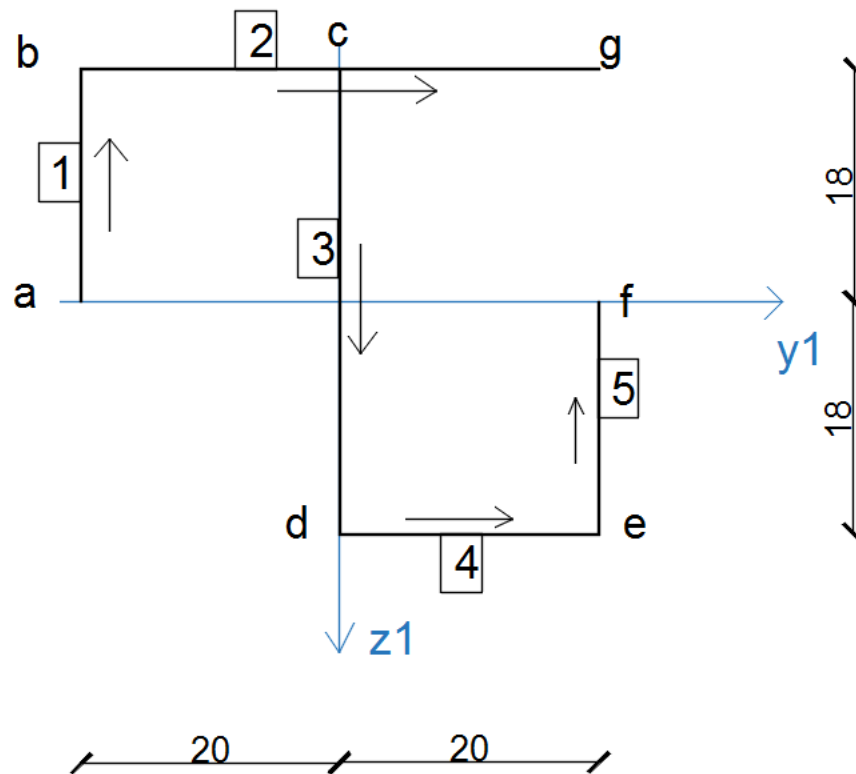


Zadanie: Wyznacz charakterystyki przekroju cienkościennego i wartość siły krytycznej przy obciążeniu : w środku ciężkości, biegunie, punkcie k0.



$$\delta = 1,8 \text{ cm}$$

Przyjęcie charakterystycznych punktów, osi pomocniczych i podział na elementy:



$$\delta = 1,8 \text{ cm}$$

Definicja podstawowych danych i współrzędnych y_1 i z_1 punktów w Mathcadzie :

$$z_{a1} := 0$$

$$y_{a1} := -20$$

$$L_1 := 18$$

$$z_{b1} := -18$$

$$y_{b1} := -20$$

$$L_2 := 40$$

$$z_{c1} := -18$$

$$y_{c1} := 0$$

$$L_3 := 36$$

$$z_{d1} := 18$$

$$y_{d1} := 0$$

$$L_4 := 20$$

$$z_{e1} := 18$$

$$y_{e1} := 20$$

$$L_5 := 18$$

$$z_{f1} := 0$$

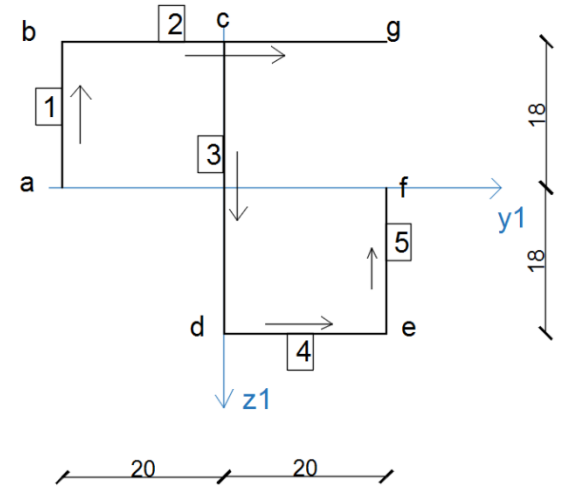
$$y_{f1} := 20$$

$$\delta := 1.8$$

$$z_{g1} := -18$$

$$y_{g1} := 20$$

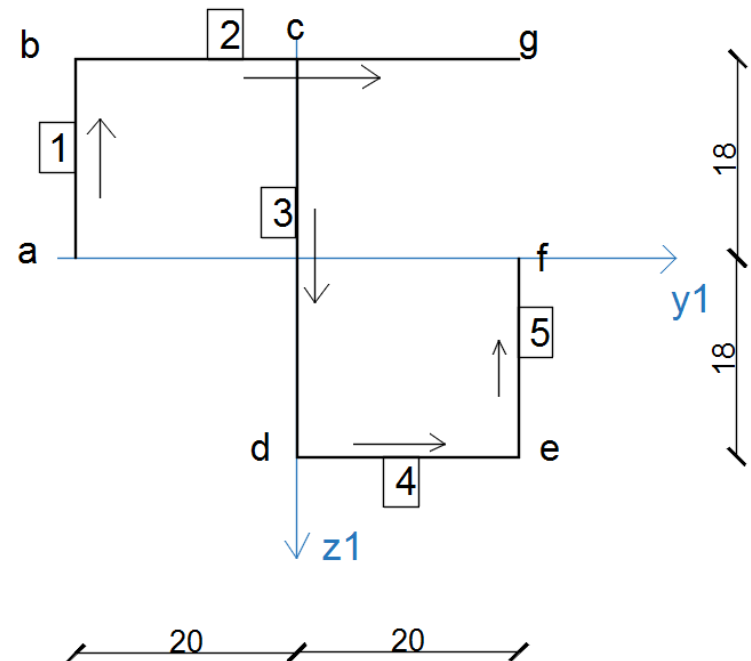
$$A := \delta \cdot (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) = 237.6$$



Wyznaczenie położenia środka ciężkości:

$$z_{cc} := \frac{\left(L4 \cdot \delta \cdot L5 + L5 \cdot \delta \cdot \frac{L5}{2} - L2 \cdot \delta \cdot L1 - L1 \cdot \delta \cdot \frac{L1}{2} \right)}{A} = -2.727$$

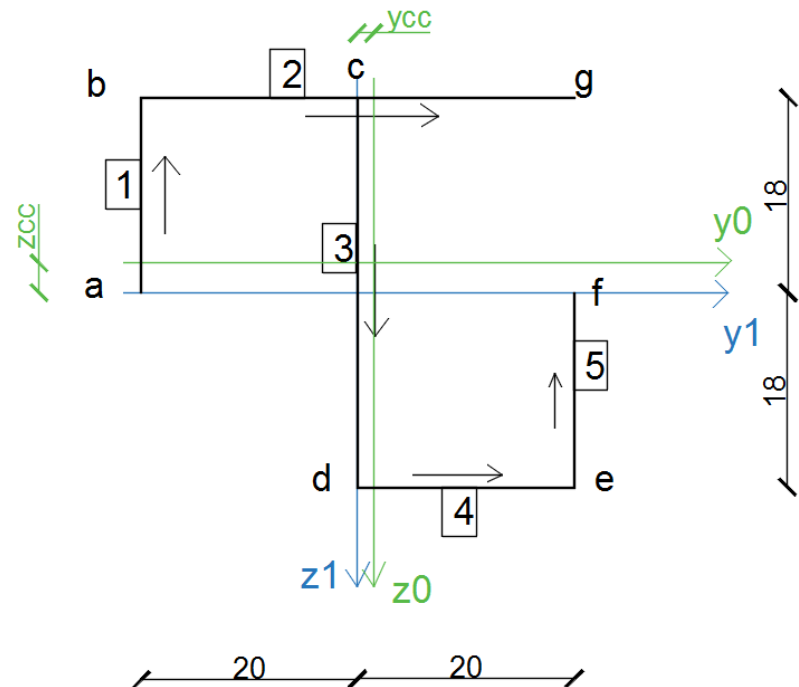
$$y_{cc} := \frac{\left(-L1 \cdot \delta \cdot \frac{L2}{2} + L5 \cdot \delta \cdot L4 + L4 \cdot \delta \cdot \frac{L4}{2} \right)}{A} = 1.515$$



Wyznaczenie położenia środka ciężkości:

$$z_{CC} := \frac{\left(L4 \cdot \delta \cdot L5 + L5 \cdot \delta \cdot \frac{L5}{2} - L2 \cdot \delta \cdot L1 - L1 \cdot \delta \cdot \frac{L1}{2} \right)}{A} = -2.727$$

$$y_{CC} := \frac{\left(-L1 \cdot \delta \cdot \frac{L2}{2} + L5 \cdot \delta \cdot L4 + L4 \cdot \delta \cdot \frac{L4}{2} \right)}{A} = 1.515$$



Współrzędne punktów w układzie osi centralnych y_0z_0 :

$$z_{a0} := z_{a1} - z_{cc} = 2.727$$

$$y_{a0} := y_{a1} - y_{cc} = -21.515$$

$$z_{b0} := z_{b1} - z_{cc} = -15.273$$

$$y_{b0} := y_{b1} - y_{cc} = -21.515$$

$$z_{c0} := z_{c1} - z_{cc} = -15.273$$

$$y_{c0} := y_{c1} - y_{cc} = -1.515$$

$$z_{d0} := z_{d1} - z_{cc} = 20.727$$

$$y_{d0} := y_{d1} - y_{cc} = -1.515$$

$$z_{e0} := z_{e1} - z_{cc} = 20.727$$

$$y_{e0} := y_{e1} - y_{cc} = 18.485$$

$$z_{f0} := z_{f1} - z_{cc} = 2.727$$

$$y_{f0} := y_{f1} - y_{cc} = 18.485$$

$$z_{g0} := z_{g1} - z_{cc} = -15.273$$

$$y_{g0} := y_{g1} - y_{cc} = 18.485$$

Wyznaczenie współrzędnej wycinkowej ω liczonej dla środka ciężkości jako bieguna

$$\omega_c := \left(-|z_{cc}| + \frac{L3}{2} \right) \cdot y_{cc} = 23.14$$

$$\omega_d := \omega_c - L3 y_{cc} = -31.405$$

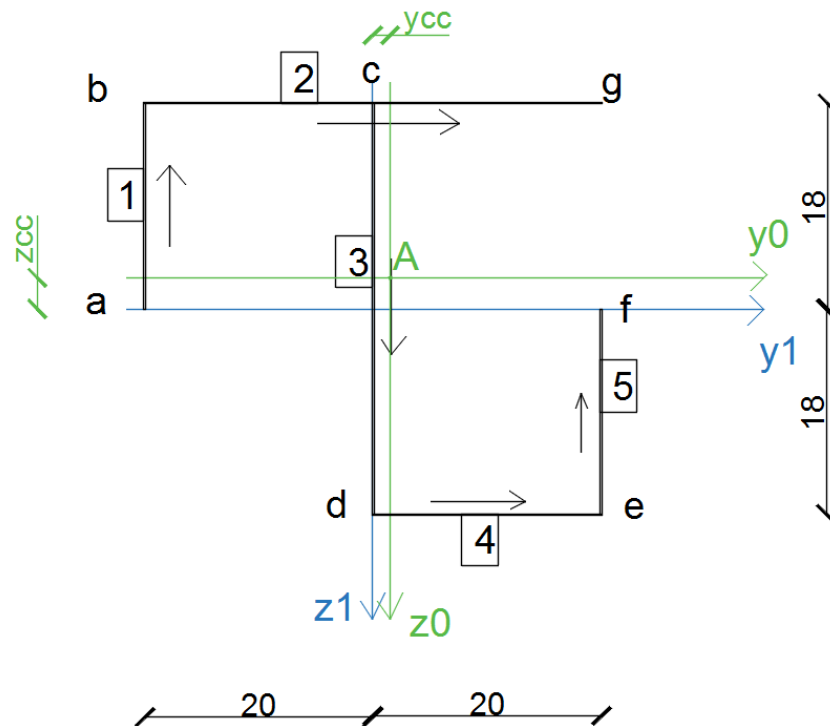
$$\omega_b := \omega_c - \frac{L2}{2} \cdot \left(-|z_{cc}| + \frac{L3}{2} \right) = -282.314$$

$$\omega_a := \omega_b - L1 \cdot \left(y_{cc} + \frac{L2}{2} \right) = -669.587$$

$$\omega_e := \omega_d - L4 \cdot \left(|z_{cc}| + \frac{L3}{2} \right) = -445.95$$

$$\omega_f := \omega_e - L5(L4 - y_{cc}) = -778.678$$

$$\omega_g := \omega_c + \left(-|z_{cc}| + \frac{L3}{2} \right) \cdot \frac{L2}{2} = 328.595$$



Definiowanie funkcji zmienności współrzędnych na poszczególnych prętach:

$$fz1(x) := za0 - (za0 - zb0) \cdot \frac{x}{L1}$$

$$fy1(x) := ya0 - (ya0 - yb0) \cdot \frac{x}{L1}$$

$$fz2(x) := zb0 - (zb0 - zg0) \cdot \frac{x}{L2}$$

$$fy2(x) := yb0 - (yb0 - yg0) \cdot \frac{x}{L2}$$

$$fz3(x) := zc0 - (zc0 - zd0) \cdot \frac{x}{L3}$$

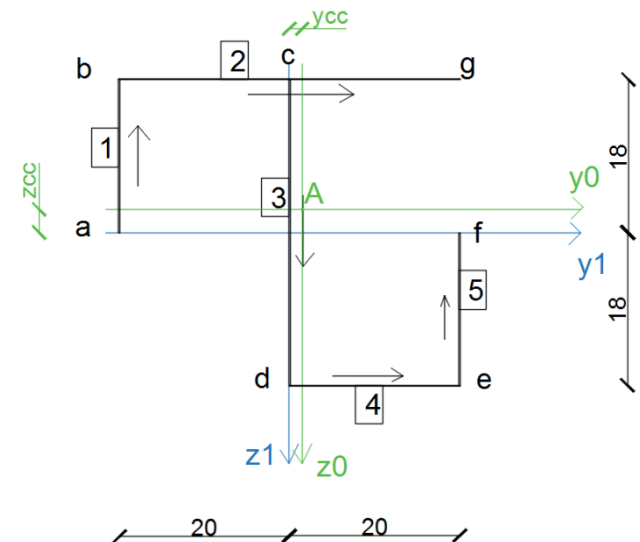
$$fy3(x) := yc0 - (yc0 - yd0) \cdot \frac{x}{L3}$$

$$fz4(x) := zd0 - (zd0 - ze0) \cdot \frac{x}{L4}$$

$$fy4(x) := yd0 - (yd0 - ye0) \cdot \frac{x}{L4}$$

$$fz5(x) := ze0 - (ze0 - zf0) \cdot \frac{x}{L5}$$

$$fy5(x) := ye0 - (ye0 - yf0) \cdot \frac{x}{L5}$$



Wyznaczenie momentów bezwładności względem osi centralnych:

$$J_{y0} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} f_1(x)^2 dx + \int_0^{L2} f_2(x)^2 dx + \int_0^{L3} f_3(x)^2 dx + \int_0^{L4} f_4(x)^2 dx + \int_0^{L5} f_5(x)^2 dx \right)$$

$$J_{z0} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} f_y1(x)^2 dx + \int_0^{L2} f_y2(x)^2 dx + \int_0^{L3} f_y3(x)^2 dx + \int_0^{L4} f_y4(x)^2 dx + \int_0^{L5} f_y5(x)^2 dx \right)$$

$$J_{y0z0} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} f_y1(x) \cdot f_z1(x) dx + \int_0^{L2} f_y2(x) \cdot f_z2(x) dx + \int_0^{L3} f_y3(x) \cdot f_z3(x) dx + \int_0^{L4} f_y4(x) \cdot f_z4(x) dx + \int_0^{L5} f_y5(x) \cdot f_z5(x) dx \right)$$

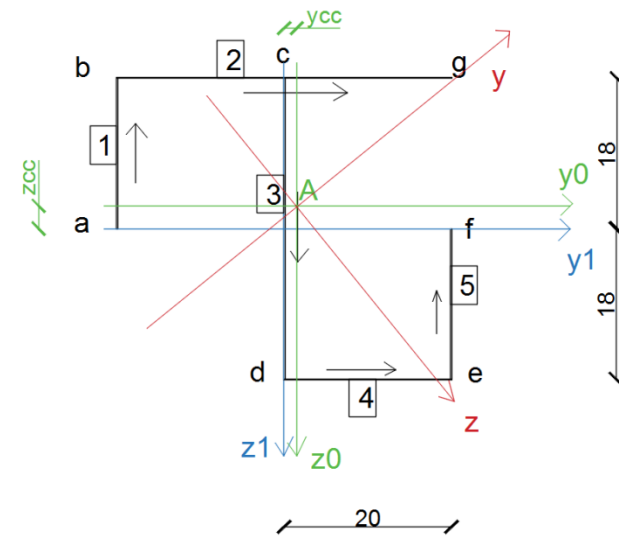
$$J_{y0} = 4.722 \times 10^4$$

$$J_{z0} = 3.977 \times 10^4$$

$$J_{y0z0} = 1.913 \times 10^4$$

Wyznaczenie kąta obrotu:

$$\varphi_1 := 0.5 \operatorname{atan} \left(-2 \cdot \frac{J_{y0z0}}{J_{y0} - J_{z0}} \right) = -0.689$$



Transformacja współrzędnych punktów do układu osi głównych centralnych:

$$z_a := \cos(\varphi_1) \cdot z_{a0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{a0} = -11.578$$

$$z_b := \cos(\varphi_1) \cdot z_{b0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{b0} = -25.469$$

$$z_c := \cos(\varphi_1) \cdot z_{c0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{c0} = -12.75$$

$$z_d := \cos(\varphi_1) \cdot z_{d0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{d0} = 15.032$$

$$z_e := \cos(\varphi_1) \cdot z_{e0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{e0} = 27.751$$

$$z_f := \cos(\varphi_1) \cdot z_{f0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{f0} = 13.86$$

$$z_g := \cos(\varphi_1) \cdot z_{g0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{g0} = -0.031$$

$$y_a := \cos(\varphi_1) \cdot y_{a0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{a0} = -18.338$$

$$y_b := \cos(\varphi_1) \cdot y_{b0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{b0} = -6.891$$

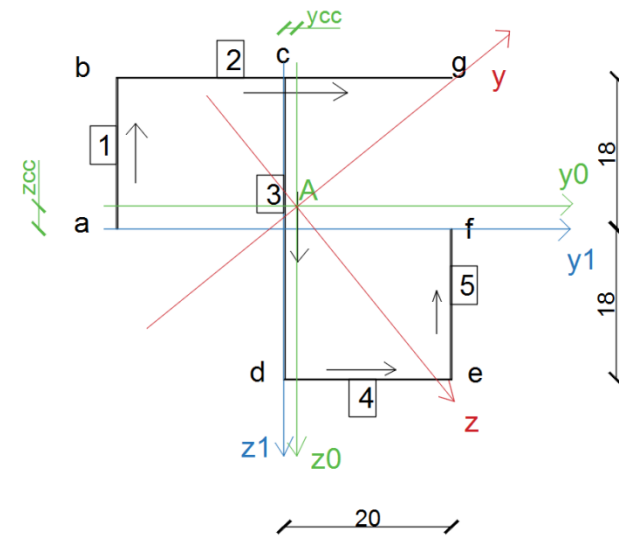
$$y_c := \cos(\varphi_1) \cdot y_{c0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{c0} = 8.544$$

$$y_d := \cos(\varphi_1) \cdot y_{d0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{d0} = -14.351$$

$$y_e := \cos(\varphi_1) \cdot y_{e0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{e0} = 1.083$$

$$y_f := \cos(\varphi_1) \cdot y_{f0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{f0} = 12.531$$

$$y_g := \cos(\varphi_1) \cdot y_{g0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{g0} = 23.978$$



Przedefiniowanie funkcji zmiennej współrzędnych na prętach:

$$\underline{fz1(x)} := z_a - (z_a - z_b) \cdot \frac{x}{L_1}$$

$$\underline{fy1(x)} := y_a - (y_a - y_b) \cdot \frac{x}{L_1}$$

$$\underline{fz2(x)} := z_b - (z_b - z_c) \cdot \frac{x}{L_2}$$

$$\underline{fy2(x)} := y_b - (y_b - y_c) \cdot \frac{x}{L_2}$$

$$\underline{fz3(x)} := z_c - (z_c - z_d) \cdot \frac{x}{L_3}$$

$$\underline{fy3(x)} := y_c - (y_c - y_d) \cdot \frac{x}{L_3}$$

$$\underline{fz4(x)} := z_d - (z_d - z_e) \cdot \frac{x}{L_4}$$

$$\underline{fy4(x)} := y_d - (y_d - y_e) \cdot \frac{x}{L_4}$$

$$\underline{fz5(x)} := z_e - (z_e - z_f) \cdot \frac{x}{L_5}$$

$$\underline{fy5(x)} := y_e - (y_e - y_f) \cdot \frac{x}{L_5}$$

Momenty bezwładności względem osi głównych centralnych:

$$J_y := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} \underline{fz1(x)}^2 dx + \int_0^{L_2} \underline{fz2(x)}^2 dx + \int_0^{L_3} \underline{fz3(x)}^2 dx + \int_0^{L_4} \underline{fz4(x)}^2 dx + \int_0^{L_5} \underline{fz5(x)}^2 dx \right) = 6.298 \times 10^4$$

$$J_z := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} \underline{fy1(x)}^2 dx + \int_0^{L_2} \underline{fy2(x)}^2 dx + \int_0^{L_3} \underline{fy3(x)}^2 dx + \int_0^{L_4} \underline{fy4(x)}^2 dx + \int_0^{L_5} \underline{fy5(x)}^2 dx \right) = 2.401 \times 10^4$$

Przedefiniowanie funkcji zmiennej współrzędnych na prętach:

$$\underline{fz1(x)} := z_a - (z_a - z_b) \cdot \frac{x}{L1}$$

$$\underline{fy1(x)} := y_a - (y_a - y_b) \cdot \frac{x}{L1}$$

$$\underline{fz2(x)} := z_b - (z_b - z_c) \cdot \frac{x}{L2}$$

$$\underline{fy2(x)} := y_b - (y_b - y_c) \cdot \frac{x}{L2}$$

$$\underline{fz3(x)} := z_c - (z_c - z_d) \cdot \frac{x}{L3}$$

$$\underline{fy3(x)} := y_c - (y_c - y_d) \cdot \frac{x}{L3}$$

$$\underline{fz4(x)} := z_d - (z_d - z_e) \cdot \frac{x}{L4}$$

$$\underline{fy4(x)} := y_d - (y_d - y_e) \cdot \frac{x}{L4}$$

$$\underline{fz5(x)} := z_e - (z_e - z_f) \cdot \frac{x}{L5}$$

$$\underline{fy5(x)} := y_e - (y_e - y_f) \cdot \frac{x}{L5}$$

Moment dewiacyjny – sprawdzenie poprawności wyznaczenia współrzędnych:

$$J_{yz} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} \underline{fy1(x)} \cdot \underline{fz1(x)} \, dx + \int_0^{L2} \underline{fy2(x)} \cdot \underline{fz2(x)} \, dx + \int_0^{L3} \underline{fy3(x)} \cdot \underline{fz3(x)} \, dx + \int_0^{L4} \underline{fy4(x)} \cdot \underline{fz4(x)} \, dx + \int_0^{L5} \underline{fy5(x)} \cdot \underline{fz5(x)} \, dx \right)$$

$$J_{yz} = 6.548 \times 10^{-12}$$

$$\sim 0$$

Definiowanie funkcji zmiennej współrzędnych wycinkowych na prętach:

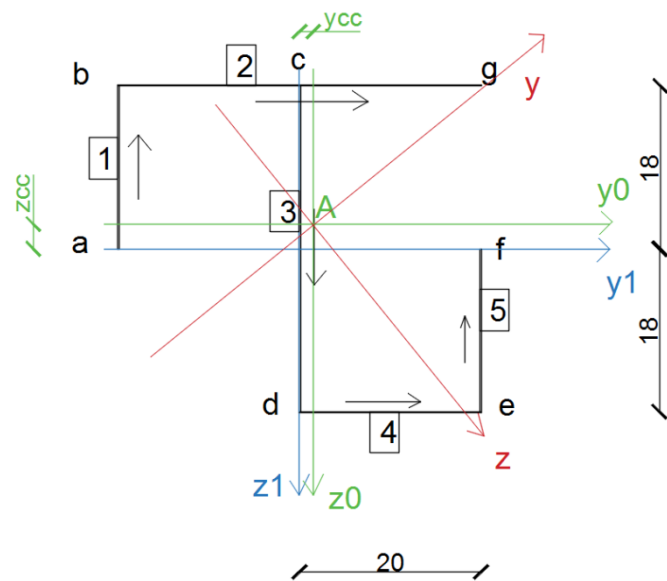
$$f_{\omega 1}(x) := \omega_a - (\omega_a - \omega_b) \cdot \frac{x}{L_1}$$

$$f_{\omega 2}(x) := \omega_b - (\omega_b - \omega_g) \cdot \frac{x}{L_2}$$

$$f_{\omega 3}(x) := \omega_c - (\omega_c - \omega_d) \cdot \frac{x}{L_3}$$

$$f_{\omega 4}(x) := \omega_d - (\omega_d - \omega_e) \cdot \frac{x}{L_4}$$

$$f_{\omega 5}(x) := \omega_e - (\omega_e - \omega_f) \cdot \frac{x}{L_5}$$



Wyznaczenie bieguna:

$$J_{\omega y} := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} f_{y1}(x) \cdot f_{\omega 1}(x) dx + \int_0^{L_2} f_{y2}(x) \cdot f_{\omega 2}(x) dx + \int_0^{L_3} f_{y3}(x) \cdot f_{\omega 3}(x) dx + \int_0^{L_4} f_{y4}(x) \cdot f_{\omega 4}(x) dx + \int_0^{L_5} f_{y5}(x) \cdot f_{\omega 5}(x) dx \right)$$

$$J_{\omega z} := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} f_{z1}(x) \cdot f_{\omega 1}(x) dx + \int_0^{L_2} f_{z2}(x) \cdot f_{\omega 2}(x) dx + \int_0^{L_3} f_{z3}(x) \cdot f_{\omega 3}(x) dx + \int_0^{L_4} f_{z4}(x) \cdot f_{\omega 4}(x) dx + \int_0^{L_5} f_{z5}(x) \cdot f_{\omega 5}(x) dx \right)$$

$$J_{\omega} := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} f_{\omega 1}(x)^2 dx + \int_0^{L_2} f_{\omega 2}(x)^2 dx + \int_0^{L_3} f_{\omega 3}(x)^2 dx + \int_0^{L_4} f_{\omega 4}(x)^2 dx + \int_0^{L_5} f_{\omega 5}(x)^2 dx \right)$$

Wyznaczenie bieguna:

$$J_{\omega y} = 2.339 \times 10^5 \quad J_{\omega z} = -2.653 \times 10^5 \quad J_{\omega} = 2.505 \times 10^7$$

Współrzędne bieguna w układzie osi głównych centralnych:

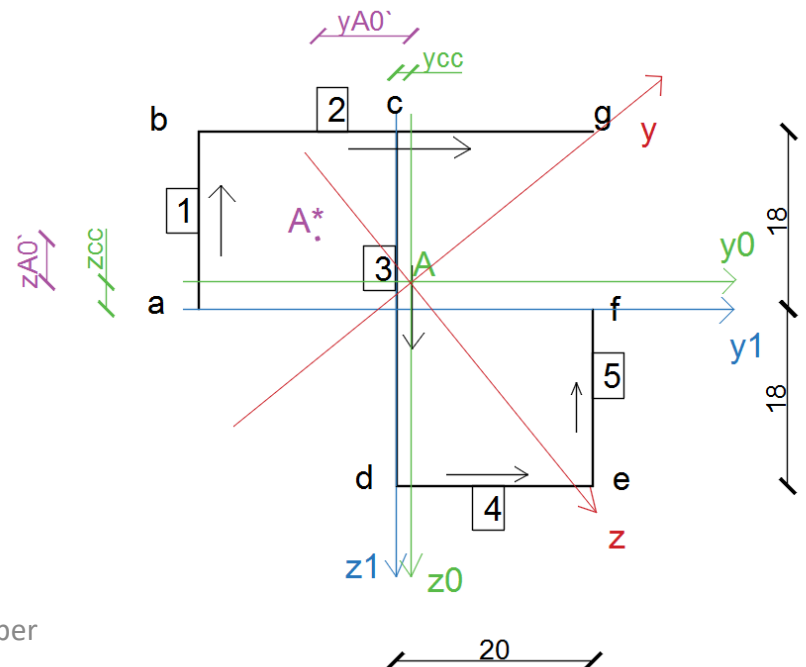
$$z_{A'} := 0 - \frac{J_{\omega y}}{J_z} = -9.74$$

$$y_{A'} := 0 + \frac{J_{\omega z}}{J_y} = -4.212$$

Transformacja współrzędnych bieguna do układu osi centralnych y_0z_0 :

$$z_{A0'} := z_{A'} \cdot \cos(\varphi_1) + y_{A'} \cdot \sin(\varphi_1) = -4.838$$

$$y_{A0'} := -z_{A'} \cdot \sin(\varphi_1) + y_{A'} \cdot \cos(\varphi_1) = -9.444$$



Wyznaczenie wartości ω' dla biegun:

$$n := 18 - |z_{cc}| - |z_{A0}| = 10.435$$

$$m := |y_{A0}| - |y_{cc}| = 7.929$$

$$k := 6.22000773993$$

$$\omega_c' := k \cdot n = 64.907$$

$$\omega_b' := \omega_c' - \frac{L_2 n}{2} = -143.796$$

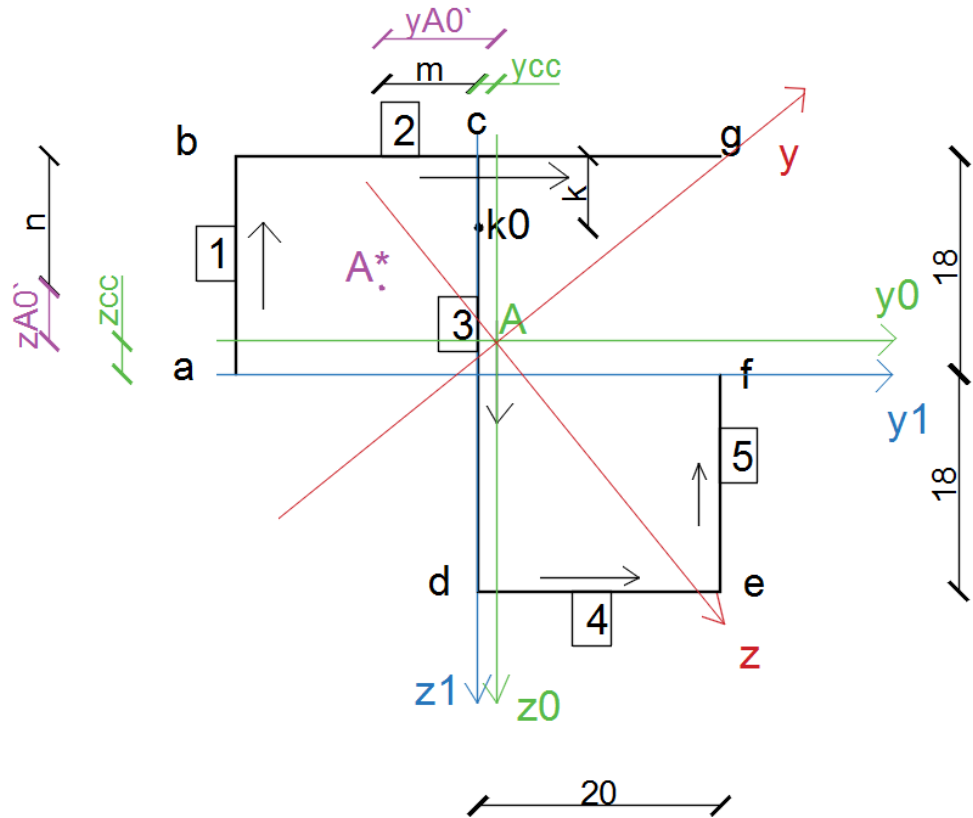
$$\omega_a' := \omega_b' - L_1 \left(-m + \frac{L_2}{2} \right) = -361.07$$

$$\omega_g' := \omega_c' + n \cdot \frac{L_2}{2} = 273.609$$

$$\omega_d' := \omega_c' + L_3 m = 350.358$$

$$\omega_e' := \omega_d' - L_4 (L_3 - n) = -160.939$$

$$\omega_f' := \omega_e' - L_5 (m + L_4) = -663.665$$



Przeddefiniowanie funkcji zmiennej ω' dla prętów:

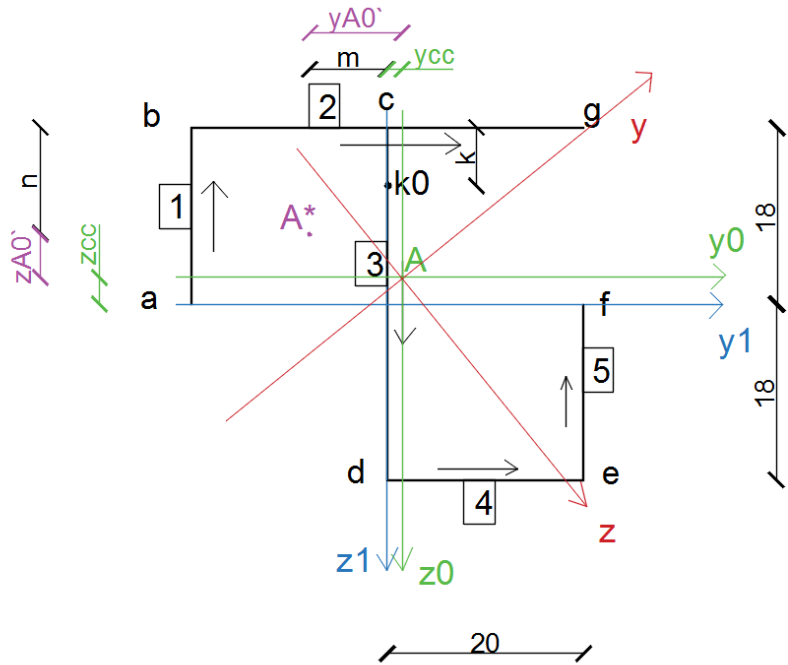
$$f_{\omega 1}(x) := \omega_{a'} - (\omega_{a'} - \omega_{b'}) \cdot \frac{x}{L_1}$$

$$f_{\omega 2}(x) := \omega_{b'} - (\omega_{b'} - \omega_{g'}) \cdot \frac{x}{L_2}$$

$$f_{\omega 3}(x) := \omega_{c'} - (\omega_{c'} - \omega_{d'}) \cdot \frac{x}{L_3}$$

$$f_{\omega 4}(x) := \omega_{d'} - (\omega_{d'} - \omega_{e'}) \cdot \frac{x}{L_4}$$

$$f_{\omega 5}(x) := \omega_{e'} - (\omega_{e'} - \omega_{f'}) \cdot \frac{x}{L_5}$$



Sprawdzenie poprawności lokalizacji bieguna:

$$J_{\omega'y} := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} f_{y1}(x) \cdot f_{\omega 1}(x) dx + \int_0^{L_2} f_{y2}(x) \cdot f_{\omega 2}(x) dx + \int_0^{L_3} f_{y3}(x) \cdot f_{\omega 3}(x) dx + \int_0^{L_4} f_{y4}(x) \cdot f_{\omega 4}(x) dx + \int_0^{L_5} f_{y5}(x) \cdot f_{\omega 5}(x) dx \right) =$$

$$J_{\omega'z} := \delta \cdot \left(\int_0^{L_1} f_{z1}(x) \cdot f_{\omega 1}(x) dx + \int_0^{L_2} f_{z2}(x) \cdot f_{\omega 2}(x) dx + \int_0^{L_3} f_{z3}(x) \cdot f_{\omega 3}(x) dx + \int_0^{L_4} f_{z4}(x) \cdot f_{\omega 4}(x) dx + \int_0^{L_5} f_{z5}(x) \cdot f_{\omega 5}(x) dx \right) = -$$

$$J_{\omega'y} = 6.548 \times 10^{-11}$$

$$J_{\omega'z} = -1.048 \times 10^{-10}$$

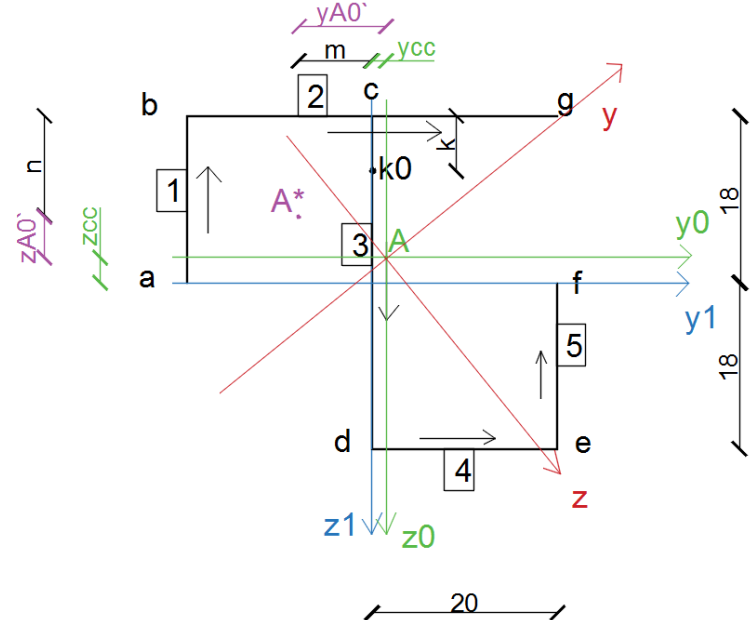
Sprawdzenie prawidłowej lokalizacji punktu k0:

$$S_{\omega'} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} f_{\omega 1}(x) dx + \int_0^{L2} f_{\omega 2}(x) dx + \int_0^{L3} f_{\omega 3}(x) dx + \int_0^{L4} f_{\omega 4}(x) dx + \int_0^{L5} f_{\omega 5}(x) dx \right) =$$

$$S_{\omega'} = -2.046 \times 10^{-10}$$

$$J_{\omega'} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} f_{\omega 1}(x)^2 dx + \int_0^{L2} f_{\omega 2}(x)^2 dx + \int_0^{L3} f_{\omega 3}(x)^2 dx + \int_0^{L4} f_{\omega 4}(x)^2 dx + \int_0^{L5} f_{\omega 5}(x)^2 dx \right)$$

$$J_{\omega'} = 1.407 \times 10^7$$



Momenty wyższego rzędu:

$$J_{z3} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} \hat{f}_1(x)^3 dx + \int_0^{L2} \hat{f}_2(x)^3 dx + \int_0^{L3} \hat{f}_3(x)^3 dx + \int_0^{L4} \hat{f}_4(x)^3 dx + \int_0^{L5} \hat{f}_5(x)^3 dx \right)$$

$$J_{y3} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} \hat{f}_y1(x)^3 dx + \int_0^{L2} \hat{f}_y2(x)^3 dx + \int_0^{L3} \hat{f}_y3(x)^3 dx + \int_0^{L4} \hat{f}_y4(x)^3 dx + \int_0^{L5} \hat{f}_y5(x)^3 dx \right)$$

$$J_{y2z} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} \hat{f}_y1(x)^2 \cdot \hat{f}_z1(x) dx + \int_0^{L2} \hat{f}_y2(x)^2 \cdot \hat{f}_z2(x) dx + \int_0^{L3} \hat{f}_y3(x)^2 \cdot \hat{f}_z3(x) dx + \int_0^{L4} \hat{f}_y4(x)^2 \cdot \hat{f}_z4(x) dx + \int_0^{L5} \hat{f}_y5(x)^2 \cdot \hat{f}_z5(x) dx \right)$$

$$J_{yz2} := \delta \cdot \left(\int_0^{L1} \hat{f}_y1(x) \cdot \hat{f}_z1(x)^2 dx + \int_0^{L2} \hat{f}_y2(x) \cdot \hat{f}_z2(x)^2 dx + \int_0^{L3} \hat{f}_y3(x) \cdot \hat{f}_z3(x)^2 dx + \int_0^{L4} \hat{f}_y4(x) \cdot \hat{f}_z4(x)^2 dx + \int_0^{L5} \hat{f}_y5(x) \cdot \hat{f}_z5(x)^2 dx \right)$$

$$J_{z3} = 1.896 \times 10^5$$

$$J_{y3} = 7.948 \times 10^4$$

$$J_{y2z} = -5.27 \times 10^4$$

$$J_{yz2} = -1.442 \times 10^5$$

Wyznaczenie sił krytycznych przy obciążeniu siłą ściskającą w środku ciężkości:

$$y_A := y_{A'}$$

$$z_A := z_{A'}$$

$$C_y := \frac{(J_y^3 - 2 \cdot y_A \cdot J_z + J_y z^2)}{2J_z} = 2.864$$

$$C_z := \frac{(J_z^3 - 2 \cdot z_A \cdot J_y + J_z y^2)}{2J_y} = 10.826$$

$$r^2 := y_A^2 + z_A^2 + \frac{(J_y + J_z)}{A} = 478.743$$

$z_p := 0$ $y_p := 0$ \rightarrow Współrzędne punktu przyłożenia siły

Schemat – belka wolnopodparta długości 400cm

$$n_1 := 1 \quad L := 400 \quad a := 1 \quad E := 20000 \quad G := 8000$$

$$\alpha := \pi \cdot \frac{n_1}{(a \cdot L)} = 7.854 \times 10^{-3}$$

$$K_0 := (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) \cdot \frac{\delta^3}{3} = 256.608$$

dr inż. Hanna Weber

Wyznaczenie sił krytycznych przy obciążeniu siłą ściskającą w środku ciężkości:

$$P_z := E \cdot J_z \cdot \alpha^2 = 2.963 \times 10^4$$

$$P_y := E \cdot J_y \cdot \alpha^2 = 7.77 \times 10^4$$

$$P_\omega := \frac{(G \cdot K_0 + E \cdot J_\omega' \cdot \alpha^2)}{r^2} = 4.055 \times 10^4$$

$$w := \begin{bmatrix} P - P_z & 0 & P \cdot (z_A - z_p) \\ 0 & P - P_y & P \cdot (y_p - y_A) \\ P \cdot (z_A - z_p) & P \cdot (y_p - y_A) & (P - P_\omega) \cdot r^2 + 2 \cdot C_y \cdot P \cdot y_p + 2 \cdot C_z \cdot P \cdot z_p \end{bmatrix}$$

$$|w| \rightarrow 366.1450872359962889P^3 - 6.2899038563153150106e7P^2 + 3.1855889148311077064e12P - 4.46876260810941732e16$$

$$P_{kryt} := |w| \text{ solve } ,P \rightarrow \begin{pmatrix} 90695.762755060238235 \\ 23275.545011487434813 \\ 57815.890138997373689 \end{pmatrix}$$

$$P_{min} := \begin{pmatrix} P_y \\ P_z \\ P_\omega \\ P_{kryt_0} \\ P_{kryt_1} \\ P_{kryt_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.77 \times 10^4 \\ 2.963 \times 10^4 \\ 4.055 \times 10^4 \\ 9.07 \times 10^4 \\ 2.328 \times 10^4 \\ 5.782 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$P_{krytyczna} = P_{min_4} = 2.328 \times 10^4$$

Wyznaczenie sił krytycznych przy obciążeniu siłą ściskającą w biegunie:

$$z_p := z_{A'} = -9.74$$

$$y_p := y_{A'} = -4.212$$

$$w := \begin{bmatrix} P - P_z & 0 & P \cdot (z_A - z_p) \\ 0 & P - P_y & P \cdot (y_p - y_A) \\ P \cdot (z_A - z_p) & P \cdot (y_p - y_A) & (P - P_\omega) \cdot r^2 + 2 \cdot C_y \cdot P \cdot y_p + 2 \cdot C_z \cdot P \cdot z_p \end{bmatrix}$$

$$|w| \rightarrow 243.72847065789973603P^3 - 4.5571818818054700486e7P^2 + 2.6446017989589370042e12P - 4.46876260810941732e16$$

$$P_{kryt} := |w| \text{ solve } , P \rightarrow \begin{pmatrix} 77702.082533901099981 \\ 79650.720099010521098 \\ 29625.020249421494 \end{pmatrix}$$

$$P_{min} := \begin{pmatrix} P_y \\ P_z \\ P_\omega \\ P_{kryt_0} \\ P_{kryt_1} \\ P_{kryt_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.77 \times 10^4 \\ 2.963 \times 10^4 \\ 4.055 \times 10^4 \\ 7.77 \times 10^4 \\ 7.965 \times 10^4 \\ 2.963 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$P_{krytyczna} = P_{min_5} = 2.963 \times 10^4$$

Wyznaczenie sił krytycznych przy obciążeniu siłą ściskającą w punkcie k0:

$$z_{p0} := -(18 - |z_{cc}| - k) = -9.053$$

$$y_{p0} := -(y_{cc}) = -1.515$$

$$z_p := \cos(\varphi_1) \cdot z_{p0} - \sin(\varphi_1) \cdot y_{p0} = -7.95$$

$$y_p := \cos(\varphi_1) \cdot y_{p0} + \sin(\varphi_1) \cdot z_{p0} = 4.588$$

$$w := \begin{bmatrix} P - P_z & 0 & P \cdot (z_A - z_p) \\ 0 & P - P_y & P \cdot (y_p - y_A) \\ P \cdot (z_A - z_p) & P \cdot (y_p - y_A) & (P - P_\omega) \cdot r^2 + 2 \cdot C_y \cdot P \cdot y_p + 2 \cdot C_z \cdot P \cdot z_p \end{bmatrix}$$

$$|w| \rightarrow 252.24728542555688235P^3 - 5.2597983228464785657e7P^2 + 2.8498382217465359483e12P - 4.46876260810941732e16$$

$$P_{kryt} := |w| \text{ solve } ,P \rightarrow \begin{pmatrix} 134138.59994280919622 \\ 45085.546276751763767 \\ 29293.392986970883385 \end{pmatrix}$$

$$P_{krytyczna} = P_{min} = 2.929 \times 10^4$$

$$P_{min} := \begin{pmatrix} P_y \\ P_z \\ P_\omega \\ P_{kryt_0} \\ P_{kryt_1} \\ P_{kryt_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.77 \times 10^4 \\ 2.963 \times 10^4 \\ 4.055 \times 10^4 \\ 1.341 \times 10^5 \\ 4.509 \times 10^4 \\ 2.929 \times 10^4 \end{pmatrix}$$