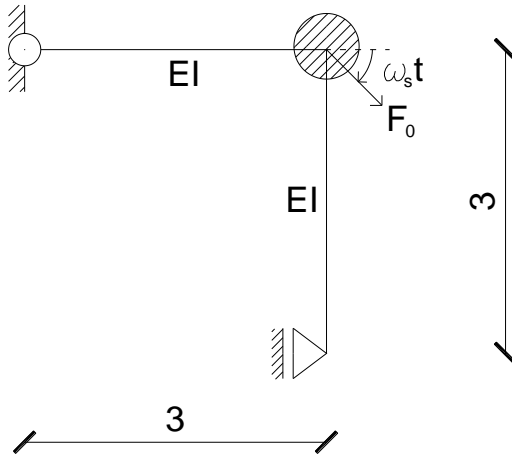


## Drgania wymuszone układów o jednym dynamicznym stopniu swobody

**Polecenie:** Sporządź wykresy statycznych i dynamicznych sił przekrojowych jeżeli ustrój nieważka rama – urządzenie obciążony jest siłą  $F(t) = 20 \sin(6t) [kN]$ . Masa urządzenia wynosi  $200kg$ , a sztywność układu  $EI=4000kNm^2$ ,  $EA \rightarrow \infty$ .

a)

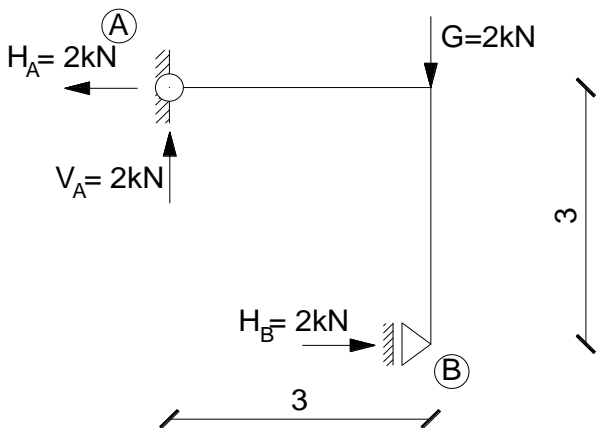


Obciążenie statyczne – to obciążenie ciężarem własnym. Siłę ciężkości przykładamy w miejscu występowania masy. Siła ciężkości zawsze działa pionowo w dół.

Wyznaczenie wartości ciężaru masy:

$$G = M \cdot g = 200kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 2000N = 2kN$$

Obciążenie statyczne układu:



Wyznaczenie reakcji:

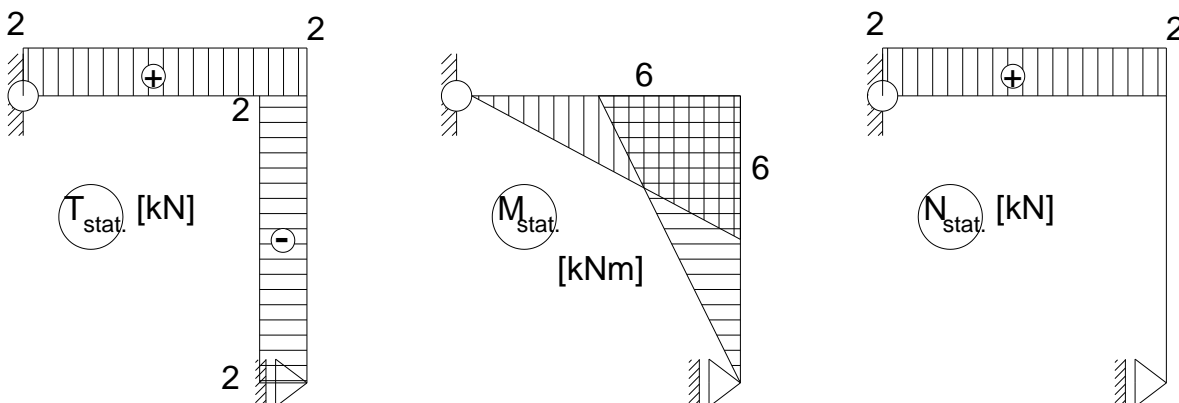
$$\sum M_A = G \cdot 3 - H_B \cdot 3 = 0$$

$$H_B = \frac{3G}{3} = G = 2kN$$

$$\sum R_x = -H_A + H_B = 0 \rightarrow H_A = H_B = 2kN$$

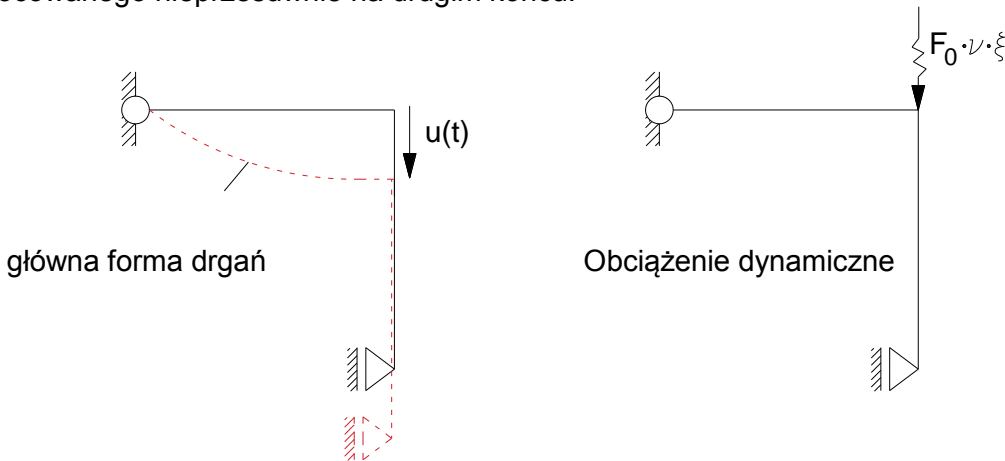
$$\sum R_y = V_A - G = 0 \rightarrow V_A = G = 2kN$$

Wykresy sił przekrojowych od obciążenia statycznego:



Wyznaczenie obciążenia dynamicznego:

Obciążenie dynamiczne stawiamy na kierunku możliwego ruchu węzła (główna forma drgań). Ponieważ  $EA \rightarrow \infty$ , pręty nie ulegają wydłużeniu, zatem obciążenie dynamiczne ustawiamy prostopadłe do pręta zamocowanego nieprzesuwnie na drugim końcu.



Wykorzystując wzór na obciążenie wymuszające  $F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega_s t) = 20 \sin(6t)[kN]$  uzyskujemy potrzebne dane:

- amplituda siły wymuszającej  $F_0 = 20kN$ ,
- częstotliwość wymuszenia  $\omega_s = 6 [rad / s]$

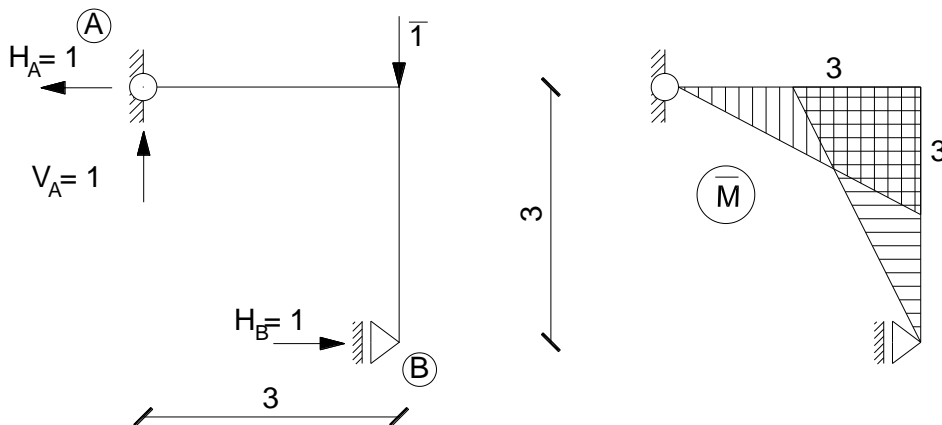
Obciążenie dynamiczne to iloczyn amplitudy siły wymuszającej  $F_0$ , współczynnika dynamicznego  $\nu$  i współczynnika zmęczeniowego  $\xi$ . Jeżeli nie ma żadnych danych w zadaniu to współczynnik zmęczeniowy przyjmujemy jako  $\xi = 1$ .

Współczynnik dynamiczny wyznaczamy na podstawie wzoru:

$$\nu = \left| \frac{1}{1 - \eta^2} \right|, \text{ gdzie } \eta = \frac{\omega_s}{\omega}$$

Wyznaczenie częstotliwości drgań własnych układu:

Stawiamy jednostkową siłę, w miejscu występowania masy na kierunku możliwego przemieszczenia i wyznaczamy wykres momentów  $\bar{M}$ .



Całkując graficznie wykres sam przez siebie otrzymujemy współczynnik podatności układu:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) = \frac{18}{EI}$$

Częstotliwość drgań własnych układu:

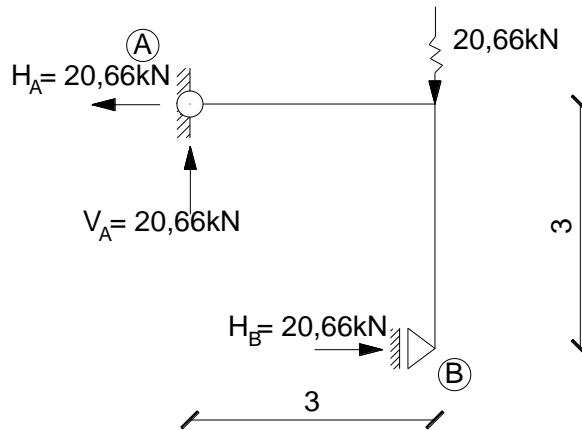
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m \cdot \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{EI}{m \cdot 18}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^6}{200 \cdot 18}} = 33,33 \text{ [rad/s]} - \text{do obliczeń sztywność podstawiamy w Nm}^2.$$

Współczynnik dynamiczny:

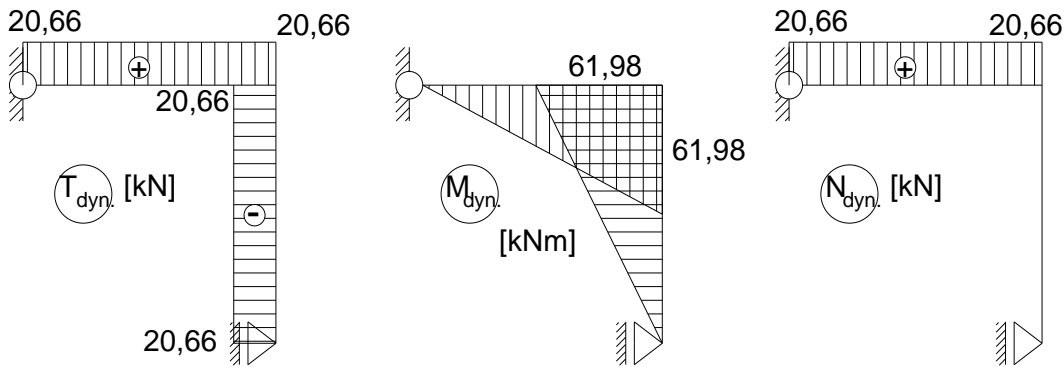
$$\eta = \frac{\omega_s}{\omega} = \frac{6}{33,33} = 0,18 \rightarrow \nu = \left| \frac{1}{1 - \eta^2} \right| = \left| \frac{1}{1 - 0,18^2} \right| = 1,033$$

Wyznaczenie obciążenia dynamicznego:

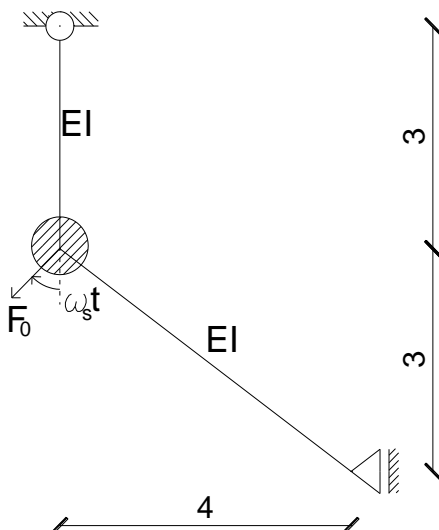
$$F_0 \cdot \nu \cdot \xi = 20 \cdot 1,033 \cdot 1 = 20,66 \text{ kN}$$



Wykresy od obciążenia dynamicznego:



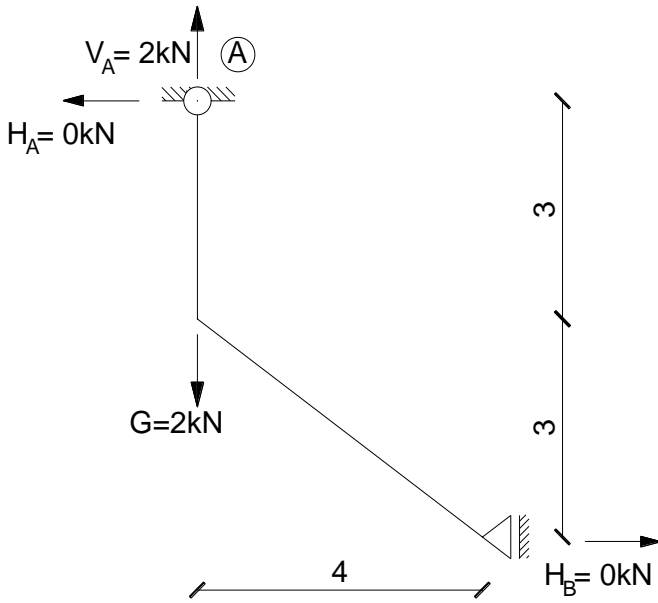
b)



Wyznaczenie wartości ciężaru masy:

$$G = M \cdot g = 200\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2000\text{N} = 2\text{kN}$$

Obciążenie statyczne układu:



Wyznaczenie reakcji:

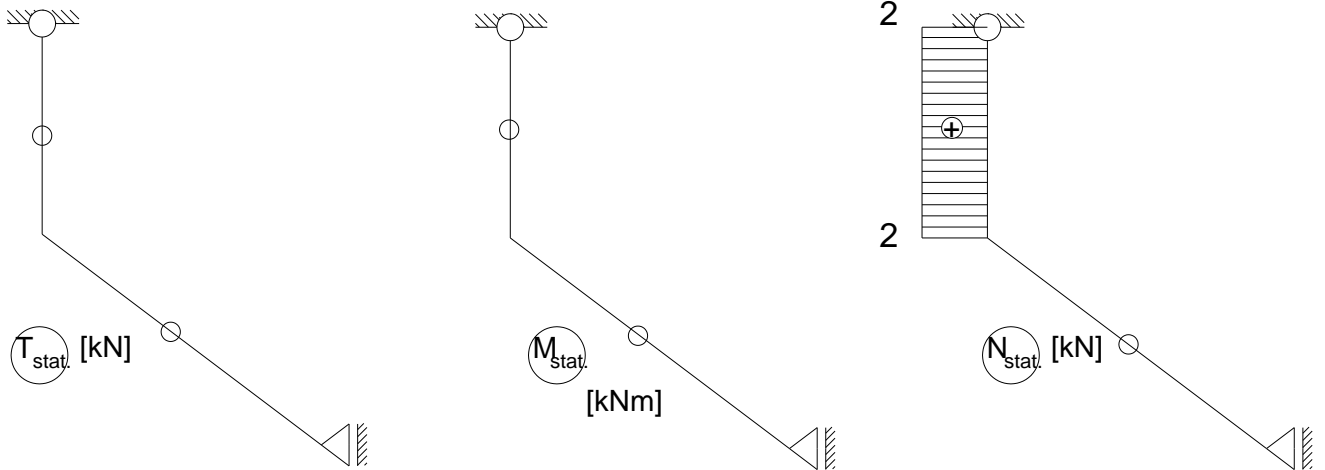
$$\sum M_A = H_B \cdot 6 = 0$$

$$H_B = 0\text{kN}$$

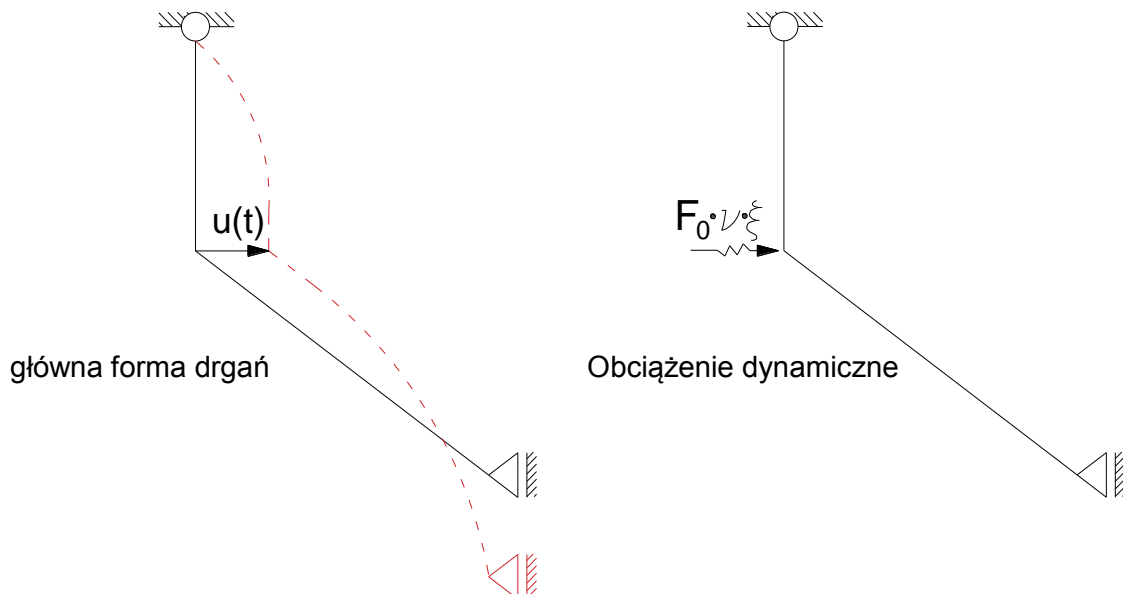
$$\sum R_x = -H_A + H_B = 0 \rightarrow H_A = H_B = 0\text{kN}$$

$$\sum R_y = V_A - G = 0 \rightarrow V_A = G = 2\text{kN}$$

Wykresy sił przekrojowych od obciążenia statycznego:



Wyznaczenie obciążenia dynamicznego:

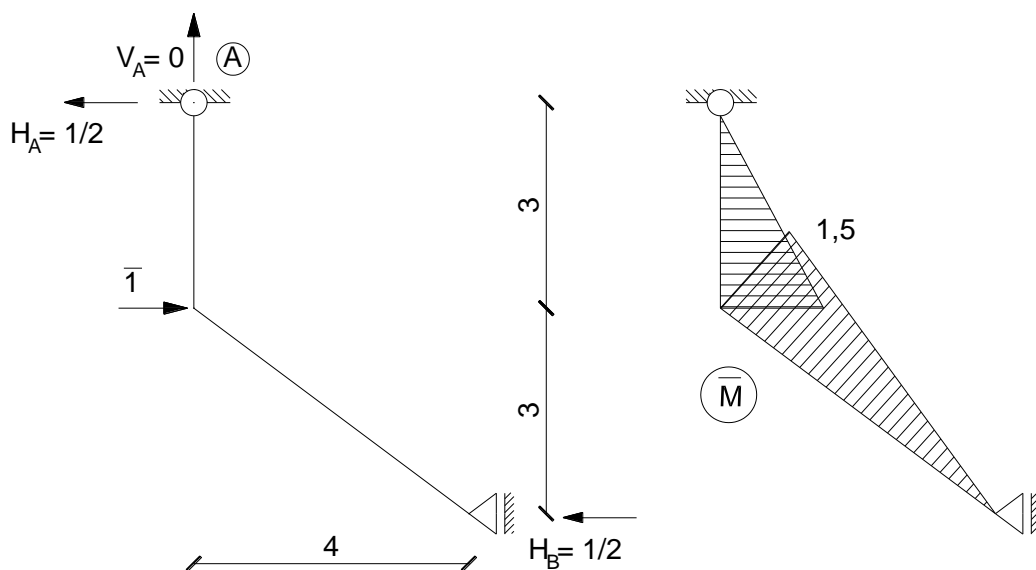


Jak w poprzednim podpunkcie:

- amplituda siły wymuszającej  $F_0 = 20kN$ ,
- częstotliwość wymuszenia  $\omega_s = 6 [rad / s]$ ,
- współczynnik zmęczenia  $\xi = 1$ .

Wyznaczenie częstotliwości drgań własnych układu:

Stawiamy jednostkową siłę, w miejscu występowania masy na kierunku możliwego przemieszczenia i wyznaczamy wykres momentów  $\bar{M}$ .



Współczynnik podatności układu:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,5 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,5 \right) = \frac{6}{EI}$$

Częstotliwość drgań własnych układu:

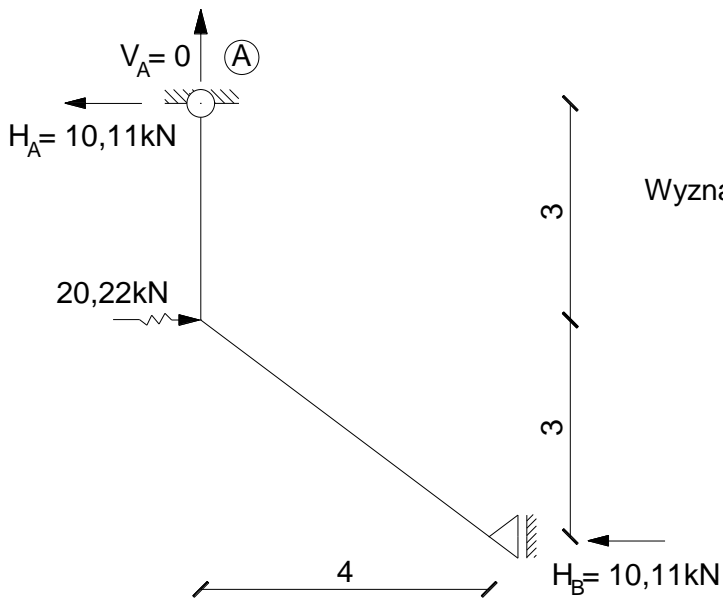
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m \cdot \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{EI}{m \cdot 6}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^6}{200 \cdot 6}} = 57,74 [rad/s] - \text{do obliczeń sztywność podstawiamy w Nm}^2.$$

Współczynnik dynamiczny:

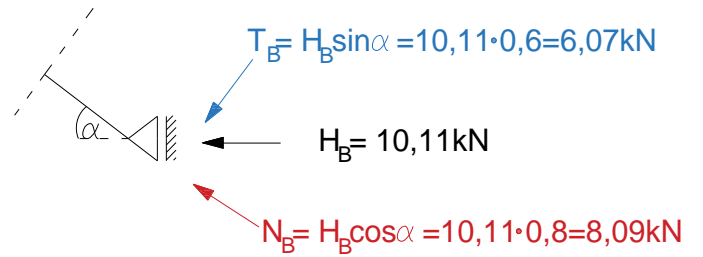
$$\eta = \frac{\omega_s}{\omega} = \frac{6}{57,74} = 0,104 \rightarrow \nu = \left| \frac{1}{1 - \eta^2} \right| = \left| \frac{1}{1 - 0,104^2} \right| = 1,011$$

Wyznaczenie obciążenia dynamicznego:

$$F_0 \cdot \nu \cdot \xi = 20 \cdot 1,011 \cdot 1 = 20,22kN$$



Wyznaczenie siły tnącej i normalnej na przecie ukośnym:



Wykresy od obciążenia dynamicznego:

