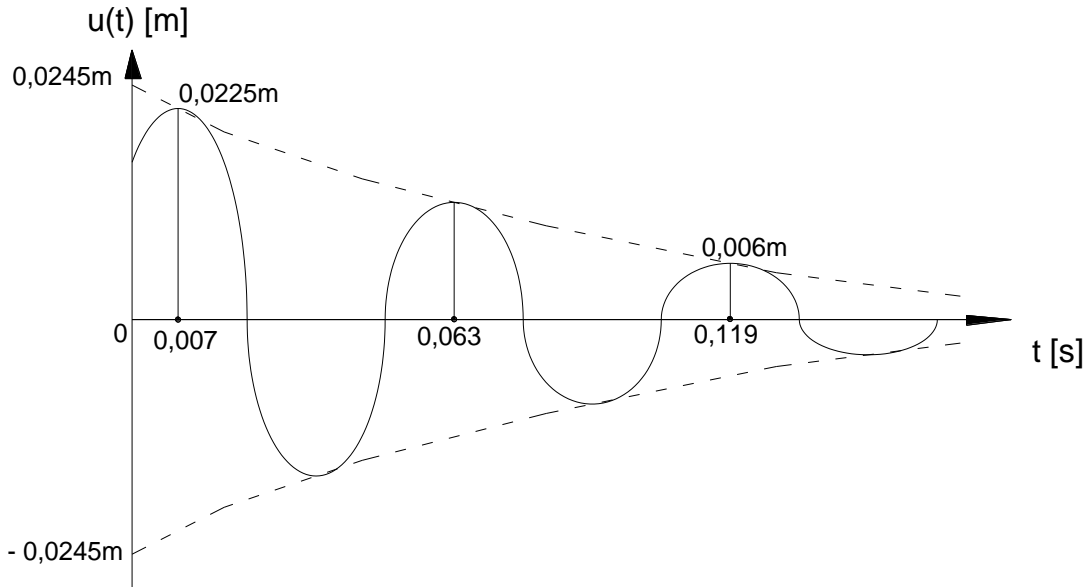


Drgania swobodne tłumione układów o jednym dynamicznym stopniu swobody

Polecenie: Wyznaczyć równanie ruchu drgań swobodnych dla układu o jednym dynamicznym stopniu swobody dla przebiegu drgań opisanego na rysunku.



Dane odczytane na podstawie rysunku:

- okres drgań swobodnych – czas jednego pełnego wahnięcia układu: $T_\alpha = 0,063 - 0,007 = 0,056 \text{ s}$;
- amplituda – $C=0,0245\text{m}$
- kolejne amplitudy z wykresu $A_1=0,0225\text{m}$, $A_3=0,006\text{m}$

Wyznaczenie częstości kołowej drgań swobodnych wykorzystując okresu drgań:

$$\omega_\alpha = \frac{2\pi}{T_\alpha} = \frac{2\pi}{0,056} = 112,2 [\text{rad} / \text{s}]$$

Wyznaczenie współczynnika tłumienia α :

$$\text{Logarytmiczny dekrement tłumienia: } \Delta = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{A_i}{A_{i+n}}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A_1}{A_3}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{0,0225}{0,006}\right) = 0,661$$

$$\text{Współczynnik tłumienia: } \alpha = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{0,661}{2\pi} = 0,105$$

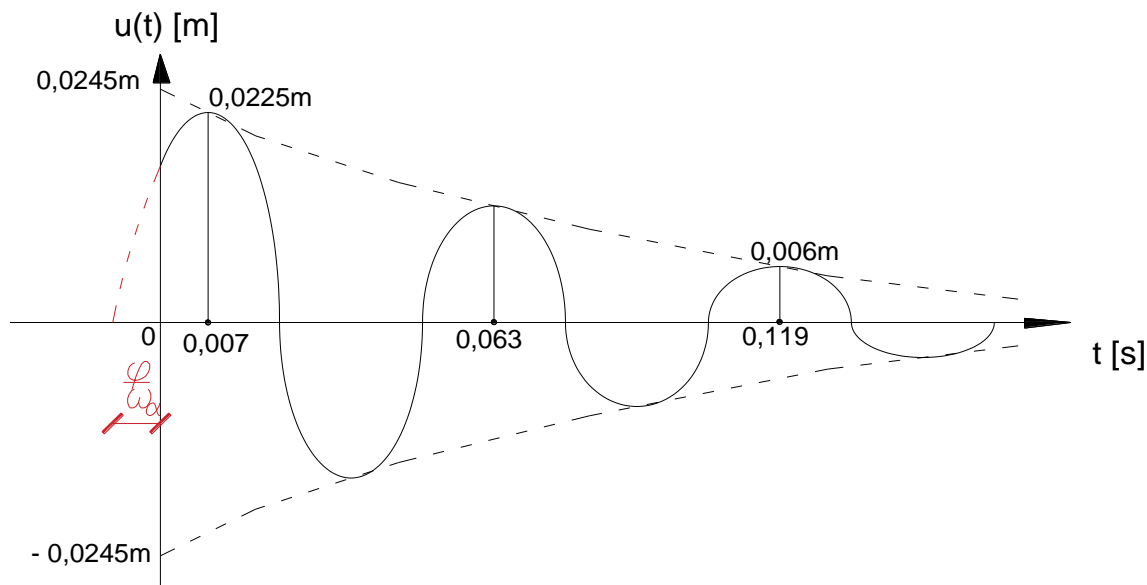
Częstotliwość kołowa drgań własnych układu:

$$\omega_\alpha = \omega\sqrt{1-\alpha^2} \rightarrow \omega = \frac{\omega_\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} = \frac{112,2}{\sqrt{1-0,105^2}} = 112,82 [\text{rad/s}]$$

Równanie ruchu drgań swobodnych tłumionych w postaci zwiniętej:

$$u(t) = Ce^{-\alpha t} \sin(\omega_\alpha t + \varphi)$$

Określenie kąta przesunięcia fazowego na podstawie rysunku:



$$\frac{\varphi}{\omega_\alpha} = \frac{1}{4}T_\alpha - 0,007 = \frac{1}{4} \cdot 0,056 - 0,007 = 0,007s$$

$$\varphi = \omega_\alpha \cdot 0,007 = 112,2 \cdot 0,007 = 0,7854 \text{ rad}$$

Wstawiając dane do równania ruchu otrzymujemy:

$$u(t) = Ce^{-\alpha t} \sin(\omega_\alpha t + \varphi) = 0,0245 \cdot e^{-0,105 \cdot 112,82t} \sin(112,2t + 0,7854)$$

Równanie ruchu ma postać:

$$u(t) = 0,0245 \cdot e^{-11,846t} \sin(112,2t + 0,7854)$$