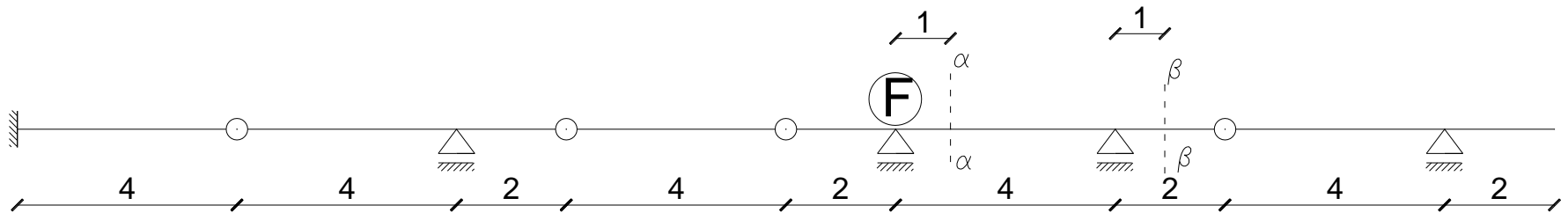


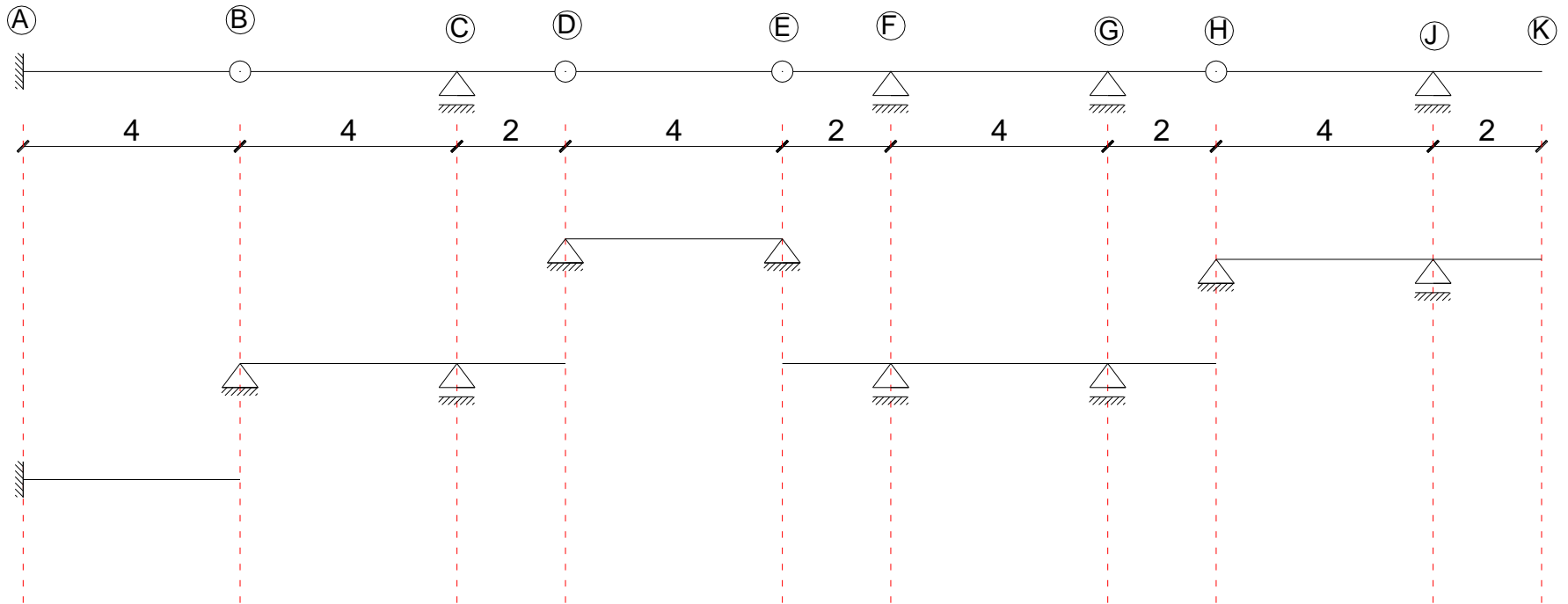
# Wykład 6:

Linie wpływu reakcji i sił wewnętrznych w belkach gerbera.  
Obciążanie linii wpływu.

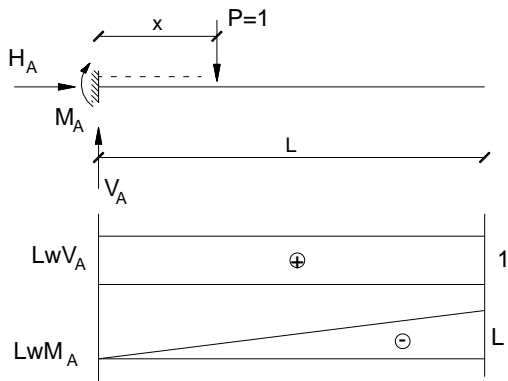
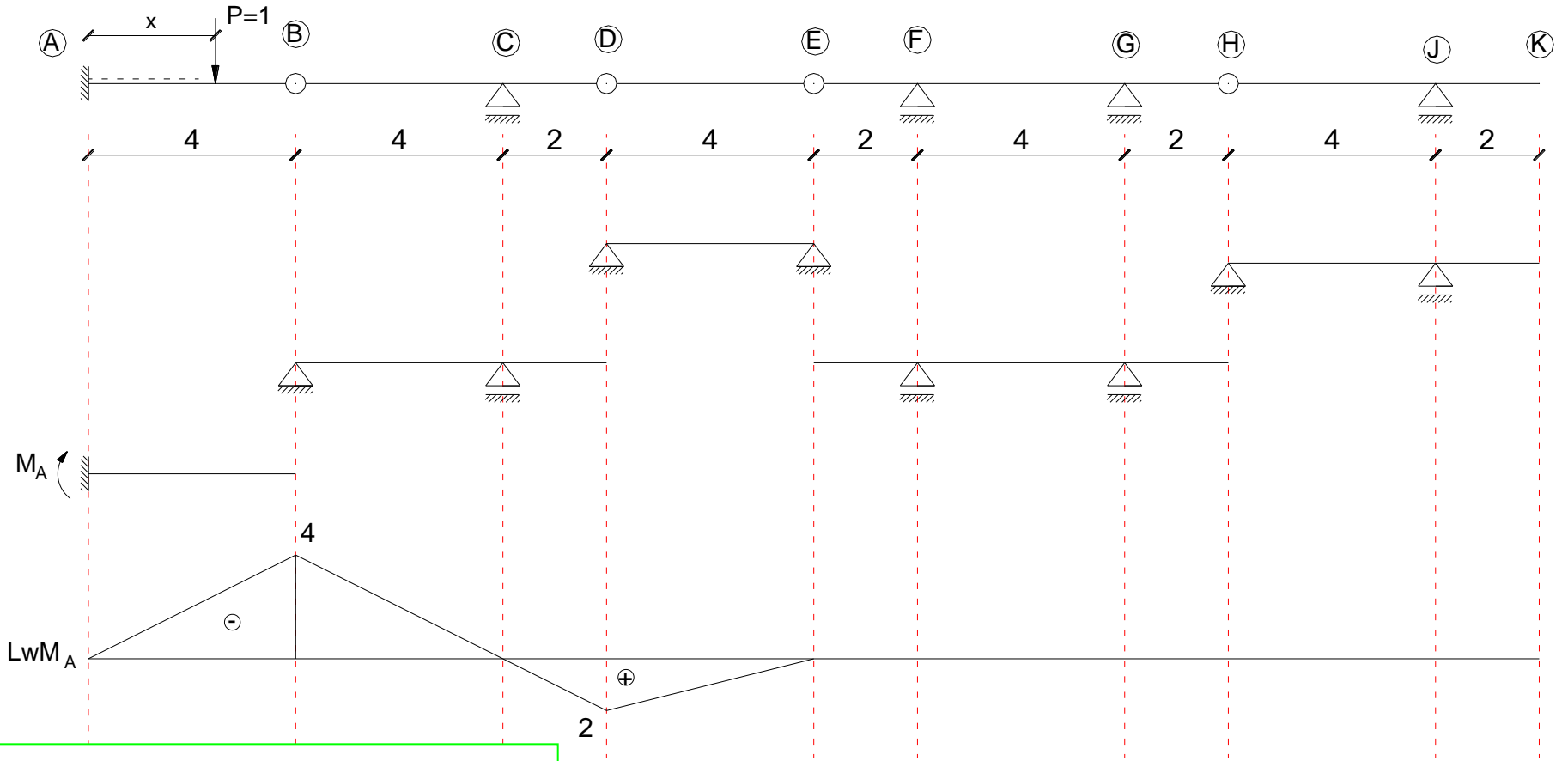
**Zadanie 1.** Dla przedstawionej belki wrysować linie wpływu momentów podporowych, sił wewnętrznych w zadanych przekrojach oraz linie wpływu siły tnącej po prawej i lewej stronie podpory F.



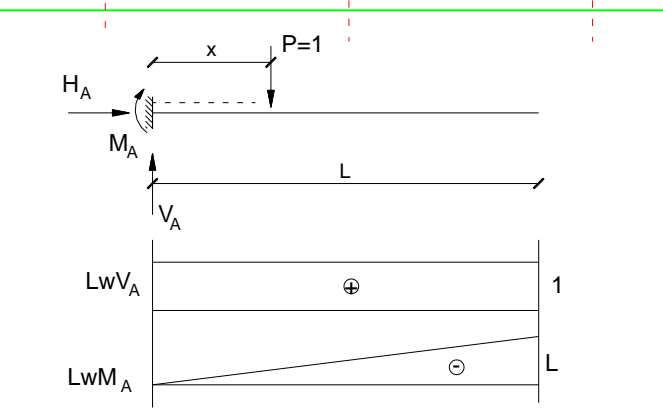
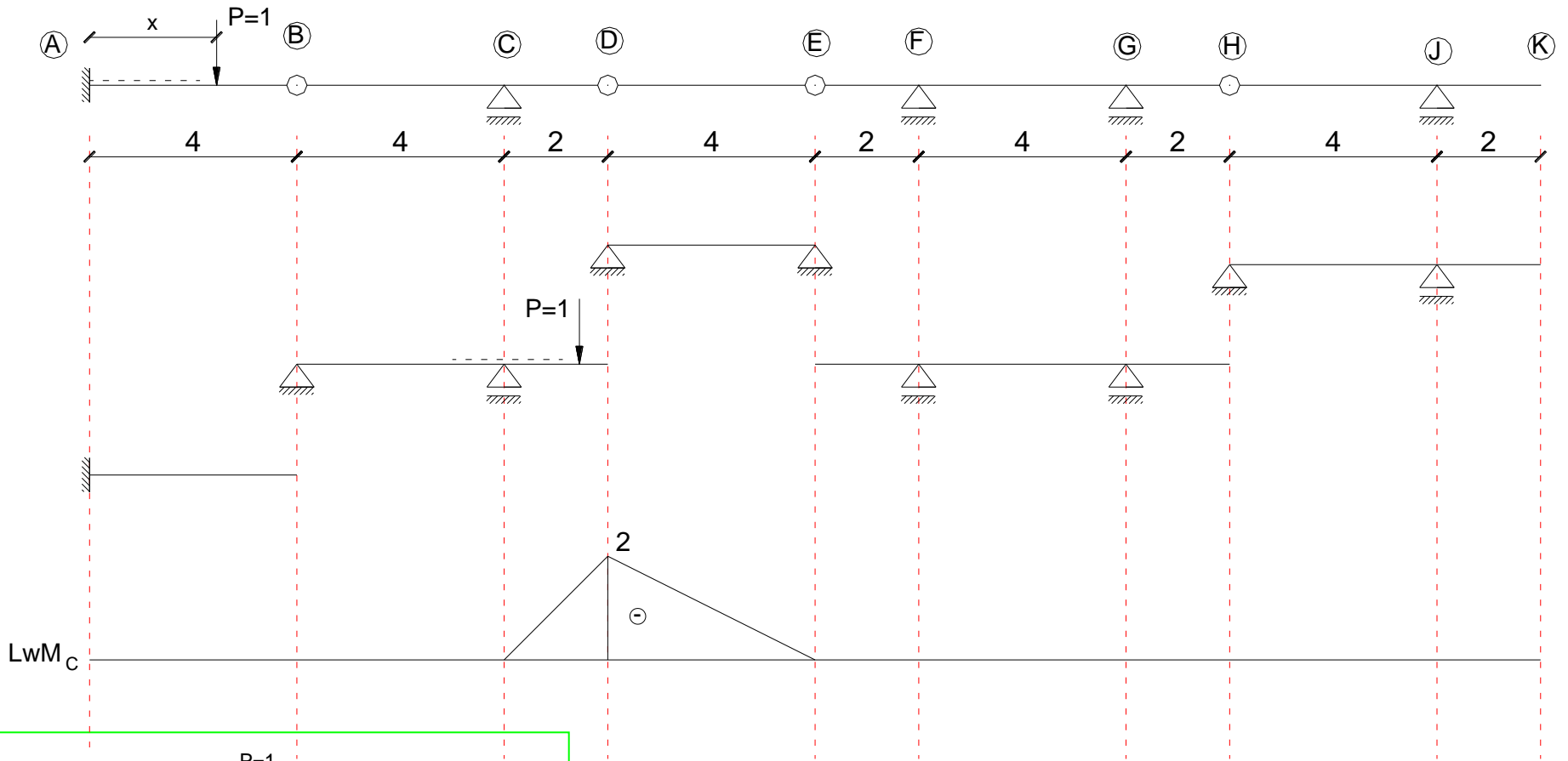
# Schemat pracy zadanej belki gerbera



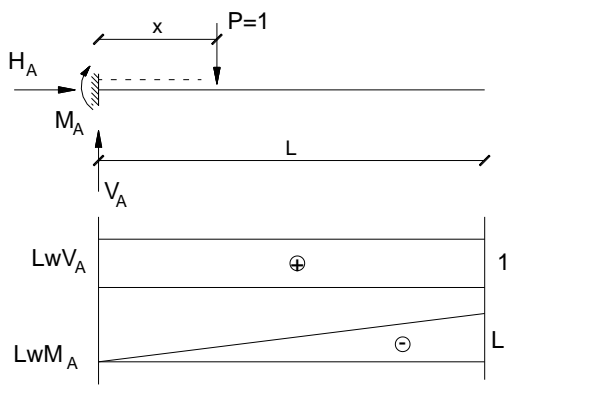
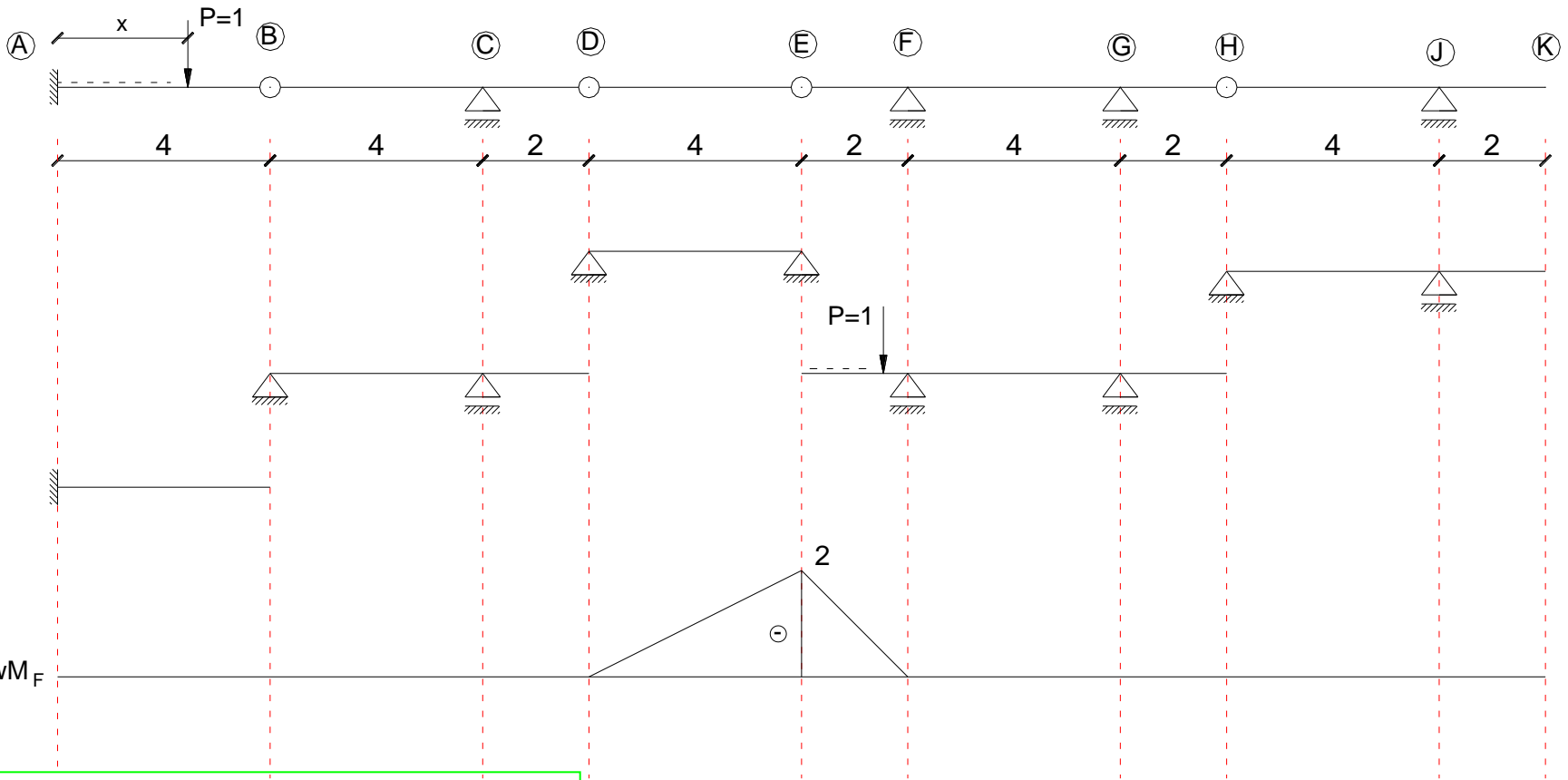
# Linia wpływu momentu $M_A$



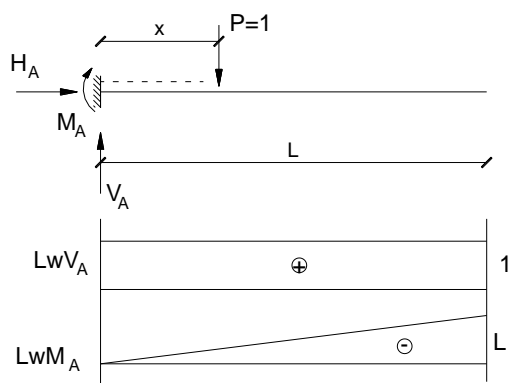
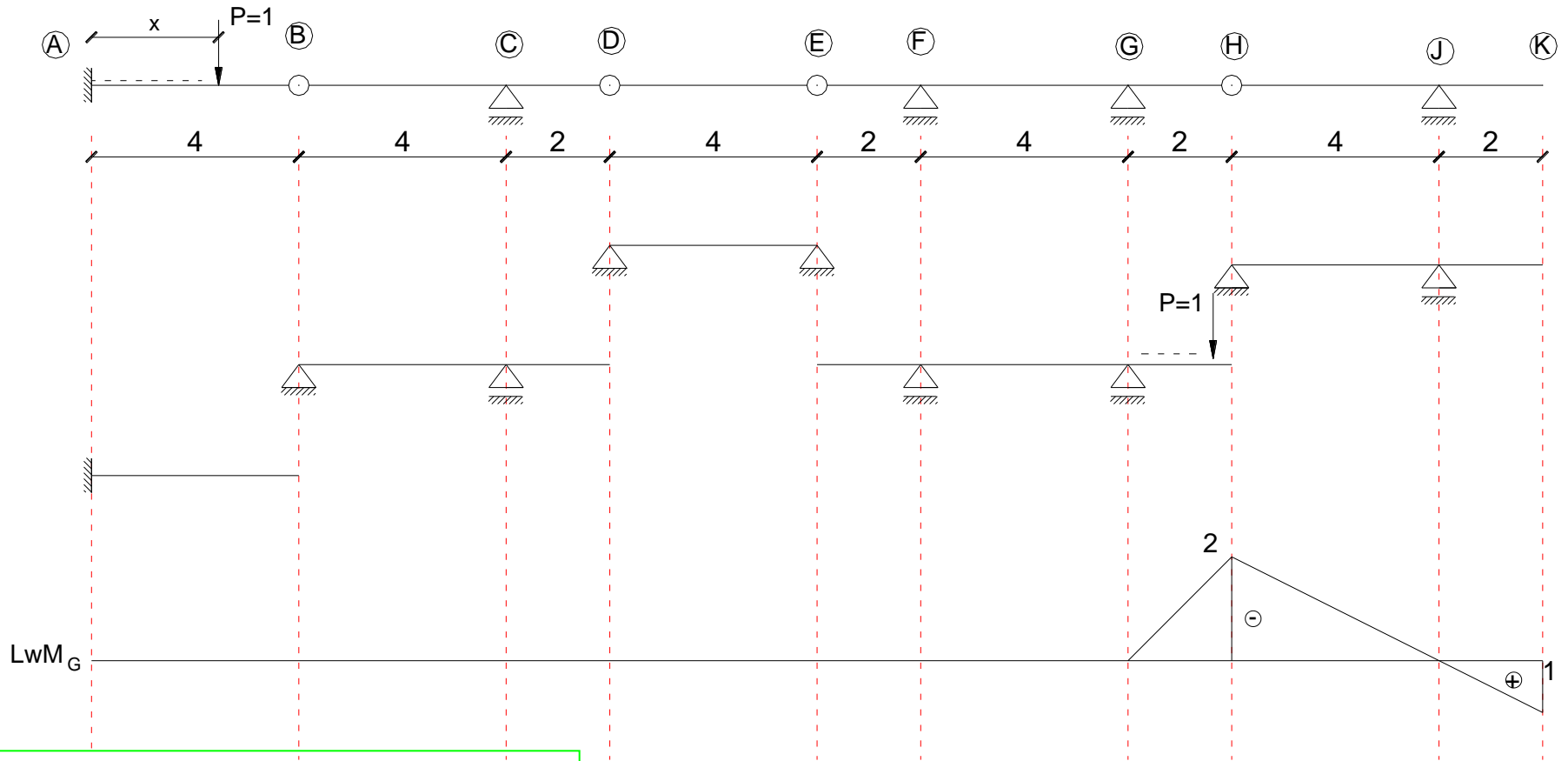
# Linia wpływu momentu $M_C$



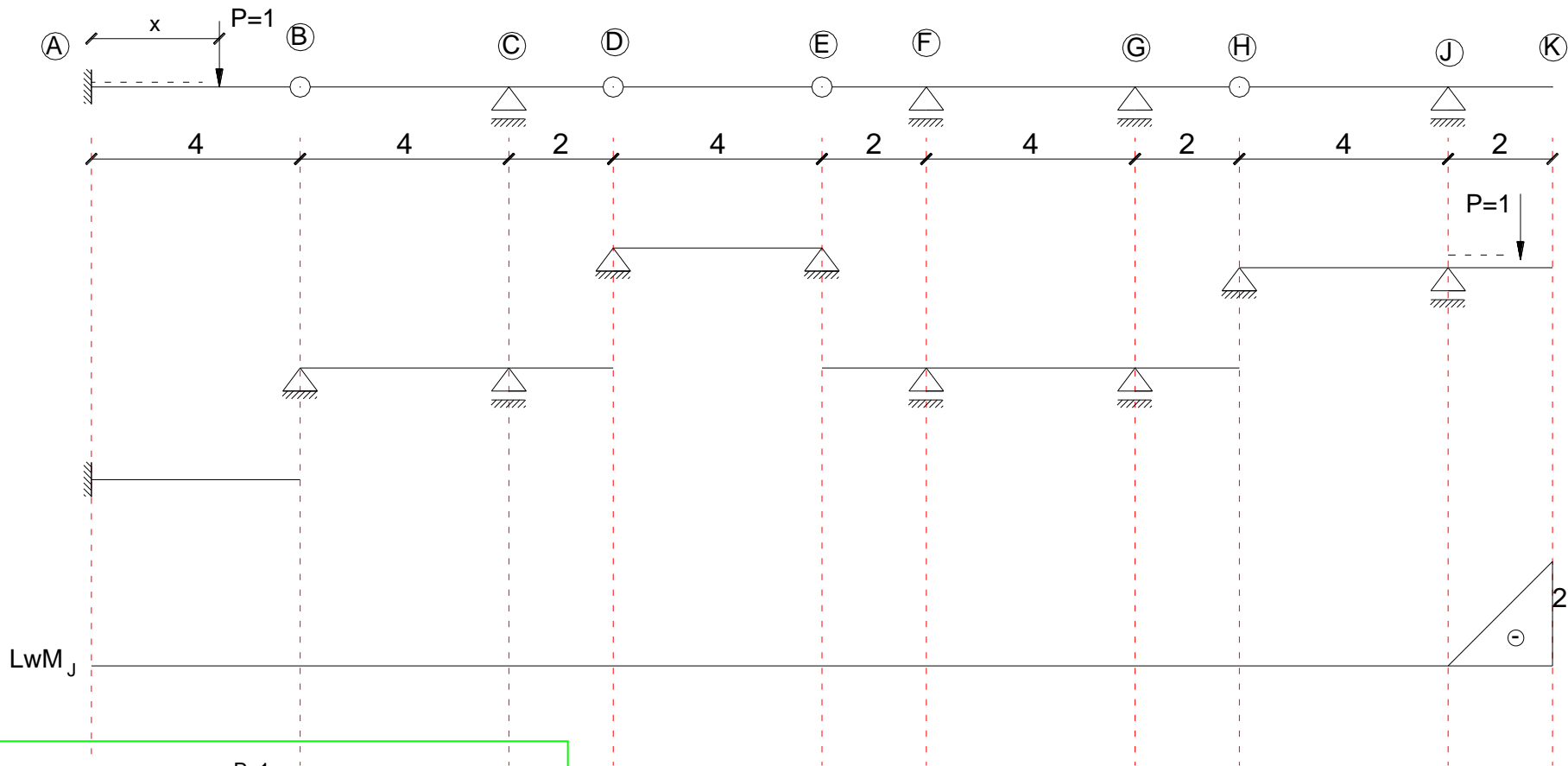
# Linia wpływu momentu $M_F$



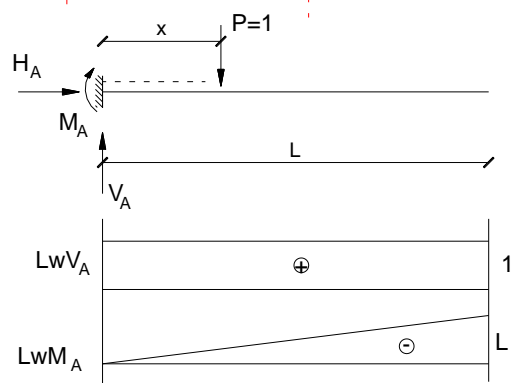
# Linia wpływu momentu $M_G$



# Linia wpływu momentu $M_J$

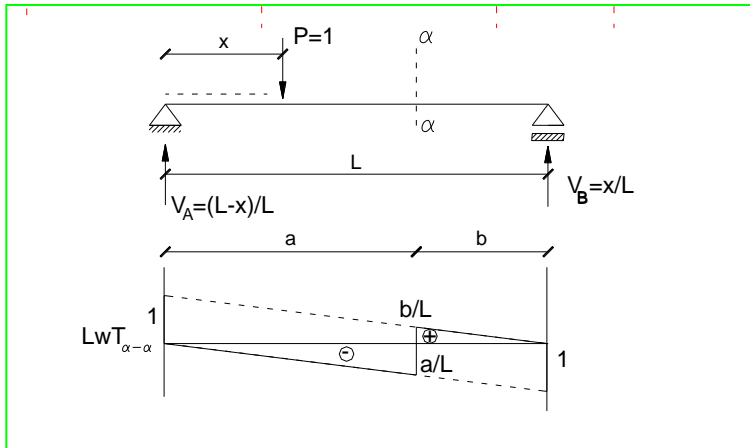
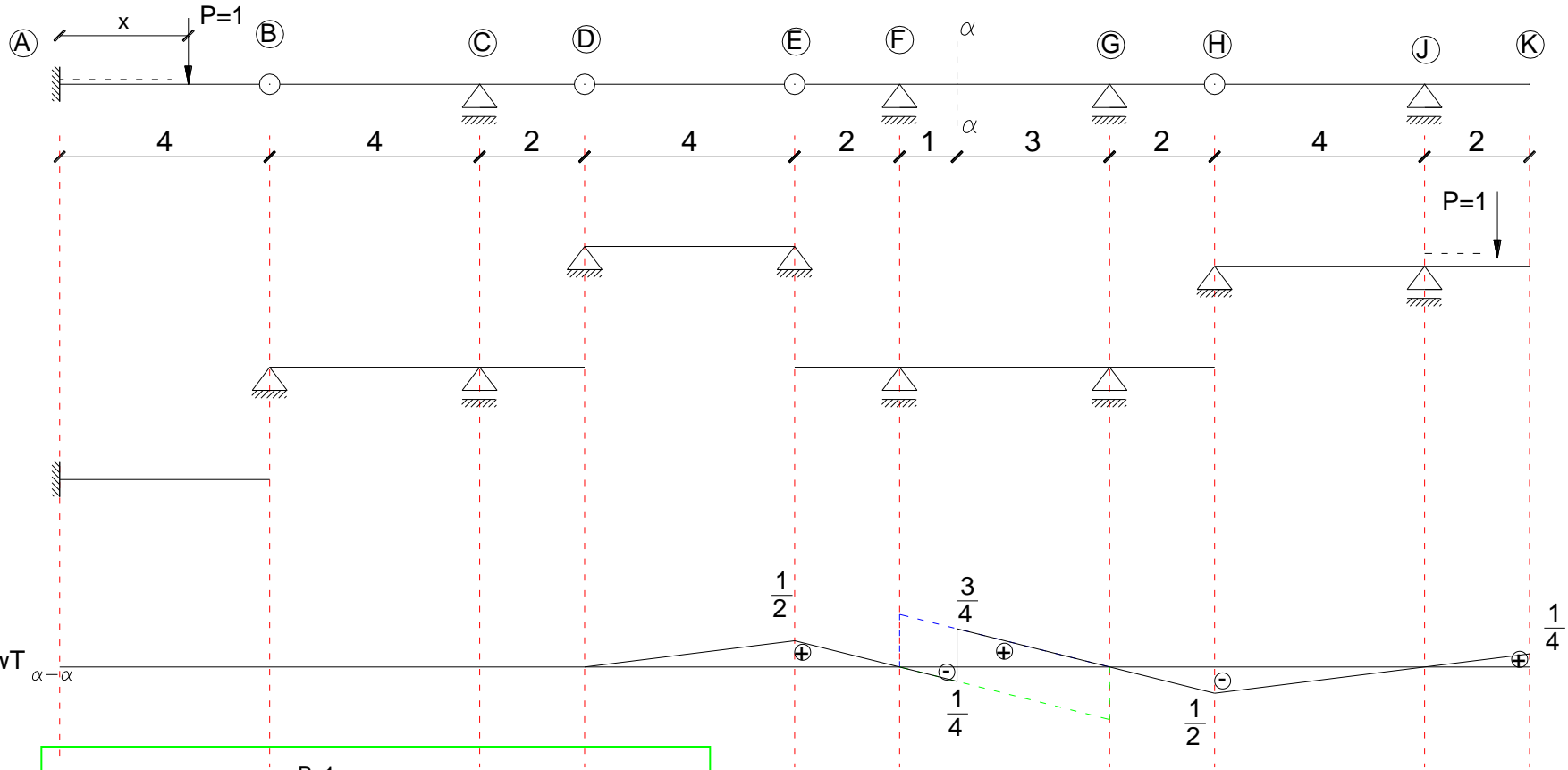


LwM<sub>J</sub>

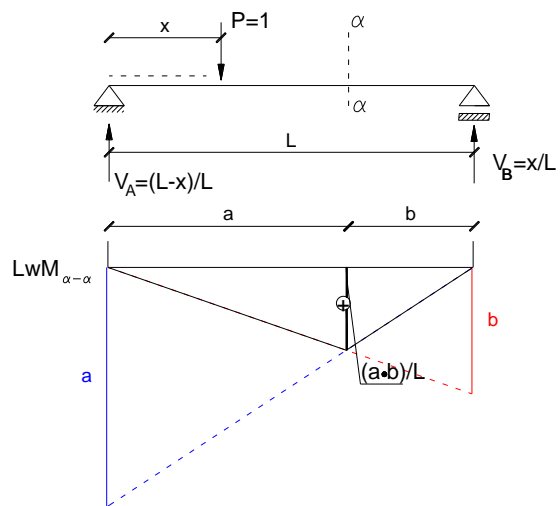
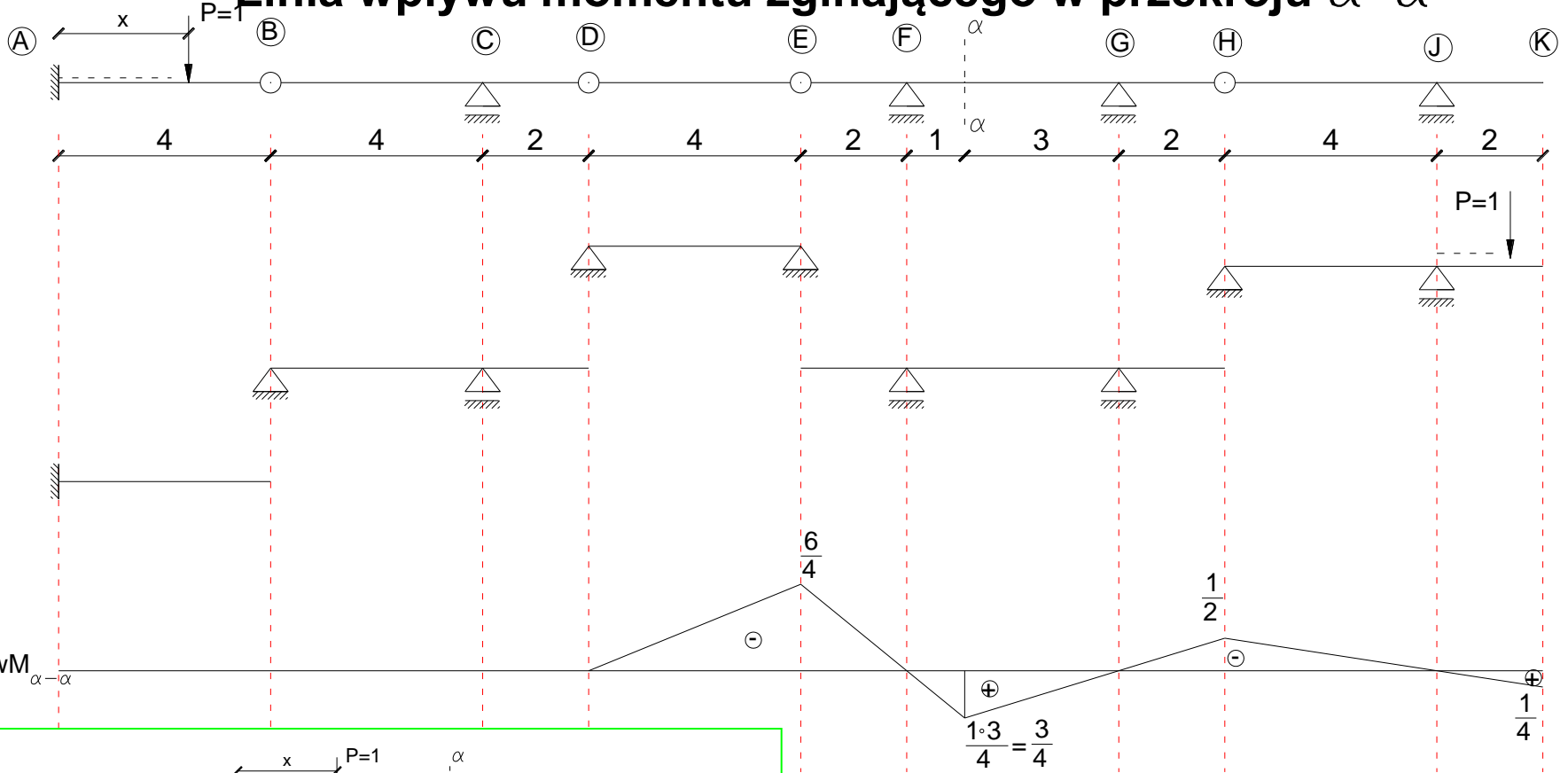




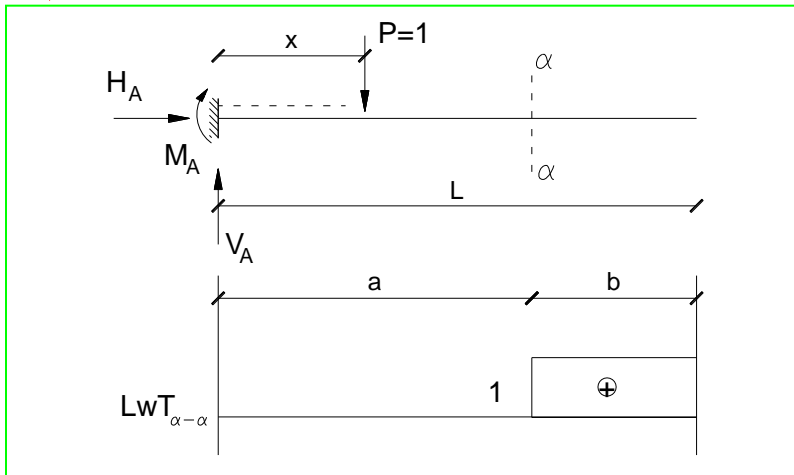
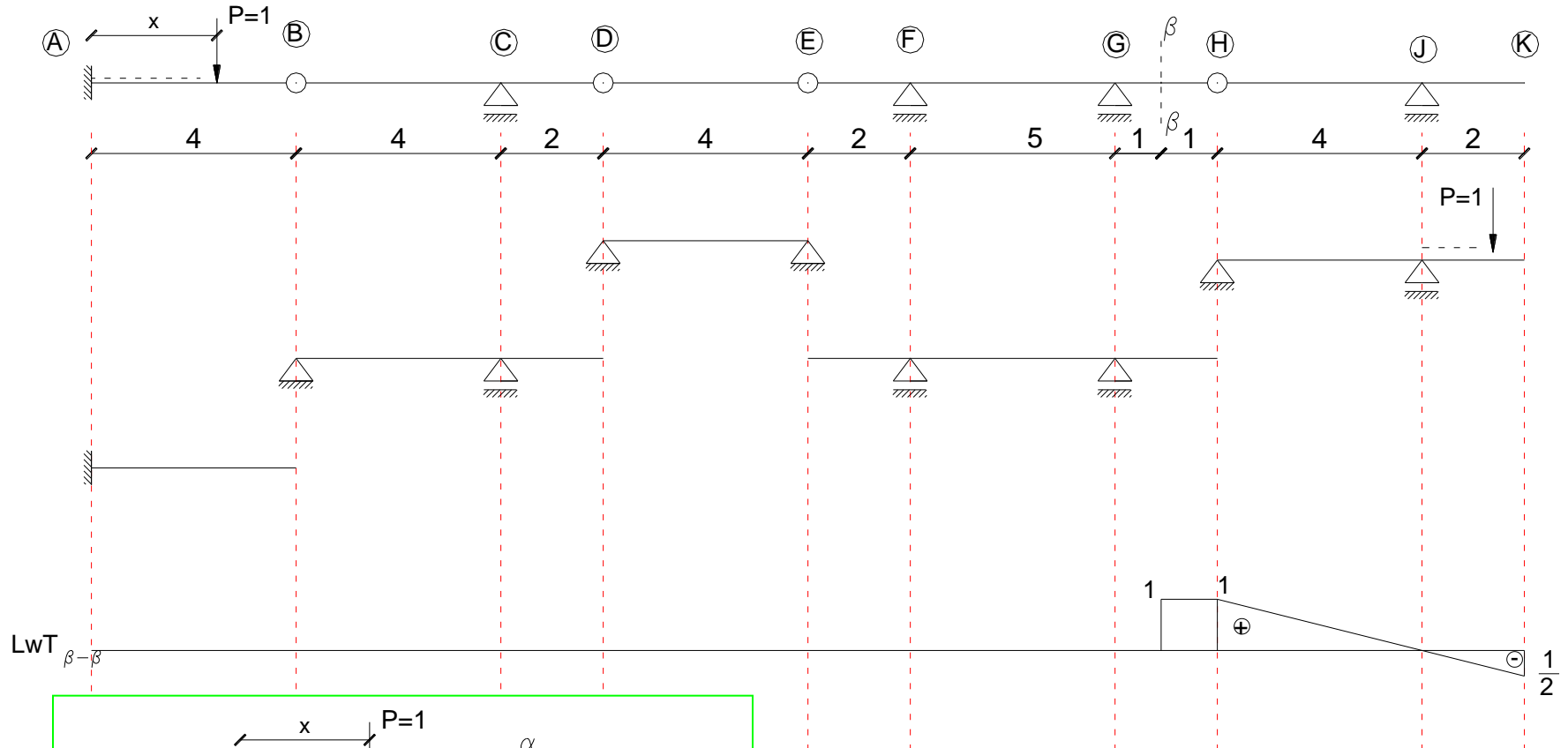
# Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



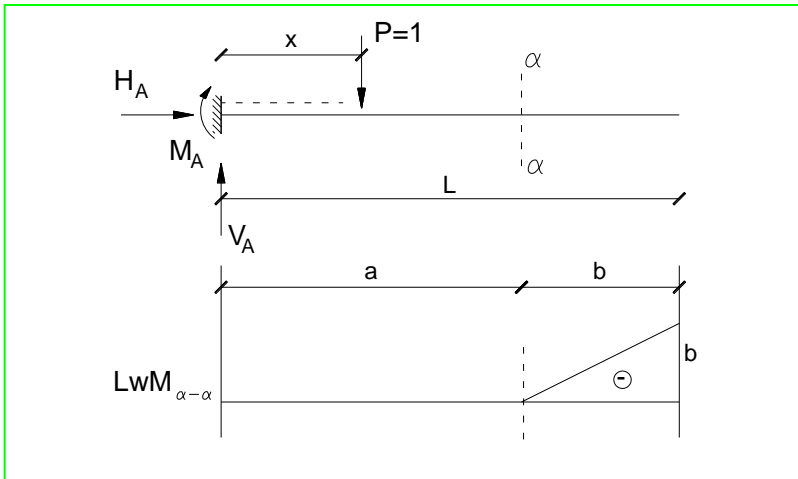
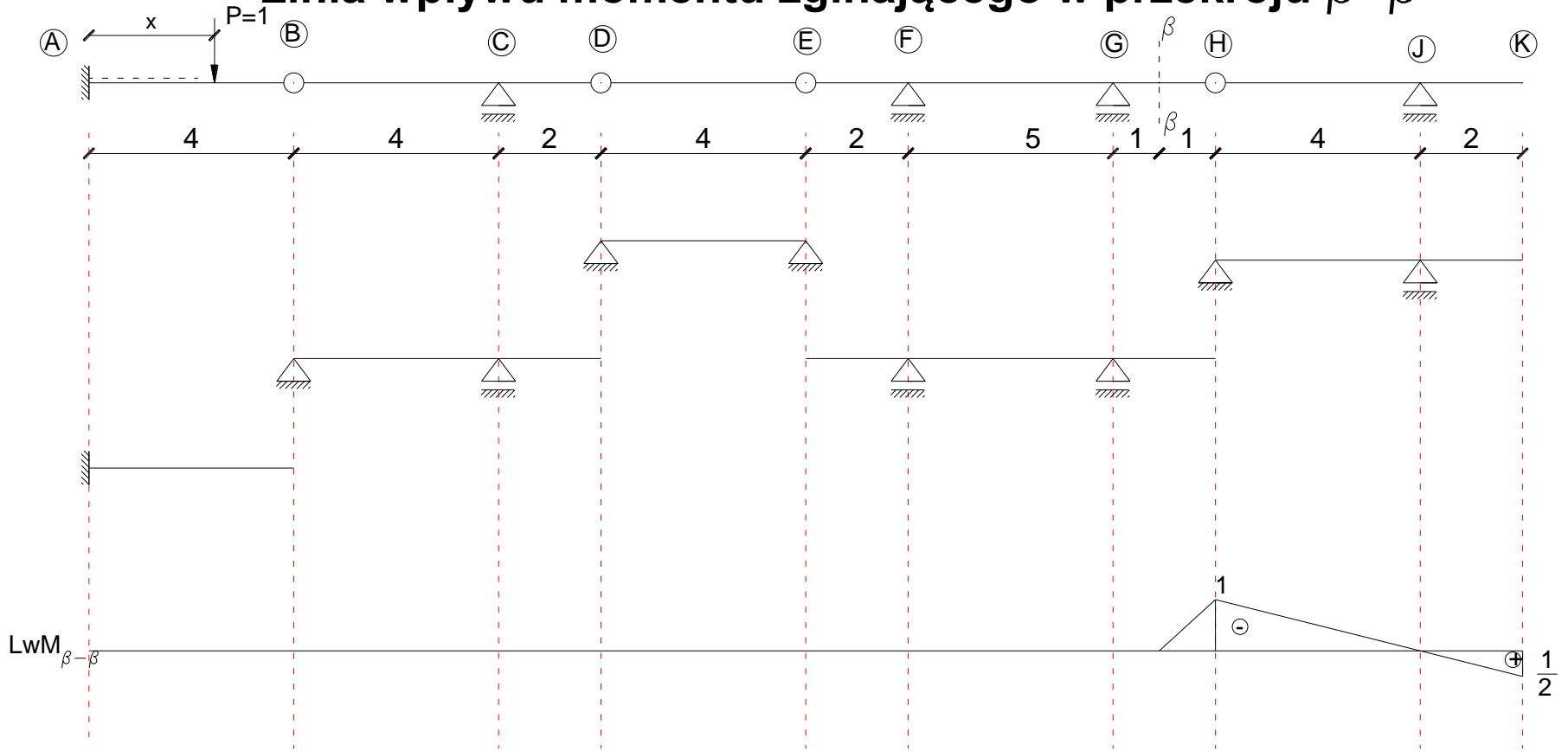
# Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



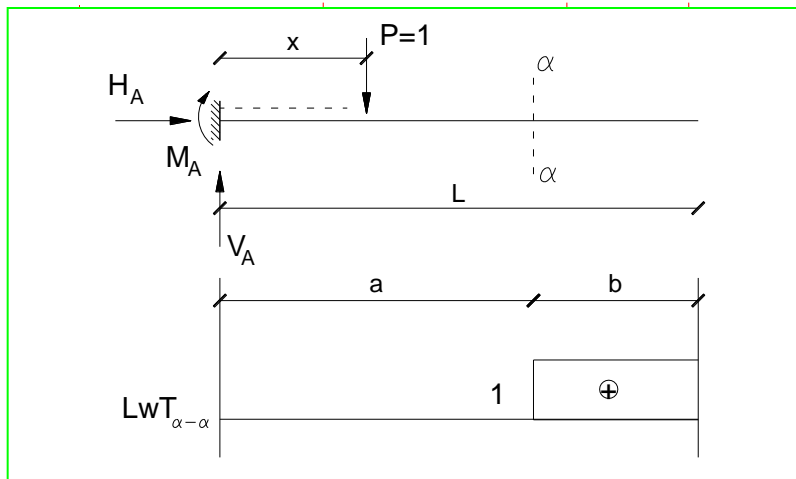
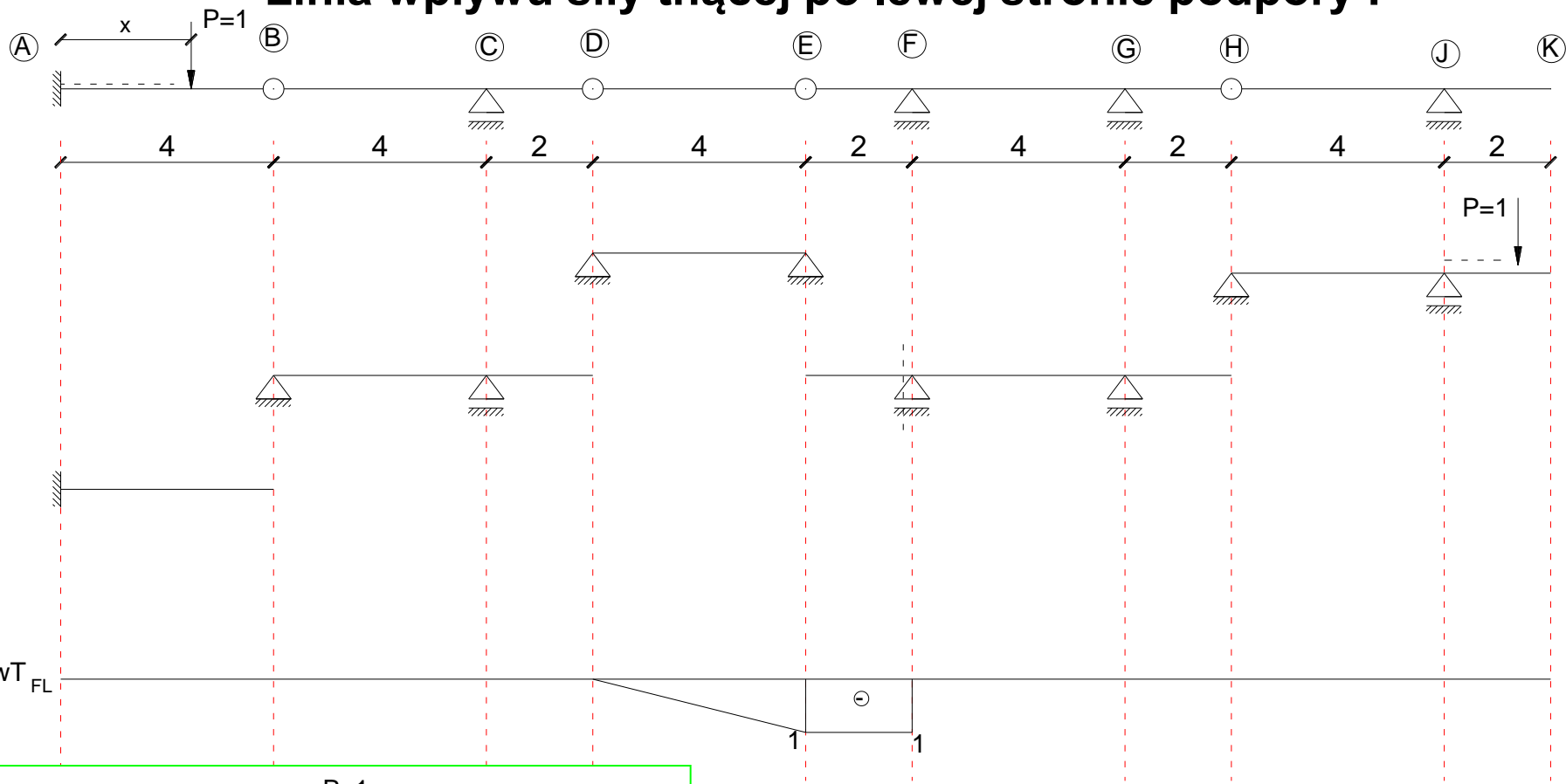
# Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$



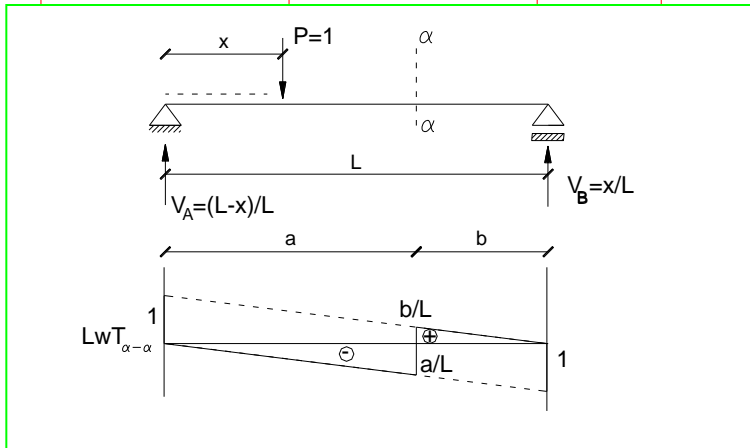
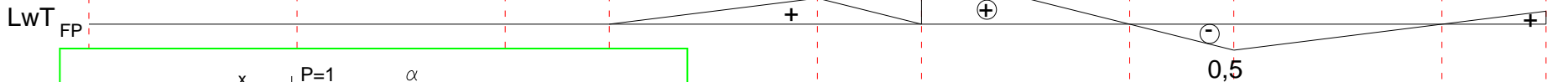
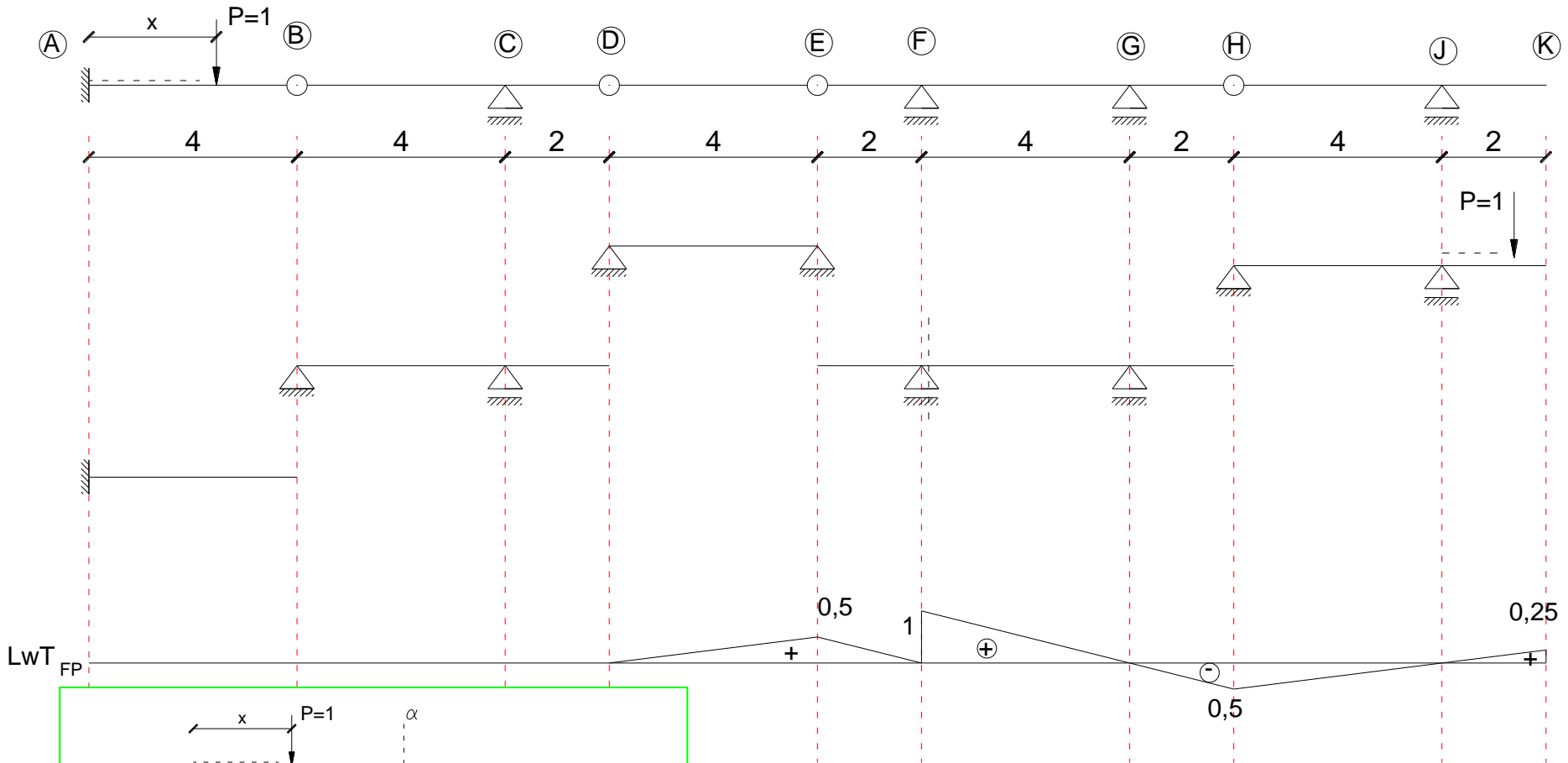
# Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



# Linia wpływu siły tnącej po lewej stronie podpory F

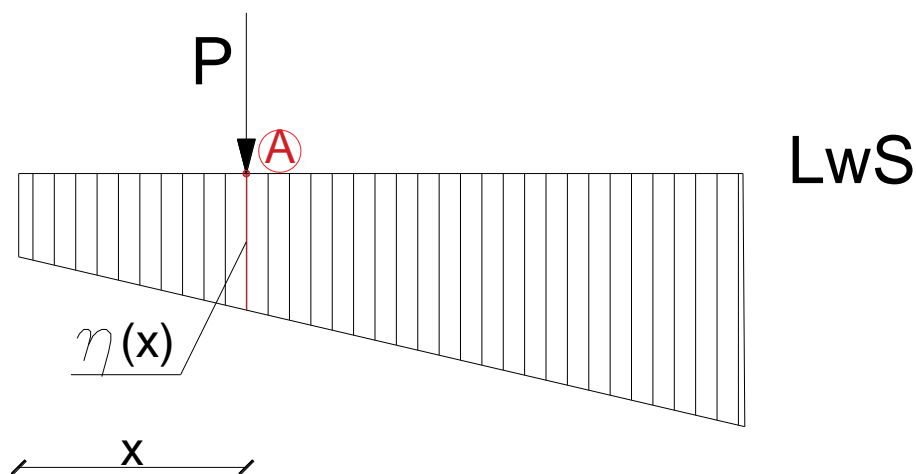


# Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



# Obciążanie linii wpływu:

- wyznaczanie wartości danej wielkości statycznej od rzeczywistego obciążenia na podstawie jej linii wpływu
- a) obciążenie pojedynczą siłą skupioną



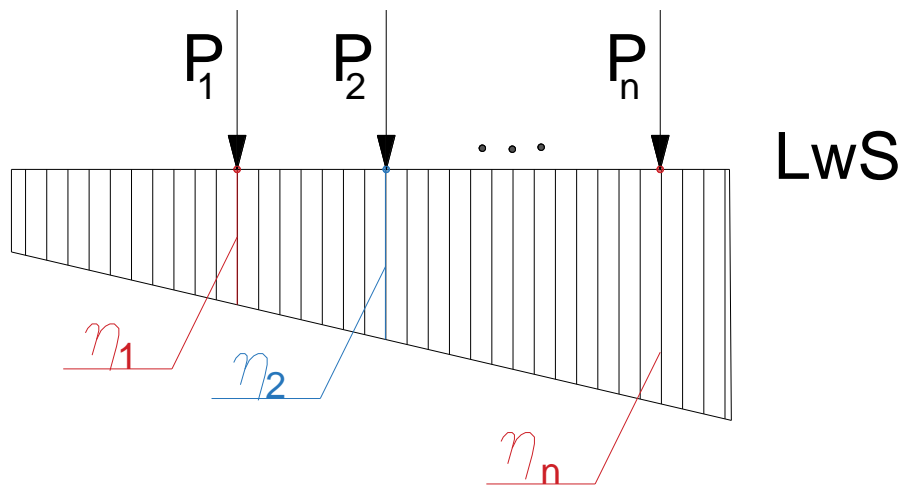
Rzeczywista wartość wielkości  $S$  od siły  $P$ :

$$S = P \cdot \eta(x)$$

Linia wpływu wielkości  $S$  od siły jednostkowej

# Obciążanie linii wpływu:

- wyznaczanie wartości danej wielkości statycznej od rzeczywistego obciążenia na podstawie jej linii wpływu
- b) obciążenie dowolną liczbą sił skupionych



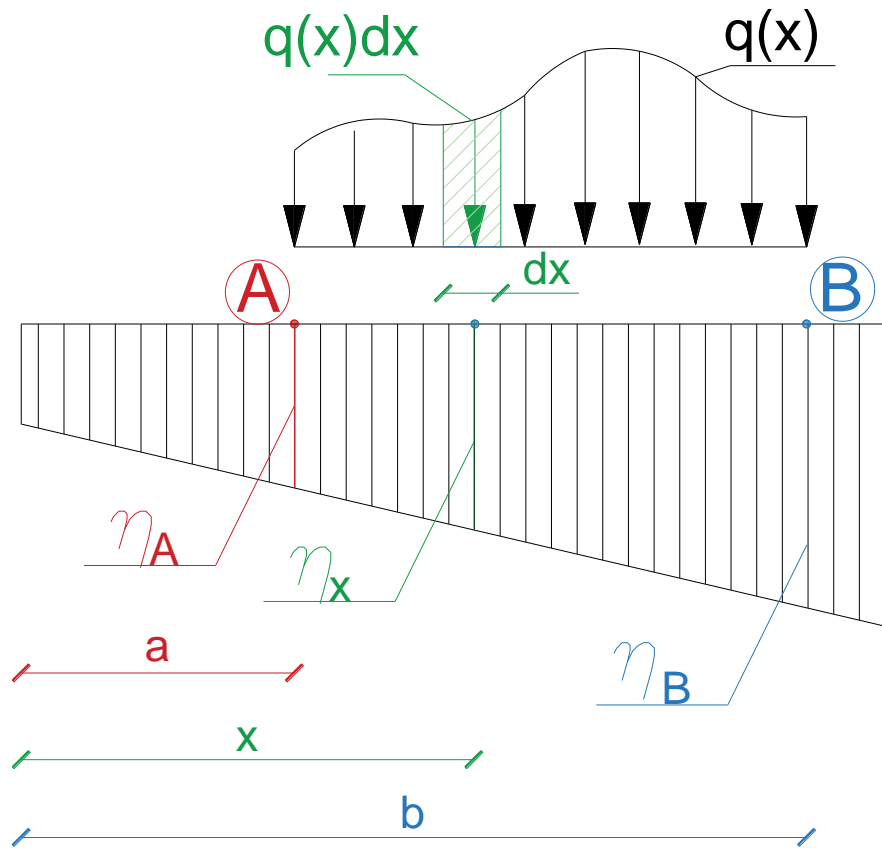
Rzeczywista wartość wielkości  $S$  od sił  $P_1$ - $P_n$ :

$$S = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2 + \dots + P_n \cdot \eta_n$$

Linia wpływu wielkości  $S$  od siły jednostkowej



## c) obciążenie ciągłe rozłożone $q(x)$



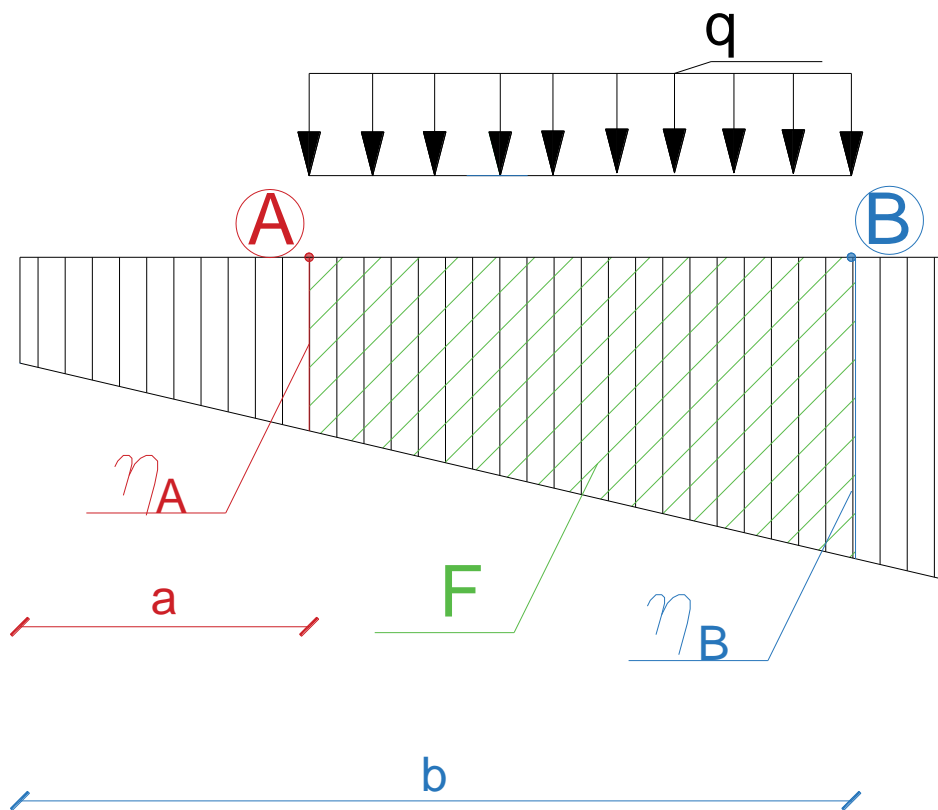
LwS

Linia wpływu wielkości  $S$   
od siły jednostkowej

Rzeczywista wartość  
wielkości  $S$  od obciążenia  $q(x)$ :

$$S = \int_a^b q(x)\eta(x)dx$$

## d) obciążenie ciągłe równomiernie rozłożone $q$



LwS

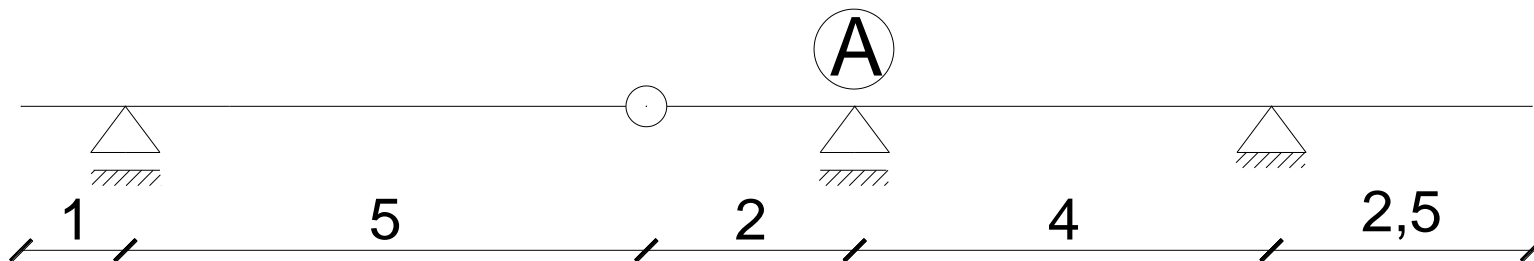
Linia wpływu wielkości  $S$   
od siły jednostkowej

Rzeczywista wartość  
wielkości  $S$  od obciążenia  $q$ :

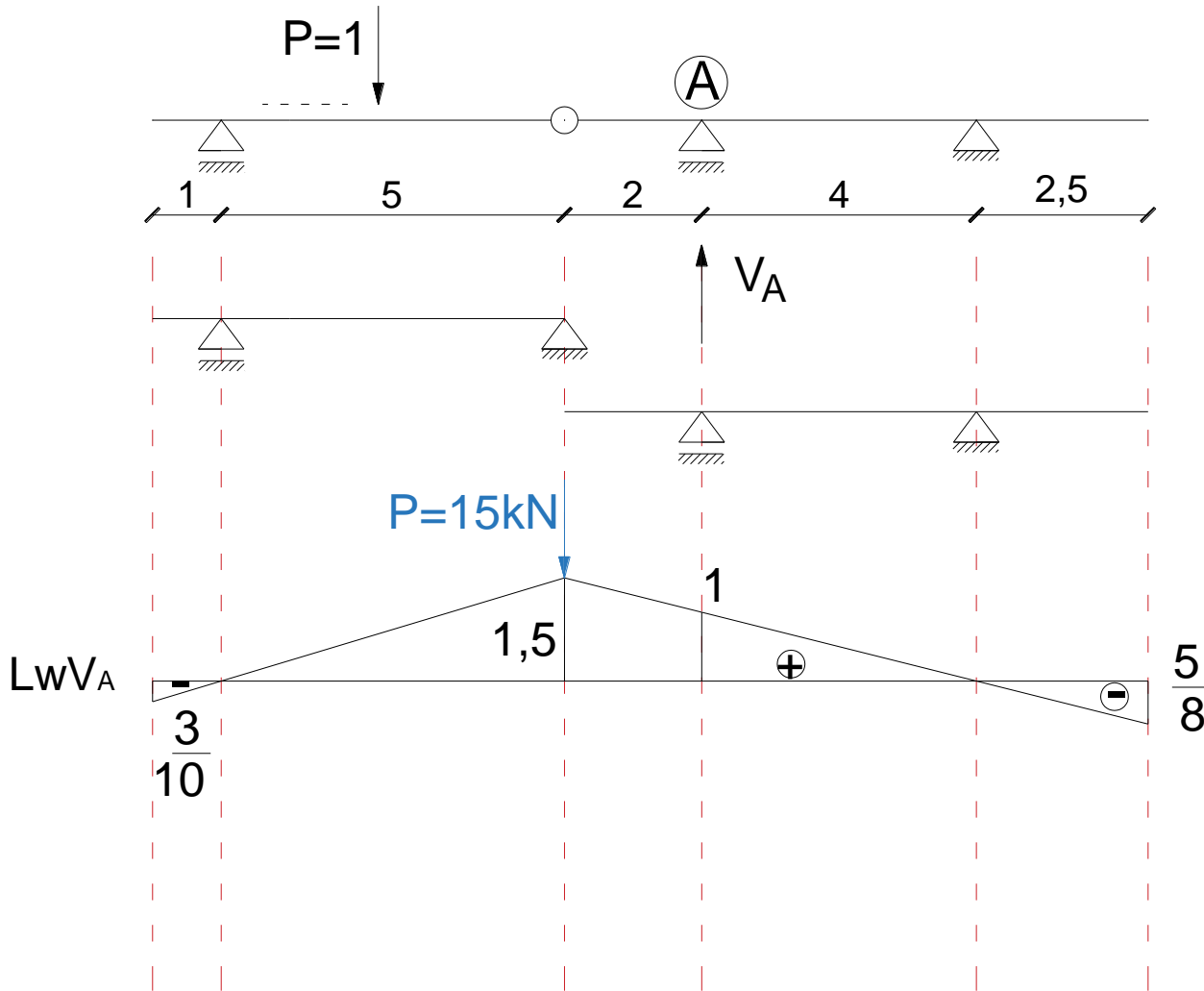
$$S = q \cdot F$$

**Uwaga!** Siły i obciążenie o zwrocie do góry należy podstawiać do obliczeń jako ujemne.

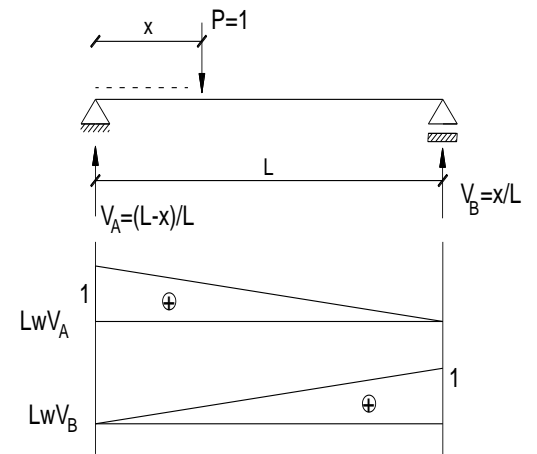
**Zadanie 2.** Wyznaczyć maksymalną wartość reakcji  $V_A$  na podstawie linii wpływu od pojedynczej siły  $P=15\text{kN}$ , i od układu dwóch sił o wartości  $15\text{kN}$  rozsuniętych o  $1\text{m}$ .



# Maksymalna wartość reakcji $V_A$ od pojedynczej siły $P=15kN$

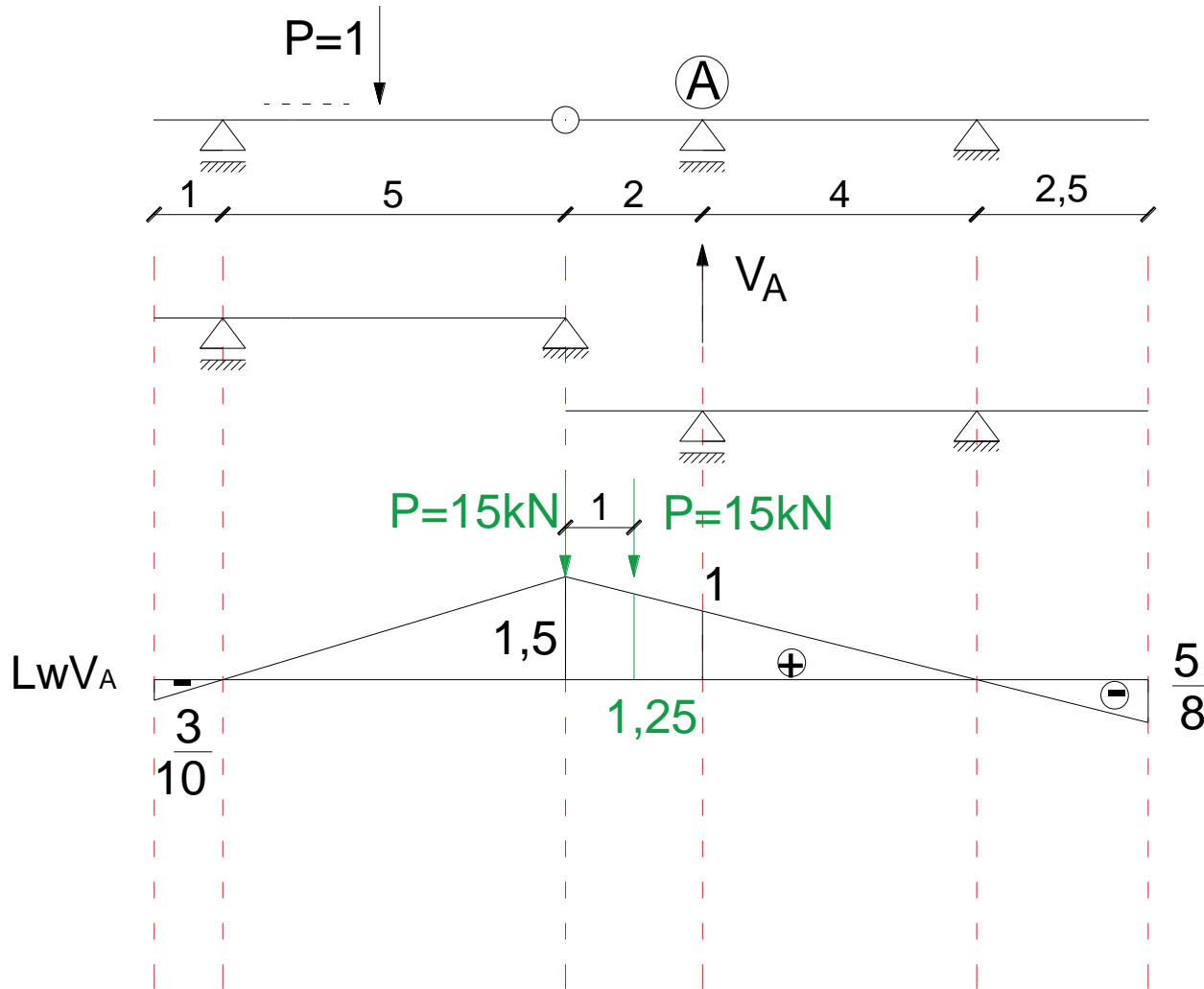


## Schemat pracy belki

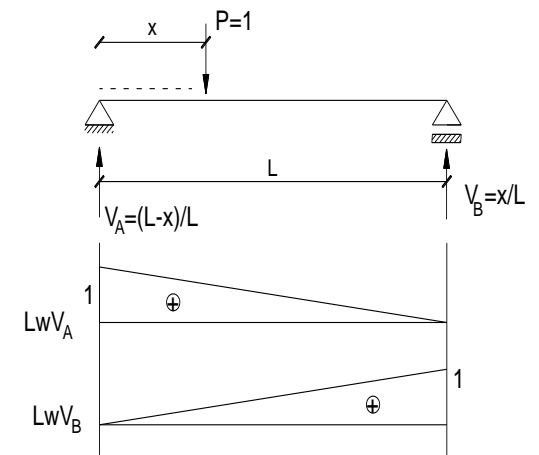


$$V_{Amax} = 15 \cdot 1,5 = 22,5kN$$

# Maksymalna wartość reakcji $V_A$ od układu dwóch sił $P=15\text{kN}$ rozsuniętych o 1m

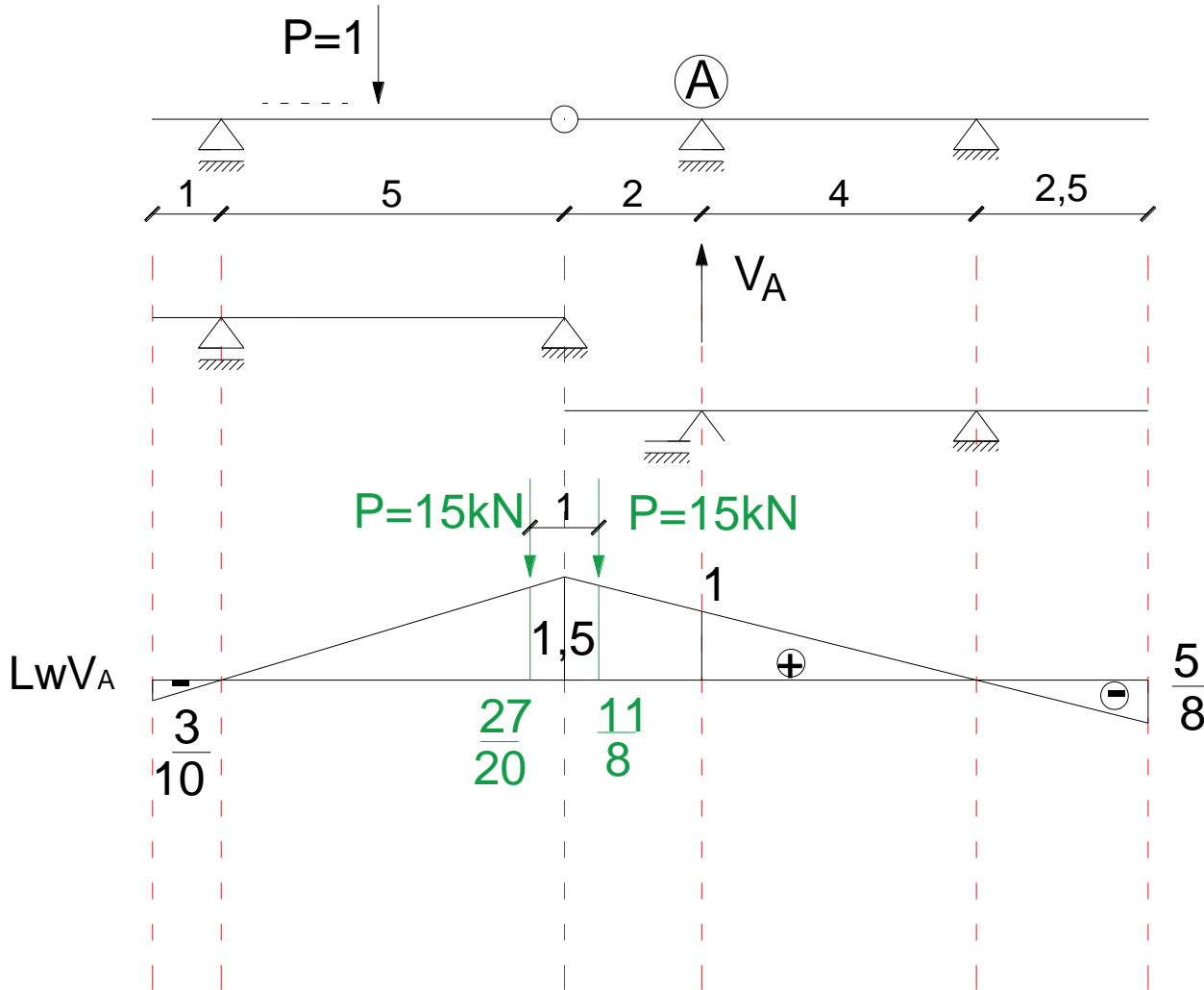


## Schemat pracy belki

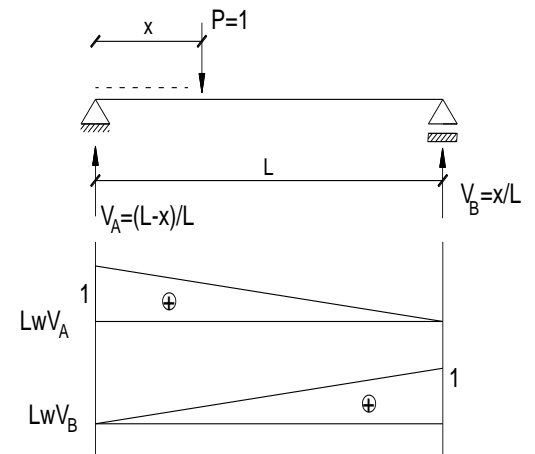


$$V_{A\max 1} = 15 \cdot 1,5 + 15 \cdot 1,25 = 41,25\text{kN}$$

# Maksymalna wartość reakcji VA od układu dwóch sił P=15kN rozsuniętych o 1m



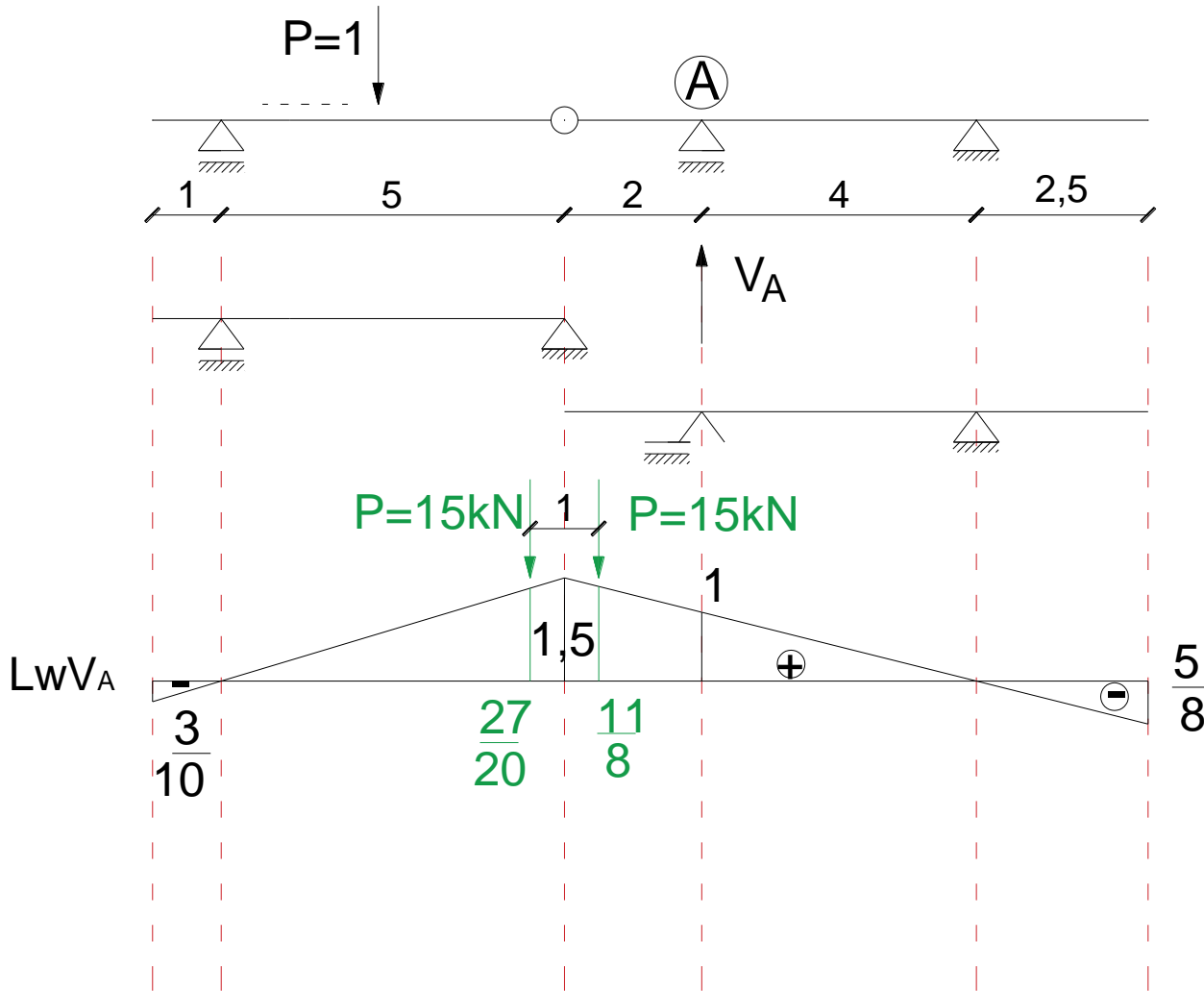
## Schemat pracy belki



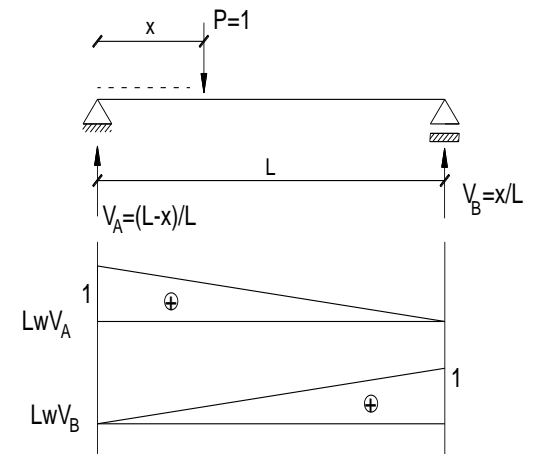
$$V_{A1} = 15 \cdot 1,5 + 15 \cdot 1,25 = 41,25\text{kN}$$

$$V_{A2} = 15 \cdot \frac{27}{20} + 15 \cdot \frac{11}{8} = 40,875\text{kN}$$

# Maksymalna wartość reakcji VA od układu dwóch sił P=15kN rozsuniętych o 1m



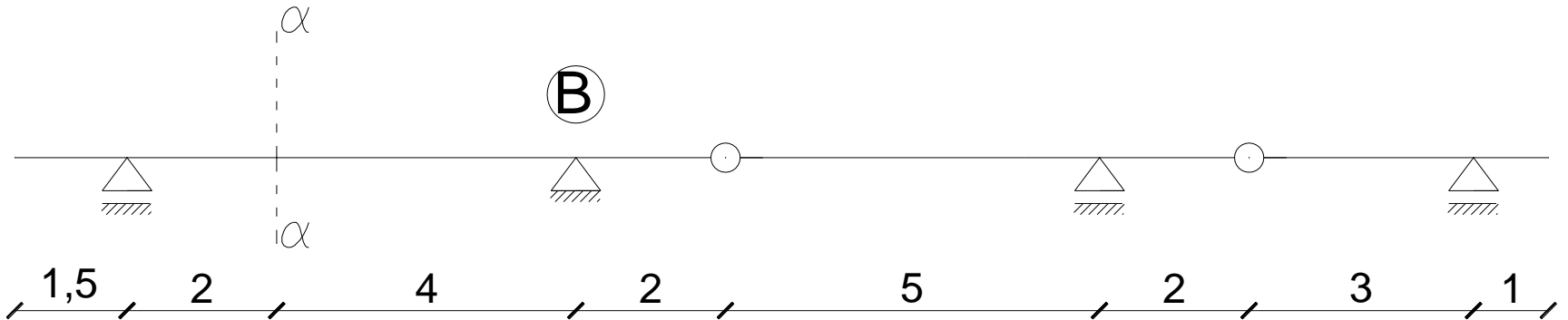
## Schemat pracy belki



$$V_{A1} = 15 \cdot 1,5 + 15 \cdot 1,25 = 41,25 \text{ kN} = V_{A\text{max}}$$

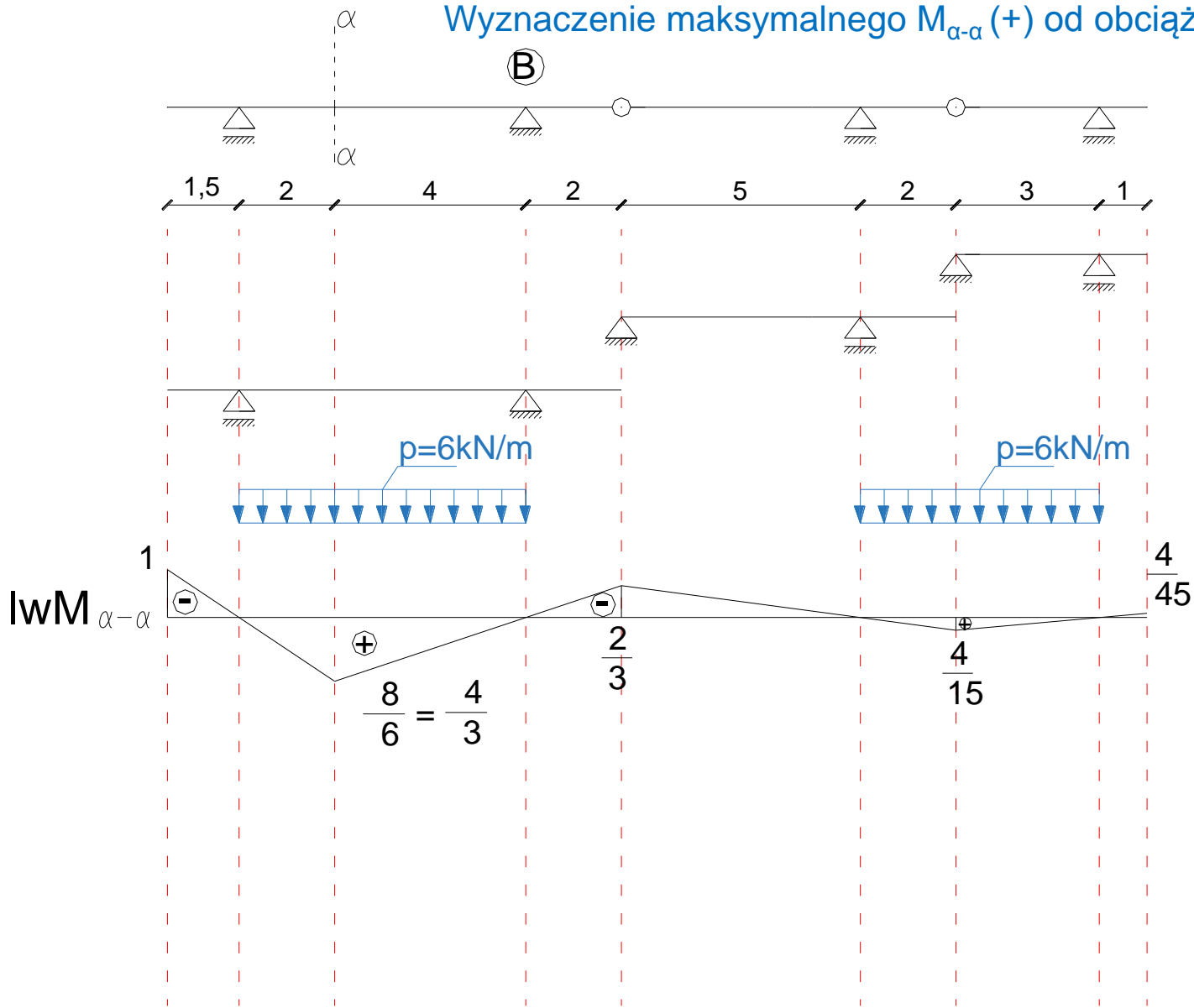
$$V_{A2} = 15 \cdot \frac{27}{20} + 15 \cdot \frac{11}{8} = 40,875 \text{ kN}$$

**Zadanie 3.** Wyznaczyć maksymalną wartość momentu przęsłowego  $M_{\alpha-\alpha}(+)$  i największą wartość momentu podporowego  $M_B(-)$  od obciążenia użytkowego  $p=6\text{kN/m}$ .





# Wyznaczenie maksymalnego $M_{\alpha-\alpha} (+)$ od obciążenia użytkowego

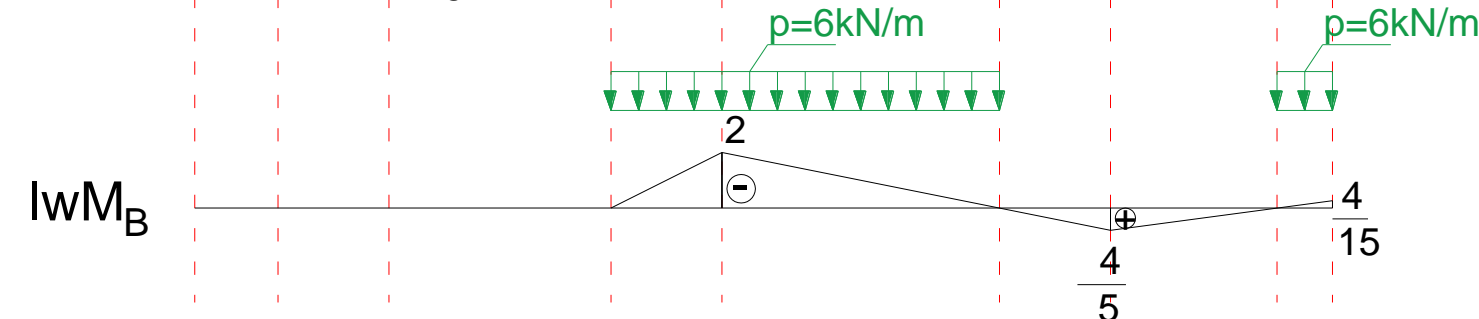
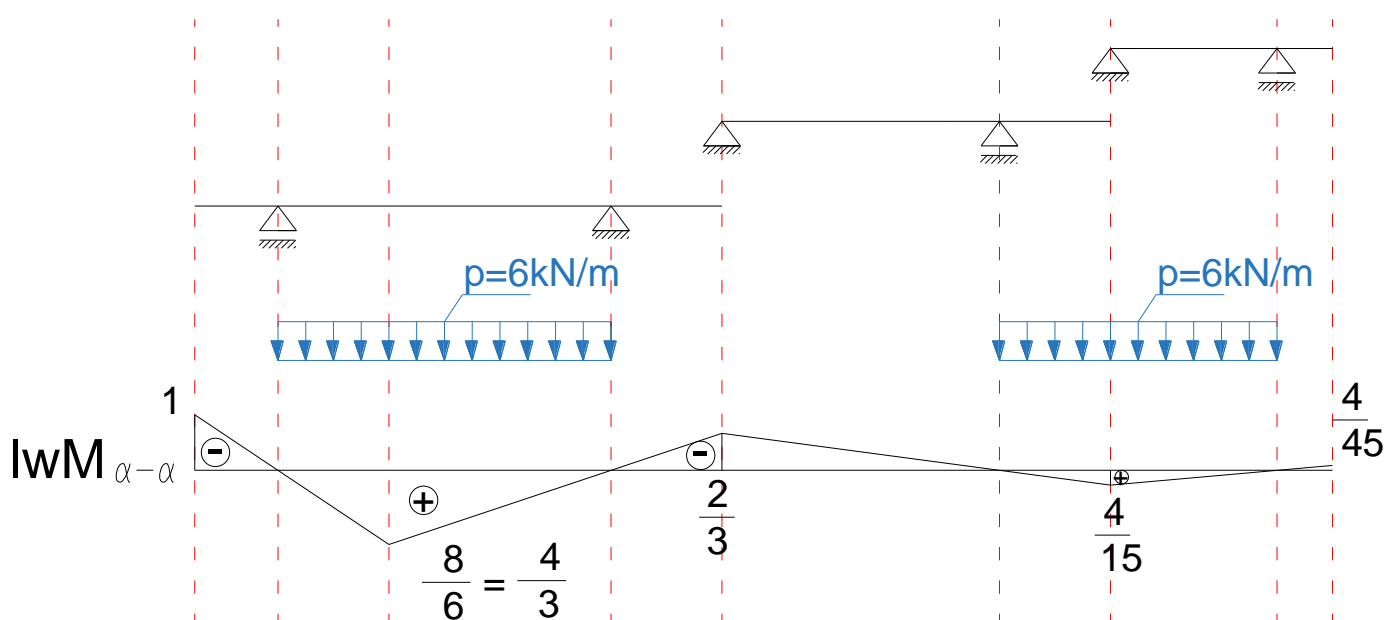
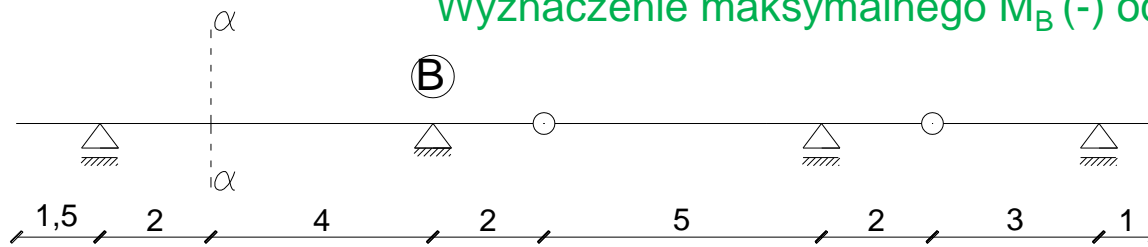


Schemat pracy belki

$$M_{\alpha-\alpha}^{\max} (+) = \sum F_i \cdot p = 0,5 \cdot \frac{4}{3} \cdot (2 + 4) \cdot 6 + 0,5 \cdot \frac{4}{15} \cdot (2 + 3) \cdot 6 = 28 \text{ kNm}$$

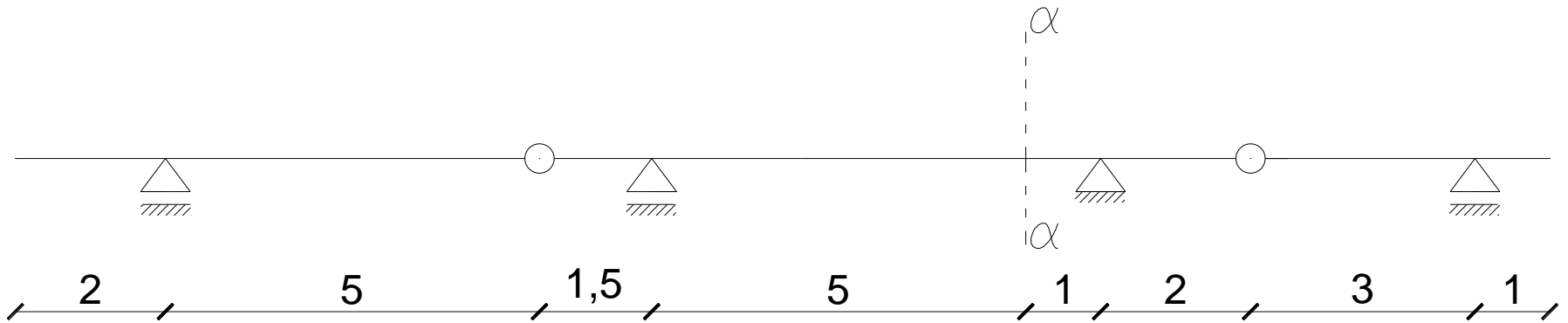
dr inż. Hanna Weber

# Wyznaczenie maksymalnego $M_B$ (-) od obciążenia użytkowego

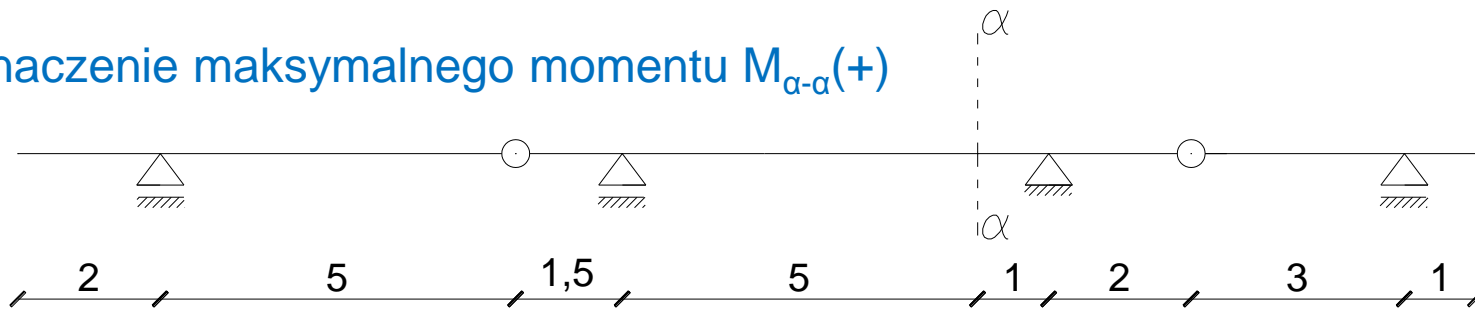


$$M_B^{\max}(-) = \sum F_i(-) \cdot p = -0,5 \cdot 2 \cdot (2 + 5) \cdot 6 - 0,5 \cdot \frac{4}{15} \cdot 1 \cdot 6 = -42,8 \text{ kNm}$$

**Zadanie 3.** Wyznaczyć maksymalną wartość momentu przęsłowego  $M_{\alpha-\alpha}(+)$  i  $M_{\alpha-\alpha}(-)$  od obciążenia stałego  $q=2\text{kN/m}$  i użytkowego  $p=8\text{kN/m}$ .



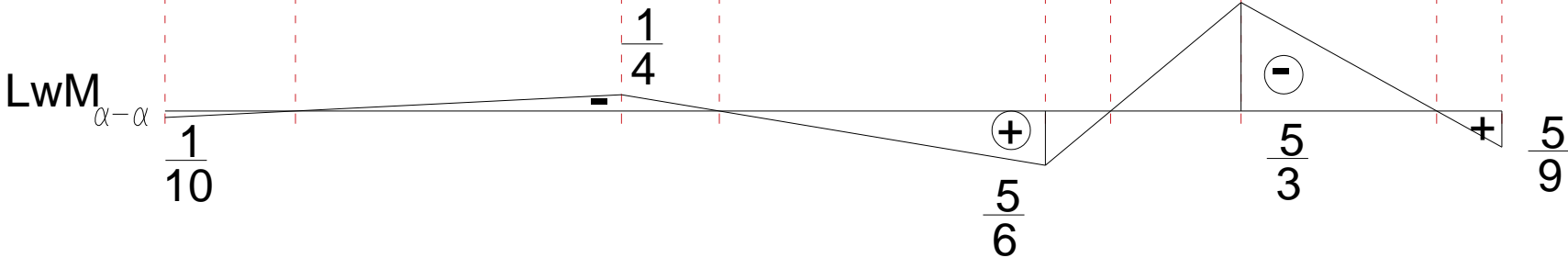
# Wyznaczenie maksymalnego momentu $M_{\alpha-\alpha}(+)$



Schemat pracy belki

$p=8\text{kN/m}$

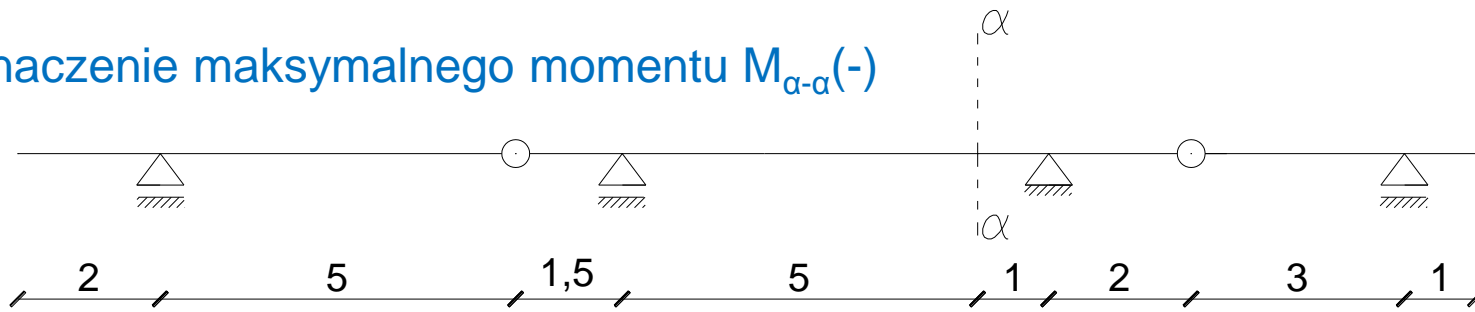
$q=2\text{kN/m}$



$$M_{\alpha-\beta}^{\max}(+) = \left( 0,5 \cdot \frac{1}{10} \cdot 2 - 0,5 \cdot \frac{1}{4} \cdot (5 + 1,5) + 0,5 \cdot \frac{5}{6} \cdot (1 + 5) - 0,5 \cdot \frac{5}{3} \cdot (2 + 3) + 0,5 \cdot \frac{5}{9} \cdot 1 \right) \cdot 2$$

$$+ \left( 0,5 \cdot \frac{1}{10} \cdot 2 + 0,5 \cdot \frac{5}{6} \cdot (1 + 5) + 0,5 \cdot \frac{5}{9} \cdot 1 \right) \cdot 8 = 18,82\text{kNm}$$

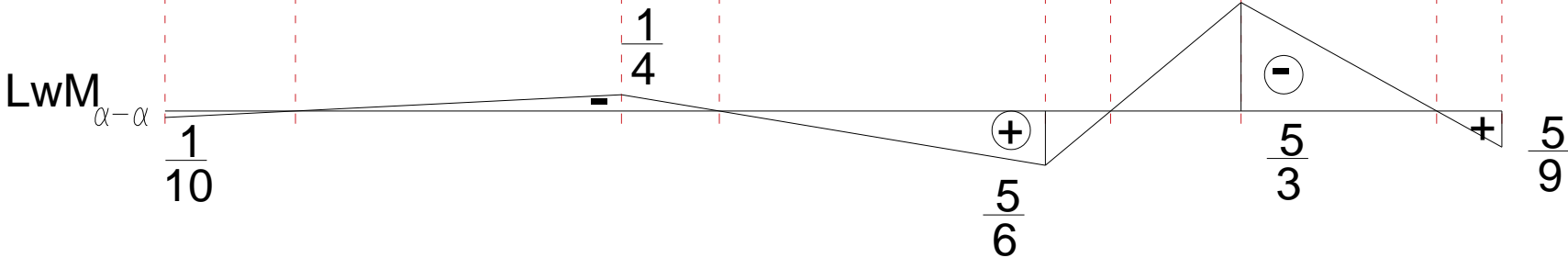
# Wyznaczenie maksymalnego momentu $M_{\alpha-\alpha}(-)$



Schemat pracy belki

$p=8\text{kN/m}$

$q=2\text{kN/m}$



$$M_{\alpha-\beta}^{\max}(-) = \left( 0,5 \cdot \frac{1}{10} \cdot 2 - 0,5 \cdot \frac{1}{4} \cdot (5 + 1,5) + 0,5 \cdot \frac{5}{6} \cdot (1 + 5) - 0,5 \cdot \frac{5}{3} \cdot (2 + 3) + 0,5 \cdot \frac{5}{9} \cdot 1 \right) \cdot 2$$

$$- \left( 0,5 \cdot \frac{1}{4} \cdot (5 + 1,5) + 0,5 \cdot \frac{5}{3} \cdot (2 + 3) \right) \cdot 8 = -44,04\text{kNm}$$

# Bibliografia

- Chudzikiewicz A., *Statyka Budowli cz. 1.* PWN, Warszawa 1973r.
- Dyląg Z., Krzemieńska-Niemiec E., Filip F., *Mechanika Budowli t. 1*, PWN, Warszawa 1980r.