

Wykład nr 4

Wyznaczanie przemieszczeń
w belkach bezpośrednio z układu
równań metody przemieszczeń

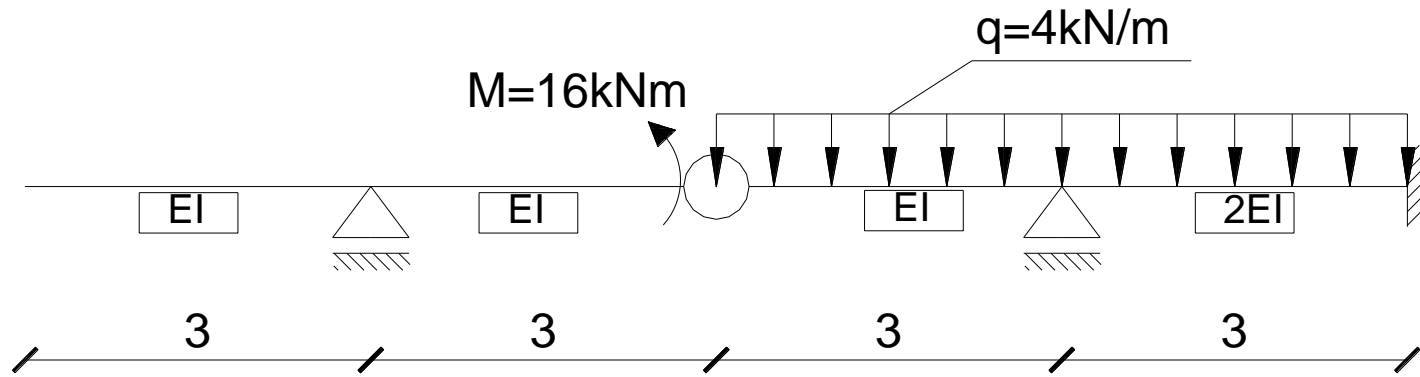
Dobór schematu podstawowego w belkach:

- znajdujemy część statycznie wyznaczalną i pozostawiamy ją bez dodatkowych blokad,
- wszystkie środkowe podpory przegubowe blokujemy na obrót,
- przeguby blokujemy na przesunięcie,
- punkty skokowej zmiany sztywności blokujemy na obrót i przesunięcie

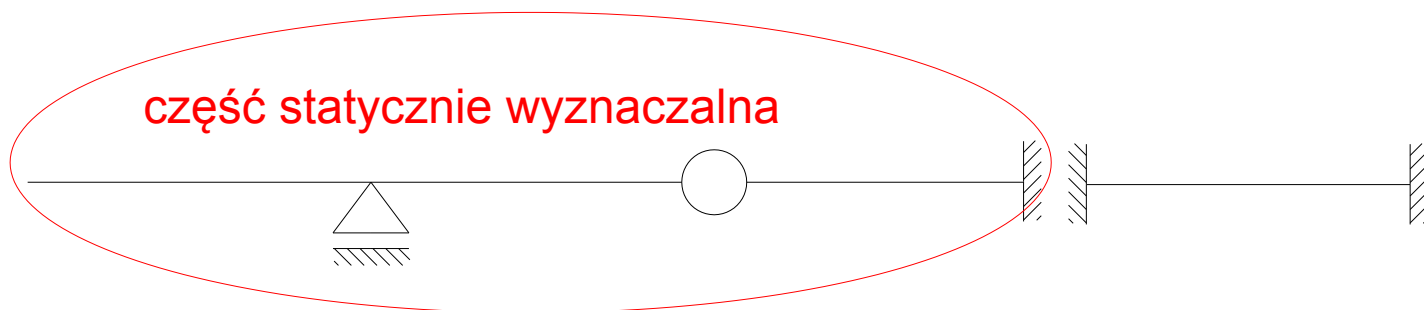
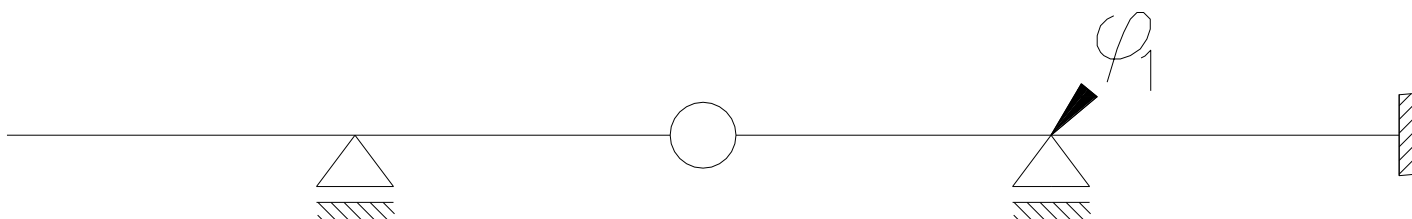
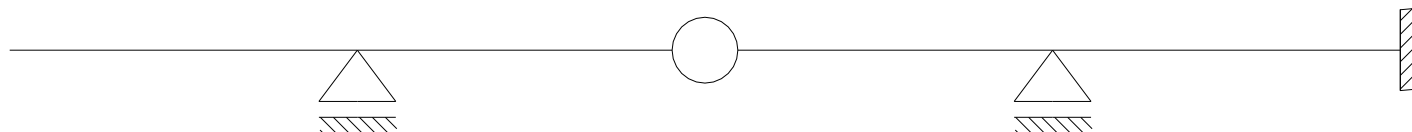
Dobór schematu podstawowego w belkach przy liczeniu przemieszczeń:

- dobieramy niezbędne blokady w minimalnej bazie przemieszczeń,
- przy liczeniu ugięcia na końcu wspornika wstawiamy samą blokadę na przesunięcie,
- przy liczeniu kąta obrotu na końcu wspornika wstawiamy obie blokady – na obrót i przesunięcie,
- przy liczeniu dowolnego przemieszczenia na belce między podporami (w środku układu) wstawiamy obie blokady jednocześnie

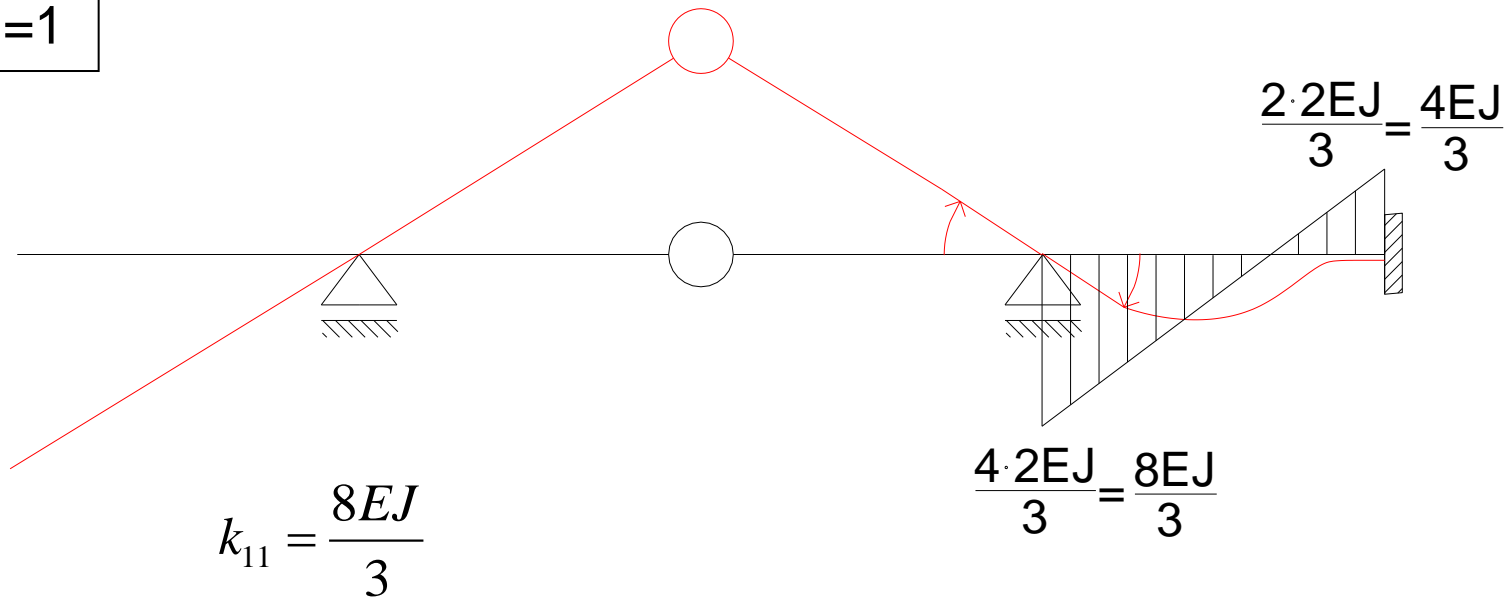
Zadanie 1.: Rozwiązać układ równań metody przemieszczeń dla poniższego układu w minimalnej bazie niewiadomych.



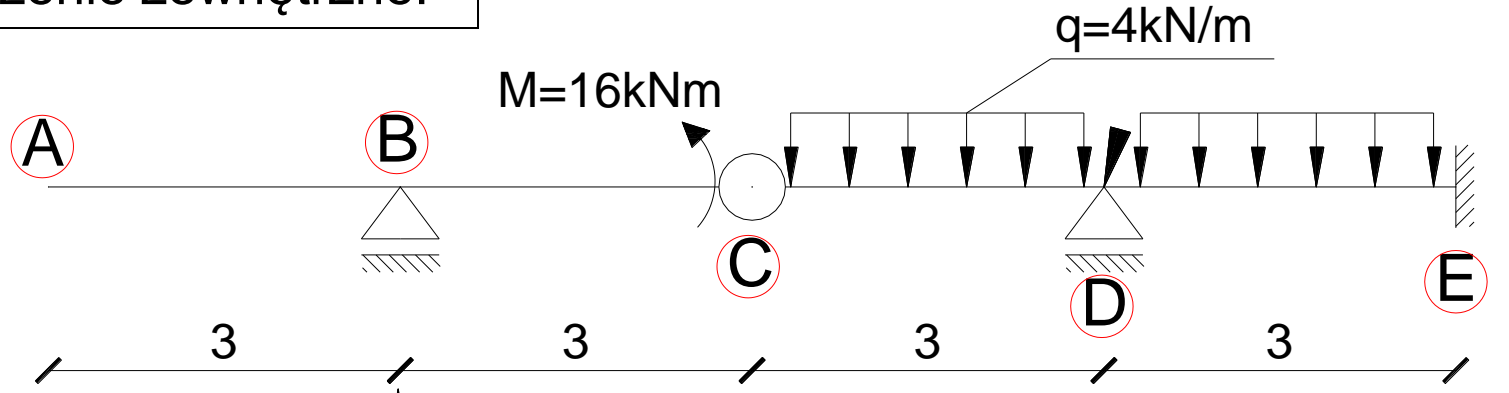
Schemat podstawowy geometrycznie wyznaczalny



Stan $\varphi_1=1$

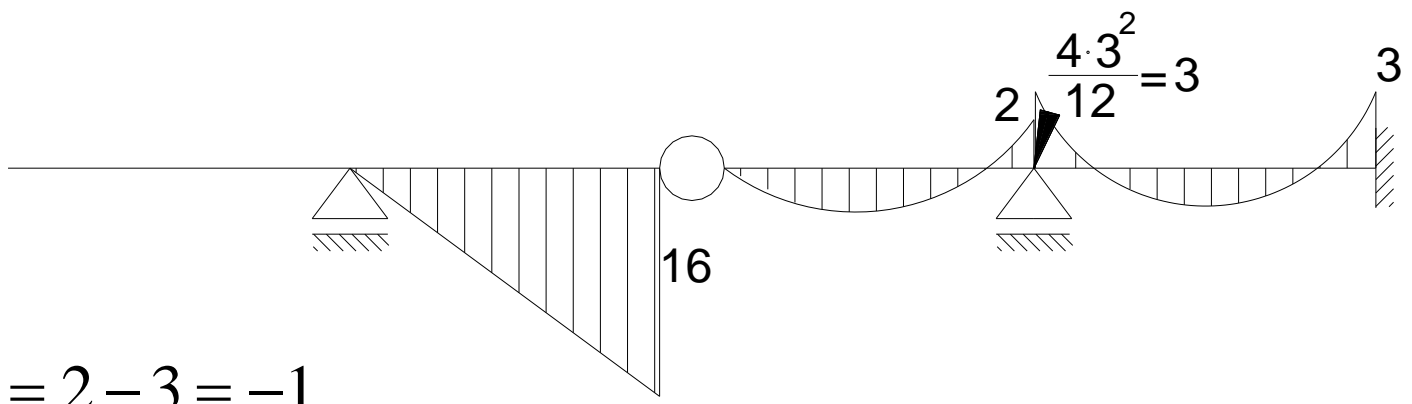


Obciążenie zewnętrzne:



Reaction force R_{B0} is shown at support B. The equilibrium equation for the first segment is:

$$\sum M_{CL} = 16 - 3R_{B0} = 0 \rightarrow R_{B0} = \frac{16}{3} = 5,33\text{kN}$$



$$k_{10} = 2 - 3 = -1$$

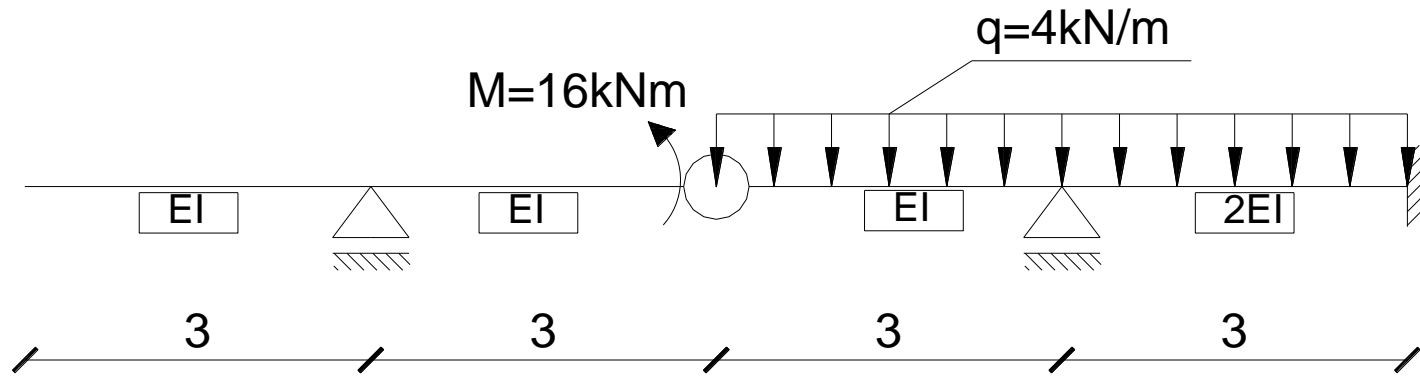
Równanie metody przemieszczeń:

$$k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{10} = 0$$

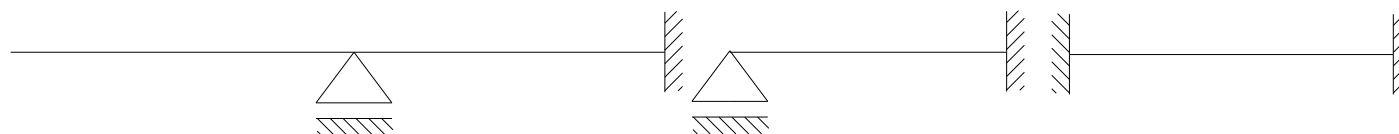
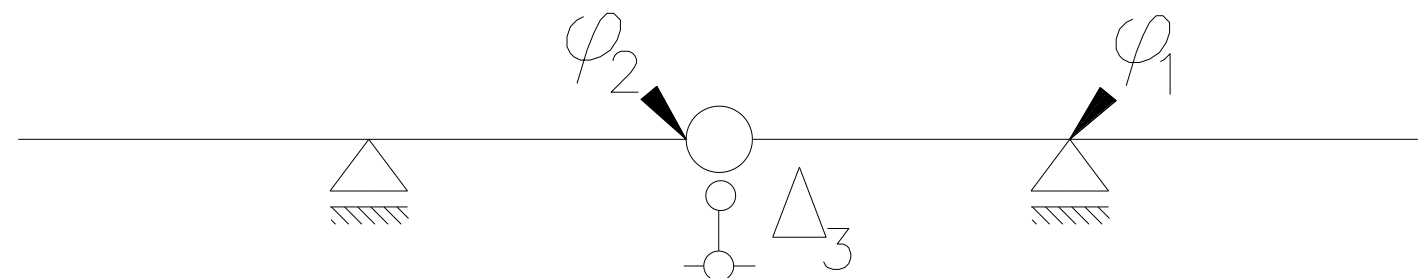
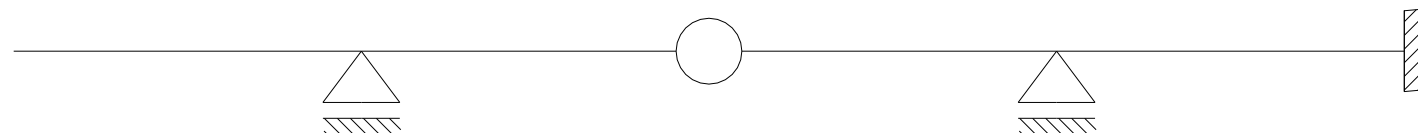
$$\frac{8EJ}{3} \cdot \varphi_1 - 1 = 0$$

$$\varphi_1 = \frac{3}{8EJ} = \frac{0,375}{EJ}$$

Zadanie 2.: Wyznaczyć kąt obrotu po lewej stronie przegubu dla poniższego układu, bezpośrednio z układu równań metody przemieszczeń, w minimalnej bazie niewiadomych.



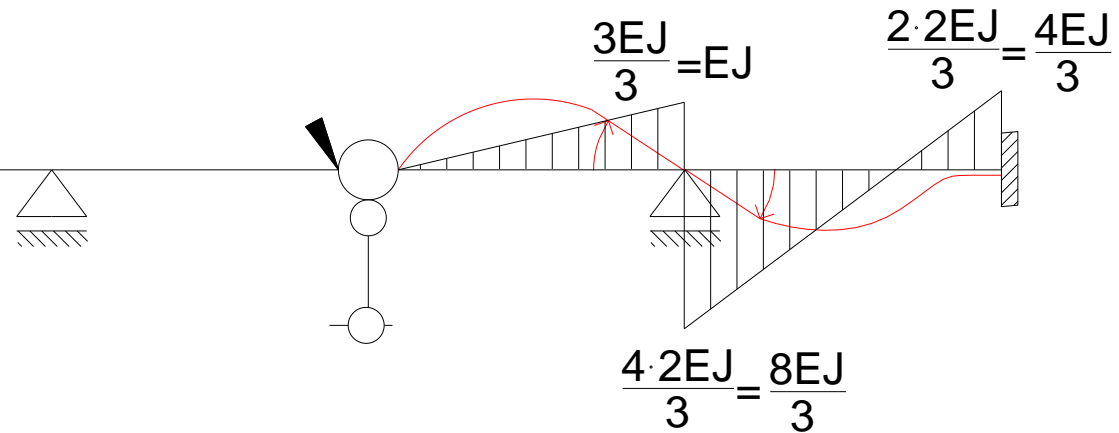
Schemat podstawowy geometrycznie wyznaczalny



Stan $\varphi_1=1$

$$k_{11} = EJ + \frac{8EJ}{3} = \frac{11EJ}{3}$$

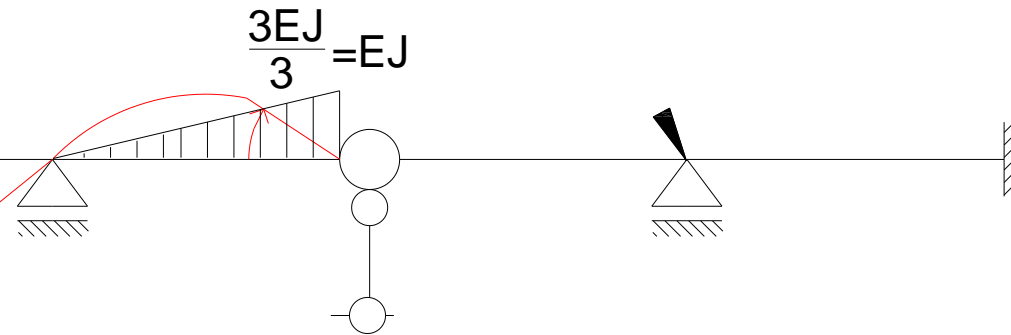
$$k_{21} = 0$$



Stan $\varphi_2=1$

$$k_{12} = 0$$

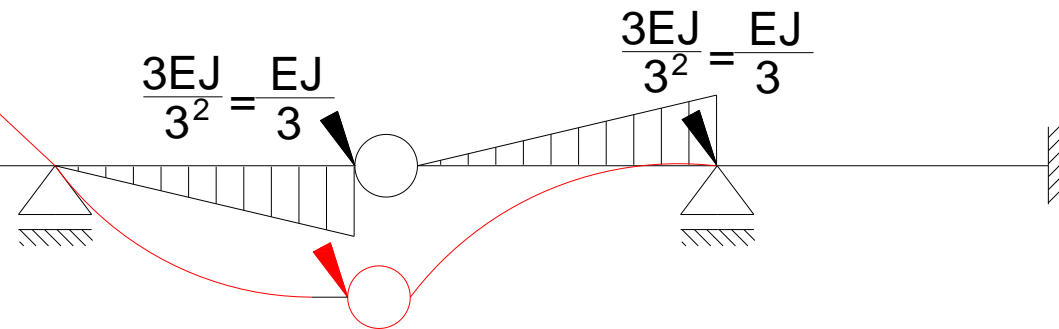
$$k_{22} = EJ$$



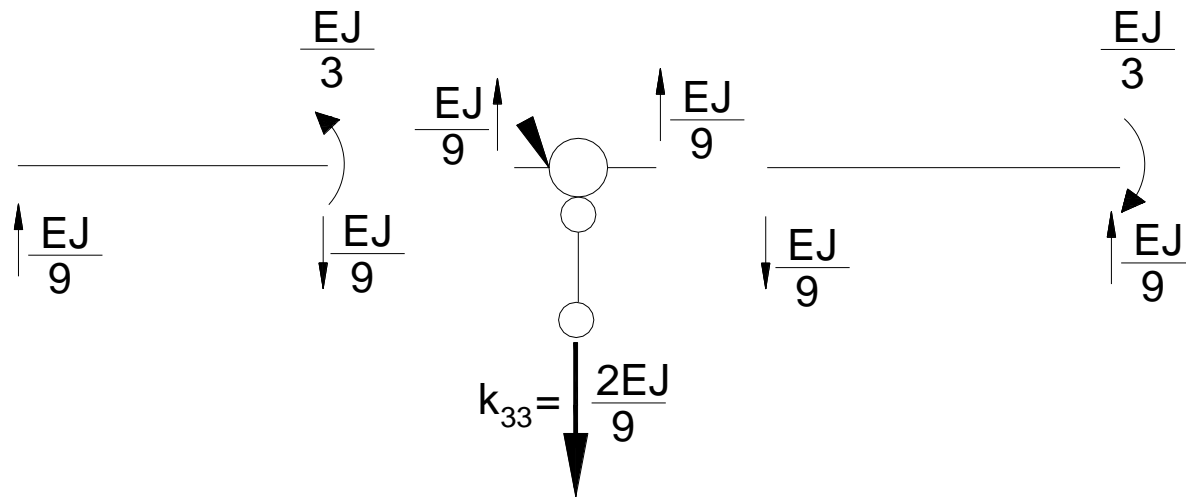
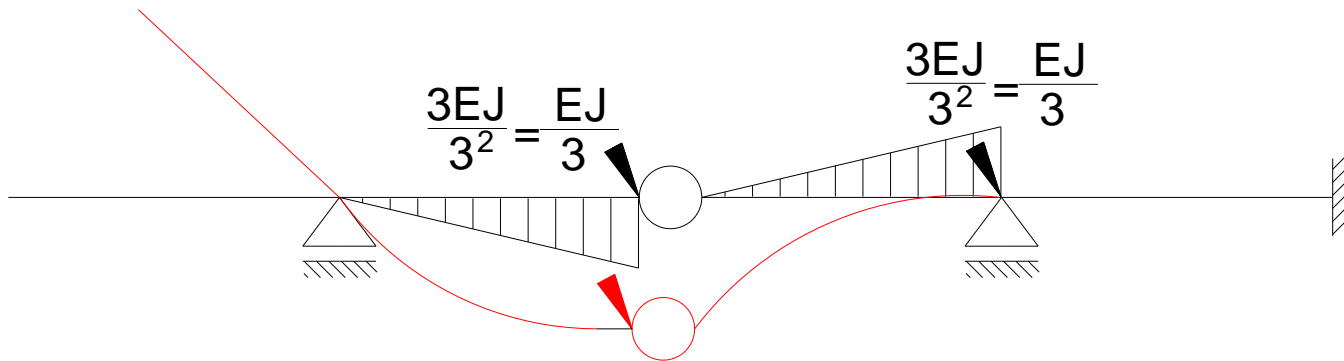
Stan $\Delta_3=1$

$$k_{13} = \frac{EJ}{3}$$

$$k_{23} = -\frac{EJ}{3}$$

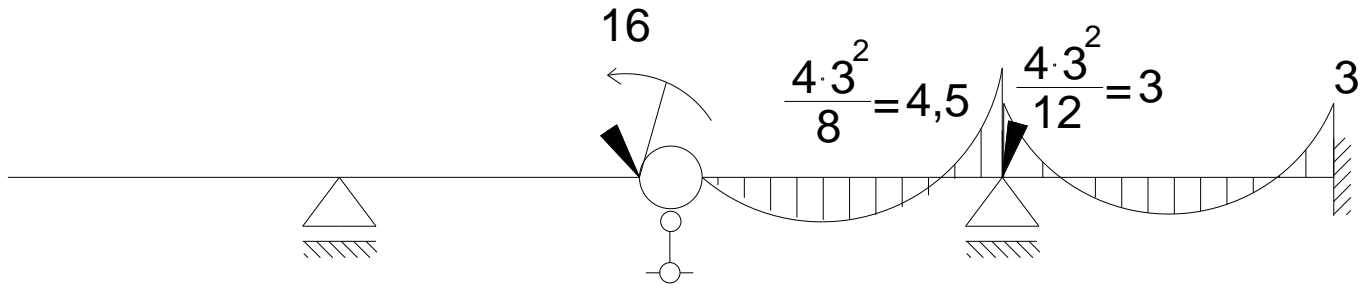
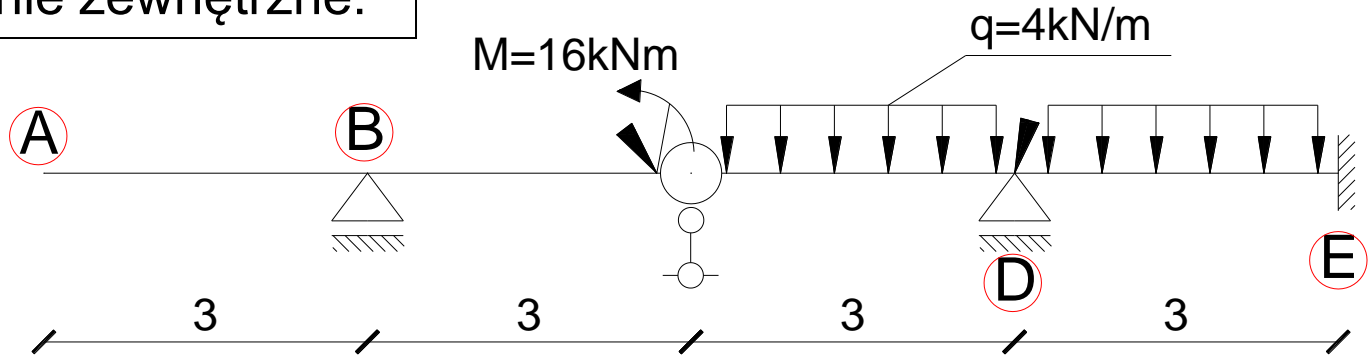


Stan $\Delta_3=1$



$$\sum R_y = -k_{33} + \frac{EJ}{9} + \frac{EJ}{9} = 0 \rightarrow k_{33} = \frac{2EJ}{9}$$

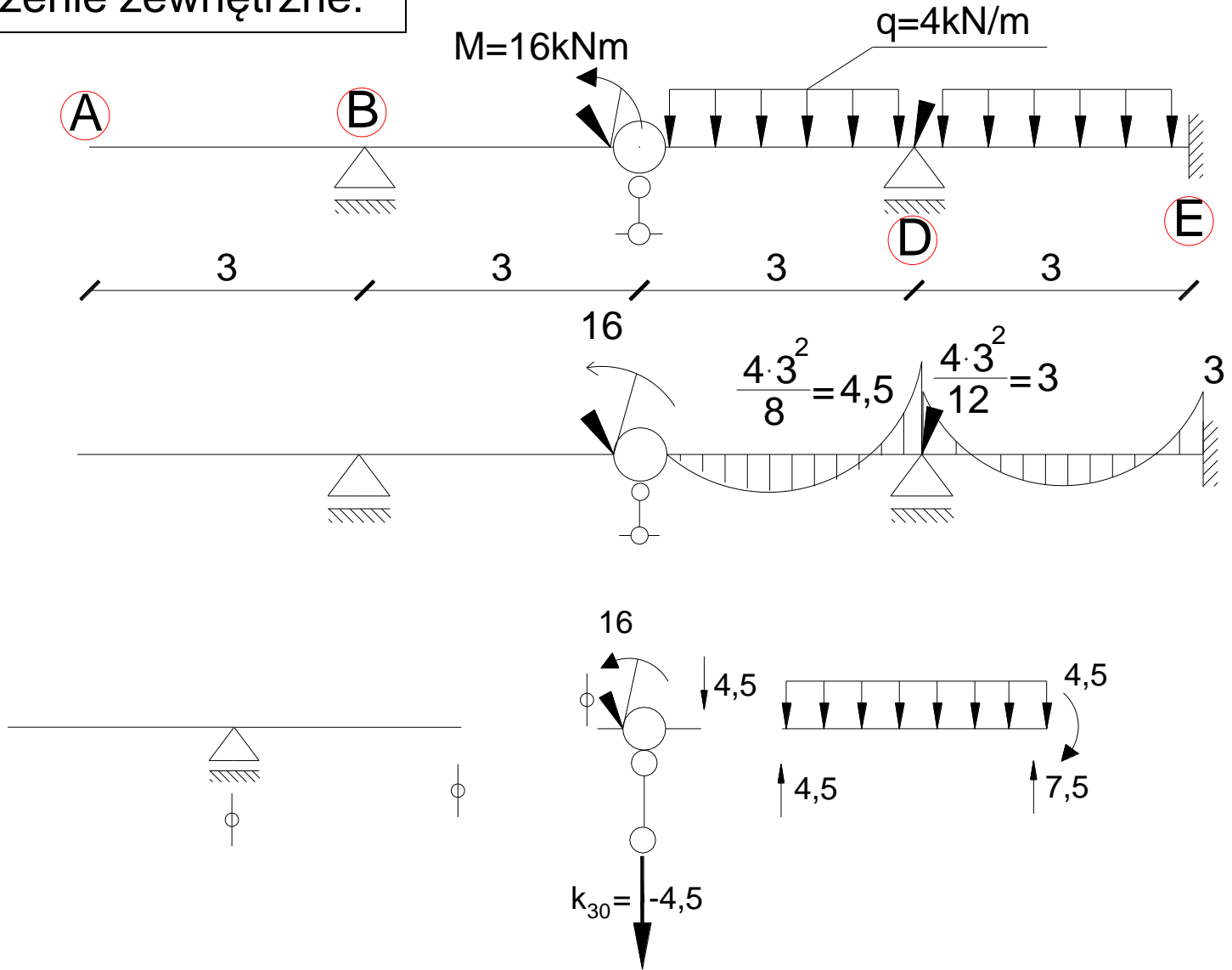
Obciążenie zewnętrzne:



$$k_{10} = 4,5 - 3 = 1,5$$

$$k_{20} = 16$$

Obciążenie zewnętrzne:



$$\sum R_y = -k_{30} - 4,5 = 0 \rightarrow k_{30} = -4,5$$

Układ równań metody przemieszczeń:

$$k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{13} \cdot \Delta_3 + k_{10} = 0$$

$$k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{23} \cdot \Delta_3 + k_{20} = 0$$

$$k_{31} \cdot \varphi_1 + k_{32} \cdot \varphi_2 + k_{33} \cdot \Delta_3 + k_{30} = 0$$

Podstawiając wyliczone wcześniej wartości otrzymujemy:

$$\frac{11EJ}{3} \cdot \varphi_1 + 0 \cdot \varphi_2 + \frac{EJ}{3} \cdot \Delta_3 + 1,5 = 0$$

$$0 \cdot \varphi_1 + EJ \cdot \varphi_2 - \frac{EJ}{3} \cdot \Delta_3 + 16 = 0$$

$$\frac{EJ}{3} \cdot \varphi_1 - \frac{EJ}{3} \cdot \varphi_2 + \frac{2EJ}{9} \cdot \Delta_3 - 4,5 = 0$$

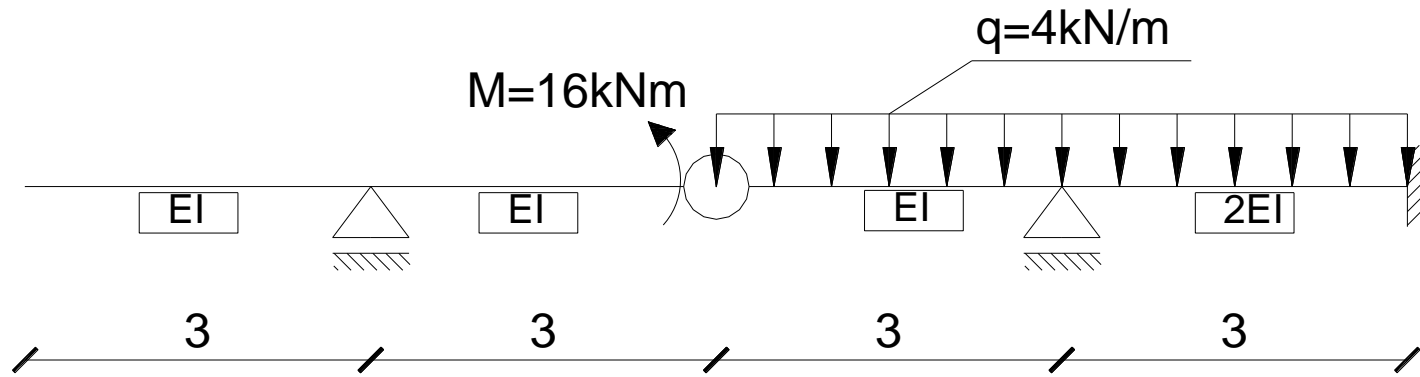
Rozwiązanie układu równań:

$$\varphi_1 = \frac{0,375}{EJ}$$

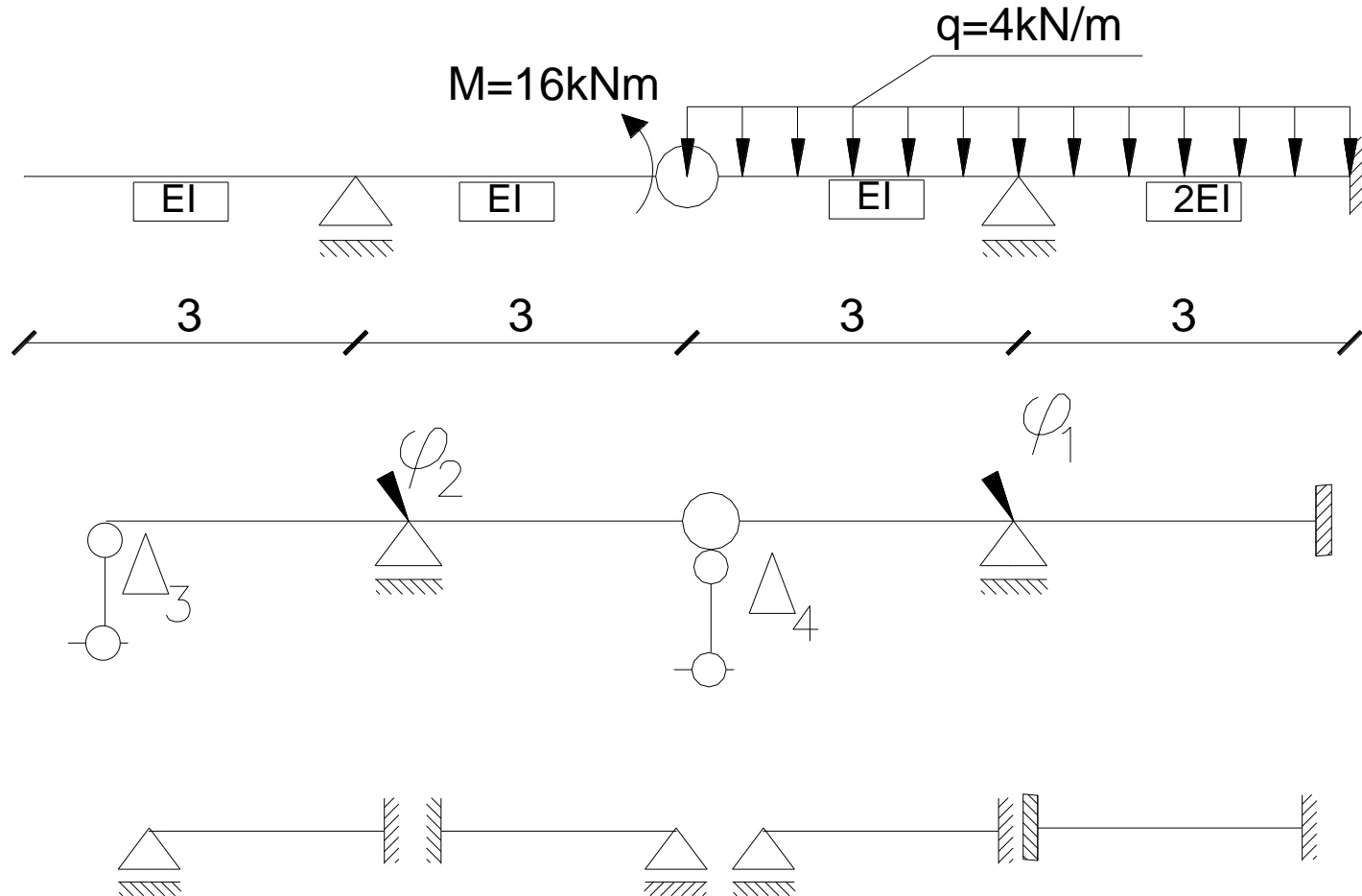
$$\varphi_2 = \frac{-18,875}{EJ} = \varphi_{cL}$$

$$\Delta_3 = \frac{-8,625}{EJ}$$

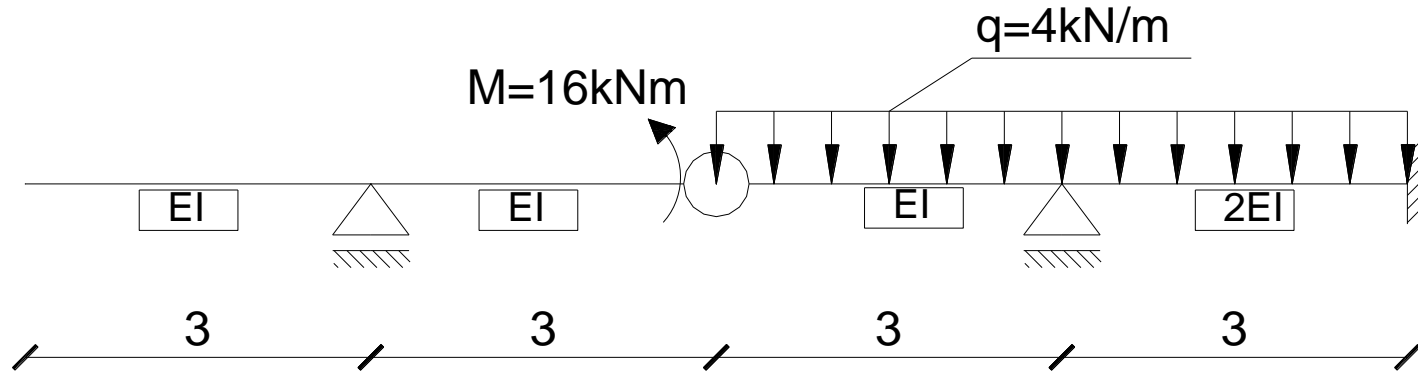
Zadanie 3.: Stwórz schemat podstawowy do wyznaczenia ugięcia końca wspornika dla poniższego układu bezpośrednio z układu równań metody przemieszczeń w minimalnej bazie niewiadomych.



Zadanie 3.: Stwórz schemat podstawowy do wyznaczenia ugięcia końca wspornika dla poniższego układu bezpośrednio z układu równań metody przemieszczeń w minimalnej bazie niewiadomych.



Zadanie 4.: Stwórz schemat podstawowy do wyznaczenia kąta obrotu końca wspornika dla poniższego układu, bezpośrednio z układu równań metody przemieszczeń, w minimalnej bazie niewiadomych.



Zadanie 4.: Stwórz schemat podstawowy do wyznaczenia kąta obrotu końca wspornika dla poniższego układu, bezpośrednio z układu równań metody przemieszczeń, w minimalnej bazie niewiadomych.

