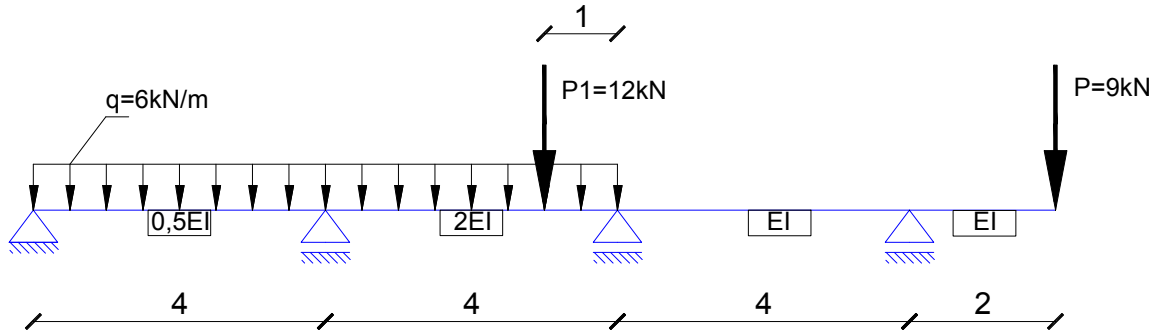


## Rozwiązywanie belki statyczne niewyznaczalnej Metodą Sił

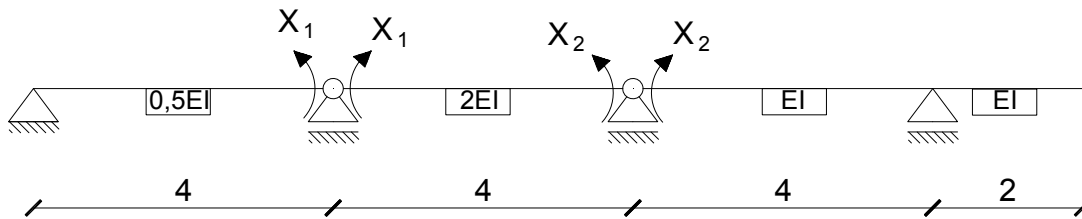
**Polecenie:** Narysuj wykres sił wewnętrznych w belce. Zadanie rozwiąż metodą sił.



Określenie stopnia statycznej niewyznaczalności układu:

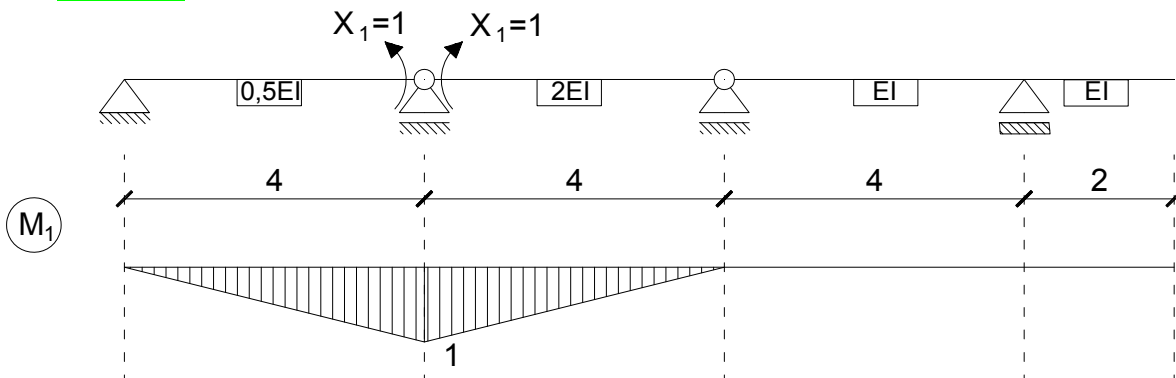
$$n_s = l_r - l_p - 3 = 5 - 0 - 3 = 2 \quad \text{— układ dwukrotnie statycznie niewyznaczalny.}$$

Schemat podstawowy metody sił:

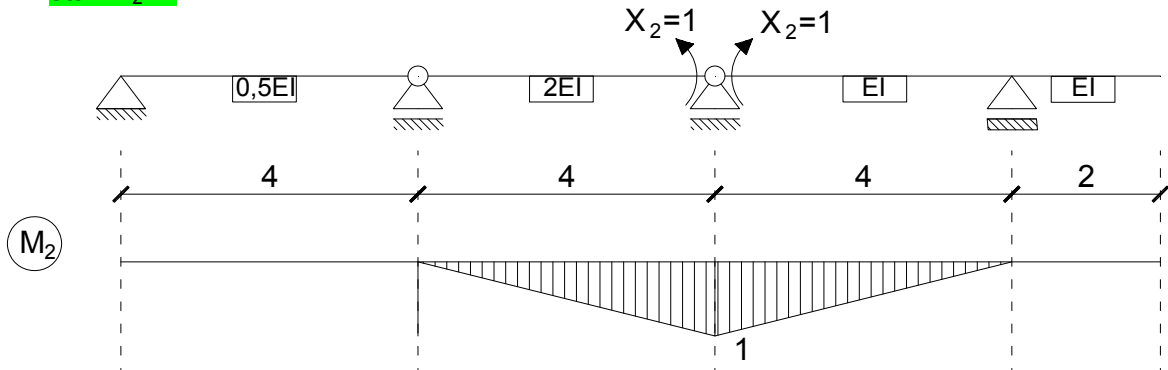


Wykresy jednostkowe:

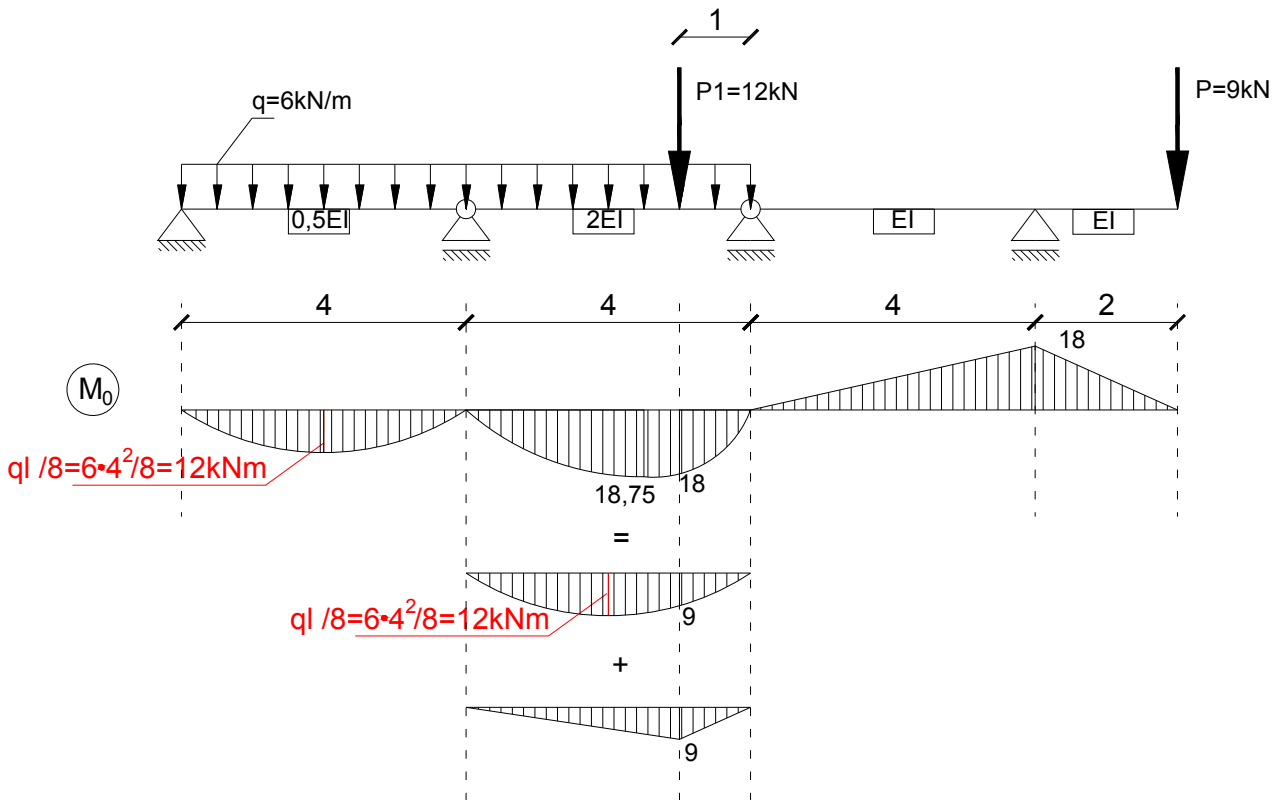
stan  $X_1=1$



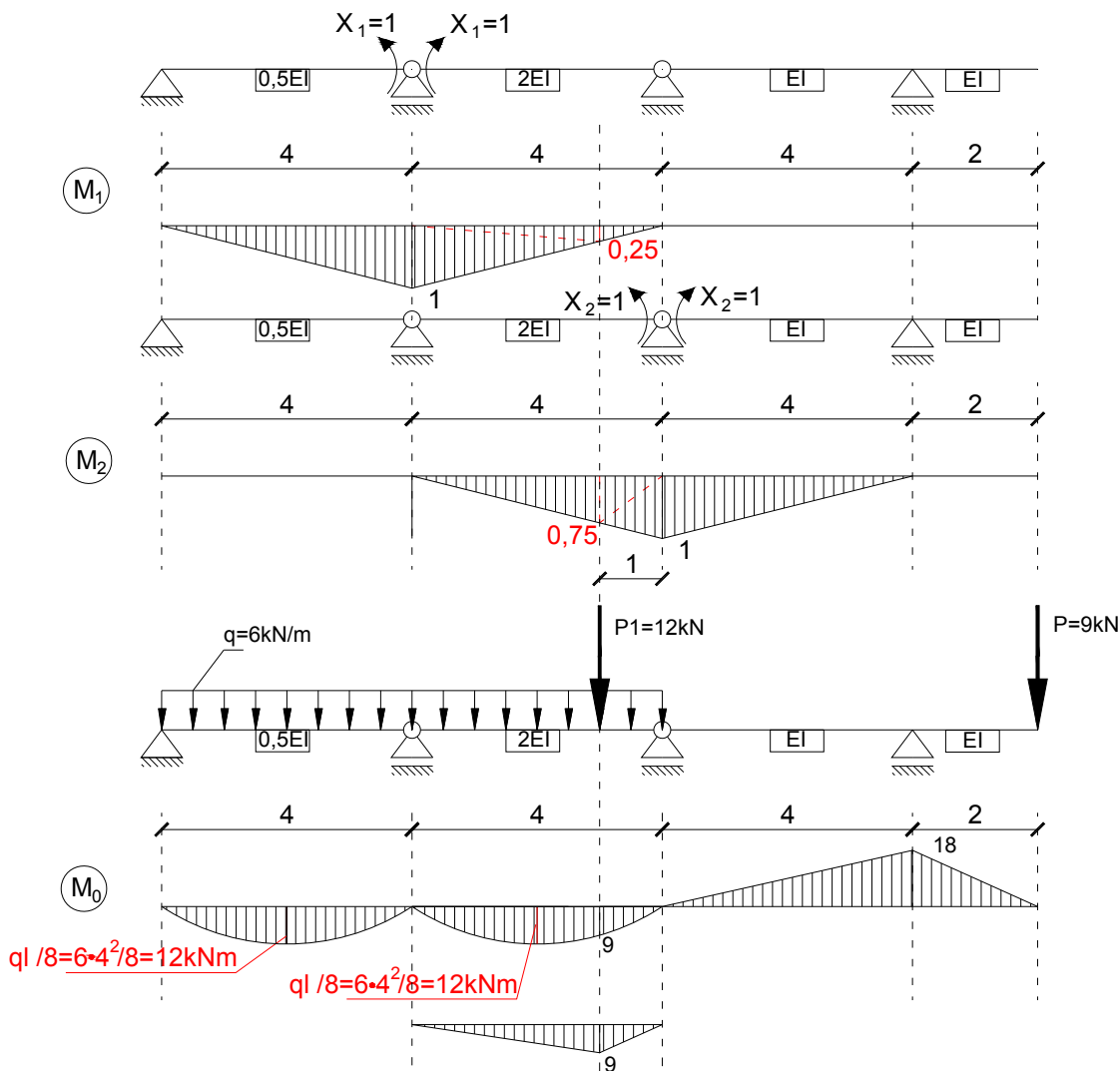
stan  $X_2=1$



Wykres  $M_0$  (moment zginający od obciążenia zewnętrznego):



Podział wykresów momentów do całkowania:



Współczynniki układu równań kanonicznych:

$\delta_{11}$  - całkujemy wykres  $M_1$  sam przez siebie

$$\delta_{11} = \frac{1}{0,5EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{2EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{10}{3EI}$$

$\delta_{12}$  - całkujemy wykres  $M_1$  z  $M_2$

$$\delta_{12} = \frac{1}{2EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{3EI}$$

$\delta_{10}$  - całkujemy wykres  $M_1$  z  $M_0$

$$\delta_{10} = \frac{1}{0,5EI} \left( \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right) + \frac{1}{2EI} \left[ \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot 0,25 + \frac{1}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,25 \right] = \frac{175}{4EI}$$

$\delta_{21}$  - całkujemy wykres  $M_2$  z  $M_1$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{1}{3EI}$$

$\delta_{22}$  - całkujemy wykres  $M_2$  sam przez siebie

$$\delta_{22} = \frac{1}{2EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{2}{EI}$$

$\delta_{20}$  - całkujemy wykres  $M_2$  z  $M_0$

$$\delta_{20} = \frac{1}{2EI} \left[ \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,75 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot 0,75 + \frac{1}{3} \cdot 1 \right) \right] - \frac{1}{EI} \left( \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{5}{4EI}$$

Układ równań kanonicznych metody sił:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{10} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{20} = 0 \end{cases}$$

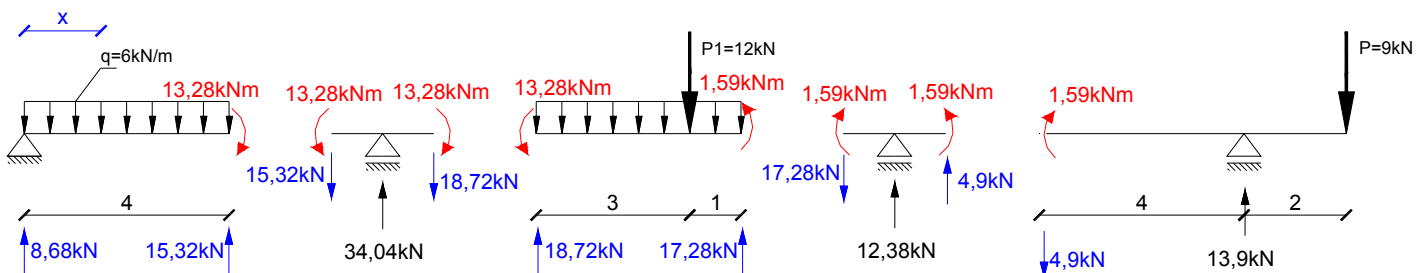
$$\begin{cases} \frac{10}{3EI} \cdot X_1 + \frac{1}{3EI} \cdot X_2 + \frac{175}{4EI} = 0 / \cdot 12EI \\ \frac{1}{3EI} \cdot X_1 + \frac{2}{EI} \cdot X_2 + \frac{5}{4EI} = 0 / \cdot 12EI \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40 \cdot X_1 + 4 \cdot X_2 + 525 = 0 \\ 4 \cdot X_1 + 24 \cdot X_2 + 15 = 0 \end{cases}$$

Rozwiązanie układu równań:

$$\begin{cases} X_1 = -13,28 \text{ kNm} \\ X_2 = 1,59 \text{ kNm} \end{cases}$$

Wyznaczenie wartości sił tnących w zadanej belce:

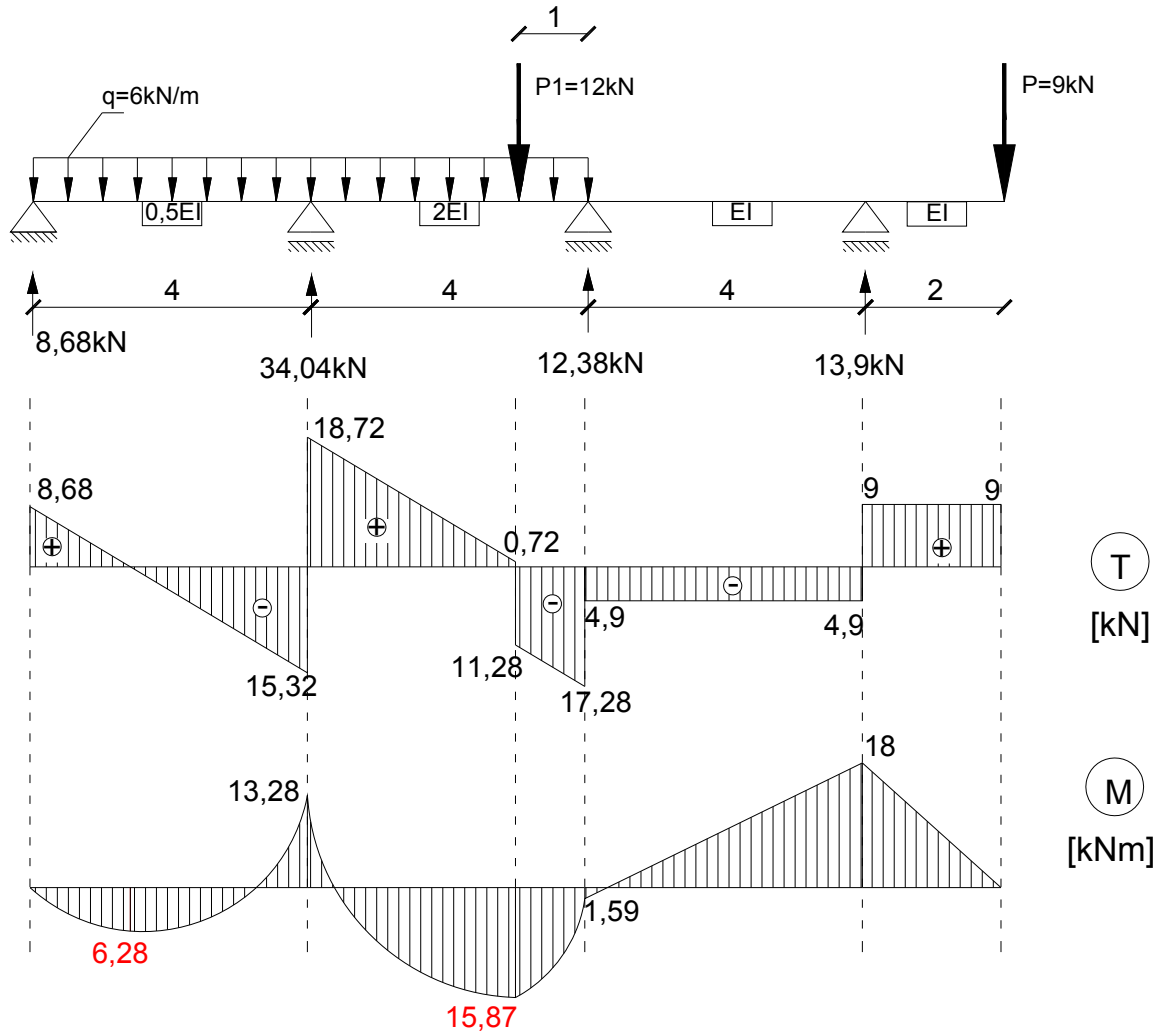


Wyznaczenie ekstremum (dla skrajnej części belki po lewej stronie):

$$T(x) = 8,68 - 6x = 0 \rightarrow x = \frac{8,68}{6} = 1,45 \text{ m}$$

$$M(x = 1,45 \text{ m}) = 8,68 \cdot 1,45 - 6 \cdot \frac{1,45^2}{2} = 6,28 \text{ kNm}$$

Wykresy sił wewnętrznych w belce statycznie niewyznaczalnej:



Inne przykładowe schematy podstawowe dla rozwiązania tego zadania:

