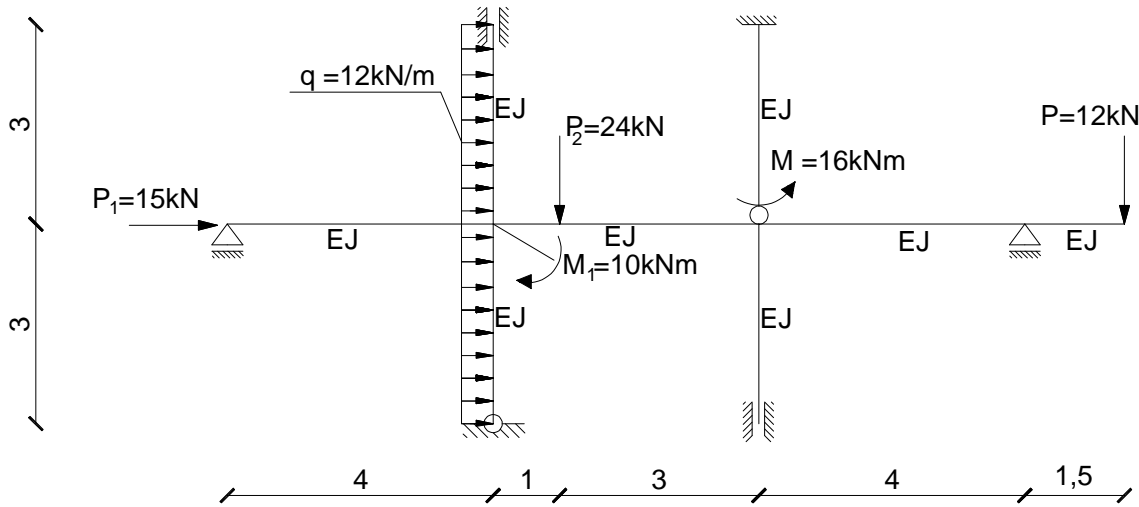
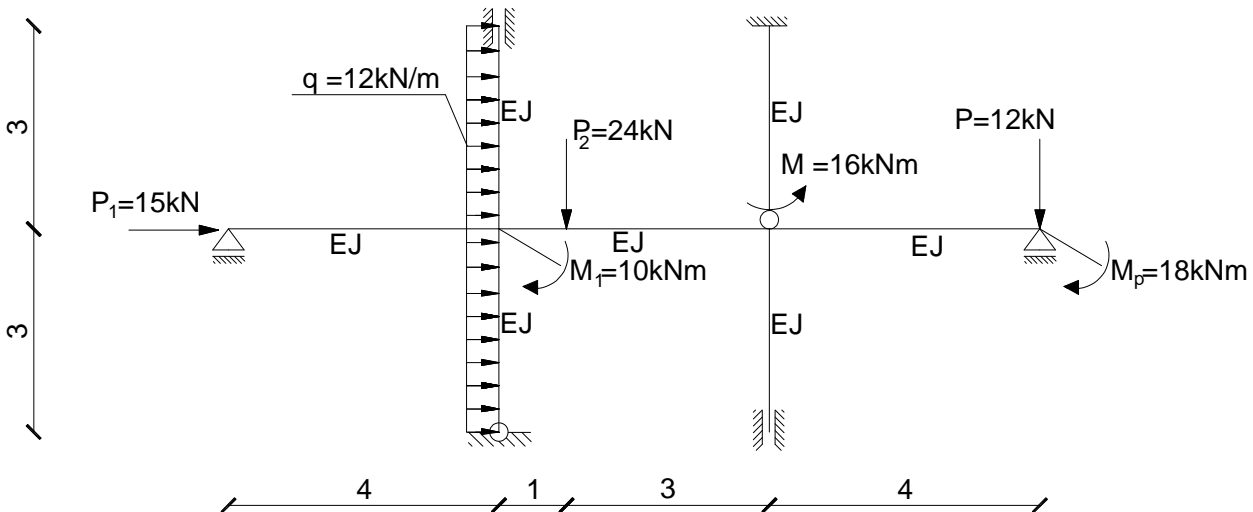


METODA PRZEMIESZCZEŃ - RAMA PRZESUWNA Z OBCIĄŻENIEM STATYCZNYM

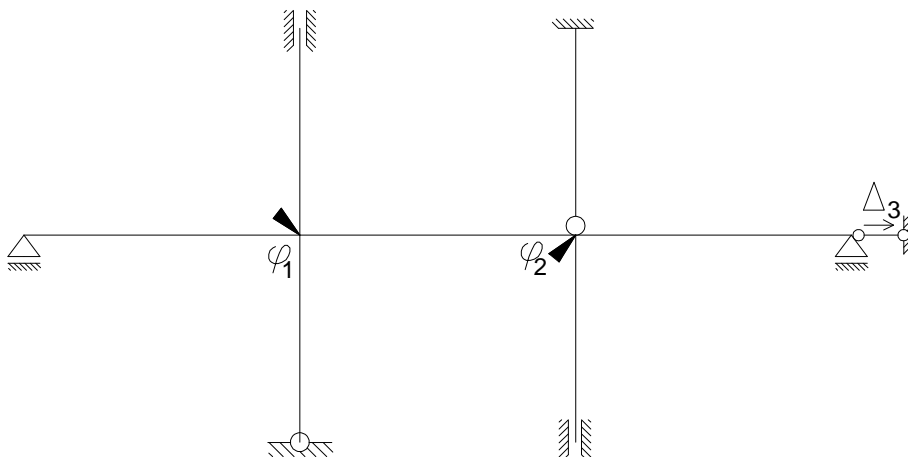
Zadanie: Narysuj wykresy sił wewnętrznych N, T, M dla poniższej ramy. Zadanie rozwiąż metodą przemieszczeń.



W celu ułatwienia obliczeń dokonujemy redukcji obciążenia ze wspornika:



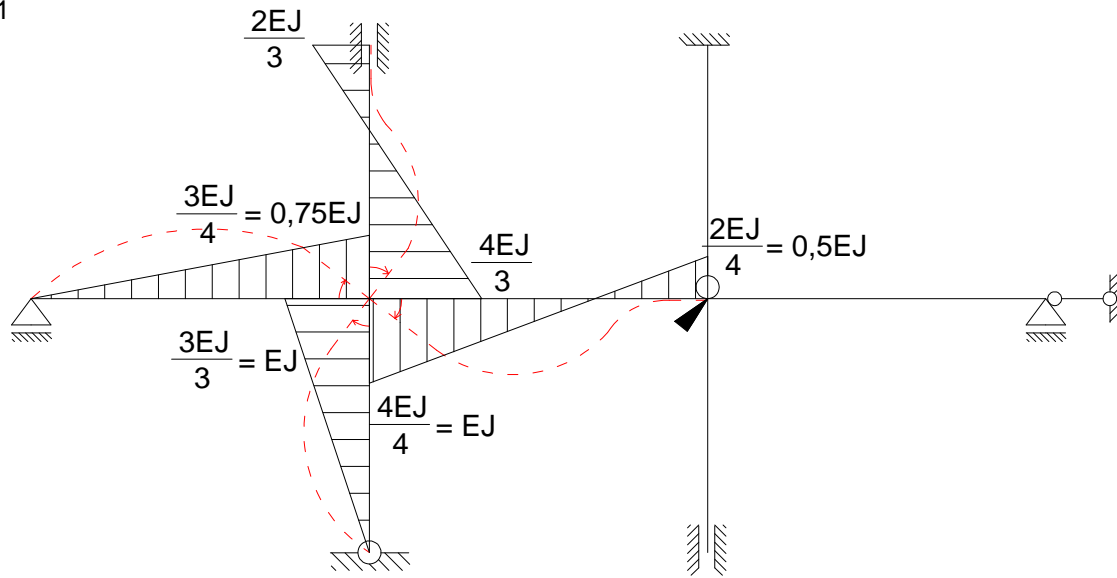
Schemat podstawowy geometrycznie wyznaczalny:



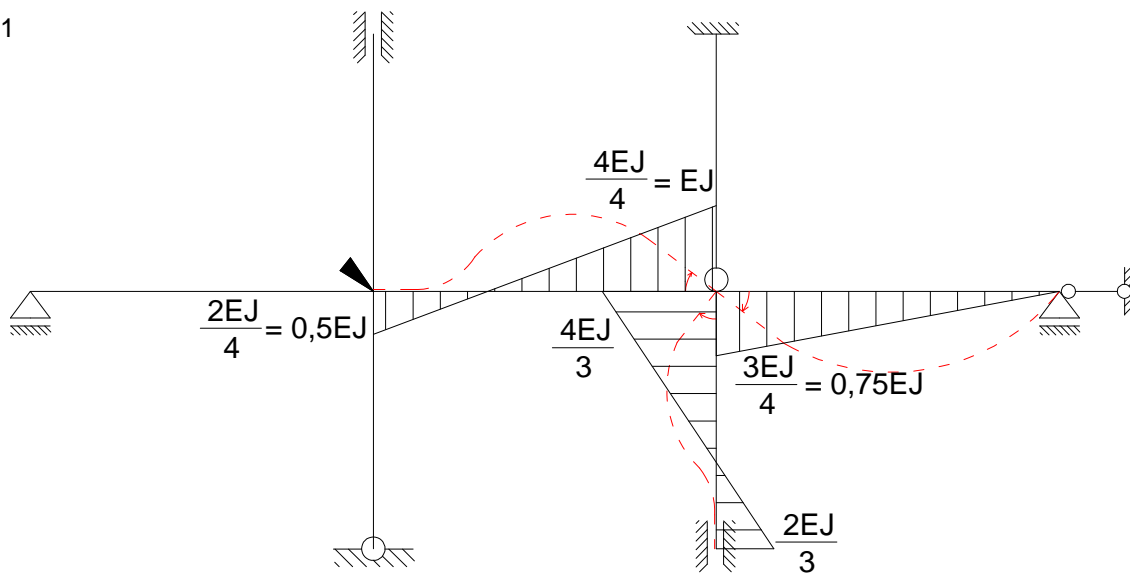
Stopień geometrycznej niewyznaczalności

$$n_g = 3(\varphi_1 + \varphi_2 + \Delta_3)$$

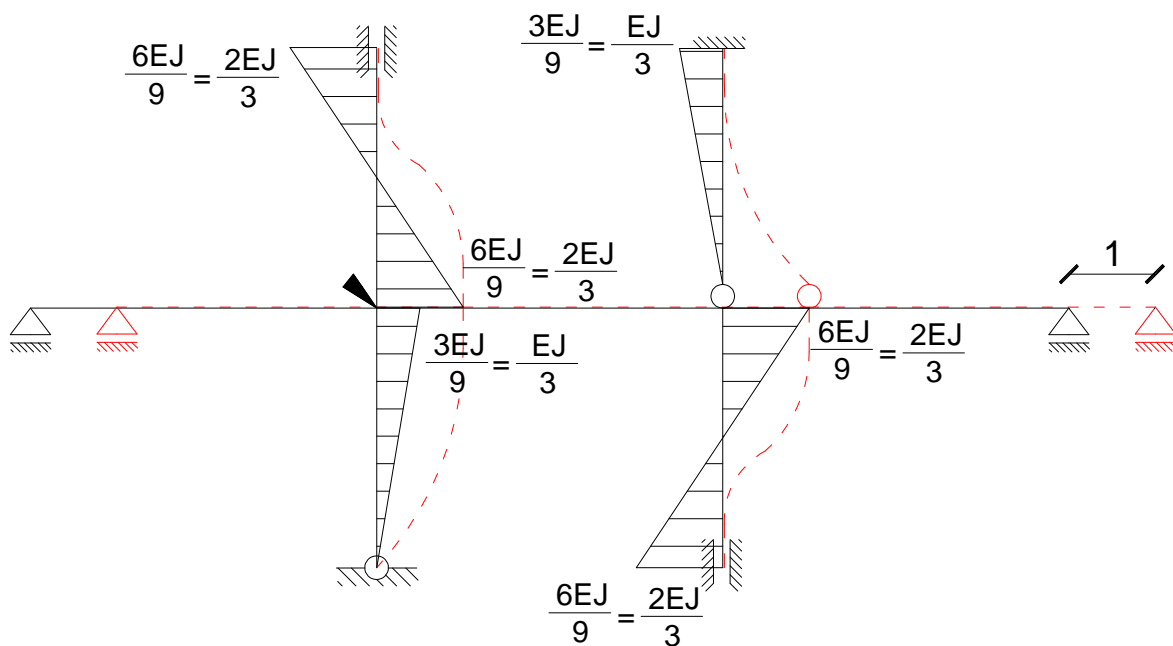
Stan $\varphi_1=1$



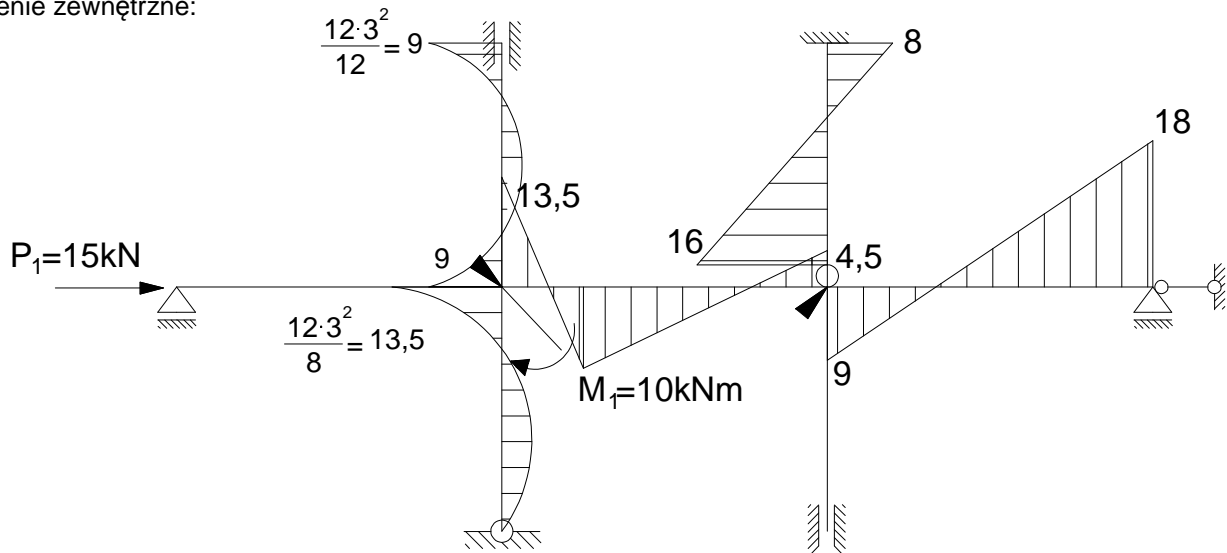
Stan $\varphi_2=1$



Stan $\Delta_3=1$



Obciążenie zewnętrzne:



Układ równań metody przemieszczeń:

$$k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{13} \cdot \Delta_3 + k_{10} = 0$$

$$k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{23} \cdot \Delta_3 + k_{20} = 0$$

$$k_{31} \cdot \varphi_1 + k_{32} \cdot \varphi_2 + k_{33} \cdot \Delta_3 + k_{30} = 0$$

Współczynnik k_{11} - suma momentów w węźle pierwszym na i-tym wykresie

$$k_{11} = \frac{4EJ}{3} + \frac{3EJ}{4} + EJ + EJ = \frac{49}{12} EJ$$

$$k_{12} = 0,5EJ$$

$$k_{13} = \frac{2EJ}{3} - \frac{EJ}{3} = \frac{EJ}{3}$$

$$k_{10} = -9 + 13,5 - 10 - 13,5 = -19$$

Współczynnik k_{21} - suma momentów w węźle drugim na i-tym wykresie

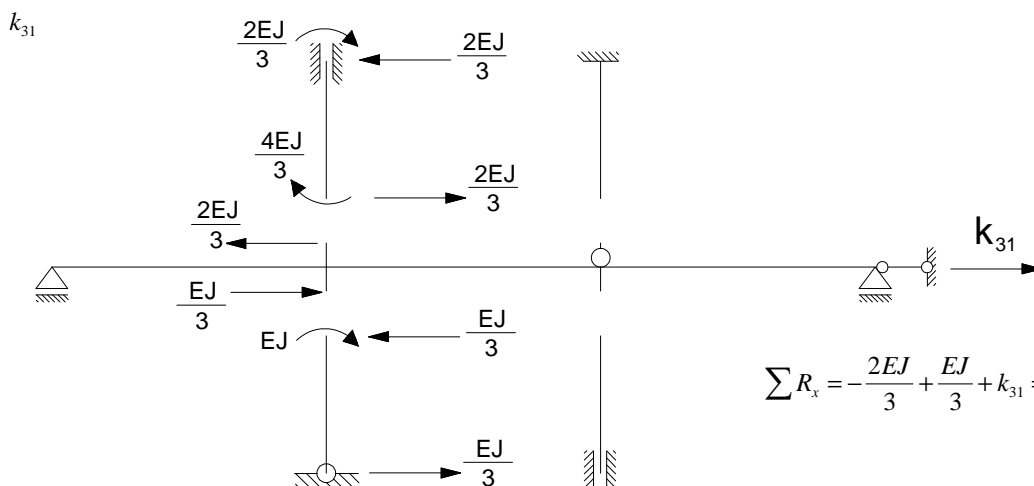
$$k_{21} = 0,5EJ = k_{12}$$

$$k_{22} = EJ + \frac{3EJ}{4} + \frac{4EJ}{3} = \frac{37}{12} EJ$$

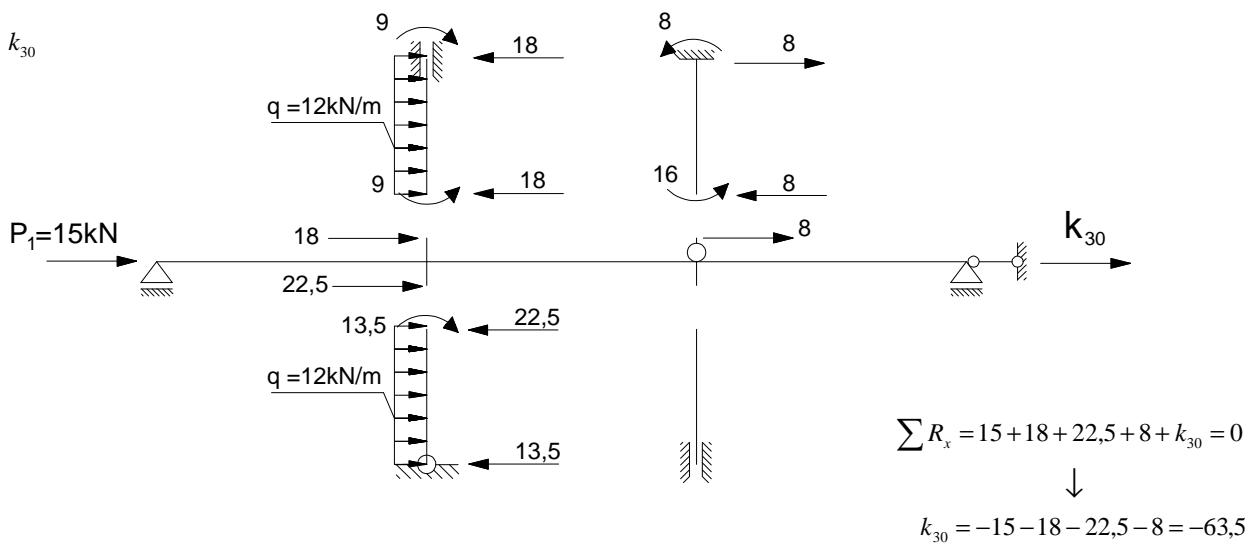
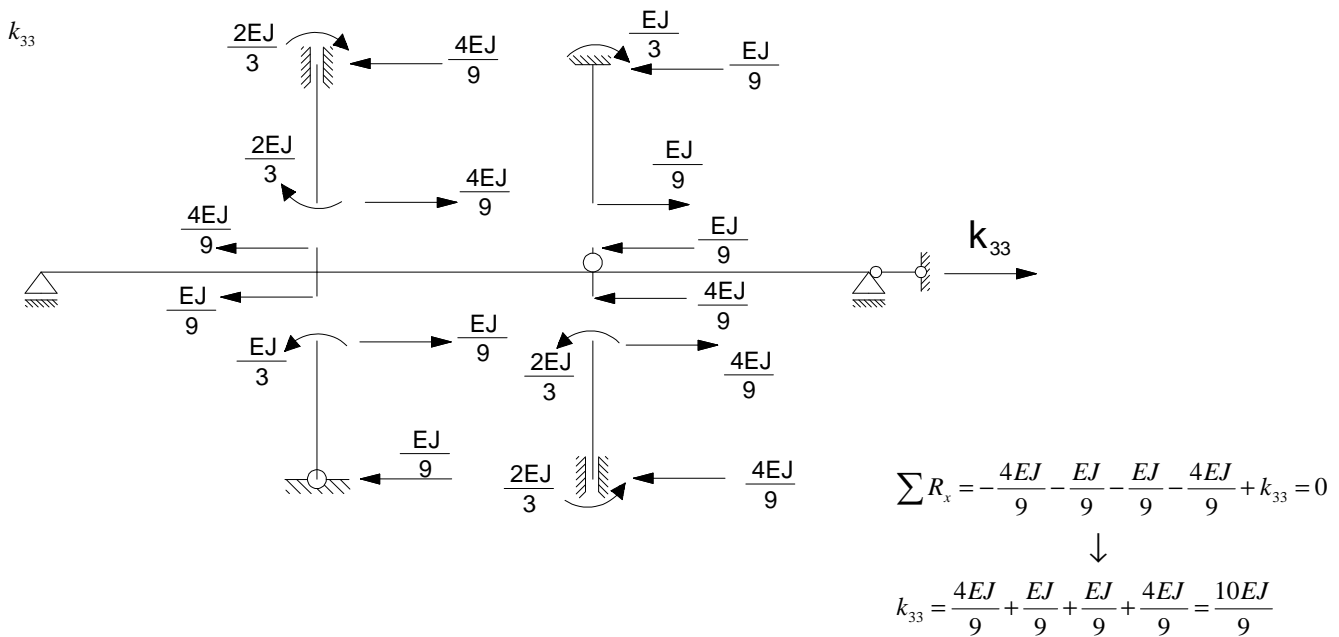
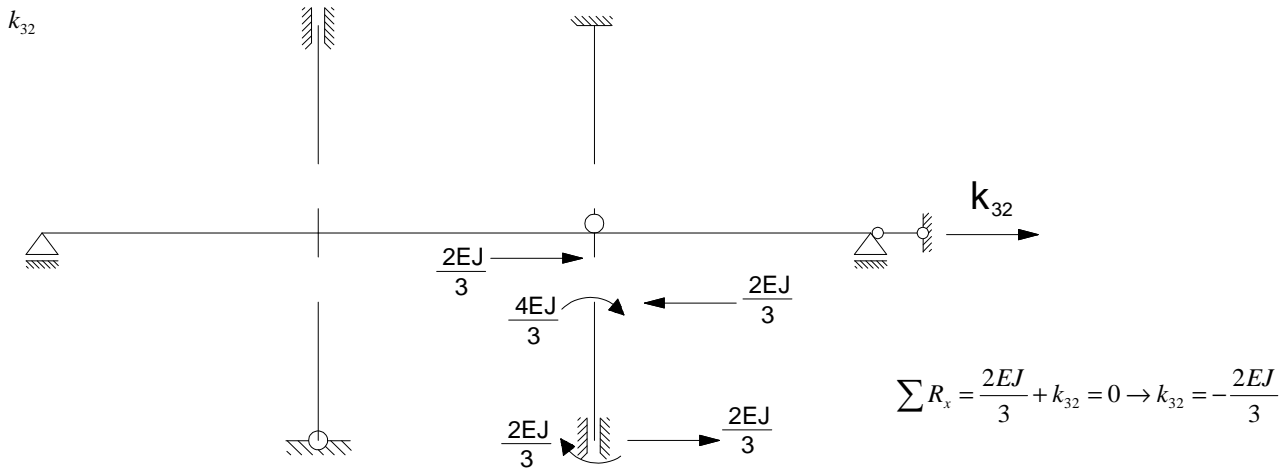
$$k_{23} = -\frac{2EJ}{3}$$

$$k_{20} = 9 + 4,5 = 13,5$$

Współczynnik k_{31} - wartość reakcji na trzeciej podporze na i-tym wykresie



$$\sum R_x = -\frac{2EJ}{3} + \frac{EJ}{3} + k_{31} = 0 \rightarrow k_{31} = \frac{2EJ}{3} - \frac{EJ}{3} = \frac{EJ}{3}$$

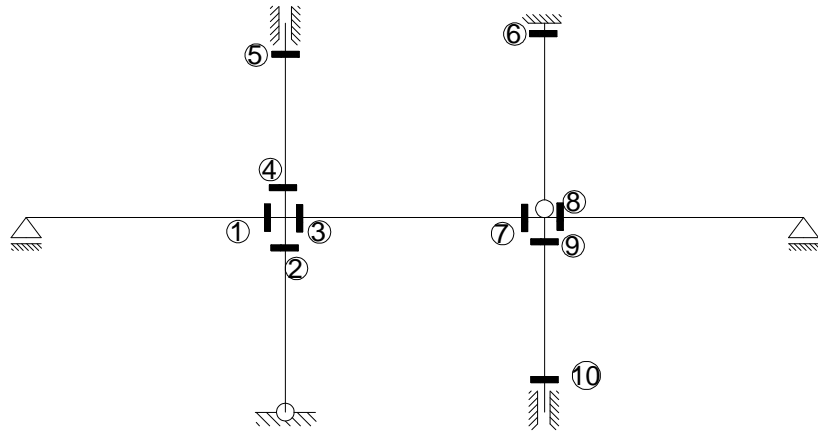


Wstawiamy współczynniki do układu równań i wyznaczamy niewiadome:

$$\begin{aligned} \frac{49EJ}{12} \cdot \varphi_1 + 0,5EJ \cdot \varphi_2 + \frac{EJ}{3} \cdot \Delta_3 - 19 &= 0 & \varphi_1 &= \frac{-1,70162}{EJ} \\ 0,5EJ \cdot \varphi_1 + \frac{37EJ}{12} \cdot \varphi_2 - \frac{2EJ}{3} \cdot \Delta_3 + 13,5 &= 0 & \varphi_2 &= \frac{9,611603}{EJ} \\ \frac{EJ}{3} \cdot \varphi_1 - \frac{2EJ}{3} \cdot \varphi_2 + \frac{10EJ}{9} \cdot \Delta_3 - 63,5 &= 0 & \Delta_3 &= \frac{63,42745}{EJ} \end{aligned}$$

Zaznaczamy punkty charakterystyczne, w których chcemy znać wartość momentów i wyznaczamy momenty na podstawie wzoru:

$$M = M^{\varphi_1=1} \cdot \varphi_1 + M^{\varphi_2=1} \cdot \varphi_2 + M^{\Delta_3=1} \cdot \Delta_3 + M^{obc.zewn.}$$



$$M_1 = \frac{3EJ}{4} \cdot \frac{-1,70162}{EJ} = -1,27kNm$$

$$M_2 = EJ \cdot \frac{-1,70162}{EJ} - \frac{EJ}{3} \cdot \frac{63,42745}{EJ} + 13,5 = -9,34kNm$$

$$M_3 = EJ \cdot \frac{-1,70162}{EJ} + \frac{EJ}{2} \cdot \frac{9,611603}{EJ} - 13,5 = -10,4kNm$$

$$M_4 = \frac{4EJ}{3} \cdot \frac{-1,70162}{EJ} + \frac{2EJ}{3} \cdot \frac{63,42745}{EJ} - 9 = 31,02kNm$$

$$M_5 = \frac{2EJ}{3} \cdot \frac{-1,70162}{EJ} + \frac{2EJ}{3} \cdot \frac{63,42745}{EJ} + 9 = 50,15kNm$$

$$M_6 = \frac{EJ}{3} \cdot \frac{63,42745}{EJ} - 8 = 13,14kNm$$

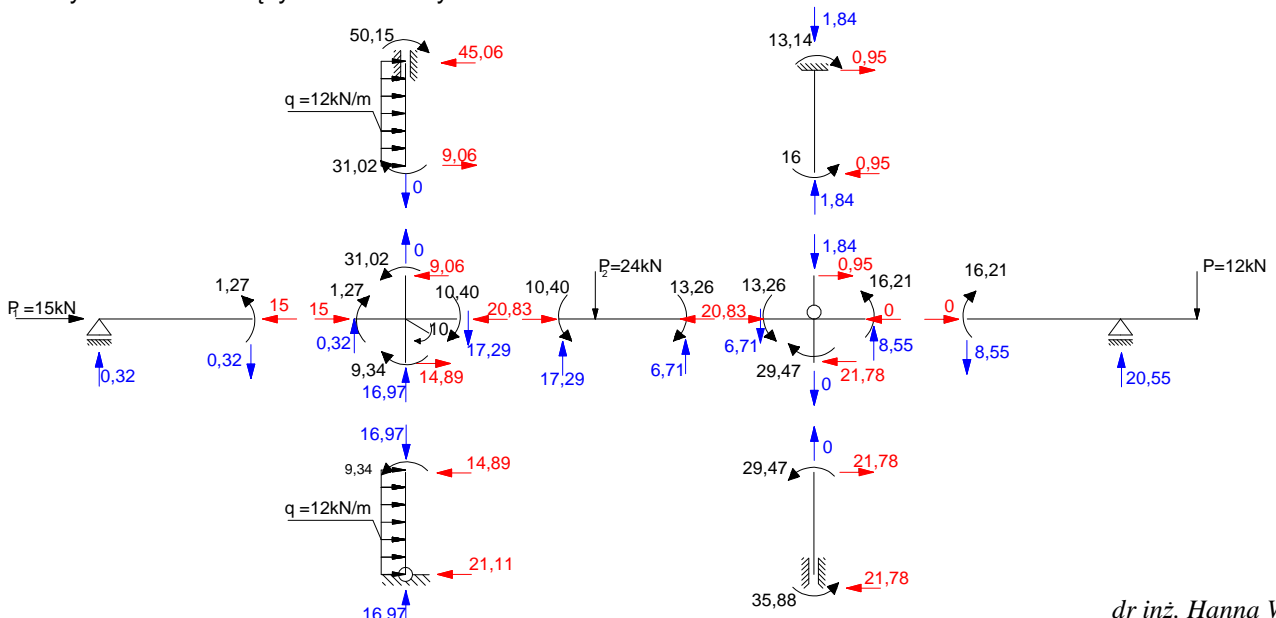
$$M_7 = \frac{EJ}{2} \cdot \frac{-1,70162}{EJ} + EJ \cdot \frac{9,611603}{EJ} + 4,5 = 13,26kNm$$

$$M_8 = \frac{3EJ}{4} \cdot \frac{9,611603}{EJ} + 9 = 16,21kNm$$

$$M_9 = \frac{4EJ}{3} \cdot \frac{9,611603}{EJ} - \frac{2EJ}{3} \cdot \frac{63,42745}{EJ} = -29,47kNm$$

$$M_{10} = \frac{2EJ}{3} \cdot \frac{9,611603}{EJ} - \frac{2EJ}{3} \cdot \frac{63,42745}{EJ} = -35,88kNm$$

Następnie rozbijamy układ na beleczki i węzły, zaczepiamy wyliczone wyżej wartości momentów i równań równowagi wyznaczamy wartości sił tnących i normalnych.



Na podstawie wyliczonych wartości sił rysujemy wykresy N, T, M. Do wykresu dorysowujemy zredukowany wcześniej wspornik.

