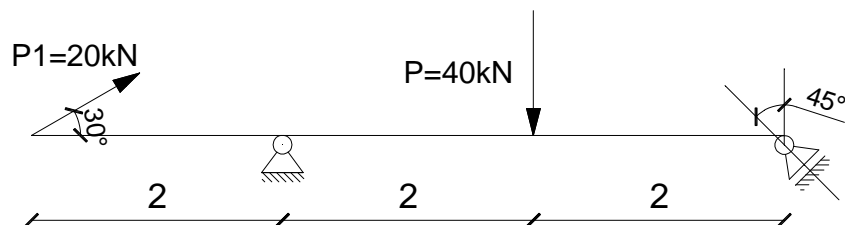


Wyznaczenie reakcji w belkach statycznie wyznaczalnych

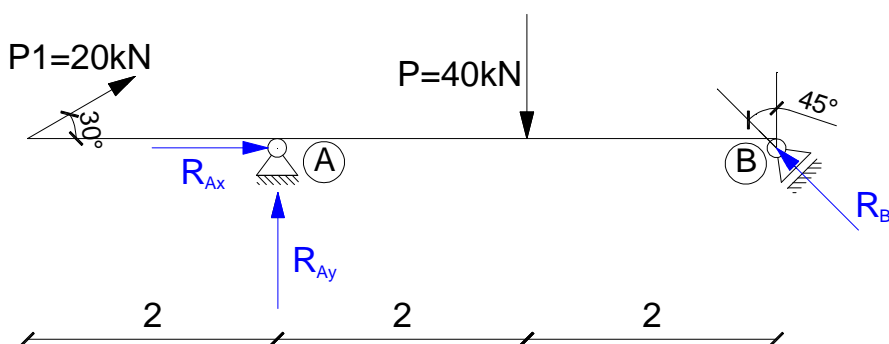
Przykład 1. Wyznacz reakcje podporowe dla poniższych schematów bez uwzględnienia ciężaru własnego układu. Sprawdź poprawność obliczeń.

a)

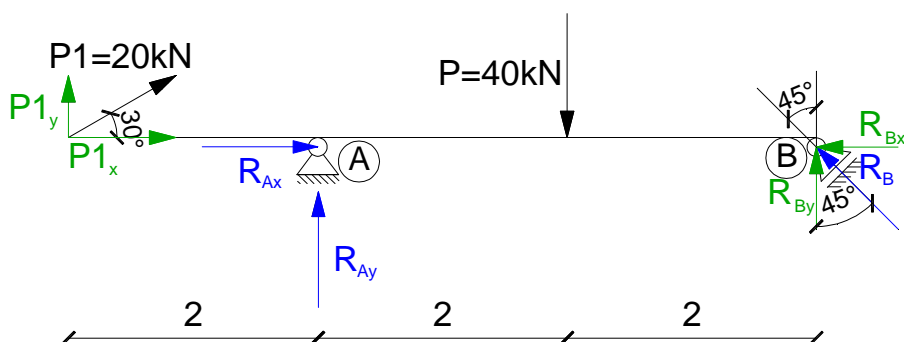


Rozwiązanie:

Oznaczamy punkty podporowe, jako A i B oraz zaznaczamy w nich reakcje.



Dla uproszczenia obliczeń rozkładamy siłę P1 i reakcję RB na składowe pionową i poziomą.



Wyznaczenie reakcji z równań równowagi:

$$\sum M_B = -P1_y \cdot 6 - R_{Ay} \cdot 4 + P \cdot 2 = 0 \rightarrow R_{Ay} = \frac{-6P1_y + 2P}{4} = \frac{-6 \cdot 20 \cdot \sin 30^\circ + 2 \cdot 40}{4} = \frac{-120 \cdot 0,5 + 80}{4} = 5 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = -P1_y \cdot 2 - P \cdot 2 + R_{By} \cdot 4 = 0 \rightarrow R_{By} = \frac{2P1_y + 2P}{4} = \frac{2 \cdot 20 \cdot \sin 30^\circ + 2 \cdot 40}{4} = \frac{40 \cdot 0,5 + 80}{4} = 25 \text{ kN}$$

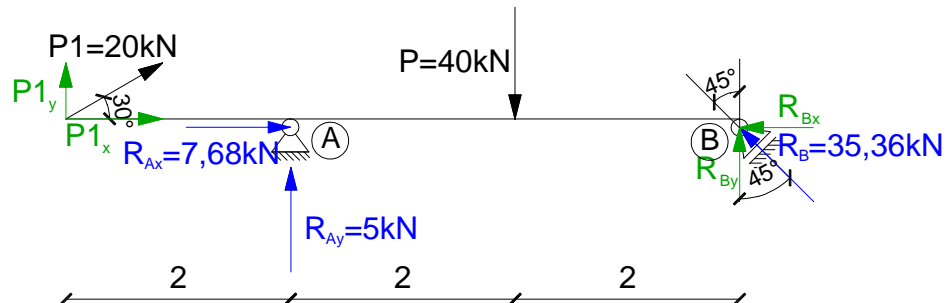
$$R_{By} = R_B \cdot \cos 45^\circ \rightarrow R_B = \frac{R_{By}}{\cos 45^\circ} = \frac{25 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 35,36 \text{ kN}$$

$$\sum R_x = P1_x + R_{Ax} - R_{Bx} = 0 \rightarrow R_{Ax} = R_{Bx} - P1_x = R_B \cdot \sin 45^\circ - P1 \cdot \cos 30^\circ = 35,36 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,68 \text{ kN}$$

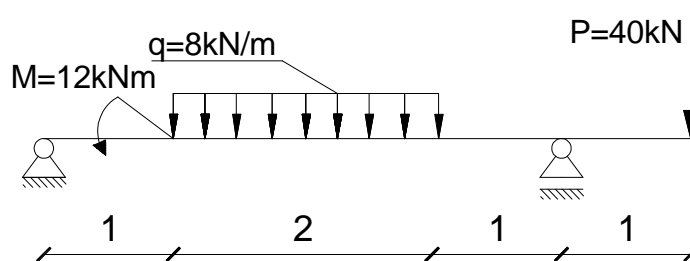
Sprawdzenie poprawności obliczenia reakcji:

$$\sum R_Y = P1_y + R_{Ay} - P + R_{By} = P1 \cdot \sin 30^\circ + R_{Ay} - P + R_{By} = 20 \cdot 0,5 + 5 - 40 + 25 = 0$$

Naniesienie wartości reakcji na rysunek:

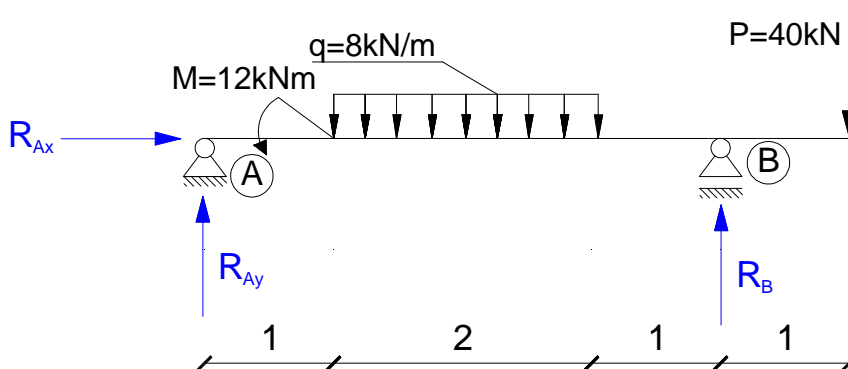


b)

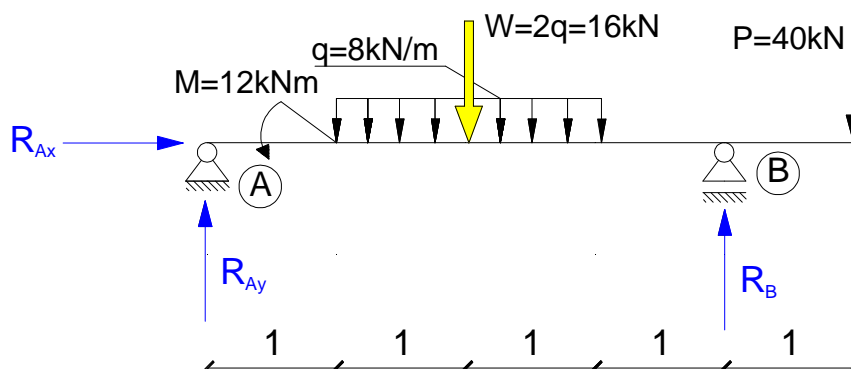


Rozwiązanie:

Oznaczamy punkty podporowe, jako A i B oraz zaznaczamy w nich reakcje.



Dla uproszczenia obliczeń sprowadzamy obciążenie równomiernie rozłożone do wypadkowej W:



Wyznaczenie reakcji z równań równowagi:

$$\sum M_A = M - W \cdot 2 + R_B \cdot 4 - P \cdot 5 = 0 \rightarrow R_B = \frac{-M + 2W + 5P}{4} = \frac{-12 + 2 \cdot 16 + 5 \cdot 40}{4} = 55 \text{ kN}$$

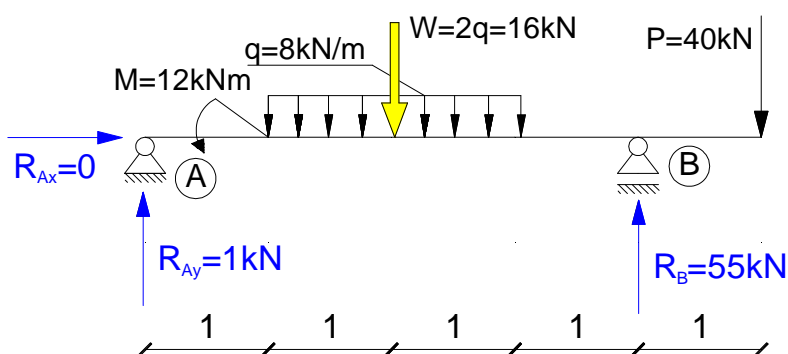
$$\sum M_B = -R_{Ay} \cdot 4 + M + W \cdot 2 - P \cdot 1 = 0 \rightarrow R_{Ay} = \frac{M + 2W - P}{4} = \frac{12 + 2 \cdot 16 - 40}{4} = 1 \text{ kN}$$

$$\sum R_x = R_{Ax} = 0$$

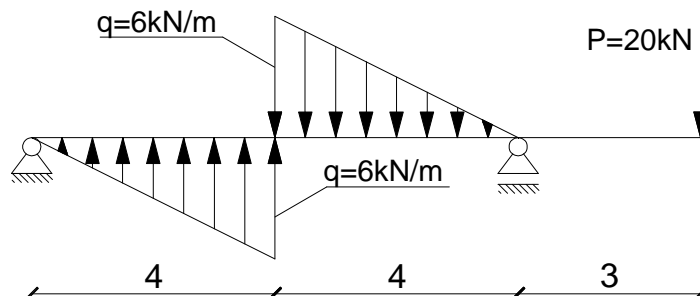
Sprawdzenie poprawności obliczenia reakcji:

$$\sum R_y = R_{Ay} - W + R_B - P = 1 - 16 + 55 - 40 = 0$$

Naniesienie wartości reakcji na rysunek:

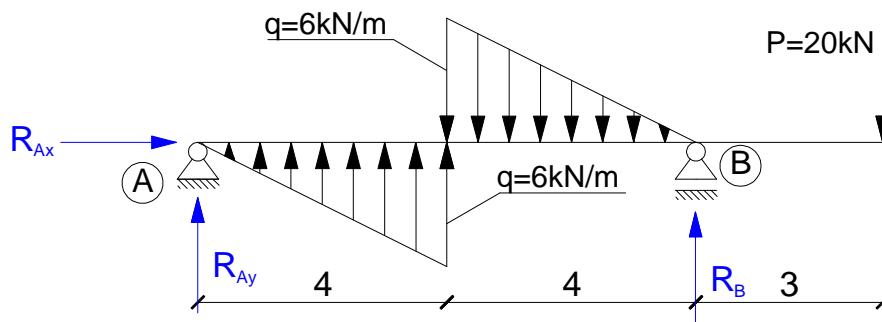


c)

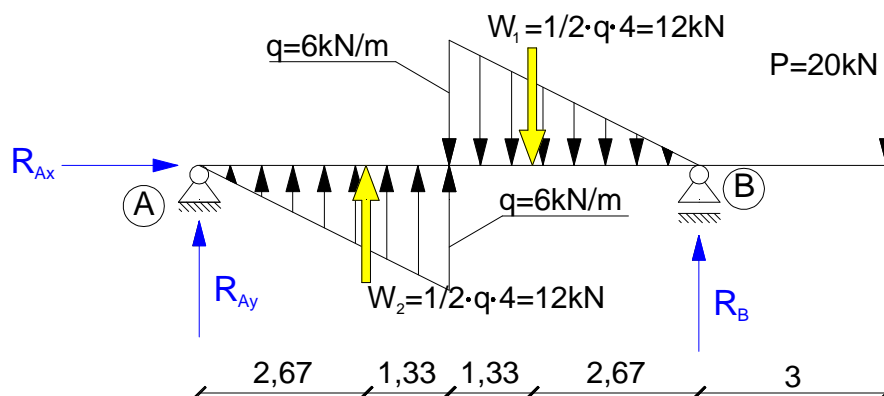


Rozwiązanie:

Oznaczamy punkty podporowe, jako A i B oraz zaznaczamy w nich reakcje.



Dla uproszczenia obliczeń sprowadzamy obciążenia trójkątne do dwóch wypadkowych W_1 i W_2 :



Wyznaczenie reakcji z równań równowagi:

$$\sum M_A = W_2 \cdot 2,67 - W_1 \cdot 5,33 + R_B \cdot 8 - P \cdot 11 = 0 \rightarrow R_B = \frac{-2,67W_2 + 5,33W_1 + 11P}{8} = \frac{-2,67 \cdot 12 + 5,33 \cdot 12 + 11 \cdot 20}{8} = 31,49 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = -R_{Ay} \cdot 8 - W_2 \cdot 5,33 + W_1 \cdot 2,67 - P \cdot 3 = 0 \rightarrow R_{Ay} = \frac{-5,33W_2 + 2,67W_1 - 3P}{8} = \frac{-5,33 \cdot 12 + 2,67 \cdot 12 - 3 \cdot 20}{8} = -11,49 \text{ kN}$$

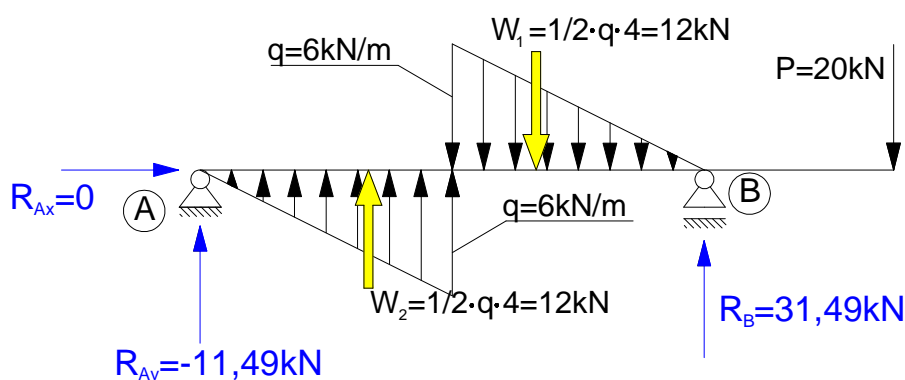
$$\sum R_x = R_{Ax} = 0$$

Wniosek: Zwrot reakcji R_{Ay} w rzeczywistości jest przeciwny do założonego.

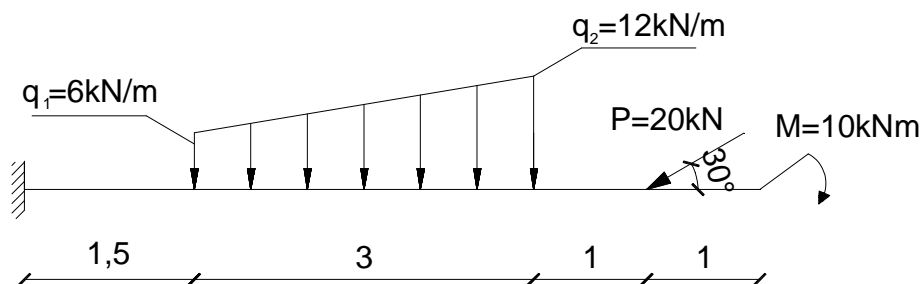
Sprawdzenie poprawności obliczenia reakcji:

$$\sum R_y = R_{Ay} + W_2 - W_1 + R_B - P = -11,49 + 12 - 12 + 31,49 - 20 = 0$$

Naniesienie wartości reakcji na rysunek:

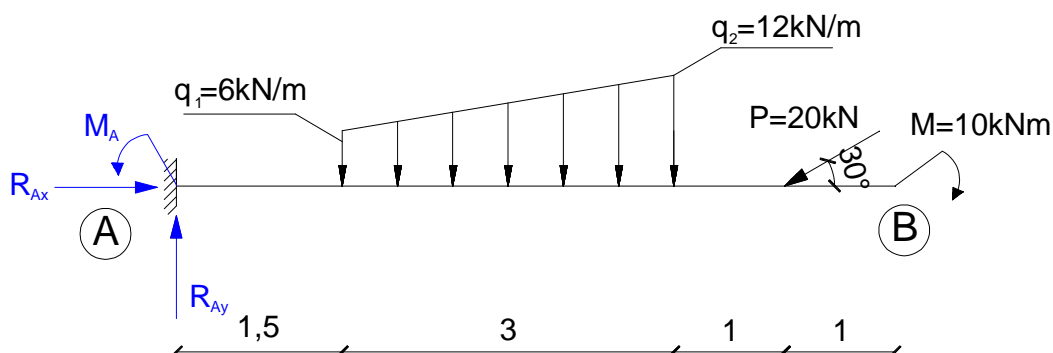


d)

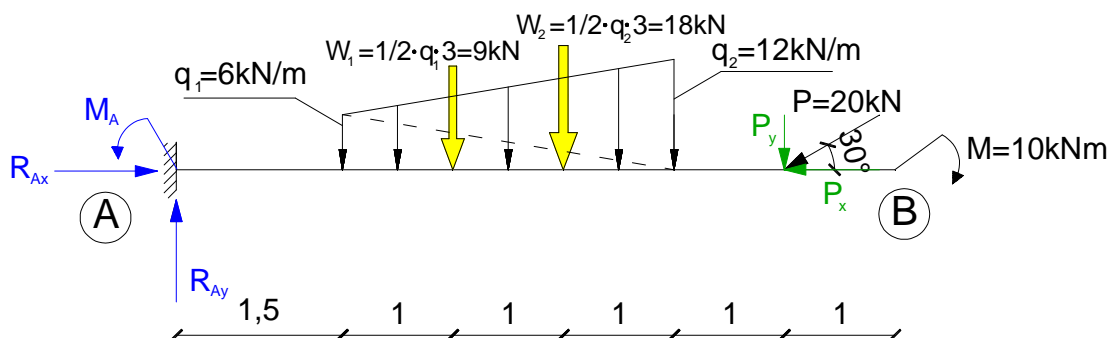


Rozwiązanie:

Oznaczamy utwierdzenie, jako punkt A, natomiast koniec wspornika, jako punkt B i zaznaczamy reakcje na podporze.



Dla uproszczenia obliczeń dzielimy obciążenie trapezowe na dwa obciążenia trójkątne i sprowadzamy je do dwóch wypadkowych W_1 i W_2 , siłę P rozkładamy natomiast na dwie składowe - pionową P_y i poziomą P_x :



Wyznaczenie reakcji z równań równowagi:

$$\sum M_A = M_A - W_1 \cdot 2,5 - W_2 \cdot 3,5 - P_y \cdot 5,5 - M = 0 \rightarrow M_A = 2,5W_1 + 3,5W_2 + 5,5P \cdot \sin 30^\circ + M = 2,5 \cdot 9 + 3,5 \cdot 18 + 5,5 \cdot 20 \cdot 0,5 + 10$$

$$M_A = 150,5 \text{ kNm}$$

$$\sum R_Y = R_{Ay} - W_1 - W_2 - P_y = 0 \rightarrow R_{Ay} = W_1 + W_2 + P_y = 9 + 18 + 20 \cdot \sin 30^\circ = 37 \text{ kN}$$

$$\sum R_X = R_{Ax} - P_x = 0 \rightarrow R_{Ax} = P_x = P \cdot \cos 30^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,32 \text{ kN}$$

Sprawdzenie poprawności obliczenia reakcji:

$$\sum M_B = M_A - R_{Ay} \cdot 6,5 + W_1 \cdot 4 + W_2 \cdot 3 + P_y \cdot 1 - M = 150,5 - 6,5 \cdot 37 + 4 \cdot 9 + 3 \cdot 18 + 20 \cdot \sin 30^\circ - 10 = 0$$

Naniesienie wartości reakcji na rysunek:

