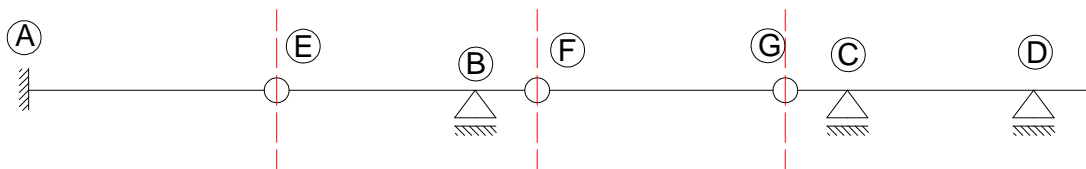


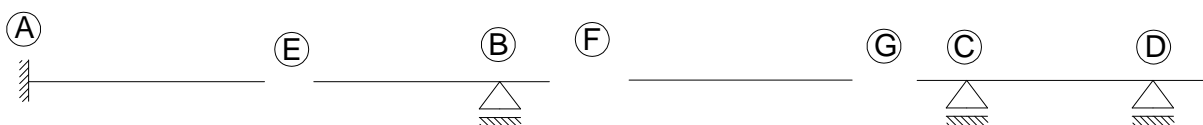
## Wyznaczenie reakcji w Belkach Gerbera

### Sposób obliczania:

Aby policzyć Belkę Gerbera w najprostszy sposób dzielimy ją w przegubach



uzyskując pojedyncze belki



Aby móc policzyć konstrukcję, belki powstałe po podziale muszą być statycznie wyznaczalne i geometrycznie niezmiennie, zatem muszą opierać się na dwóch podporach przegubowych lub skrajne mogą być utwierdzone. W powstałych po podziale belkach dokładamy fikcyjne podpory w przegubach tak, aby stały się one geometrycznie niezmiennie.

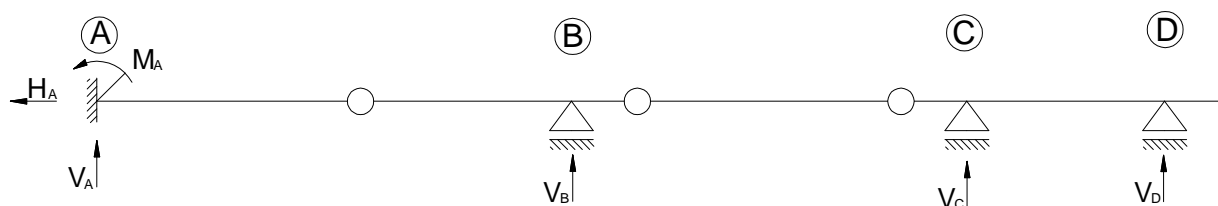
Najniżej znajdują się belki, które bezpośrednio po podziale są statycznie wyznaczalne i nie potrzebują dodatkowych podpór (utwierdzenie lub belka oparta na dwóch podporach). Najwyżej umiejscawiamy belkę, która po podziale nie ma żadnego podparcia i potrzebuje dwóch podpór fikcyjnych (schemat 1.) lub skrajna belka, która po podziale opiera się na jednej podporze, jeżeli w danym układzie nie ma części nieodpartej żadną podporą zawierającą się między dwoma przegubami (schemat 2.). Pozostałe belki umiejscawiamy schodkowo, od tej położonej najwyżej do tej położonej najniżej. Jeżeli wyżej ułożona belka ma w danym przegubie fikcyjną podporę to druga musi mieć w tym miejscu swobodny koniec.

### Obciążenie w przegubie:

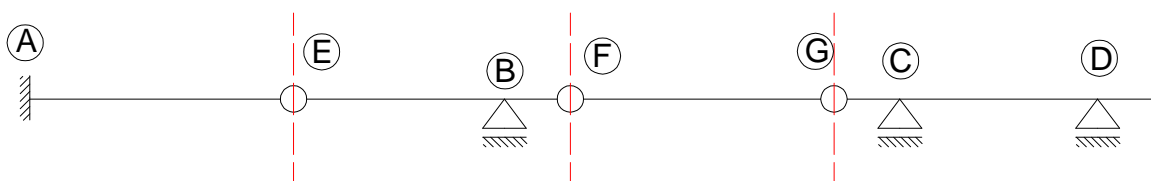
Jeżeli zdarzy się, że siła skupiona przyłożona w przegubie to po rozbiciu w przegubach przykładamy ją na belce dolnej (tylko i wyłącznie!!! – nie wolno jej przyłożyć na obie belki, ponieważ zwiększymy wartość tej siły dwukrotnie!). Moment po podziale występuje na tej części belki, na której znajdował się przed rozbiciem, bez względu na to czy jest to belka dolna czy górna.

**Przykład 1.** Podziel Belkę Gerbera w przegubach, ustal schemat pracy poszczególnych części i zaznacz reakcje podporowe.

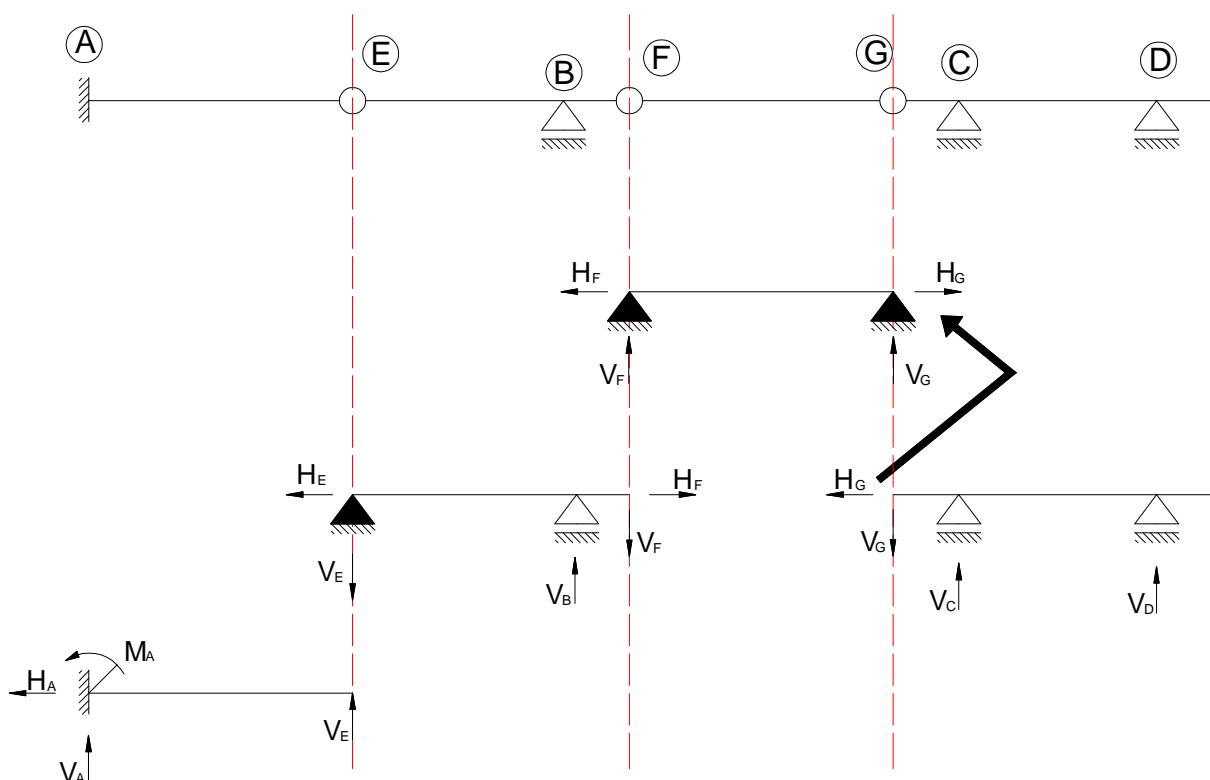
Schemat 1.:



Krok 1.: Dokonujemy podziału belki gerbera w przegubach.



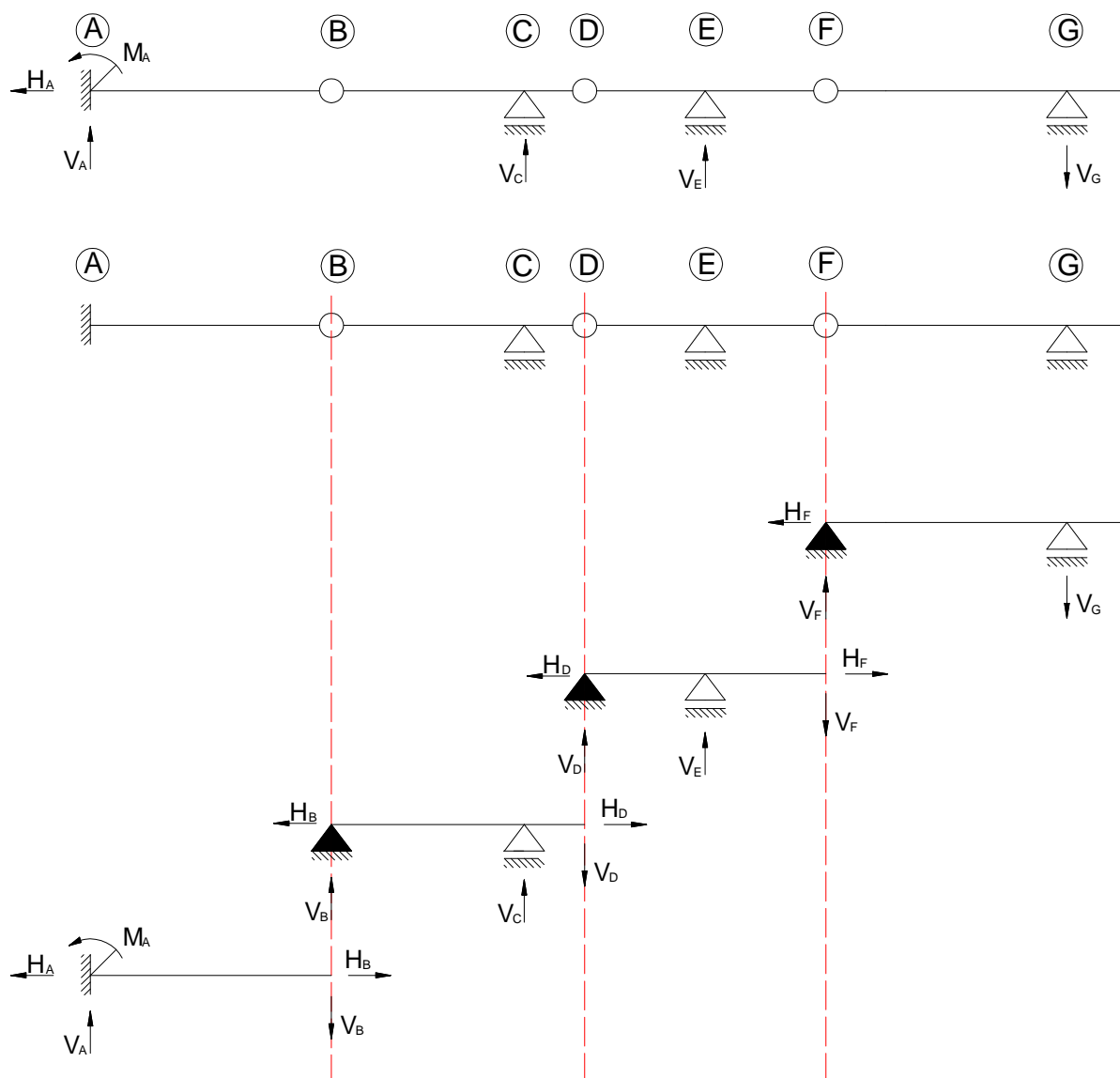
Krok 2.: Wstawiamy podpory fikcyjne tak, aby belki powstałe po podziale były geometrycznie niezmiennie i umiejscawiamy je na odpowiedniej wysokości:



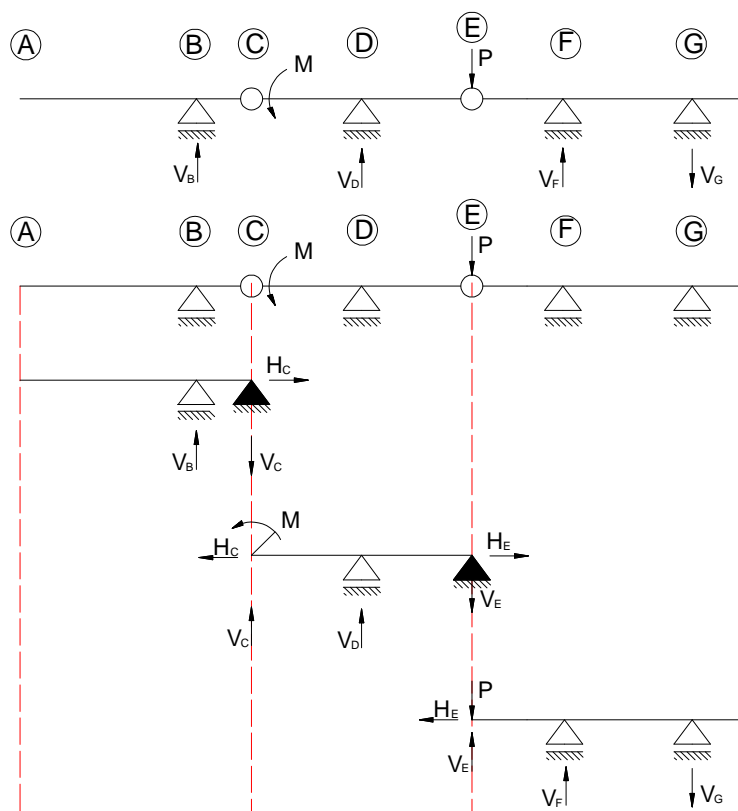
 - fikcyjna podpora

Wyznaczamy reakcje dla poszczególnych belek oddzielnie zaczynając od tej położonej najwyżej i schodzimy stopniowo w dół obciążając belki niżej położone wyliczonymi wcześniej reakcjami.

W schemacie 1. najpierw liczymy część FG (część ta jest przypadkiem belki statycznie niewyznaczalnej, aby policzyć reakcje poziome, należy wyznaczyć  $H_G$  z sumy rzutów na oś x dla części GD), później części EF lub GD, na końcu zaś AE.

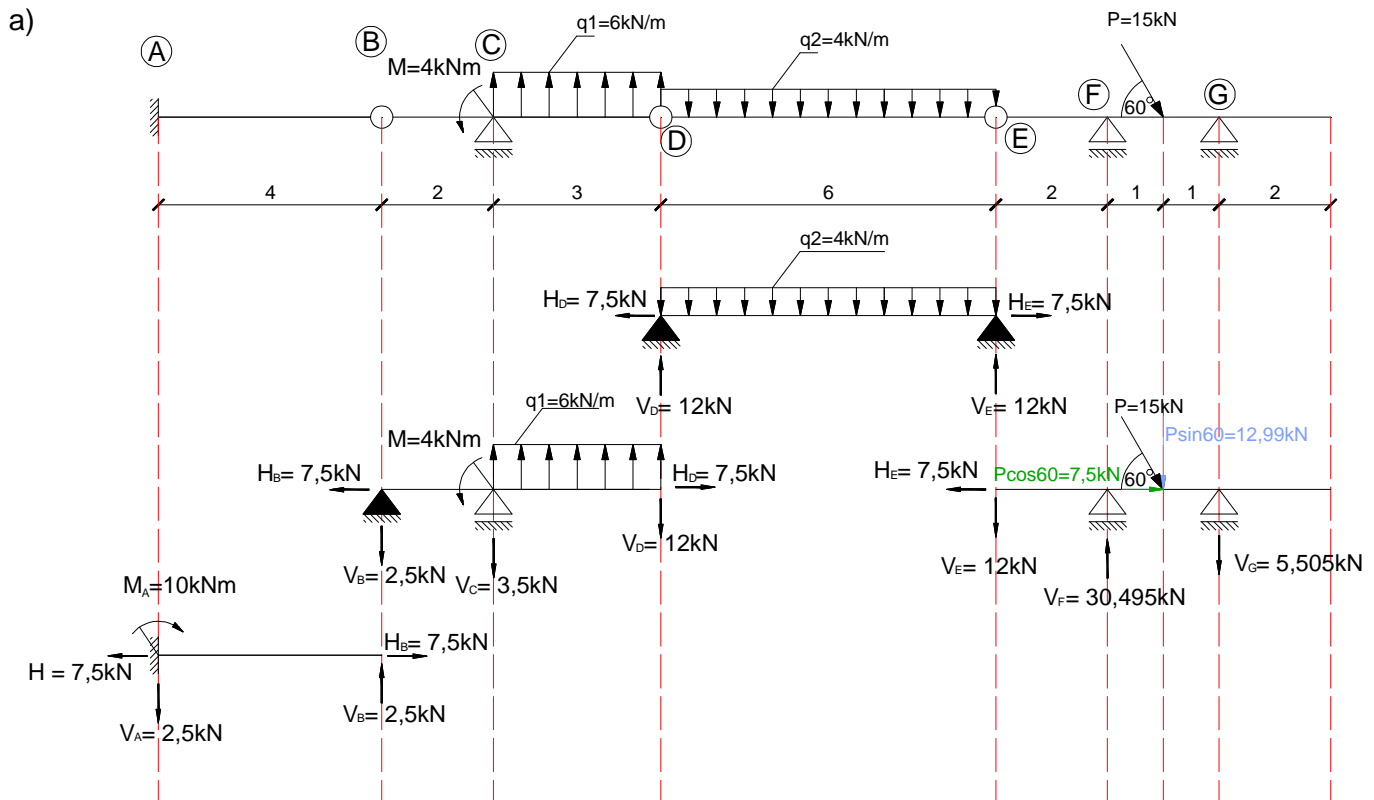
Schemat 2.:

W schemacie 2. najpierw liczymy część FG, później DF, następnie BD, na końcu zaś AB.

Schemat 3.:

W schemacie 3. najpierw liczymy część BC, później CE, na końcu zaś EG.

**Przykład 2.** Podziel Belkę Gerbera w przegubach, ustal schemat pracy poszczególnych części i zaznacz reakcje podporowe oraz policz ich wartości z równań równowagi.



**Wyznaczenie reakcji:**

**Część DE:**

$$\sum F_X = -H_D + H_E = 0$$

$$\sum M_D = -q_2 \cdot 6 \cdot 3 + V_E \cdot 6 = 0 \rightarrow V_E = 3q_2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = q_2 \cdot 6 \cdot 3 - V_D \cdot 6 = 0 \rightarrow V_D = 3q_2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ kN}$$

**Sprawdzenie:**

$$\sum F_Y = V_D + V_E - q_2 \cdot 6 = 12 + 12 - 4 \cdot 6 = 0$$

**Część EG:**

$$\sum F_X = -H_E + P \cos 60^\circ = 0 \rightarrow H_E = P \cos 60^\circ = 7,5 \text{ kN} \rightarrow H_D = 7,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_F = V_E \cdot 2 - P \sin 60^\circ \cdot 1 - V_G \cdot 2 = 0 \rightarrow V_G = 0,5(2V_E - P \sin 60^\circ \cdot 1) = 0,5(2 \cdot 12 - 12,99 \cdot 1) = 5,505 \text{ kN}$$

$$\sum M_G = V_E \cdot 4 + P \sin 60^\circ \cdot 1 - V_F \cdot 2 = 0 \rightarrow V_F = 0,5(4V_E + P \sin 60^\circ \cdot 1) = 0,5(4 \cdot 12 + 12,99 \cdot 1) = 30,495 \text{ kN}$$

**Sprawdzenie:**

$$\sum F_Y = V_F - V_E - V_G - P \sin 60^\circ = 30,495 - 12 - 5,505 - 12,99 = 0$$

**Część BD:**

$$\sum F_X = -H_B + H_D = 0 \rightarrow H_B = H_D = 7,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = -V_C \cdot 2 + M + q_1 \cdot 3 \cdot 3,5 - V_D \cdot 5 = 0 \rightarrow V_C = 0,5 \cdot (M + q_1 \cdot 3 \cdot 3,5 - V_D \cdot 5) = 0,5 \cdot (4 + 6 \cdot 3 \cdot 3,5 - 12 \cdot 5) = 3,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = V_B \cdot 2 + M + q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 - V_D \cdot 3 = 0 \rightarrow V_B = 0,5 \cdot (-M - q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 + V_D \cdot 3) = 0,5 \cdot (-4 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5 + 12 \cdot 3) = 2,5 \text{ kN}$$

**Sprawdzenie:**

$$\sum F_Y = -V_B - V_C - V_D + q_1 \cdot 3 = -2,5 - 3,5 - 12 + 6 \cdot 3 = 0$$

**Część AB:**

$$\sum F_X = -H_A + H_B = 0 \rightarrow H_A = H_B = 7,5 \text{ kN}$$

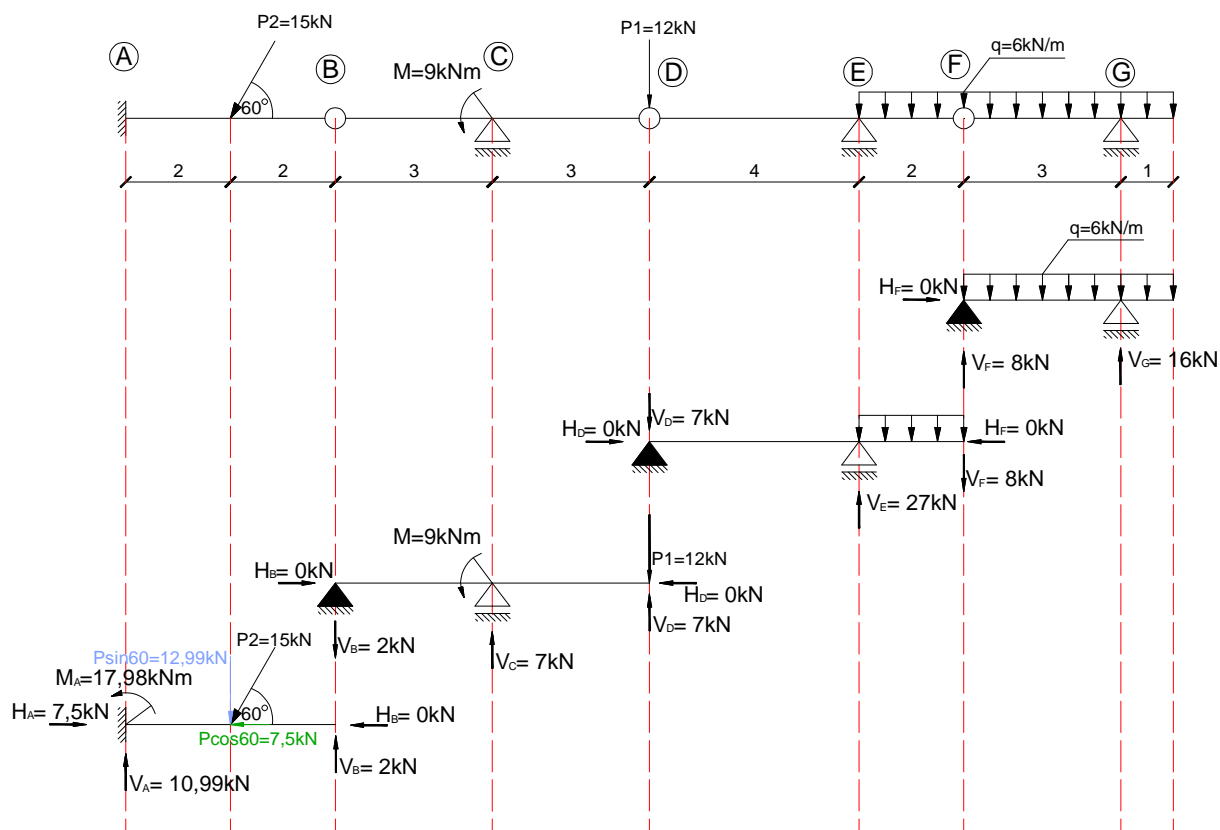
$$\sum M_A = V_B \cdot 4 - M_A = 0 \rightarrow M_A = 4V_B = 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ kNm}$$

$$\sum F_Y = -V_A + V_B = 0 \rightarrow V_A = V_B = 2,5 \text{ kN}$$

**Sprawdzenie:**

$$\sum M_B = V_A \cdot 4 - M_A = -2,5 \cdot 4 + 10 = 0$$

b)

**Wyznaczenie reakcji:****Część FG:**

$$\sum F_x = H_F = 0$$

$$\sum M_F = -q \cdot 4 \cdot 2 + V_G \cdot 3 = 0 \rightarrow V_G = 1/3(8q) = 8/3 \cdot 6 = 16 \text{ kN}$$

$$\sum M_G = q \cdot 4 \cdot 1 - V_F \cdot 3 = 0 \rightarrow V_F = 4/3q = 4/3 \cdot 6 = 8 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum F_y = V_F + V_G - q \cdot 4 = 8 + 16 - 4 \cdot 6 = 0$$

**Część DF:**

$$\sum F_x = -H_F + H_D = 0 \rightarrow H_D = H_F = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = V_E \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 5 - V_F \cdot 6 = 0 \rightarrow V_E = 0,25(6V_F + 10q) = 0,25(6 \cdot 8 + 10 \cdot 6) = 27 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = V_D \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - V_F \cdot 2 = 0 \rightarrow V_D = 0,25(2V_F + 2q) = 0,25(2 \cdot 8 + 2 \cdot 6) = 7 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum F_y = -V_F - 2q + V_E - V_D = -8 - 2 \cdot 6 + 27 - 7 = 0$$

**Część BD:**

$$\sum F_x = H_B - H_D = 0 \rightarrow H_B = H_D = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = V_C \cdot 3 + M - P_1 \cdot 6 + V_D \cdot 6 = 0 \rightarrow V_C = 1/3 \cdot (-M + 6P_1 - 6V_D) = 1/3 \cdot (-9 + 6 \cdot 12 - 6 \cdot 7) = 7 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = V_B \cdot 3 + M - P_1 \cdot 3 + V_D \cdot 3 = 0 \rightarrow V_B = 1/3 \cdot (-M + 3P_1 - 3V_D) = 1/3 \cdot (-9 + 3 \cdot 12 - 3 \cdot 7) = 2 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum F_y = -V_B + V_C + V_D - P_1 = -2 + 7 + 7 - 12 = 0$$

**Część AB:**

$$\sum F_x = H_A - H_B - P_2 \cos 60^\circ = 0 \rightarrow H_A = P_2 \cos 60^\circ + H_B = 7,5 + 0 = 7,5 \text{ kN}$$

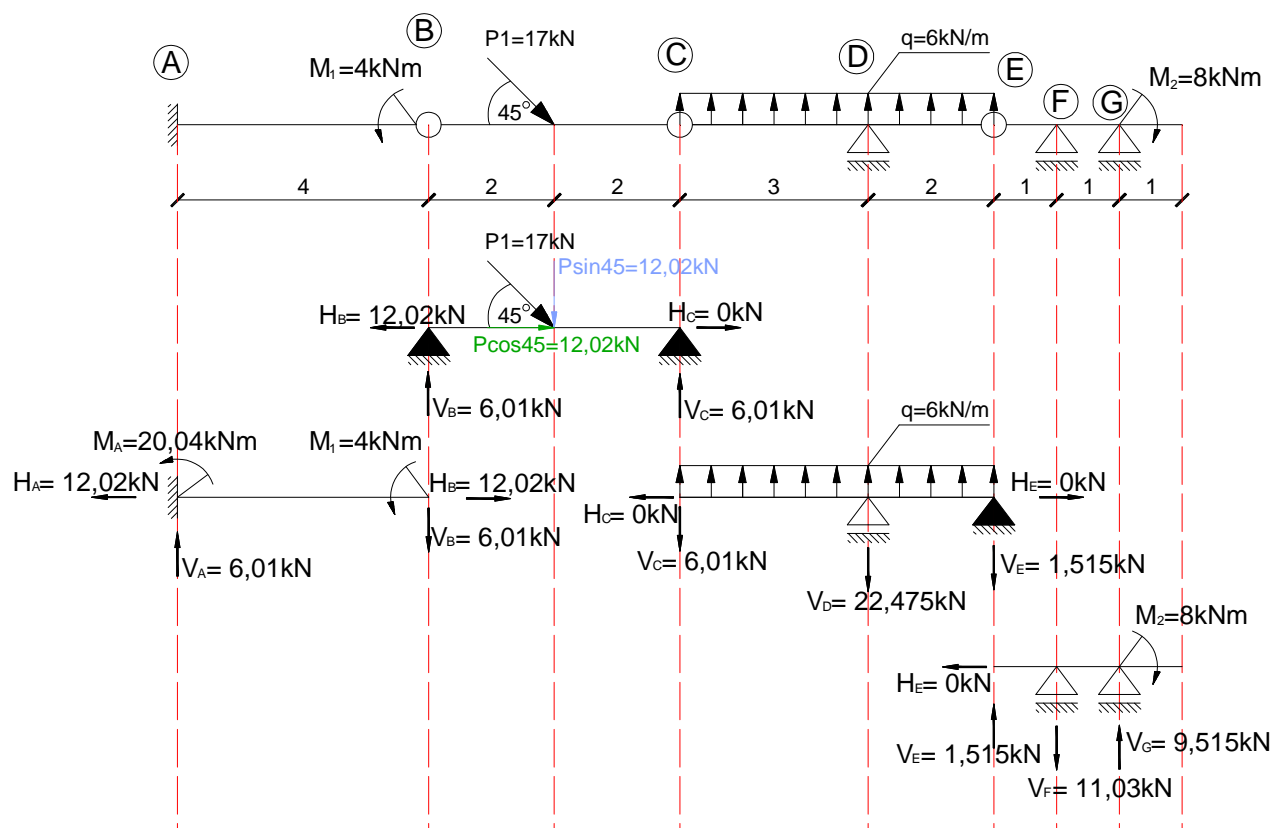
$$\sum M_A = V_B \cdot 4 + M_A - 2 \cdot P_2 \sin 60^\circ = 0 \rightarrow M_A = -4V_B + 2 \cdot P_2 \sin 60^\circ = -4 \cdot 2 + 2 \cdot 12,99 = 17,98 \text{ kNm}$$

$$\sum F_y = V_A + V_B - P_2 \sin 60^\circ = 0 \rightarrow V_A = P_2 \sin 60^\circ - V_B = 12,99 - 2 = 10,99 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum M_B = -V_A \cdot 4 + M_A + 2 \cdot P_2 \sin 60^\circ = 4 \cdot 10,99 - 17,98 - 2 \cdot 12,99 = 0$$

c)

**Wyznaczenie reakcji:****Część BC:**

$$\sum F_X = -H_B + H_C + P_1 \cos 45^\circ = 0 \rightarrow H_B = H_C + P_1 \cos 45^\circ$$

$$\sum M_B = V_C \cdot 4 - P_1 \sin 45^\circ \cdot 2 = 0 \rightarrow V_C = 0,25 \cdot (2 P_1 \sin 45^\circ) = 0,25 \cdot 2 \cdot 12,02 = 6,01 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = -V_B \cdot 4 + P_1 \sin 45^\circ \cdot 2 = 0 \rightarrow V_B = 0,25 \cdot (2 P_1 \sin 45^\circ) = 0,25 \cdot 2 \cdot 12,02 = 6,01 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum F_Y = V_B + V_C - P_1 \sin 45^\circ = 6,01 + 6,01 - 12,02 = 0$$

**Część CE:**

$$\sum F_X = -H_C + H_E = 0 \rightarrow H_C = H_E$$

$$\sum M_D = -q \cdot 5 \cdot 0,5 - V_E \cdot 2 + V_C \cdot 3 = 0 \rightarrow V_E = 0,5(3V_C - 2,5q) = 0,5(3 \cdot 6,01 - 2,5 \cdot 6) = 1,515 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = V_D \cdot 2 - q \cdot 5 \cdot 2,5 + V_C \cdot 5 = 0 \rightarrow V_D = 0,5(-5V_C + 12,5q) = 0,5(-5 \cdot 6,01 + 12,5 \cdot 6) = 22,475 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum F_Y = -V_C + 5q - V_D - V_E = -6,01 + 5 \cdot 6 - 22,475 - 1,515 = 0$$

**Część EG:**

$$\sum F_X = -H_E = 0 \rightarrow H_E = 0 \text{ kN} \rightarrow H_C = 0 \text{ kN} \rightarrow H_B = 0 + P_1 \cos 45^\circ = 0 + 12,02 = 12,02 \text{ kN}$$

$$\sum M_F = V_G \cdot 1 - M_2 - V_E \cdot 1 = 0 \rightarrow V_G = M_2 + 1V_E = 8 + 1 \cdot 1,515 = 9,515 \text{ kN}$$

$$\sum M_G = V_F \cdot 1 - M_2 - V_E \cdot 2 = 0 \rightarrow V_F = M_2 + 2V_E = 8 + 2 \cdot 1,515 = 11,03 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum F_Y = -V_F + V_E + V_G = -11,03 + 1,515 + 9,515 = 0$$

**Część AB:**

$$\sum F_X = -H_A + H_B = 0 \rightarrow H_A = H_B = 12,02 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = -V_B \cdot 4 + M_A + M_1 = 0 \rightarrow M_A = 4V_B - M_1 = 4 \cdot 6,01 - 4 = 20,04 \text{ kNm}$$

$$\sum F_Y = V_A - V_B = 0 \rightarrow V_A = V_B = 6,01 \text{ kN}$$

Sprawdzenie:

$$\sum M_B = -V_A \cdot 4 + M_A + M_1 = 4 \cdot 6,01 - 20,04 - 4 = 0$$