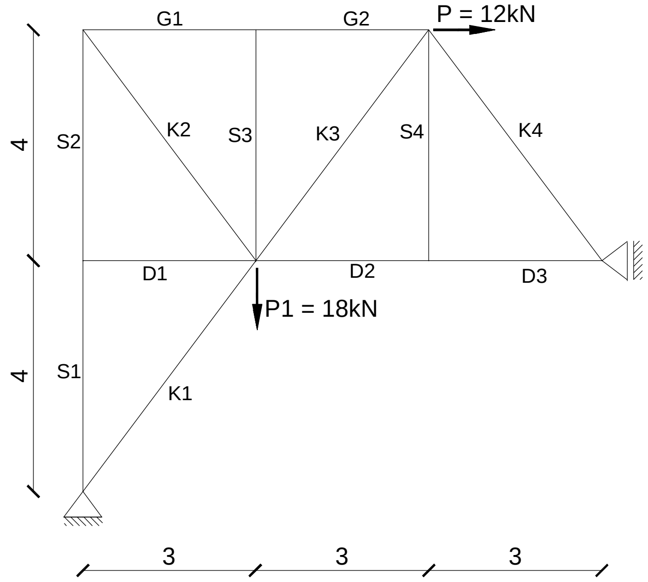
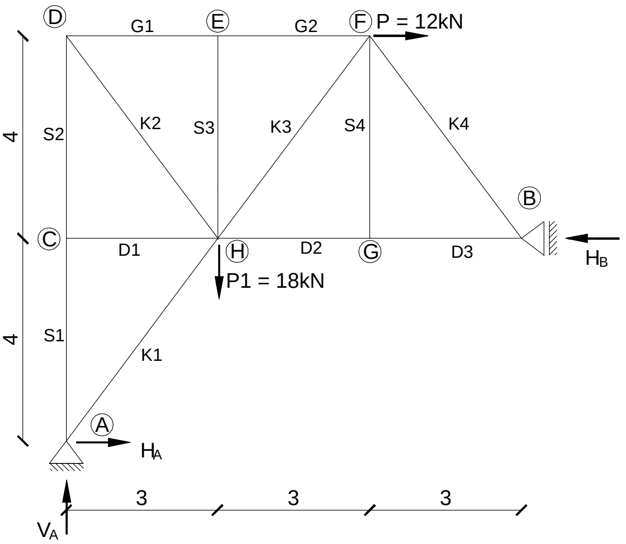
Wyznaczanie sił w prętach kratownic płaskich, statycznie wyznaczalnych

Zadanie 1. Wyznacz siły w prętach kratownicy metodą równoważenia węzłów.



Oznaczamy poszczególne węzły literkami i wrysowujemy zwroty reakcji



Z równań równowagi wyznaczamy wartości reakcji:

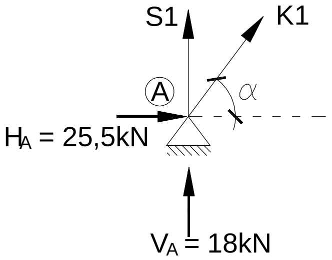
$$\sum M_A = -P_1 \cdot 3 - P \cdot 8 + H_B \cdot 4 = 0 \rightarrow H_B = \frac{(3P_1 + 8P)}{4} = \frac{3 \cdot 18 + 8 \cdot 12}{4} = 37{,}5\,kN$$

$$\sum R_Y = V_A - P_1 = 0 \rightarrow V_A = P_1 = 18\mathrm{kN}$$

$$\sum R_X = H_A + P - H_B = 0 \rightarrow H_A = H_B - P = 37{,}5 - 12 = 25{,}5\,kN$$

Wycinamy poszczególne węzły i z sumy rzutów na dwie prostopadłe osie wyznaczamy siły w prętach. Zwroty sił w prętach **zaznaczamy wyjściowo od węzła**, jeżeli siła wyjdzie dodatnia to oznacza to, że pręt jest **rozciągany**, jeżeli ujemna to **ściskany**.

węzeł „A”

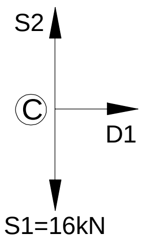


$$\sum R_X = H_A + K1\cos\alpha = 0 \rightarrow K1 = \frac{-H_A}{\cos\alpha} = \frac{-25{,}5}{0{,}6} = -42{,}5\,kN$$

$$\sum R_Y = V_A + S1 + K1\sin\alpha = 0 \rightarrow S1 = -K1\sin\alpha - V_A$$

$$S1 = -(-42{,}5)\cdot 0{,}8 - 18 = 16\text{kN}$$

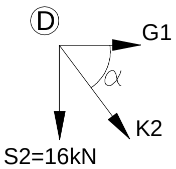
węzeł „C”



$$\sum R_X = D1 = 0\text{kN}$$

$$\sum R_Y = -S1 + S2 = 0 \rightarrow S1 = S2 = 16\text{kN}$$

węzeł „D”

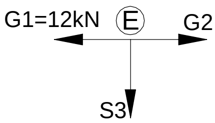


$$\sum R_Y = -S2 - K2\sin\alpha = 0 \rightarrow K2 = \frac{-S2}{\sin\alpha} = \frac{-16}{0{,}8} = -20\text{kN}$$

$$\sum R_X = G1 + K2\cos\alpha = 0 \rightarrow G1 = -K2\cos\alpha$$

$$G1 = -(-20)\cdot 0{,}6 = 12\text{kN}$$

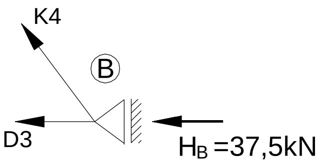
węzeł „E”



$$\sum R_X = -G1 + G2 = 0 \rightarrow G1 = G2 = 12\text{kN}$$

$$\sum R_Y = S3 = 0$$

węzeł „B”

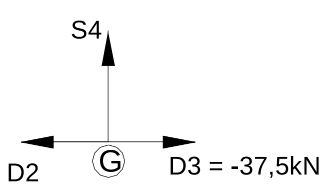


$$\sum R_Y = K4\sin\alpha = 0 \rightarrow K4 = 0$$

$$\sum R_X = -D3 - H_B - K4\cos\alpha = 0 \rightarrow D3 = -H_B - K4\cos\alpha$$

$$D3 = -37{,}5 - 0 = -37{,}5\,kN$$

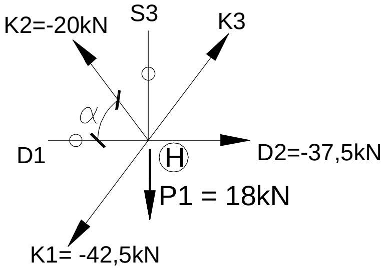
węzeł „G”



$$\sum R_Y = S4 = 0$$

$$\sum R_X = -D2 + D3 = 0 \rightarrow D2 = D3 = -37{,}5\,kN$$

węzeł „H”



$$\sum R_X = -K2\cos\alpha - K1\cos\alpha + K3\cos\alpha + D2 = 0$$

$$K3 = \frac{K2\cos\alpha + K1\cos\alpha - D2}{\cos\alpha}$$

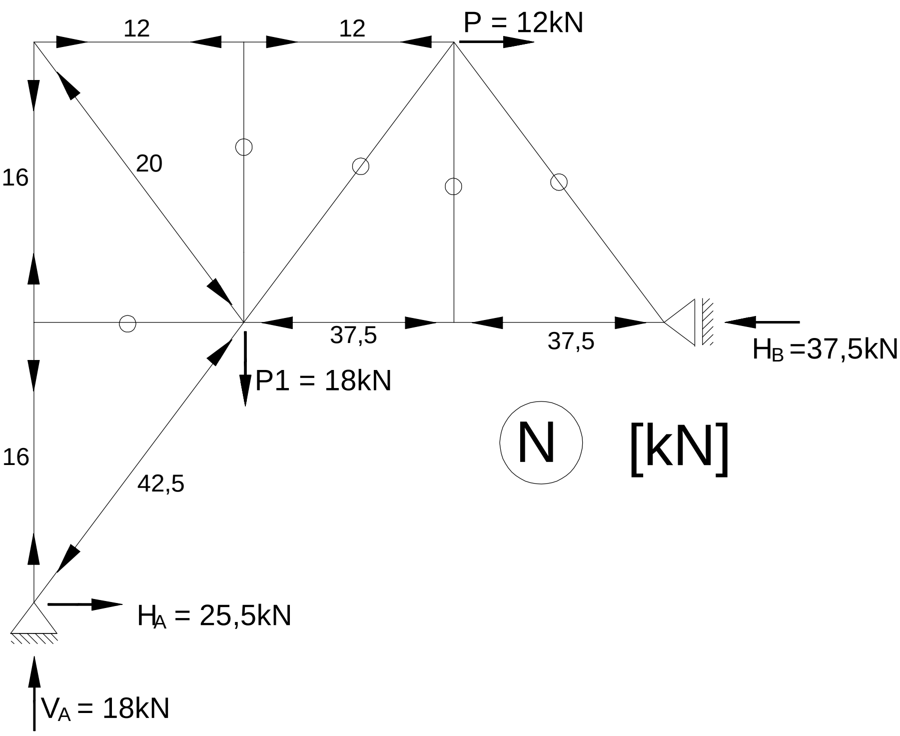
$$K3 = \frac{-20\cdot 0{,}6 + (-42{,}5)\cdot 0{,}6 - (-37{,}5)}{0{,}6} = 0$$

Sprawdzenie:

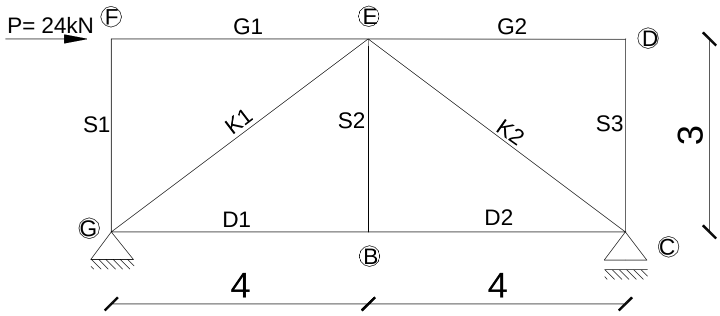
$$\sum R_y = K2\sin\alpha - K1\sin\alpha + K3\sin\alpha - P1 = (-20)\cdot 0{,}8 + 0 - (-42{,}5)\cdot 0{,}8 - 18 = 0$$

Wpisujemy wartości sił wraz ze znakami do tabeli i nanosimy wartości z prawidłowymi zwrotami na rysunek kratownicy.

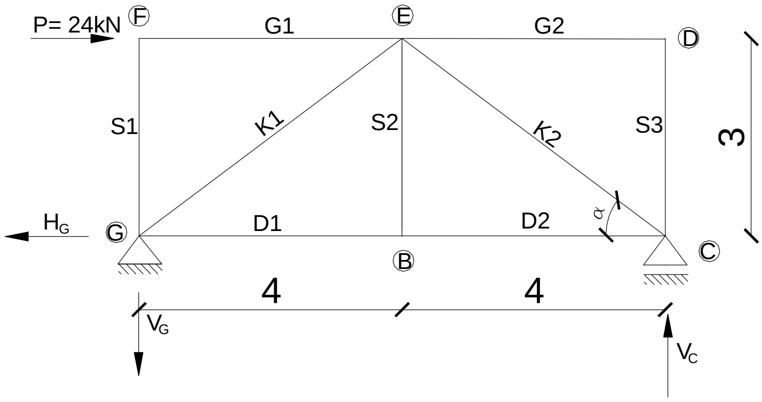
Pręt	Siła
S1	16
S2	16
S3	0
S4	0
D1	0
D2	-37,5
D3	-37,5
G1	12
G2	12
K1	-42,5
K2	-20
K3	0
K4	0



Zadanie 2. Wyznacz siły w prętach kratownicy metodą równoważenia węzłów.



Wrysowujemy zwroty reakcji



Wyznaczenie reakcji:

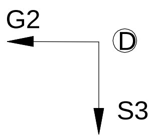
$$\sum R_x = P - H_G = 0 \rightarrow H_G = P = 24\text{kN}$$

$$\sum M_G = -P \cdot 3 + V_c \cdot 8 = 0 \rightarrow V_C = \frac{3}{8} P = \frac{3}{8} \cdot 24 = 9\,kN$$

$$\sum R_y = -V_G + V_C = 0 \rightarrow V_G = V_C = 9\,kN$$

Wycinamy poszczególne węzły i z sumy rzutów na dwie prostopadłe osie wyznaczamy siły w prętach.

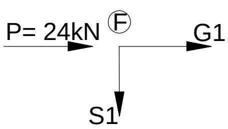
węzeł „D”



$$\sum R_x = G_2 = 0$$

$$\sum R_y = S_3 = 0$$

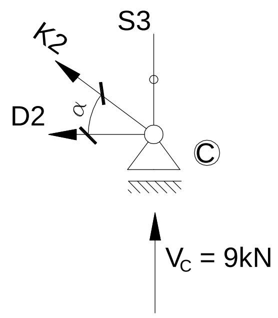
węzeł „F”



$$\sum R_y = S_1 = 0$$

$$\sum R_x = G_1 + P = 0 \rightarrow G_1 = -P = -24\text{kN}$$

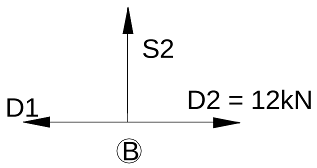
Węzeł „C”



$$\sum R_y = K_2 \sin\alpha + V_C = 0 \rightarrow K_2 = \frac{-V_C}{\sin\alpha} = \frac{-9}{0{,}6} = -15\text{kN}$$

$$\sum R_x = -D_2 - K_2 \cos\alpha = 0 \rightarrow D_2 = -K_2 \cos\alpha = -(-15)\cdot 0{,}8 = 12\text{kN}$$

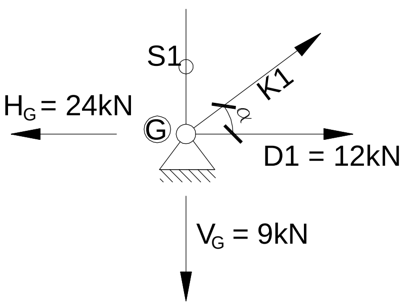
węzeł „B”



$$\sum R_y = S_2 = 0$$

węzeł „G”

$$\sum R_x = -D_1 + D_2 = 0 \rightarrow D_1 = D_2 = 12\text{kN}$$



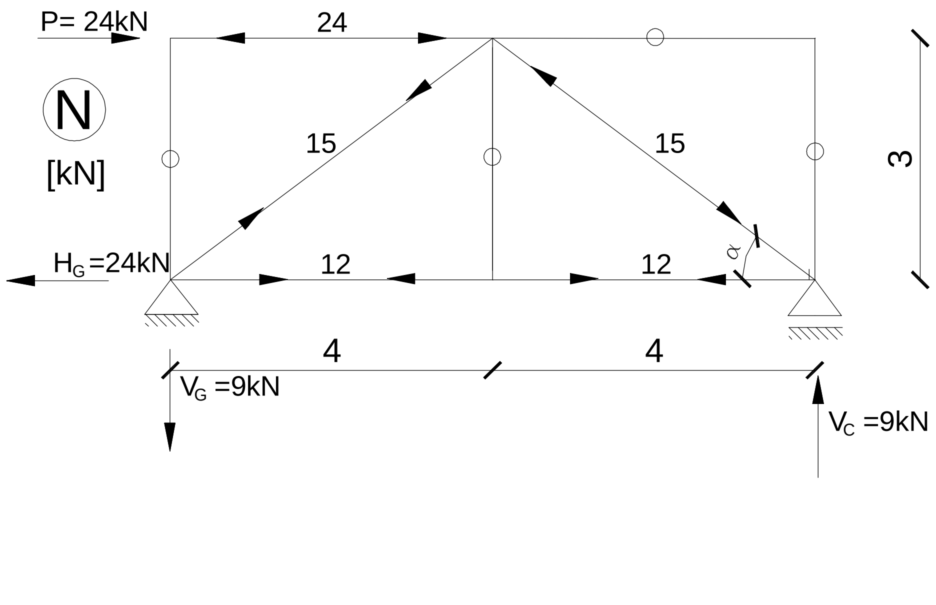
$$\sum R_y = -V_G + K_1 \sin\alpha = 0 \rightarrow K_1 = \frac{V_G}{\sin\alpha} = \frac{9}{0{,}6} = 15\text{kN}$$

Sprawdzenie:

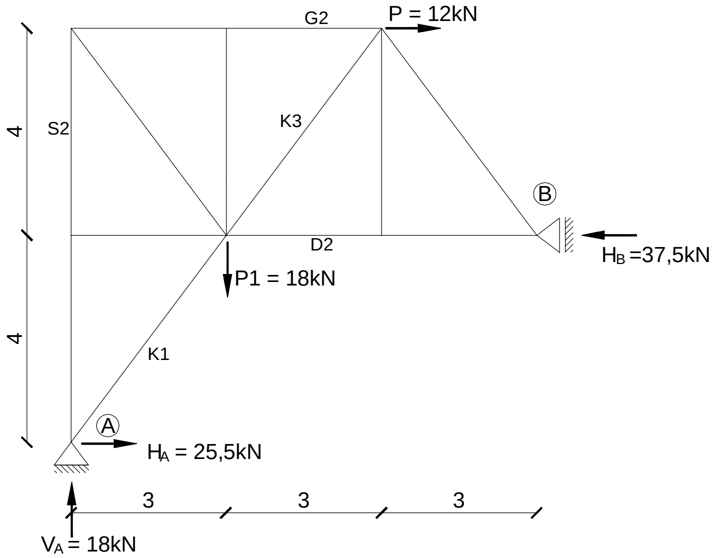
$$\sum R_x = D_1 - H_G + K_1 \cos\alpha = 12 - 24 + 15\cdot 0{,}8 = -12 + 12 = 0$$

Wpisujemy wartości sił wraz ze znakami do tabeli i nanosimy wartości z prawidłowymi zwrotami na rysunek kratownicy.

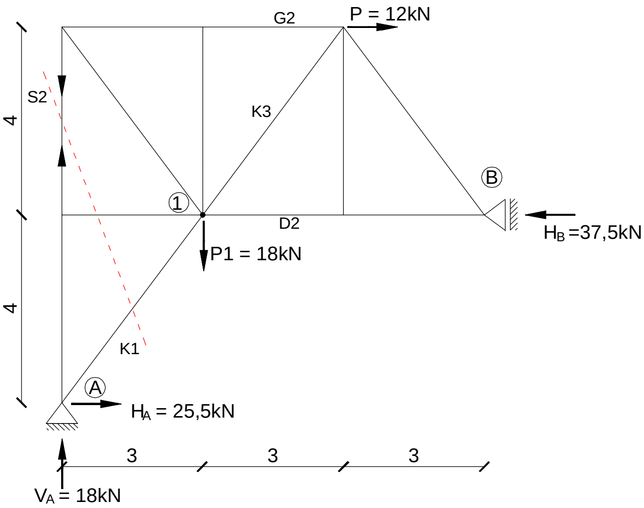
Pręt	Siła
S1	0
S2	0
S3	0
D1	12
D2	12
G1	-24
G2	0
K1	15
K2	-15



Zadanie 3. Wyznacz siły w wybranych prętach kratownicy metodą rittera.



Prowadzimy przekrój przez co najwyżej trzy pręty, w tym przez szukany pręt S2.



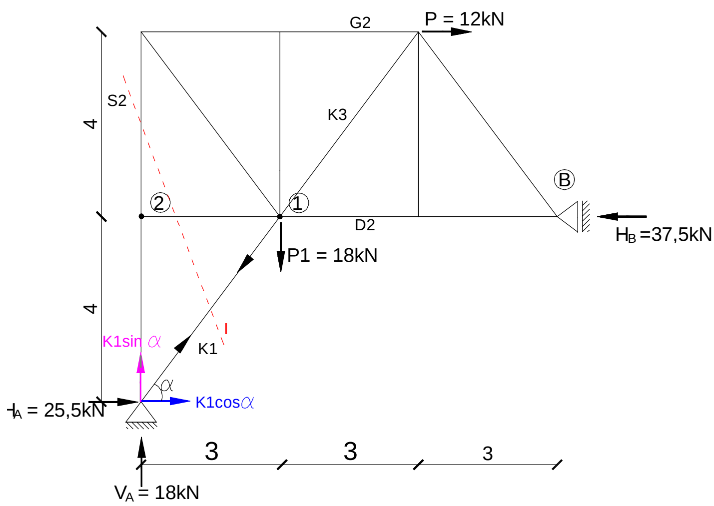
Aby wyznaczyć siłę w pręcie S2 wykonujemy sumę momentów części kratownicy odciętej przekrojem względem punktu przecięcia się dwóch pozostałych prętów (pkt. **1**)

$$\sum M_1^D = -V_A \cdot 3 + H_A \cdot 4 - S2 \cdot 3 = 0$$

$$S2 = \frac{-V_A \cdot 3 + H_A \cdot 4}{3}$$

$$S2 = \frac{-18 \cdot 3 + 25{,}5 \cdot 4}{3} = 16\text{kN}$$

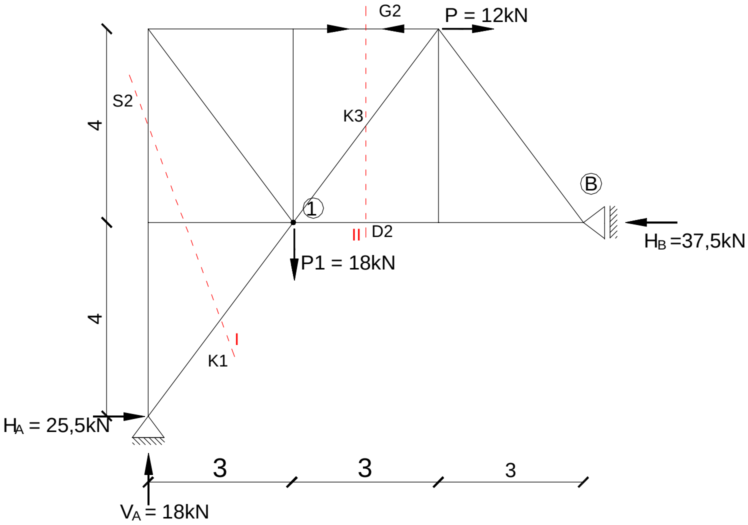
Wyznaczamy siłę w pręcie K1 – przekrój **I**



$$\sum M_2^D = H_A \cdot 4 + K1 \cos\alpha \cdot 4 = 0$$

$$K1 = \frac{-4H_A}{4\cos\alpha} = \frac{-25{,}5}{0{,}6} = -42{,}5\ kN$$

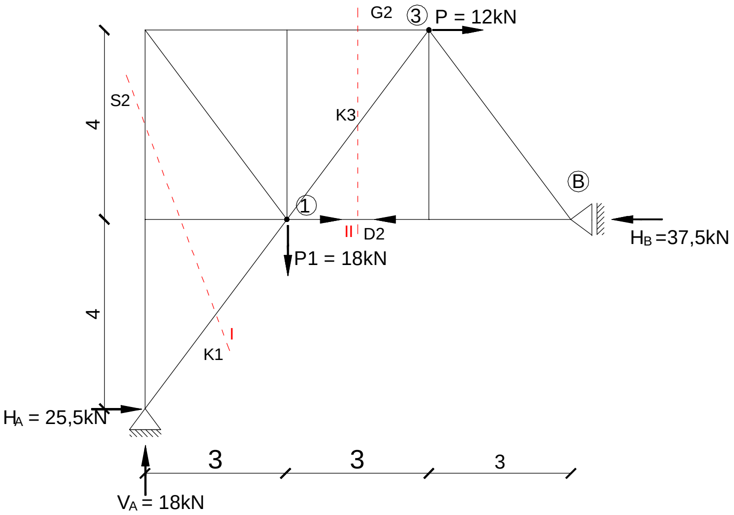
Wyznaczamy siłę w pręcie G2 – przekrój **II**



$$\sum M_1^P = G2\cdot 4 - P\cdot 4 = 0$$

$$G2 = \frac{4P}{4} = P = 12\text{kN}$$

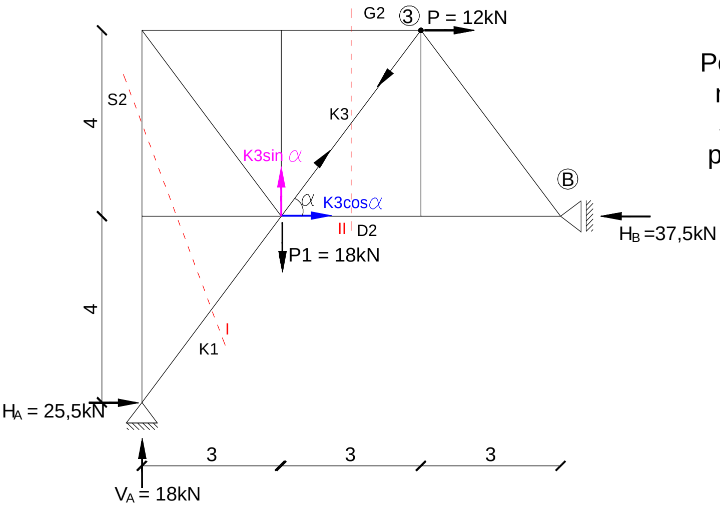
Wyznaczamy siłę w pręcie D2 – przekrój **II**



$$\sum M_3^P = -D2\cdot 4 - H_B\cdot 4 = 0$$

$$D2 = \frac{-4H_B}{4} = -H_B = -37{,}5\,kN$$

Wyznaczamy siłę w pręcie K3 – przekrój **II**



Pozostałe dwa pręty są równoległe i nie mają punktu przecięcia. Dlatego wykonujemy sumę rzutów części kratownicy odciętej przekrojem na oś prostopadłą do tych prętów.

$$\sum R_y^L = V_A - P1 + K3\sin\alpha = 0$$

$$K3 = \frac{P1 - V_A}{\sin\alpha} = \frac{18-18}{0{,}8} = 0$$