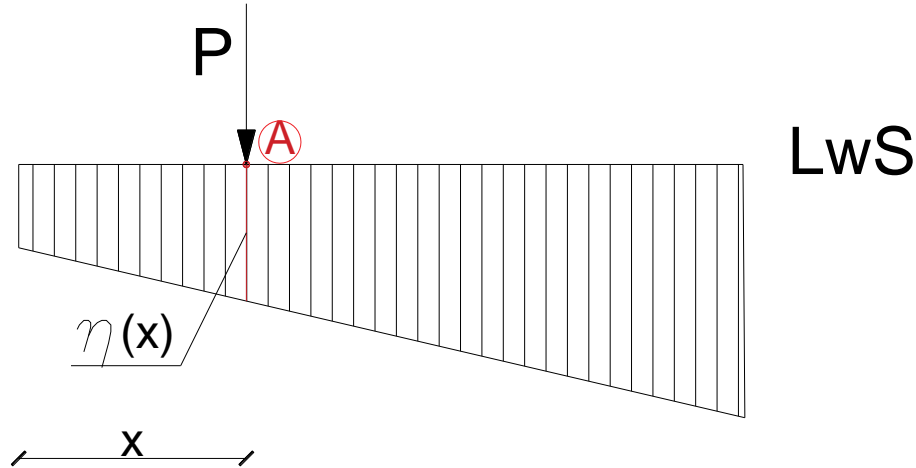


Linie wpływu reakcji i sił wewnętrznych w belkach gerbera – obciążanie linii wplywu

Obciążanie linii wpływu:

- wyznaczanie wartości danej wielkości statycznej od rzeczywistego obciążenia na podstawie jej linii wpływu
- a) obciążenie pojedynczą siłą skupioną

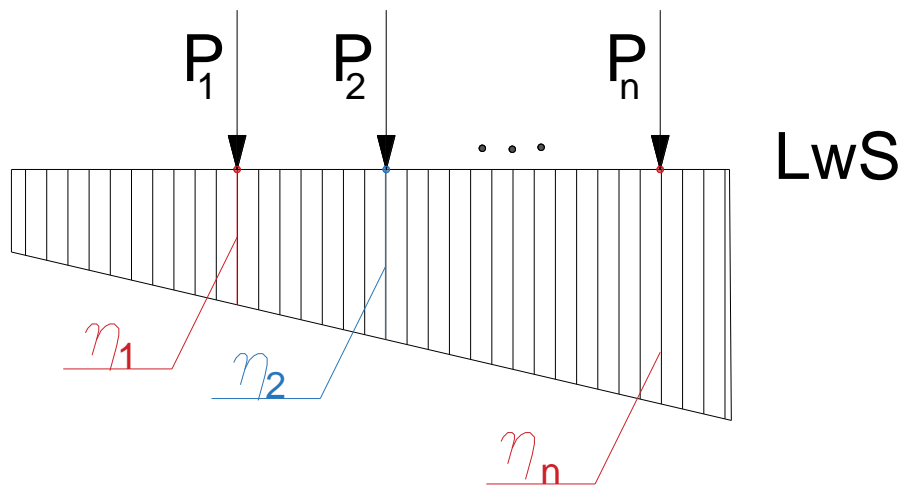


Rzeczywista wartość wielkości S od siły P :

$$S = P \cdot \eta(x)$$

Obciążanie linii wpływu:

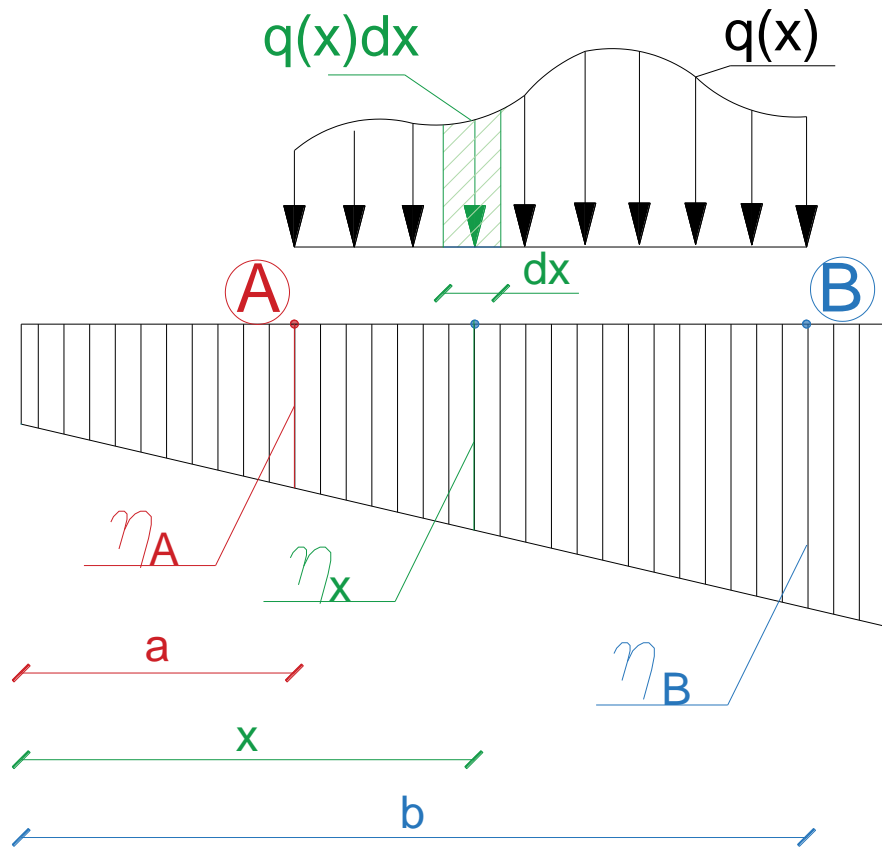
- wyznaczanie wartości danej wielkości statycznej od rzeczywistego obciążenia na podstawie jej linii wpływu
- b) obciążenie dowolną liczbą sił skupionych



Rzeczywista wartość wielkości S od sił P_1 - P_n :

$$S = P_1 \cdot \eta_1 + P_2 \cdot \eta_2 + K + P_n \cdot \eta_n$$

c) obciążenie ciągłe rozłożone $q(x)$



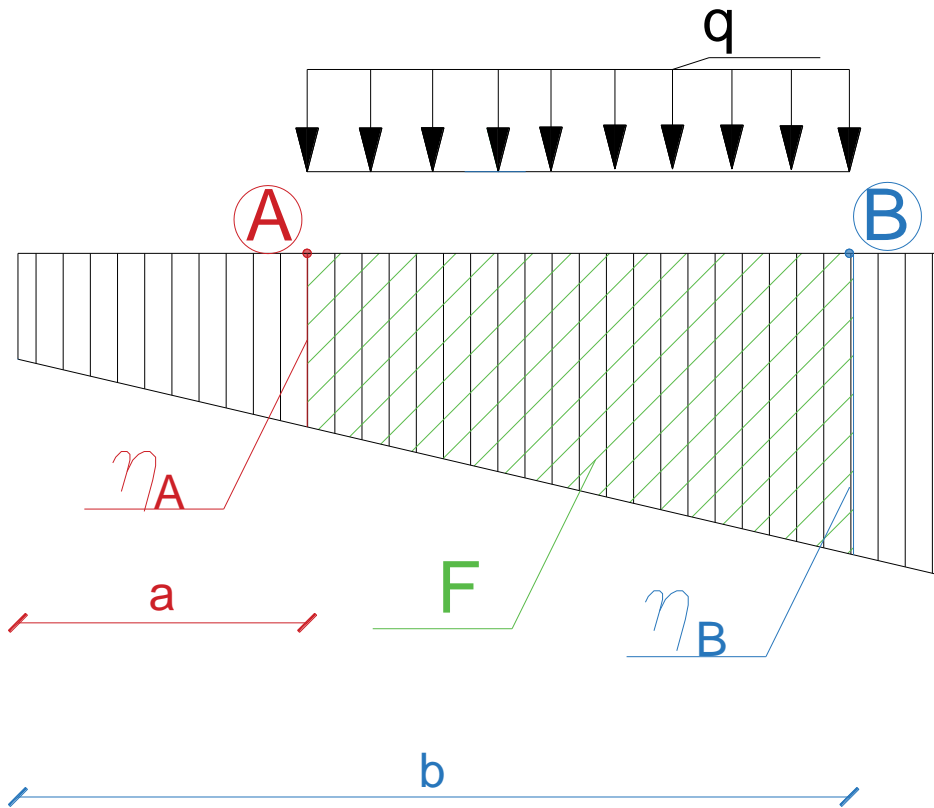
LwS

Linia wpływu wielkości S
od siły jednostkowej

Rzeczywista wartość
wielkości S od obciążenia $q(x)$:

$$S = \int_a^b q(x)\eta(x)dx$$

d) obciążenie ciągłe równomiernie rozłożone q



LwS

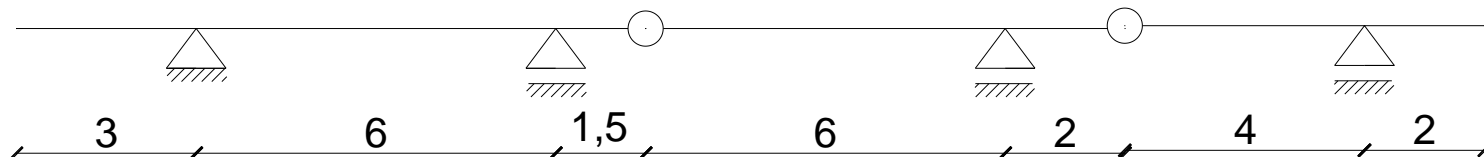
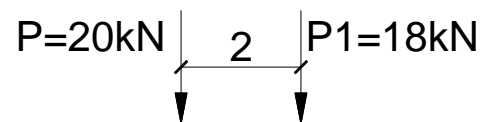
Linia wpływu wielkości S
od siły jednostkowej

Rzeczywista wartość
wielkości S od obciążenia q :

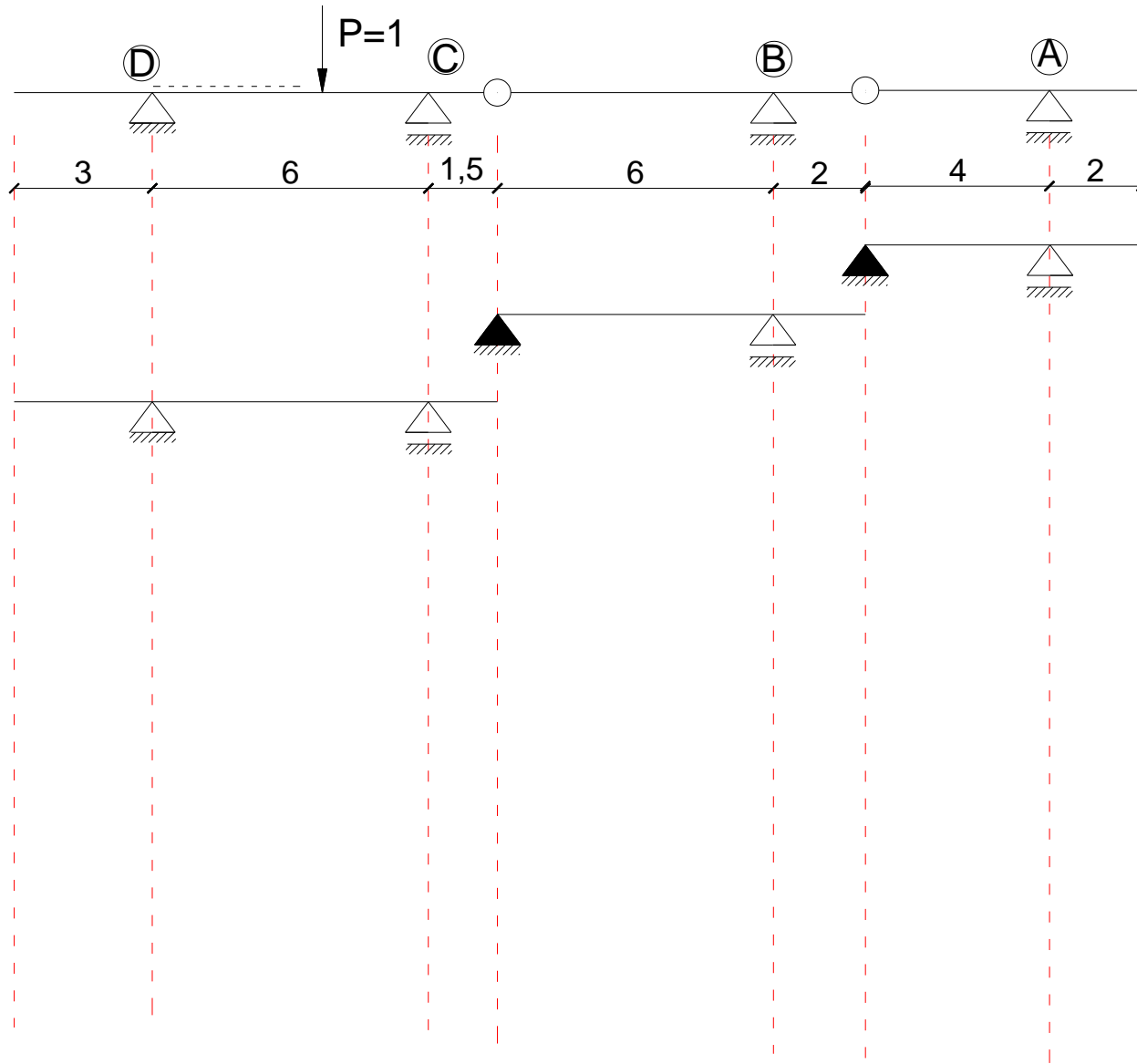
$$S = q \cdot F$$

Uwaga! Siły i obciążenie o zwrocie do góry należy podstawiać do obliczeń jako ujemne.

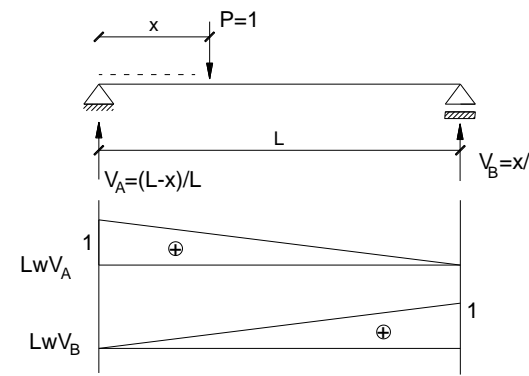
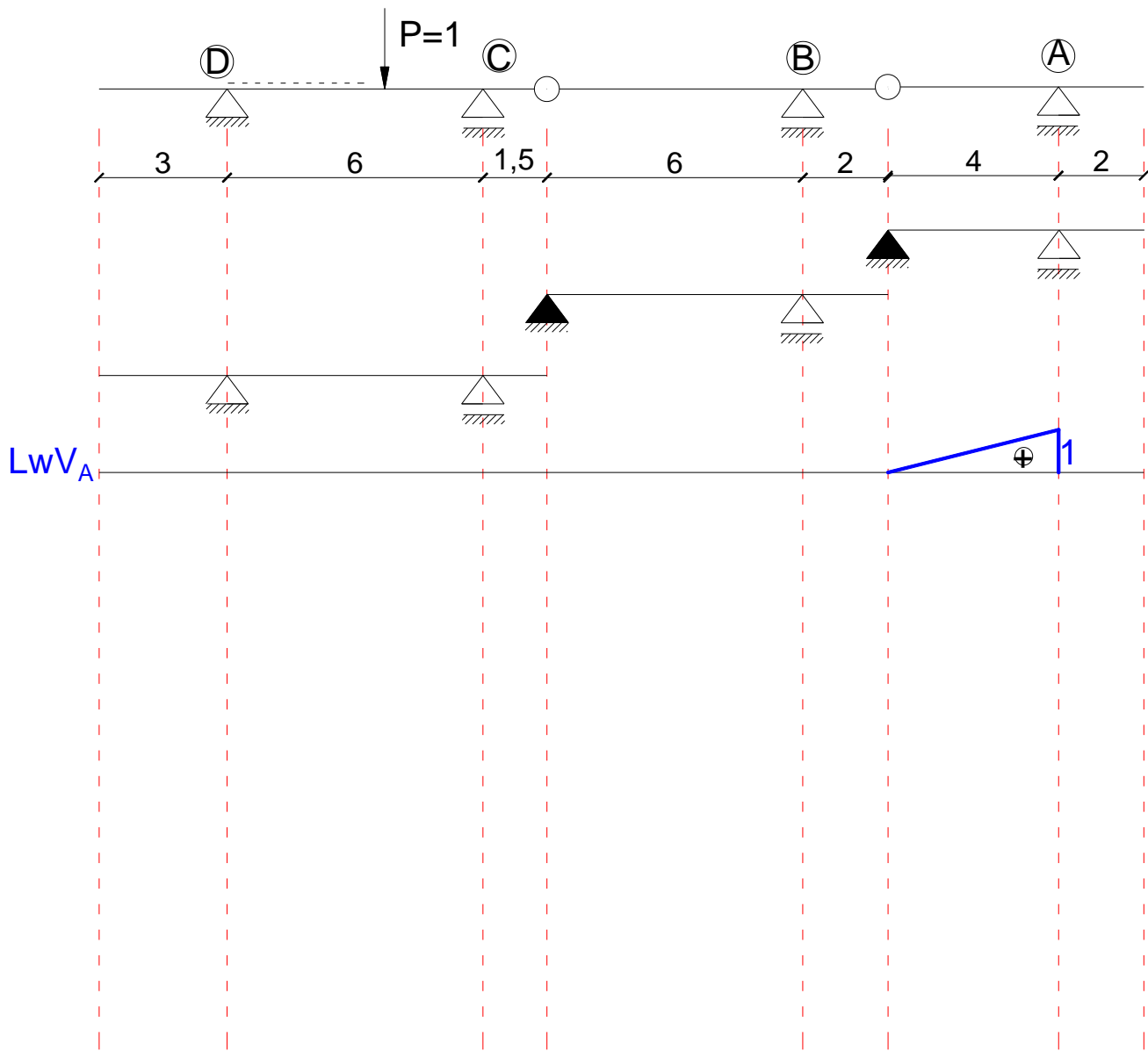
Zadanie 1. Dla przedstawionej belki wyznaczyć maksymalną wartość pionowej reakcji podporowej od obciążenia pojazdem na podstawie linii wpływu.



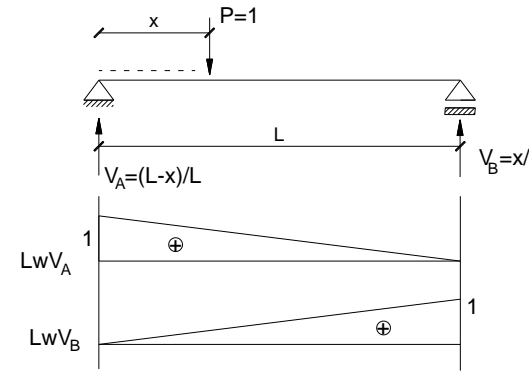
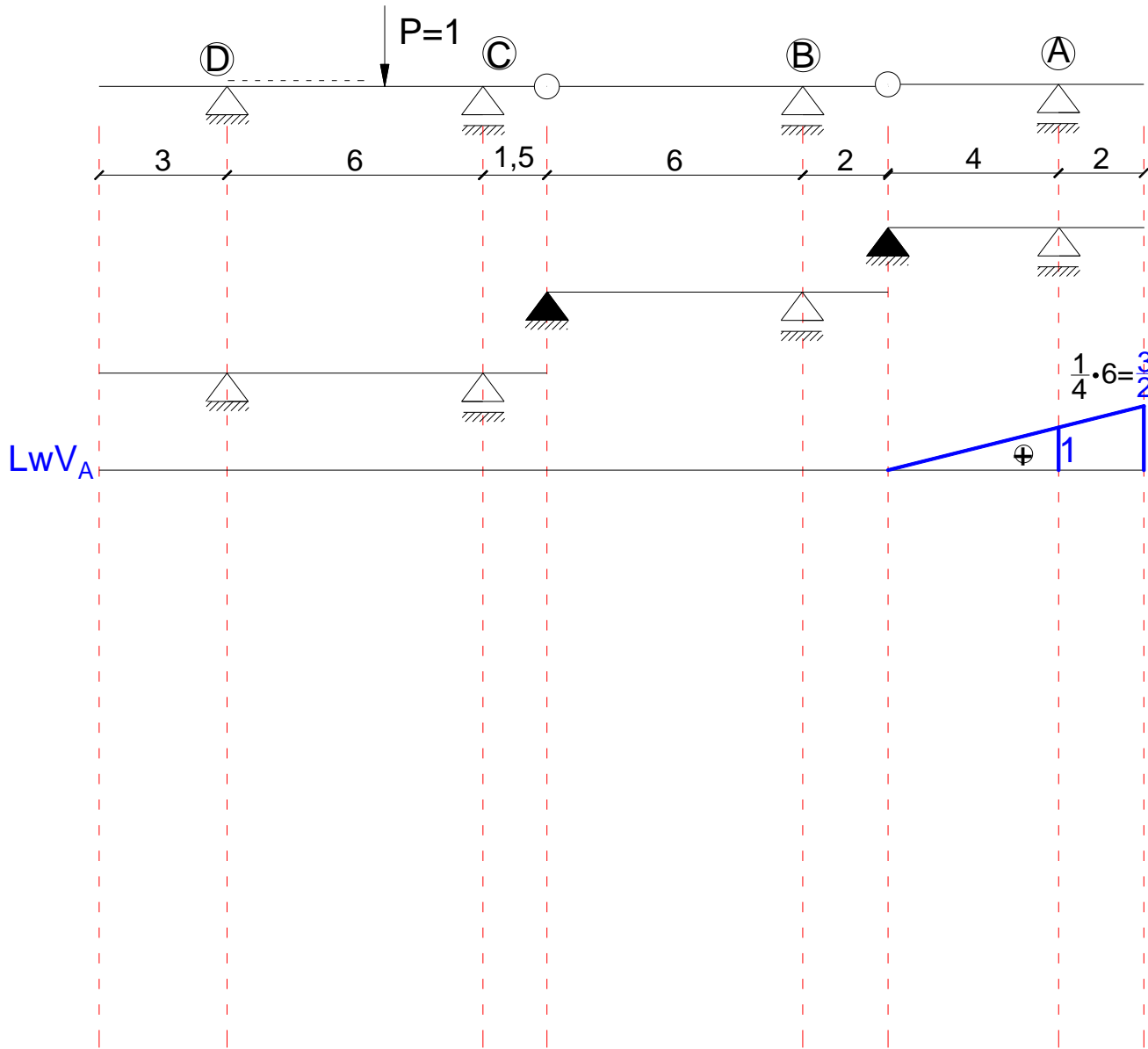
Schemat pracy zadanej belki Gerbera



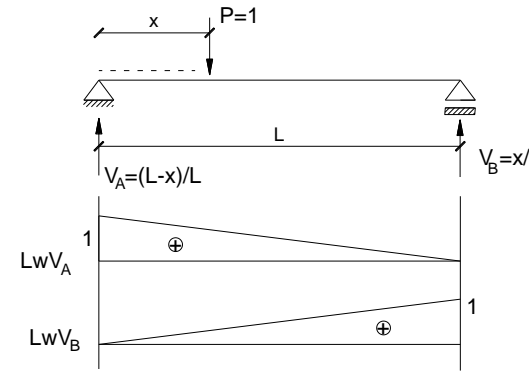
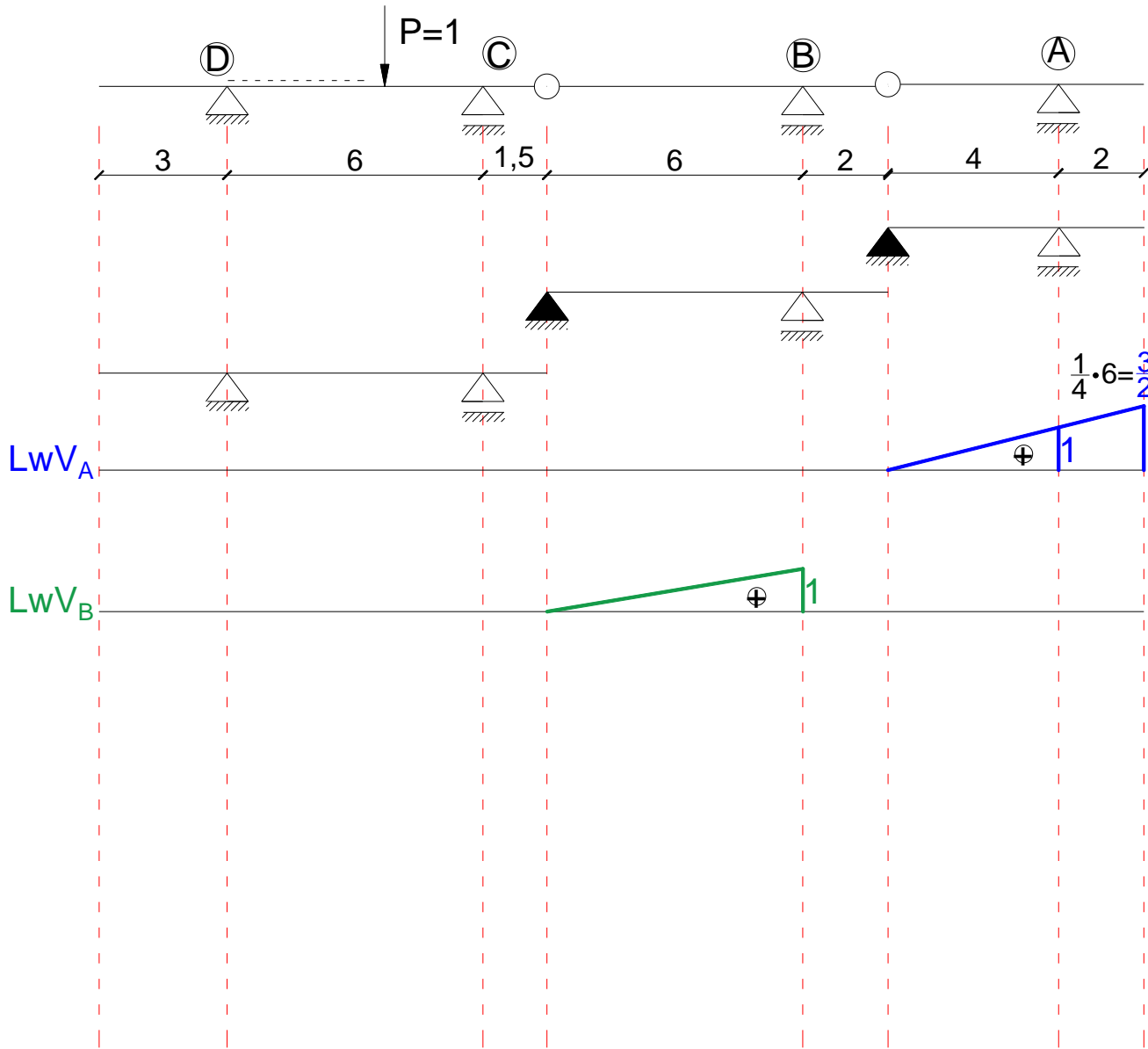
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



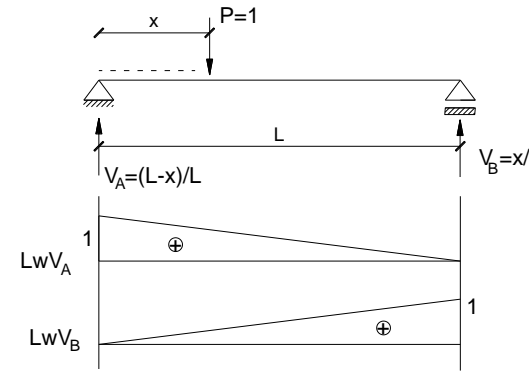
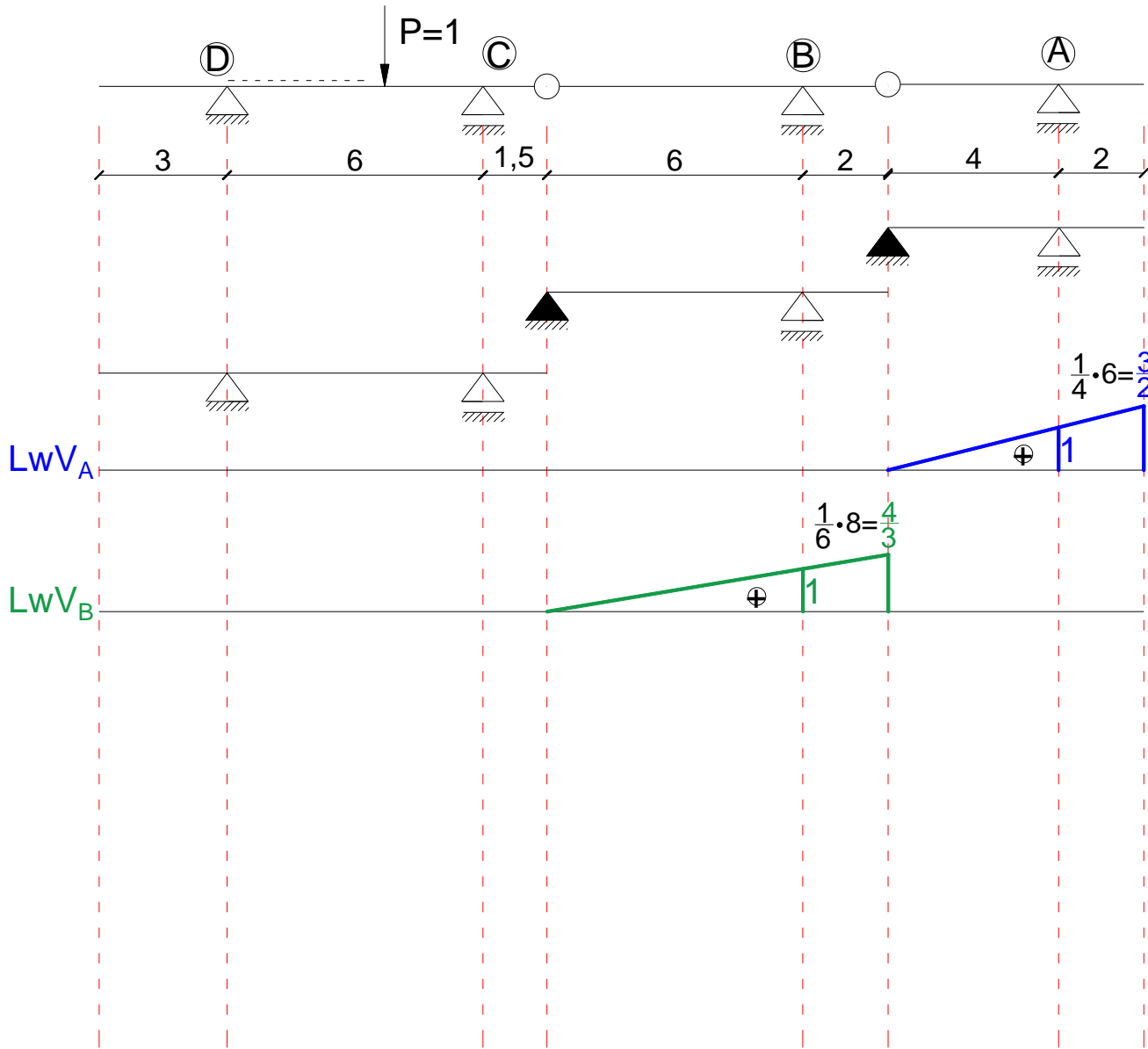
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



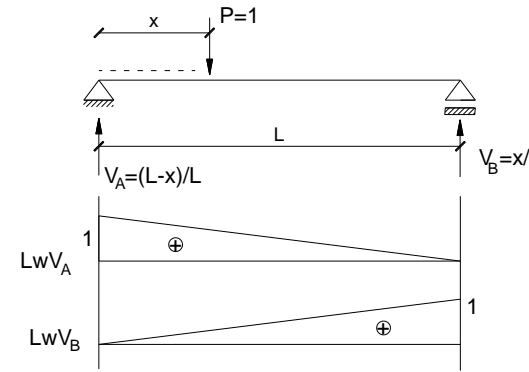
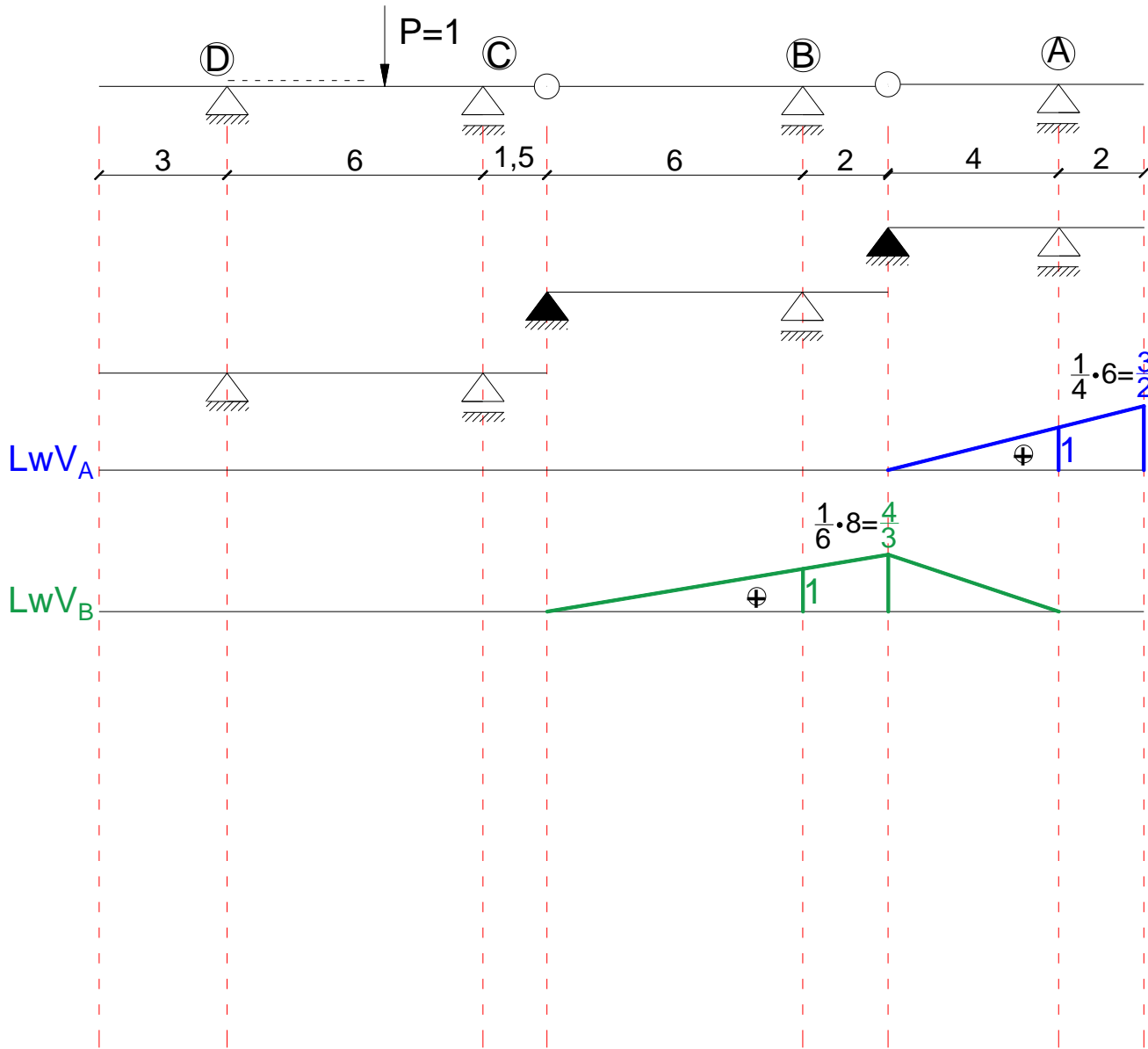
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



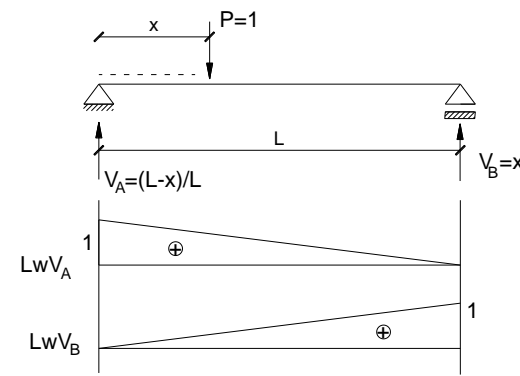
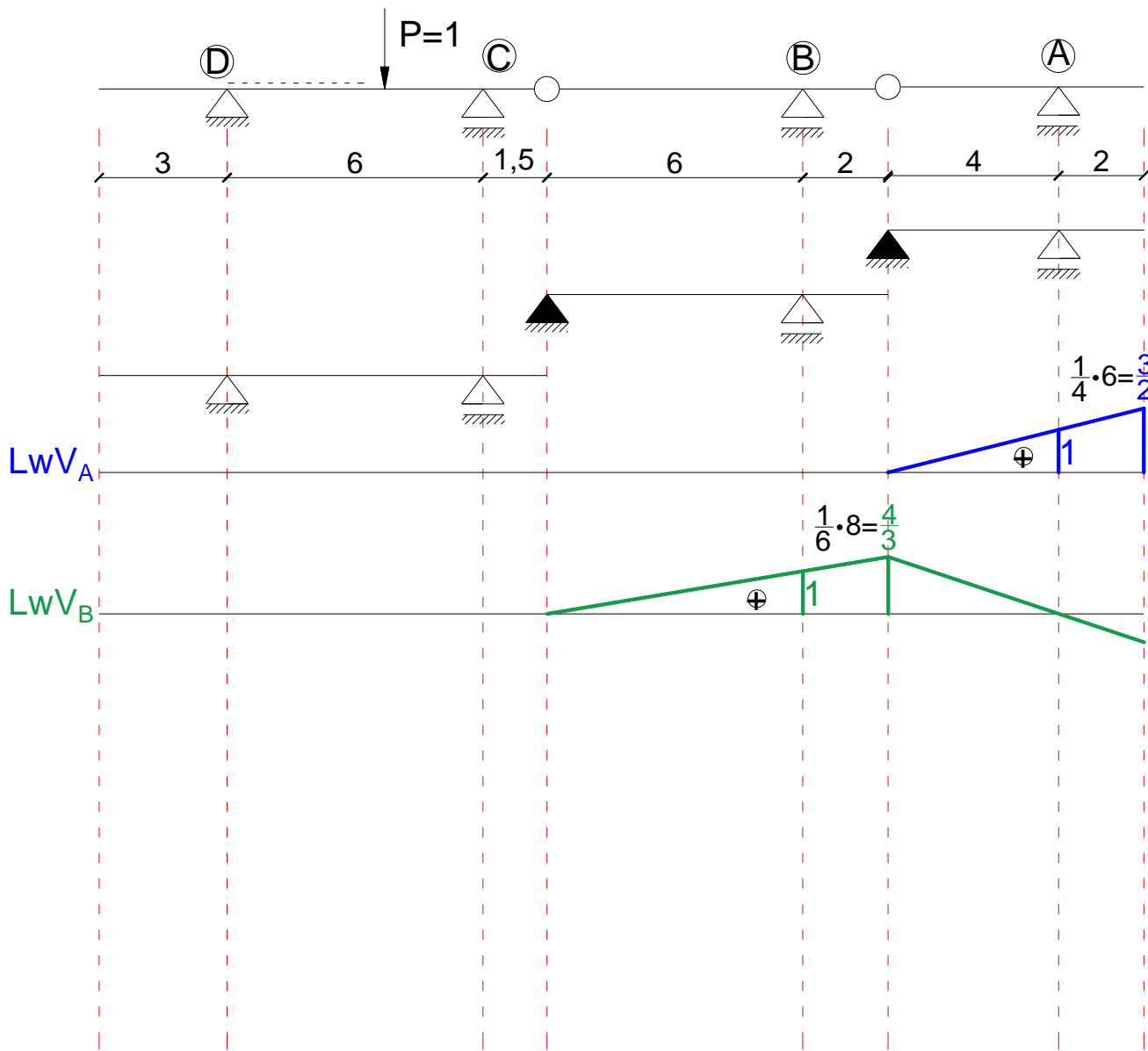
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



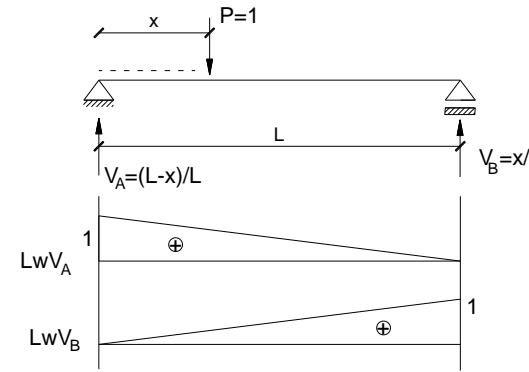
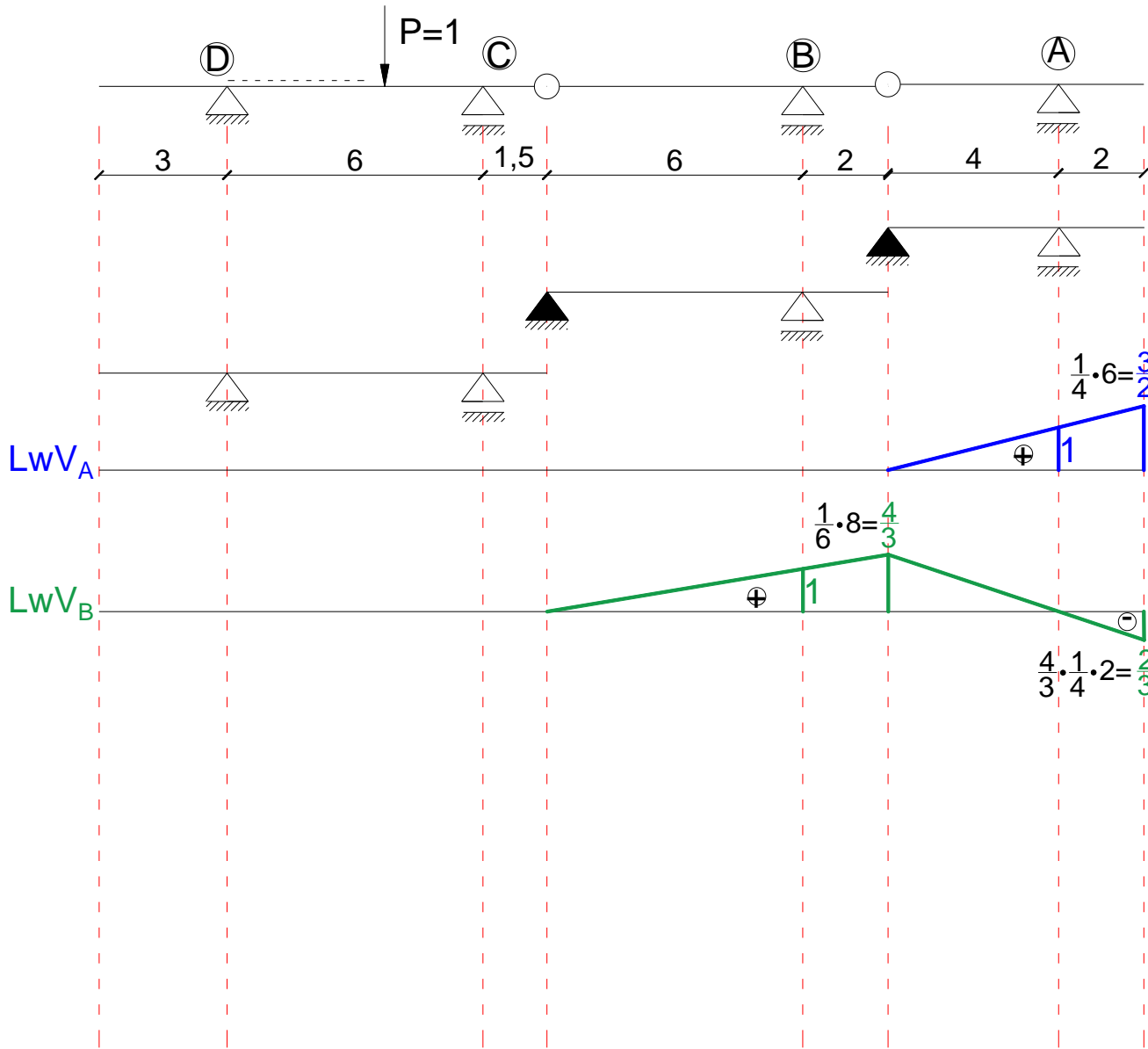
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



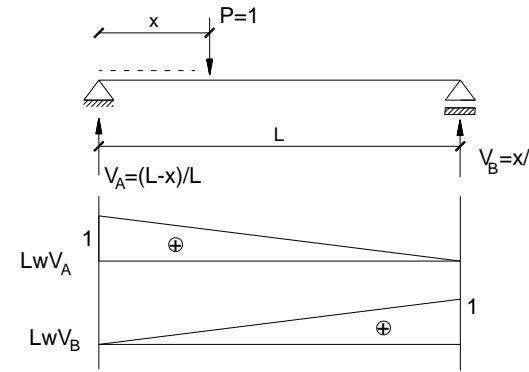
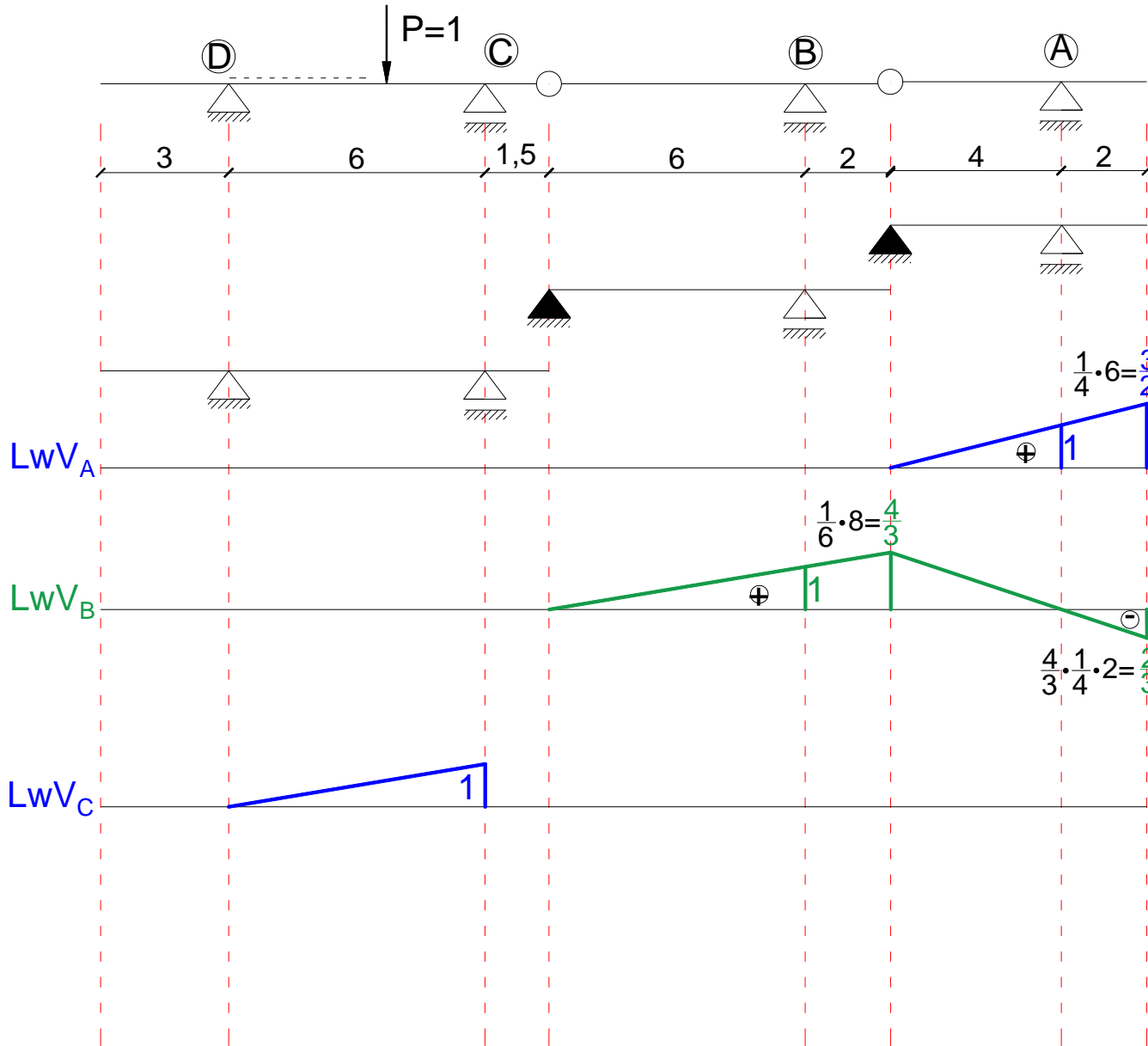
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



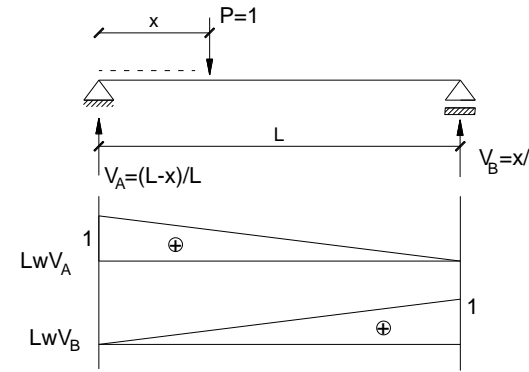
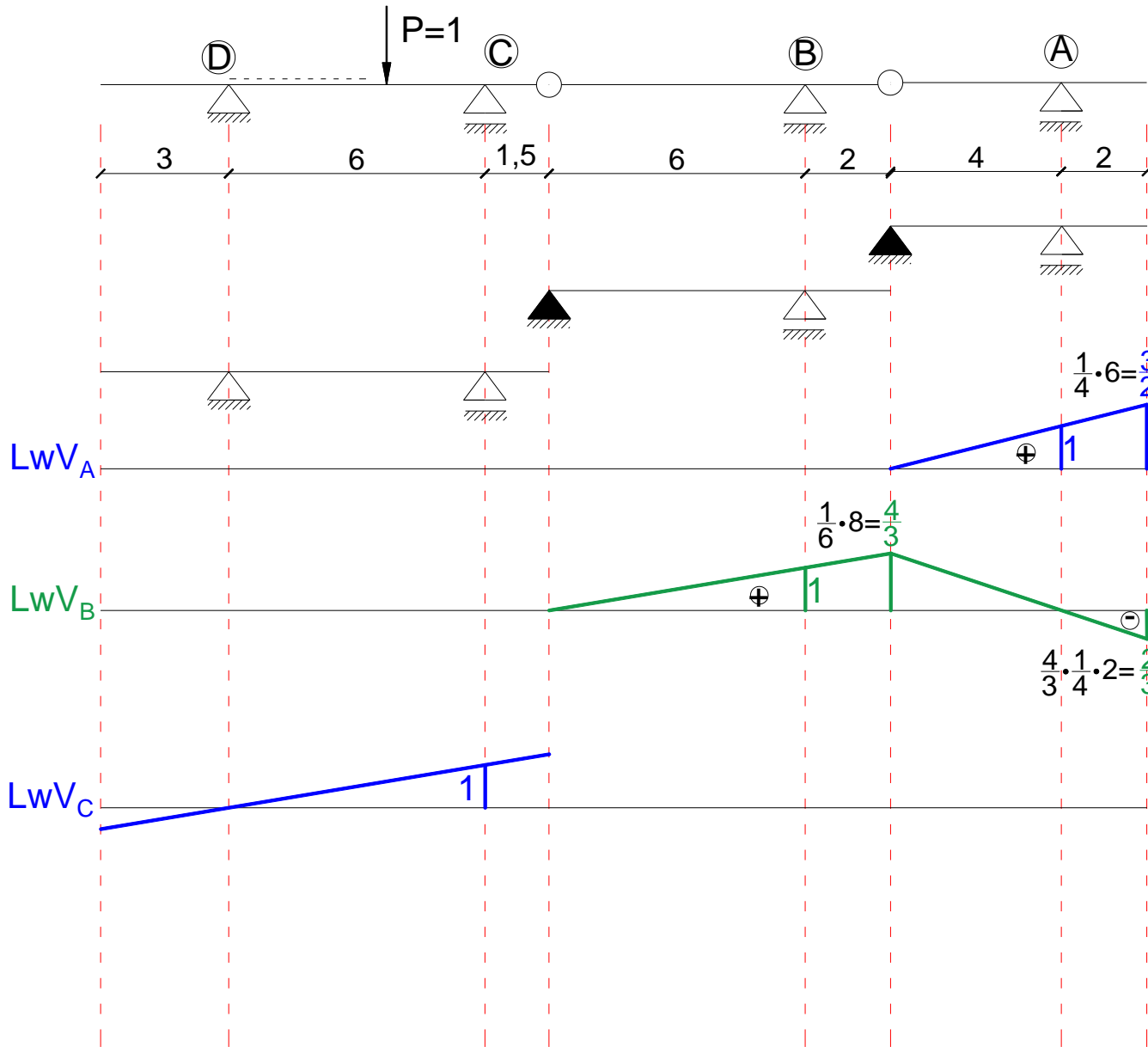
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



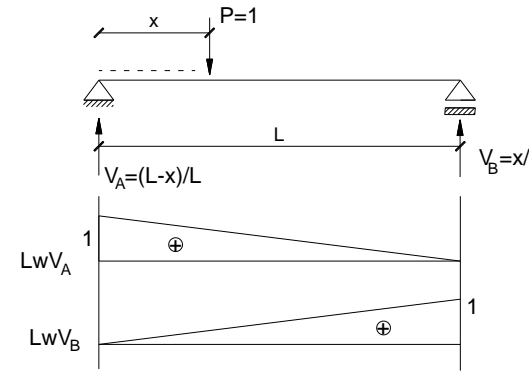
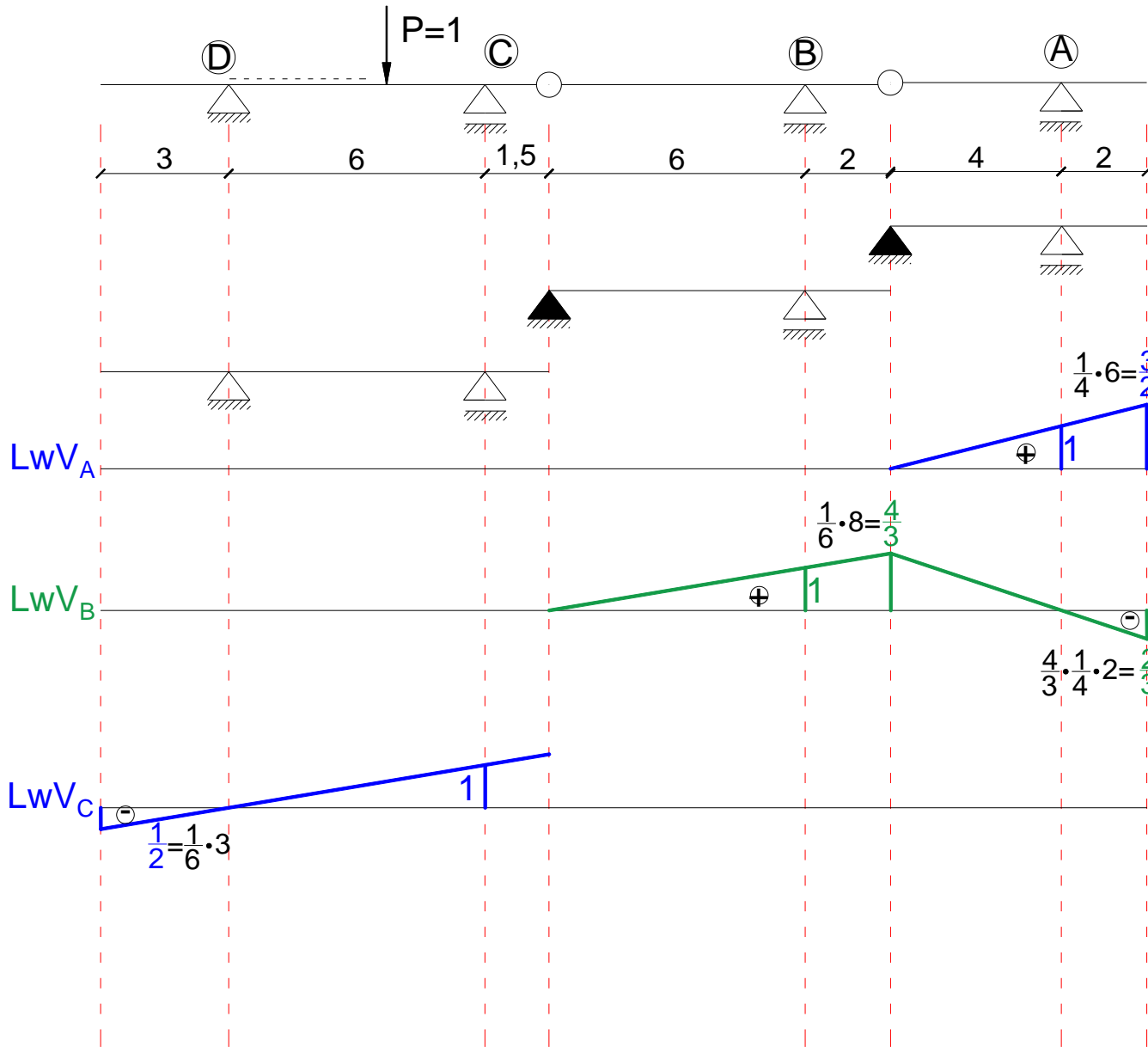
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



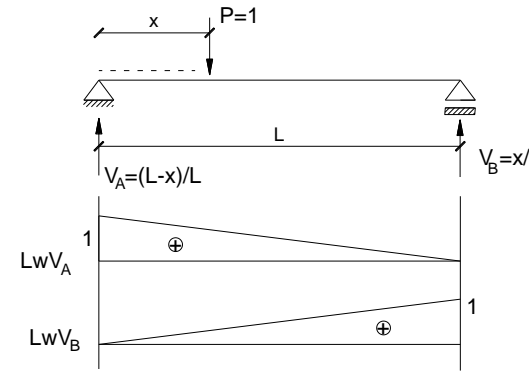
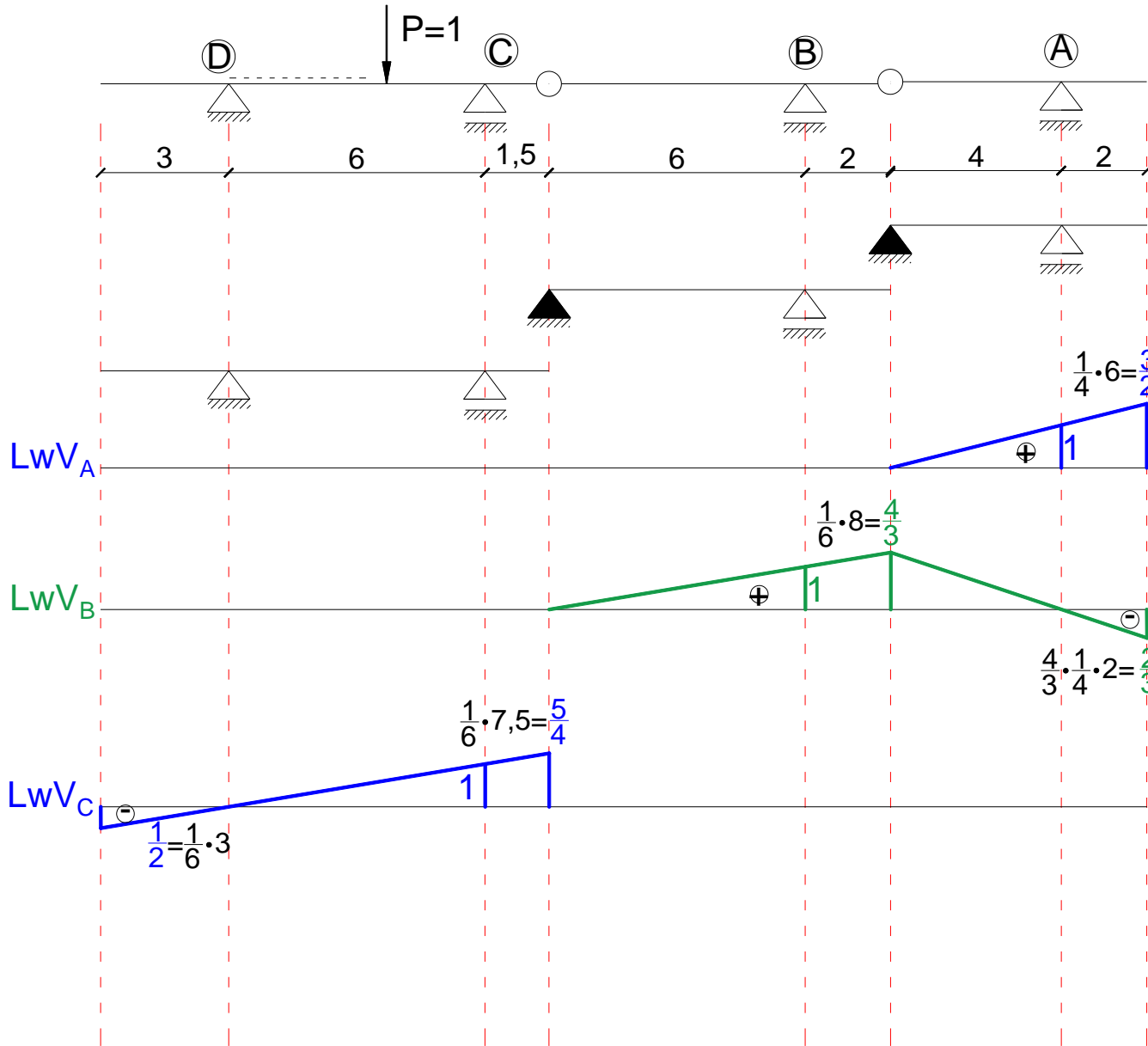
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



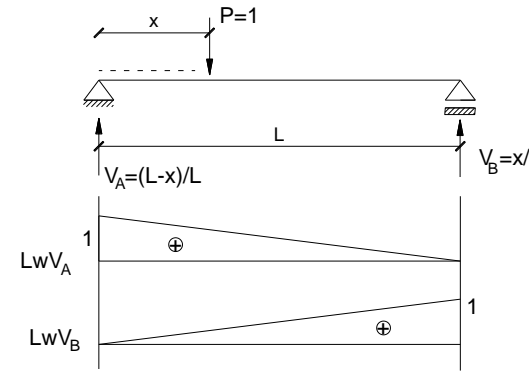
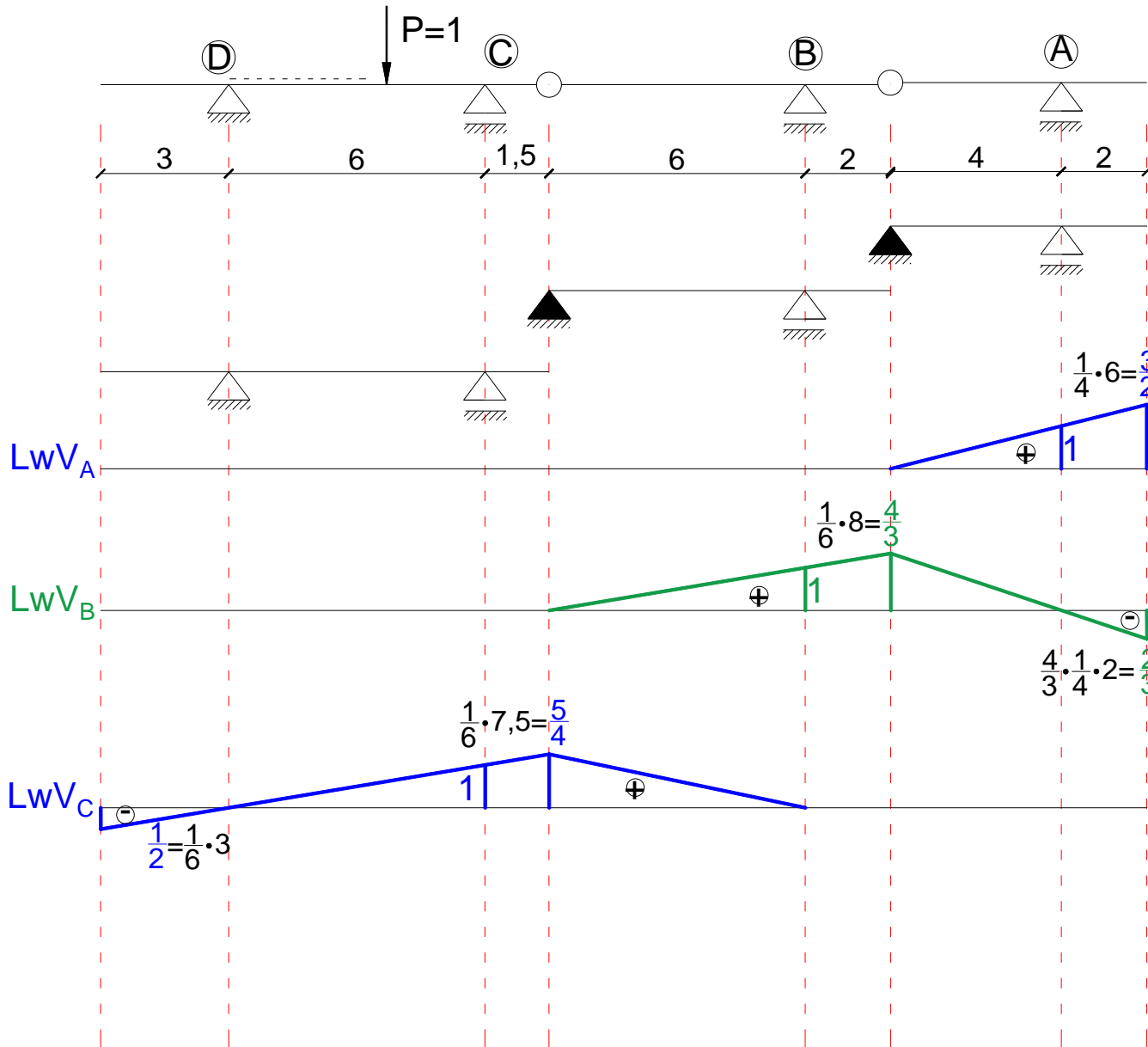
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



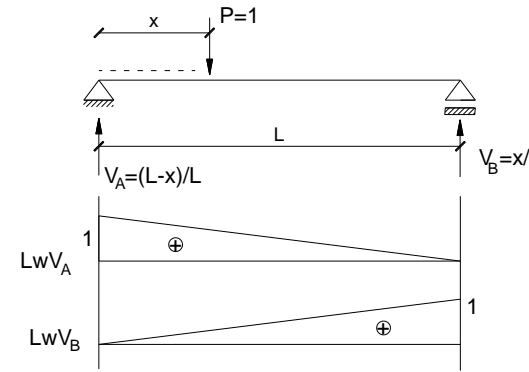
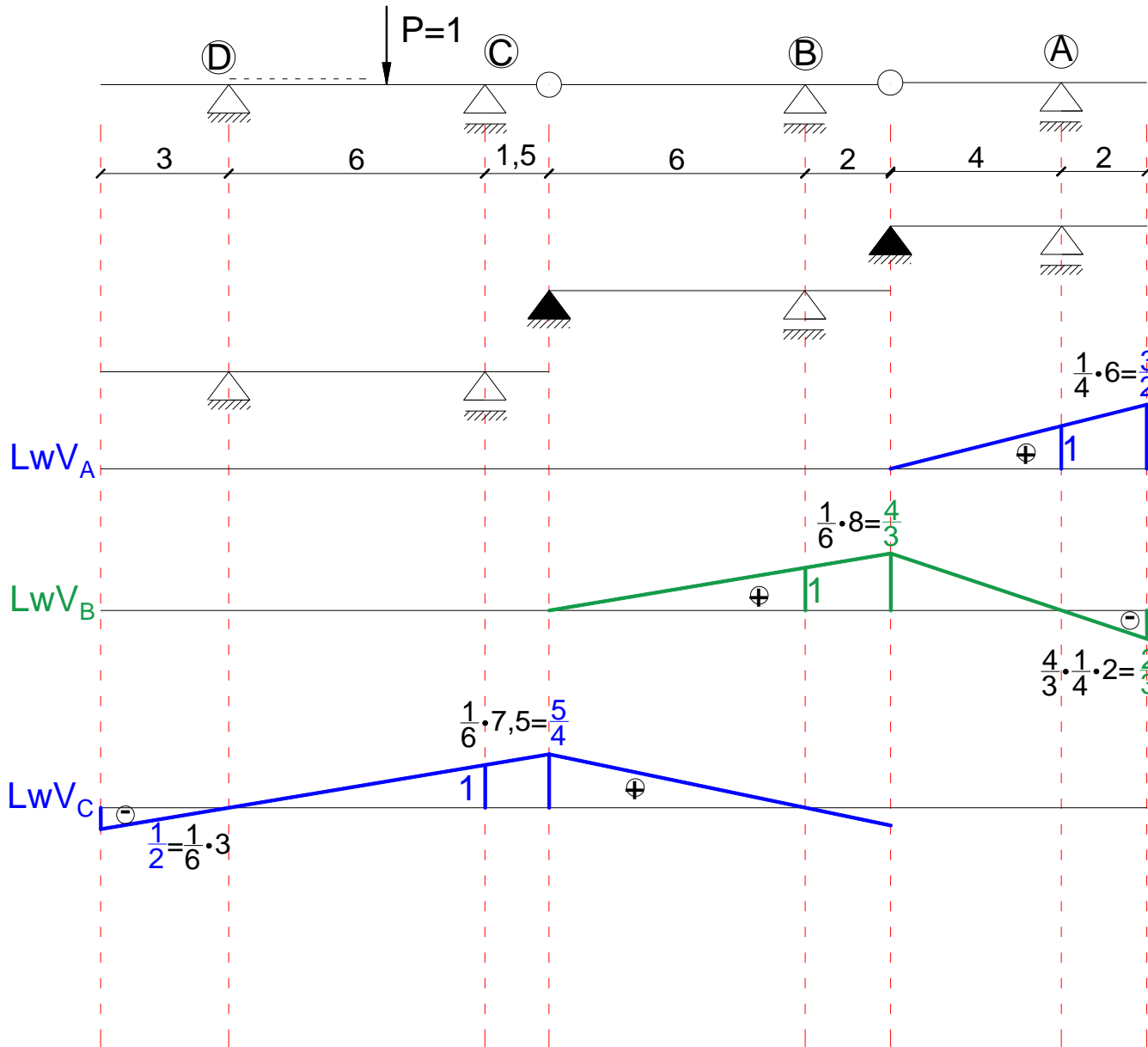
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



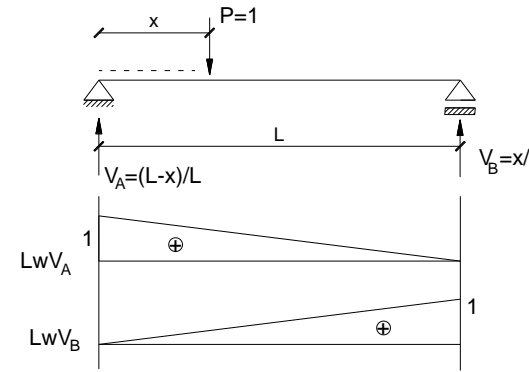
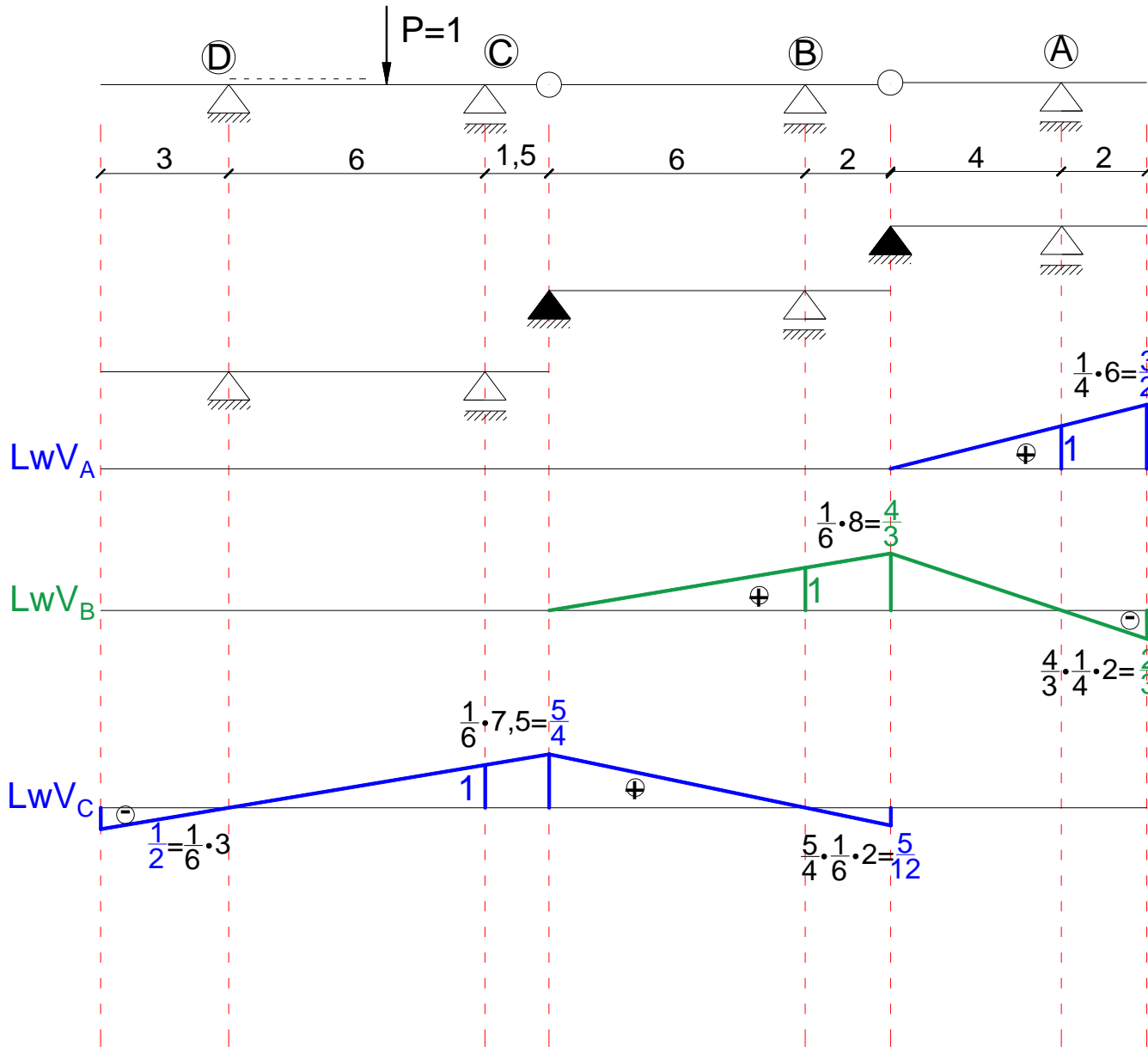
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



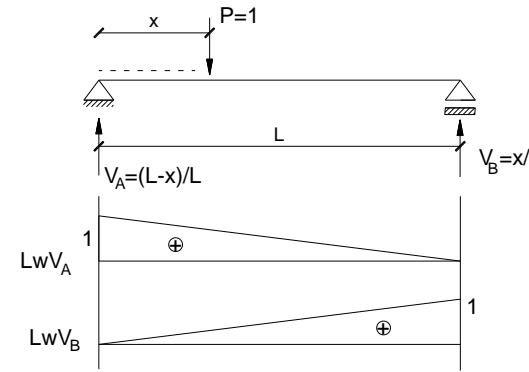
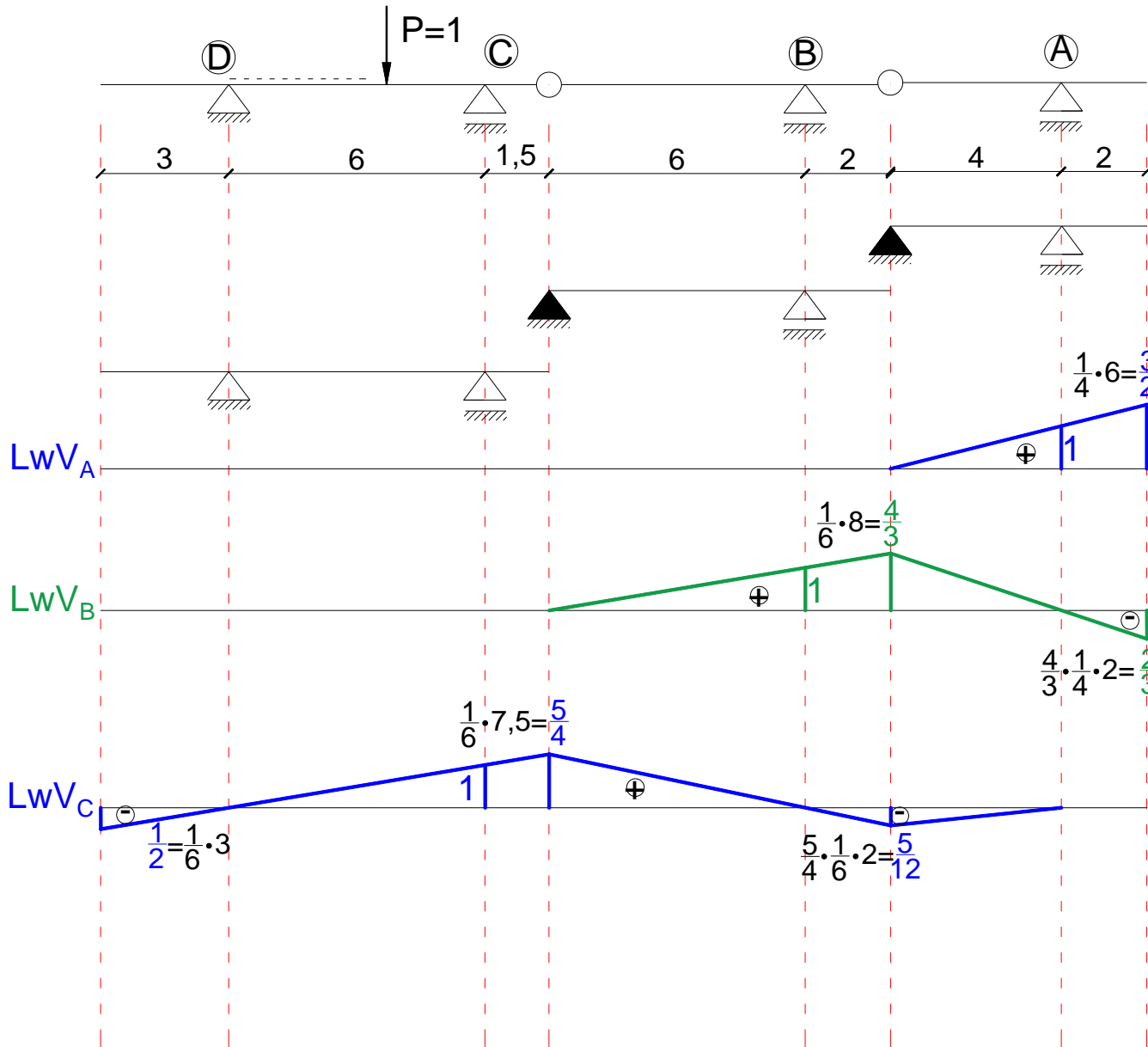
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



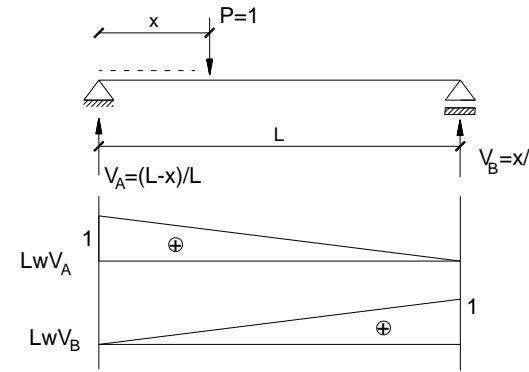
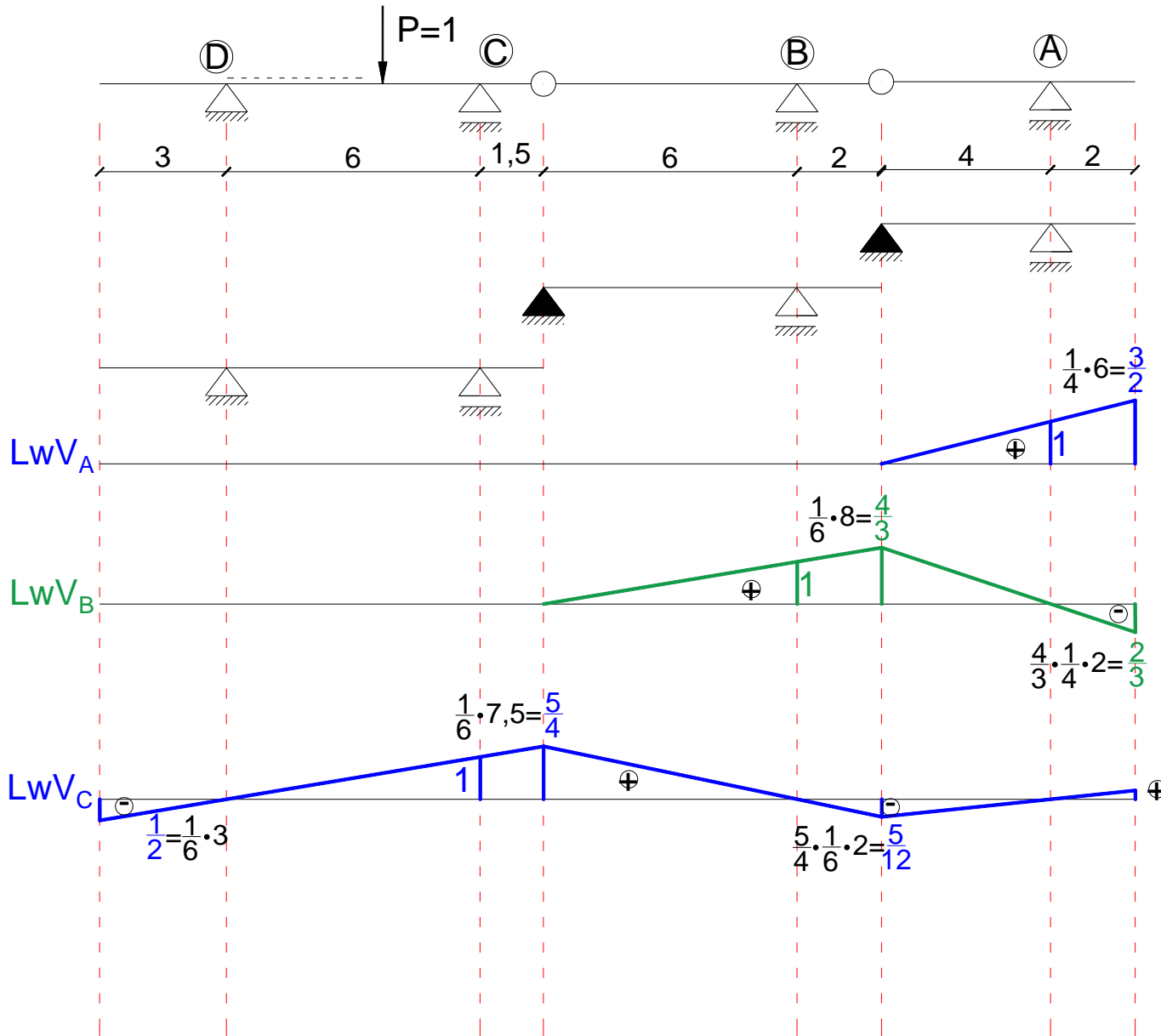
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



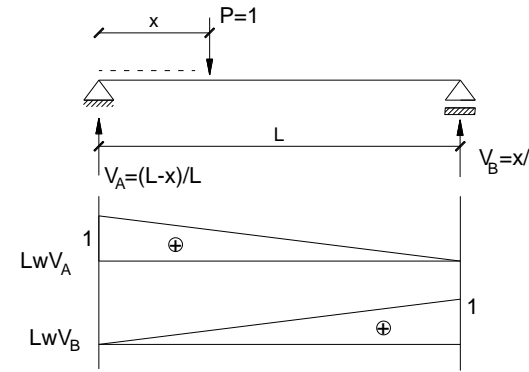
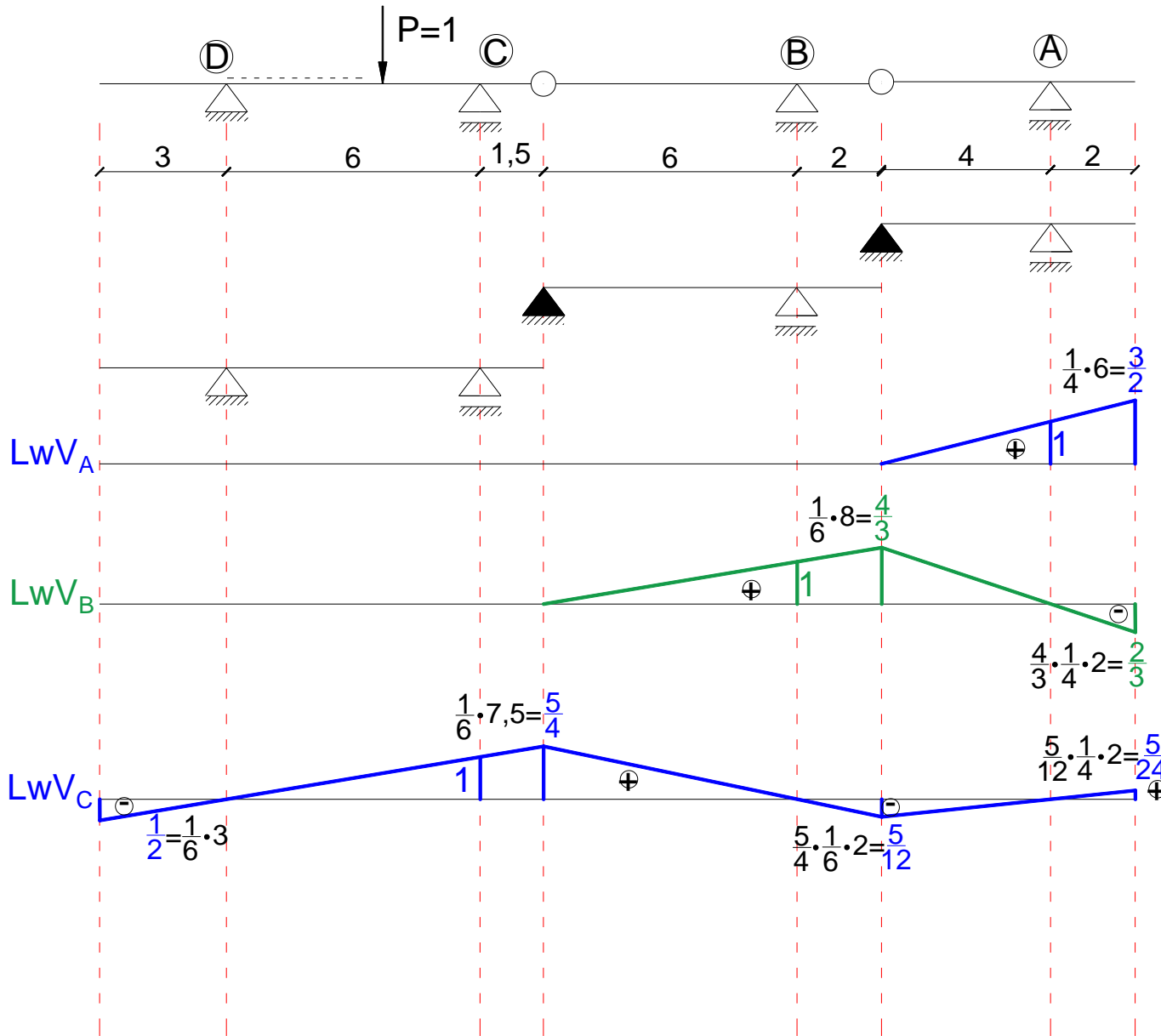
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



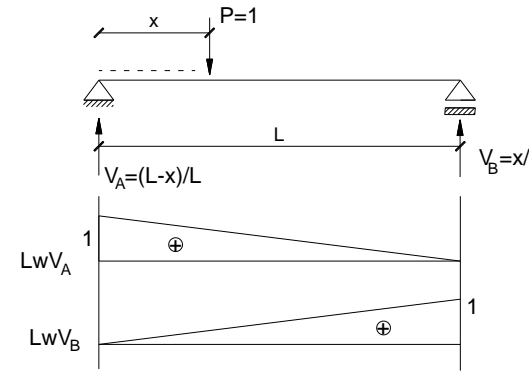
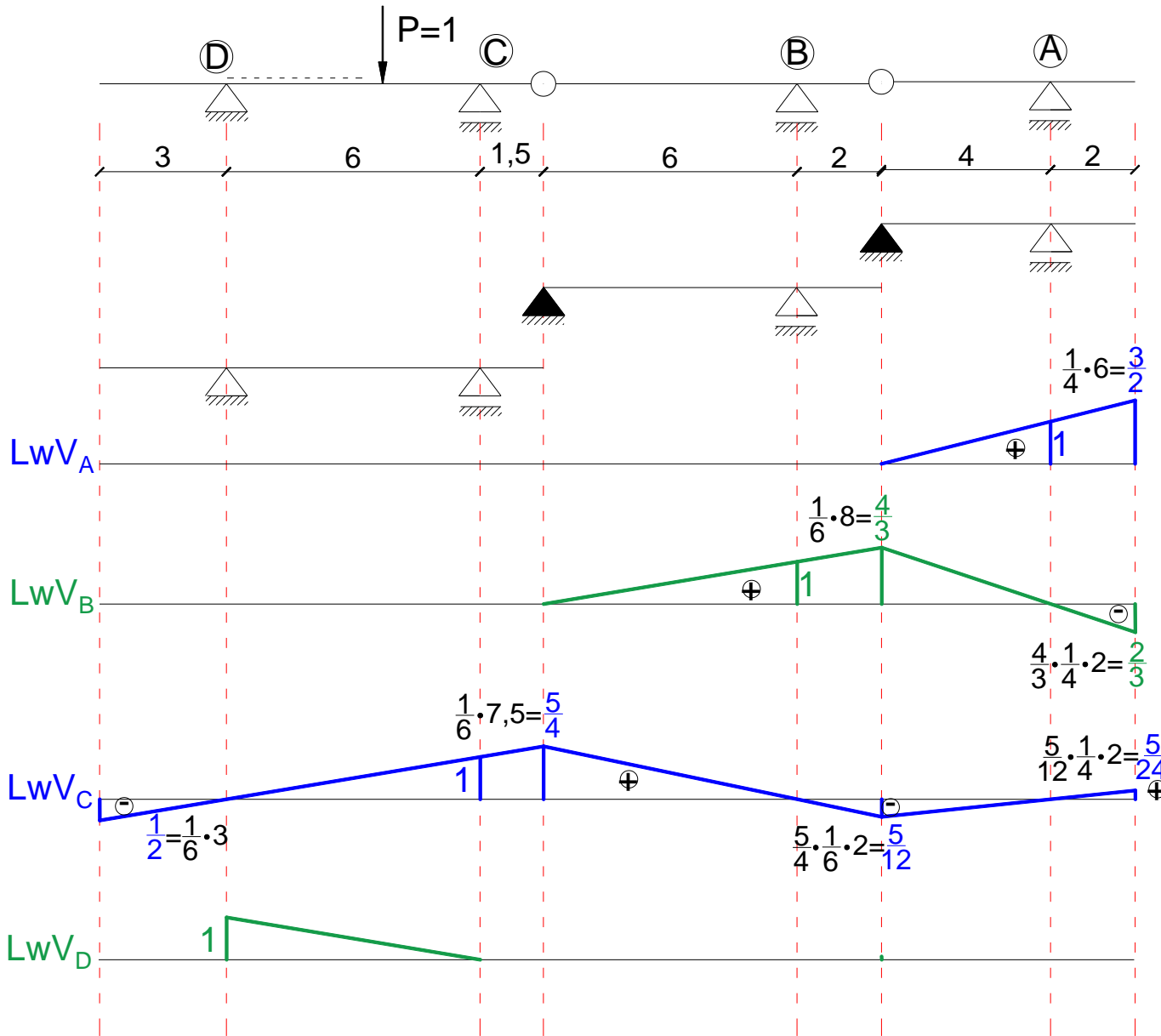
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



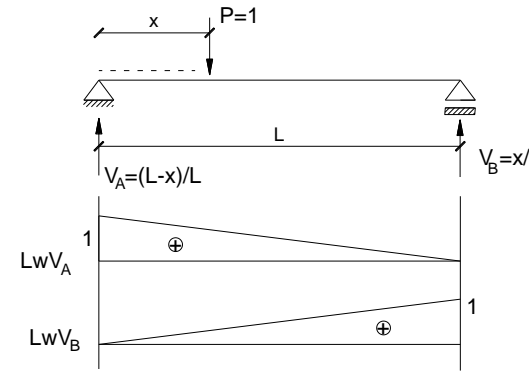
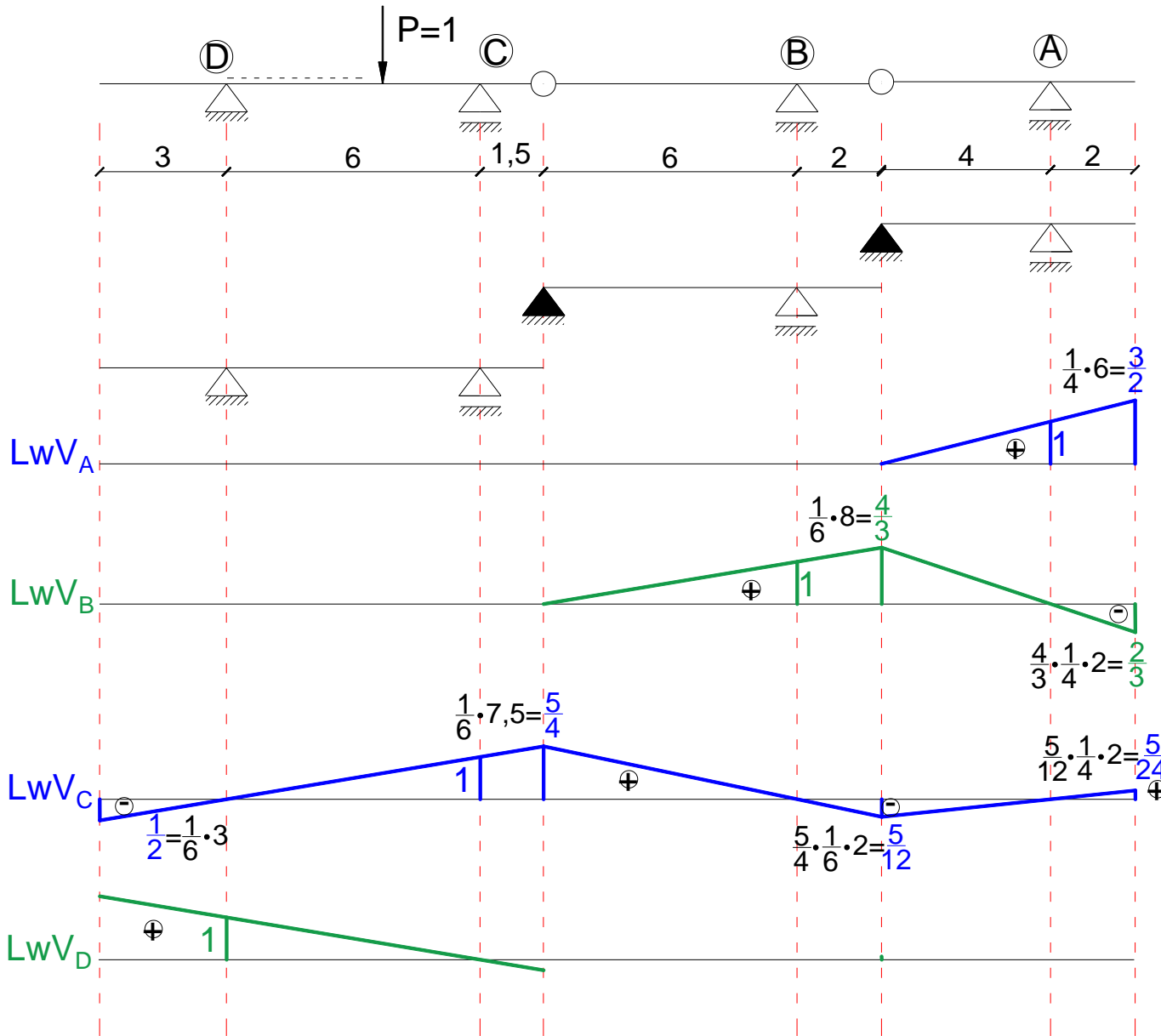
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



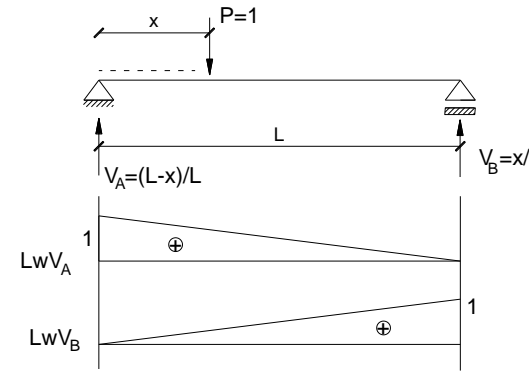
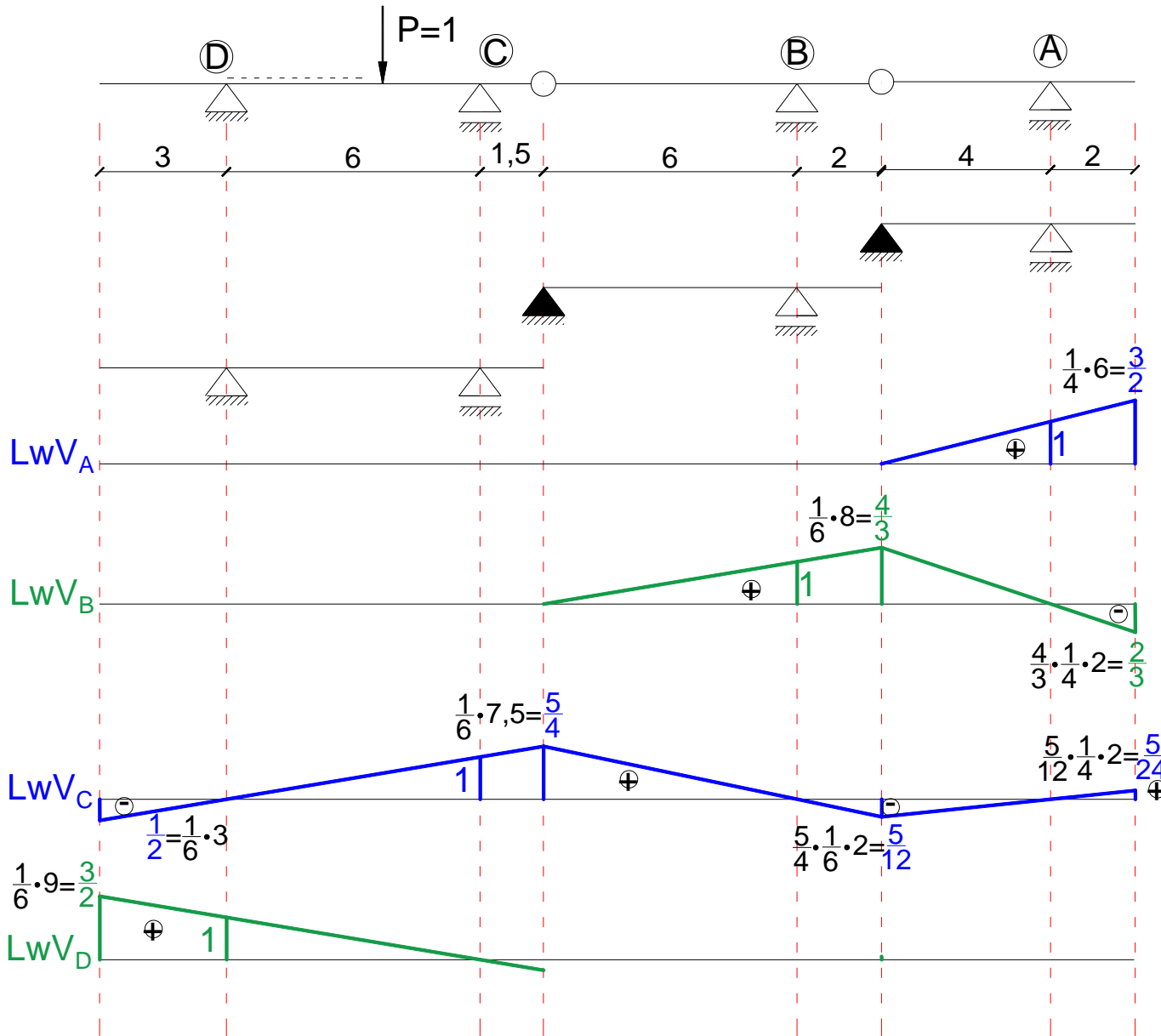
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



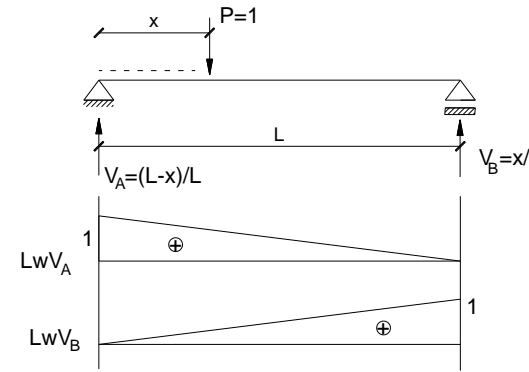
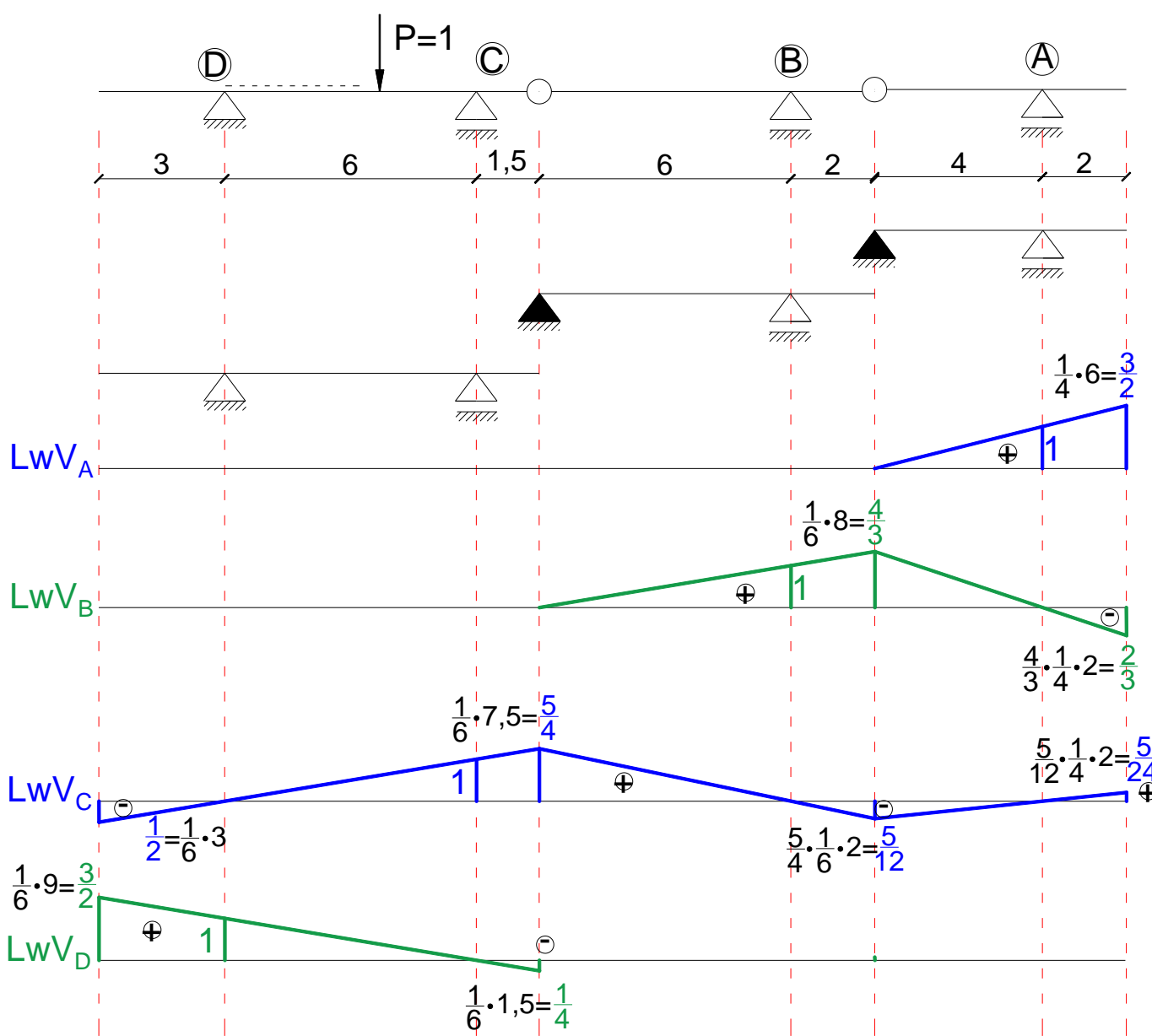
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



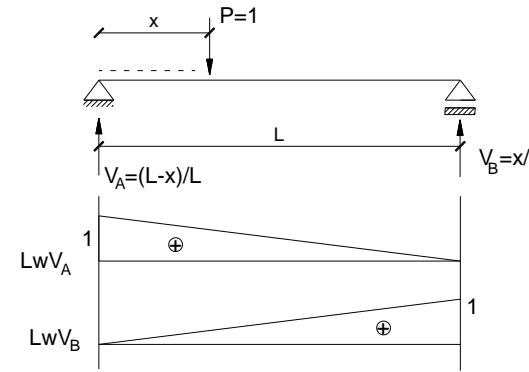
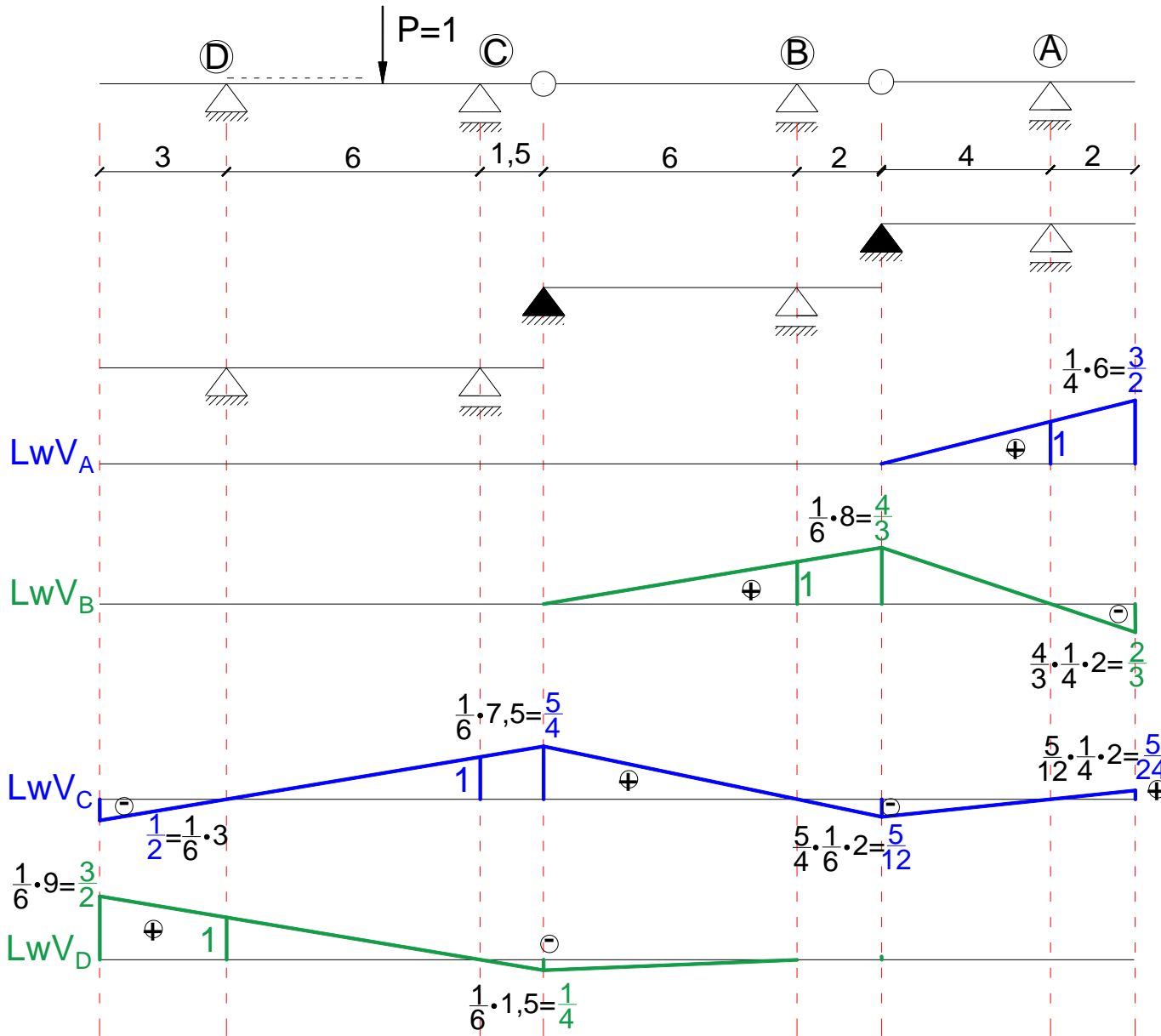
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



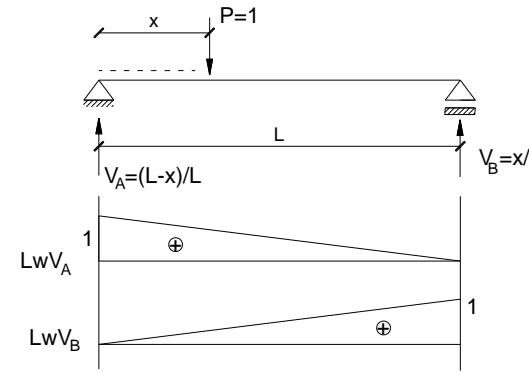
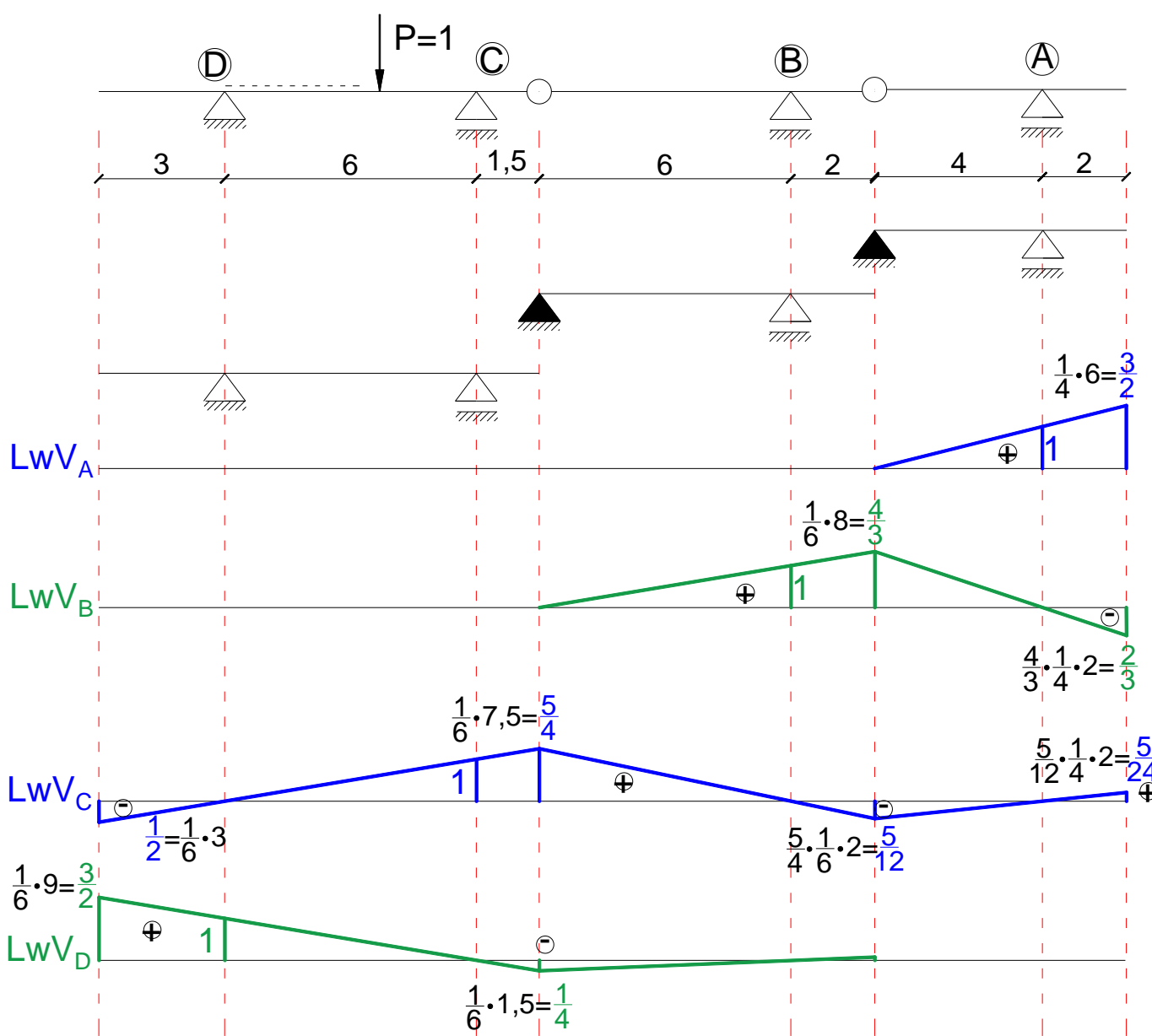
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



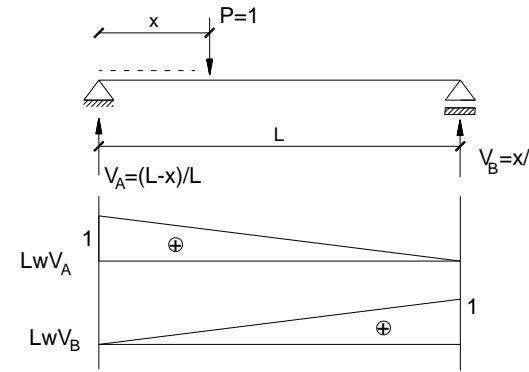
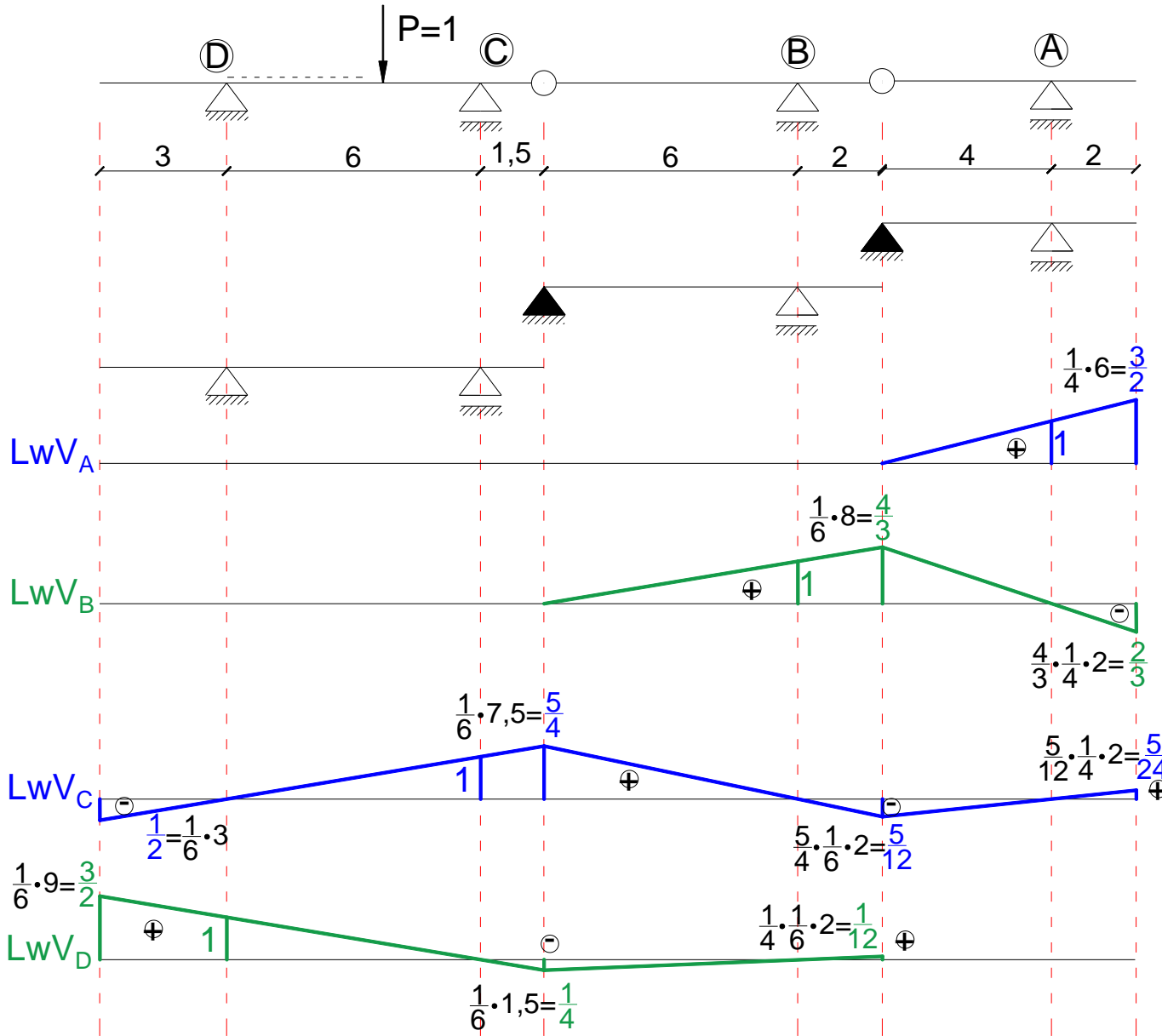
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



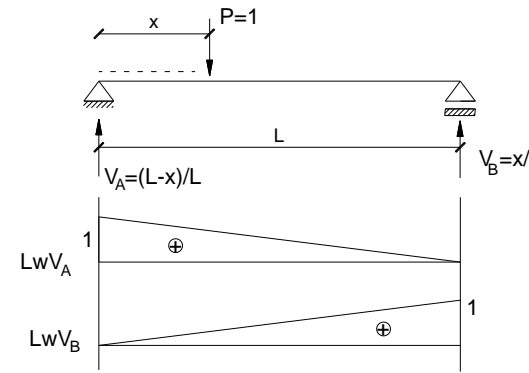
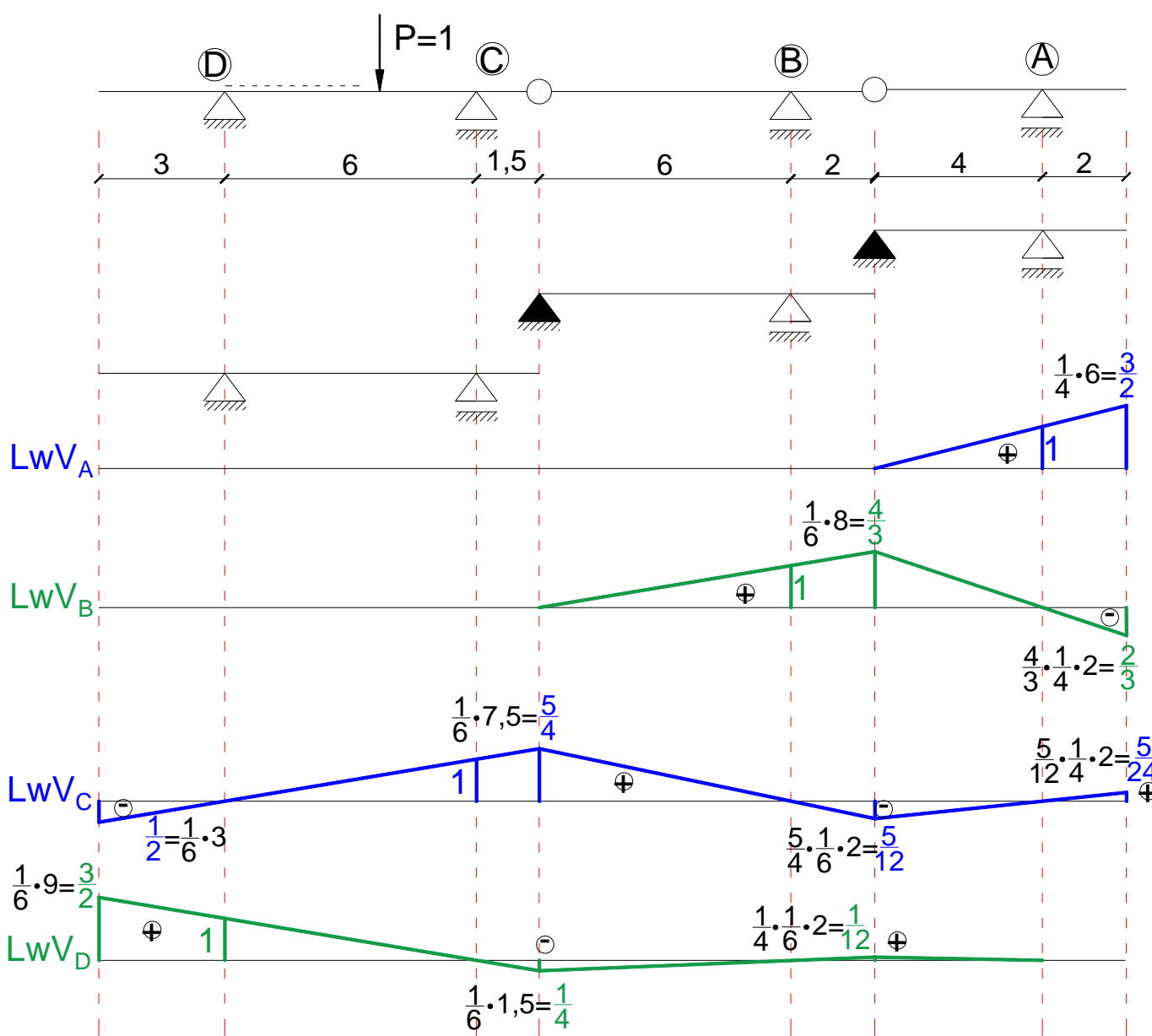
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



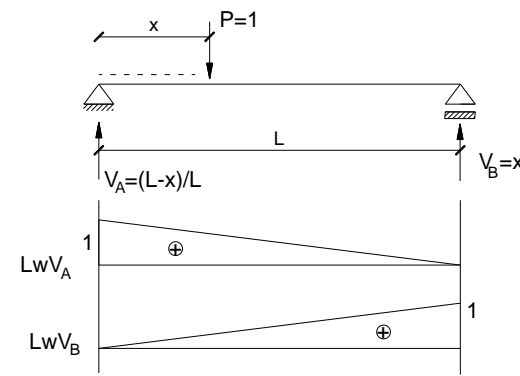
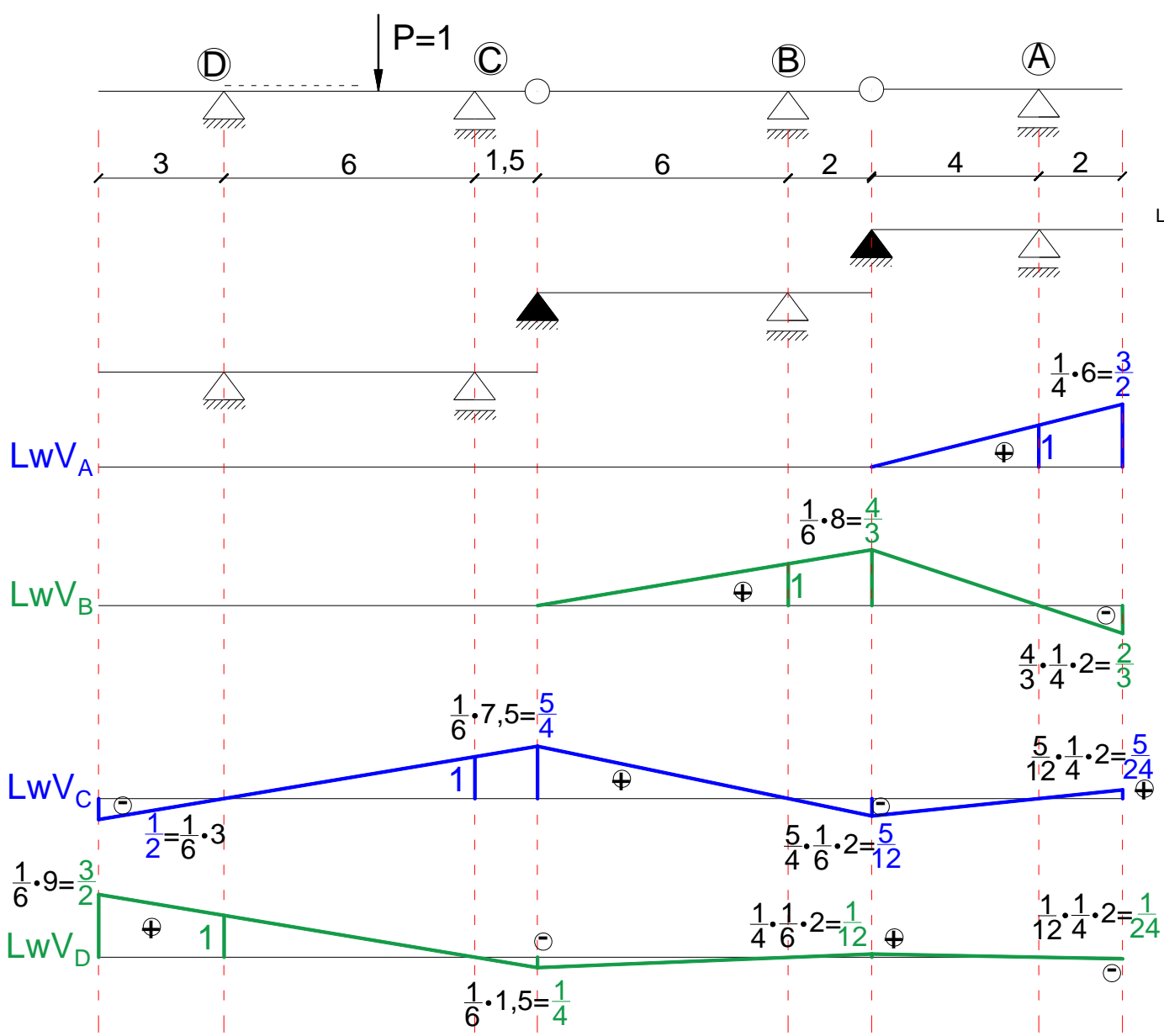
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



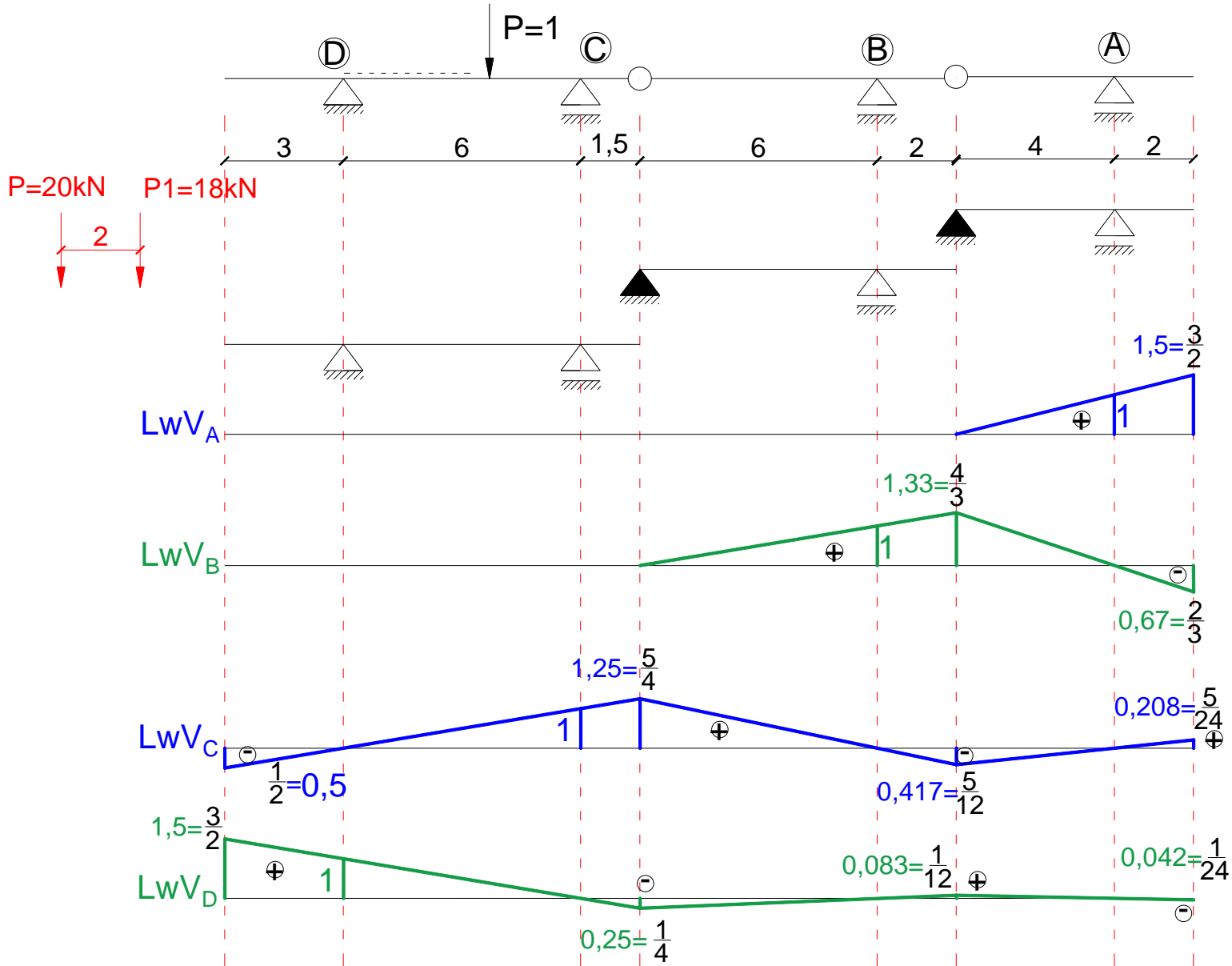
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



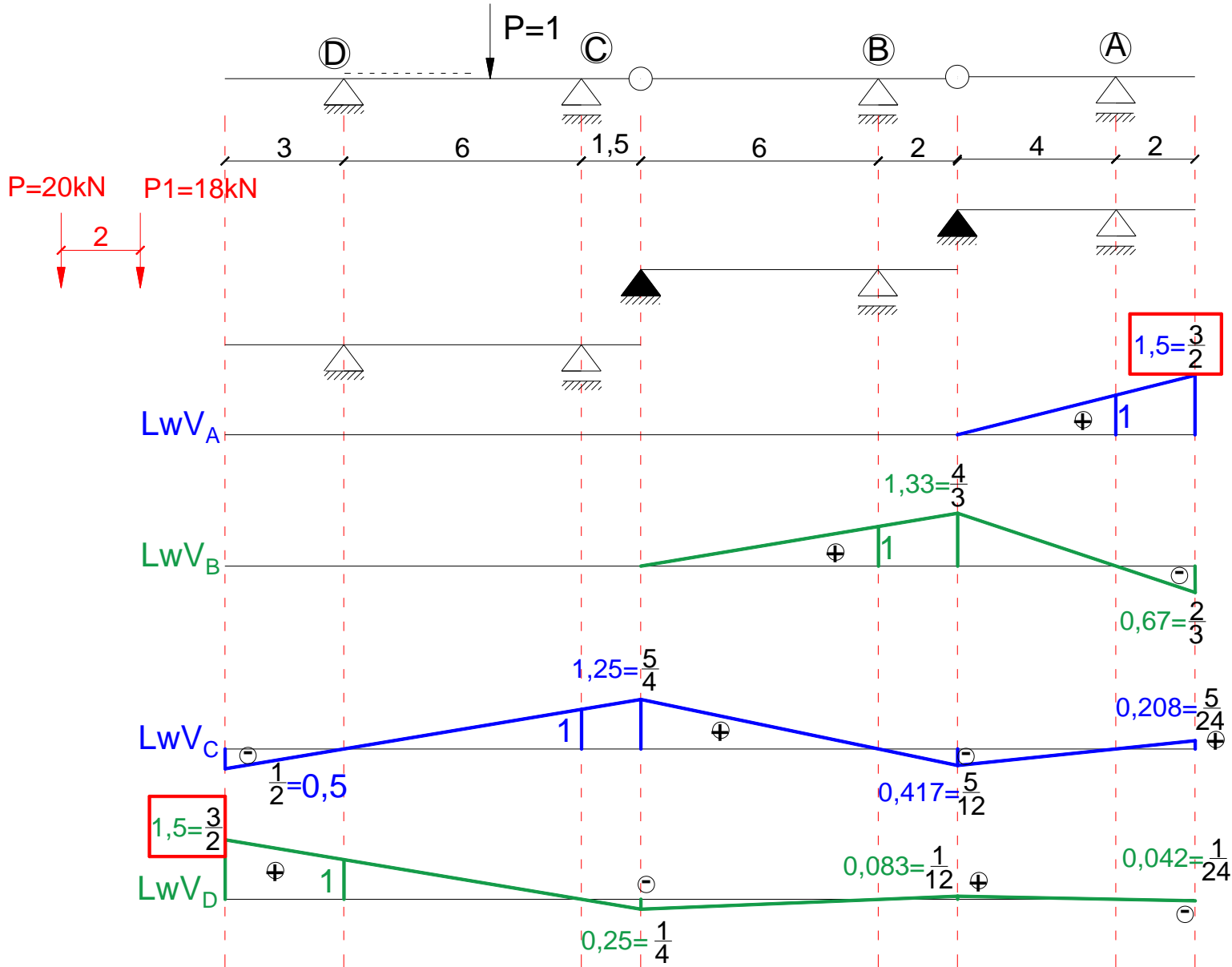
Linie wpływu pionowych reakcji podporowych:



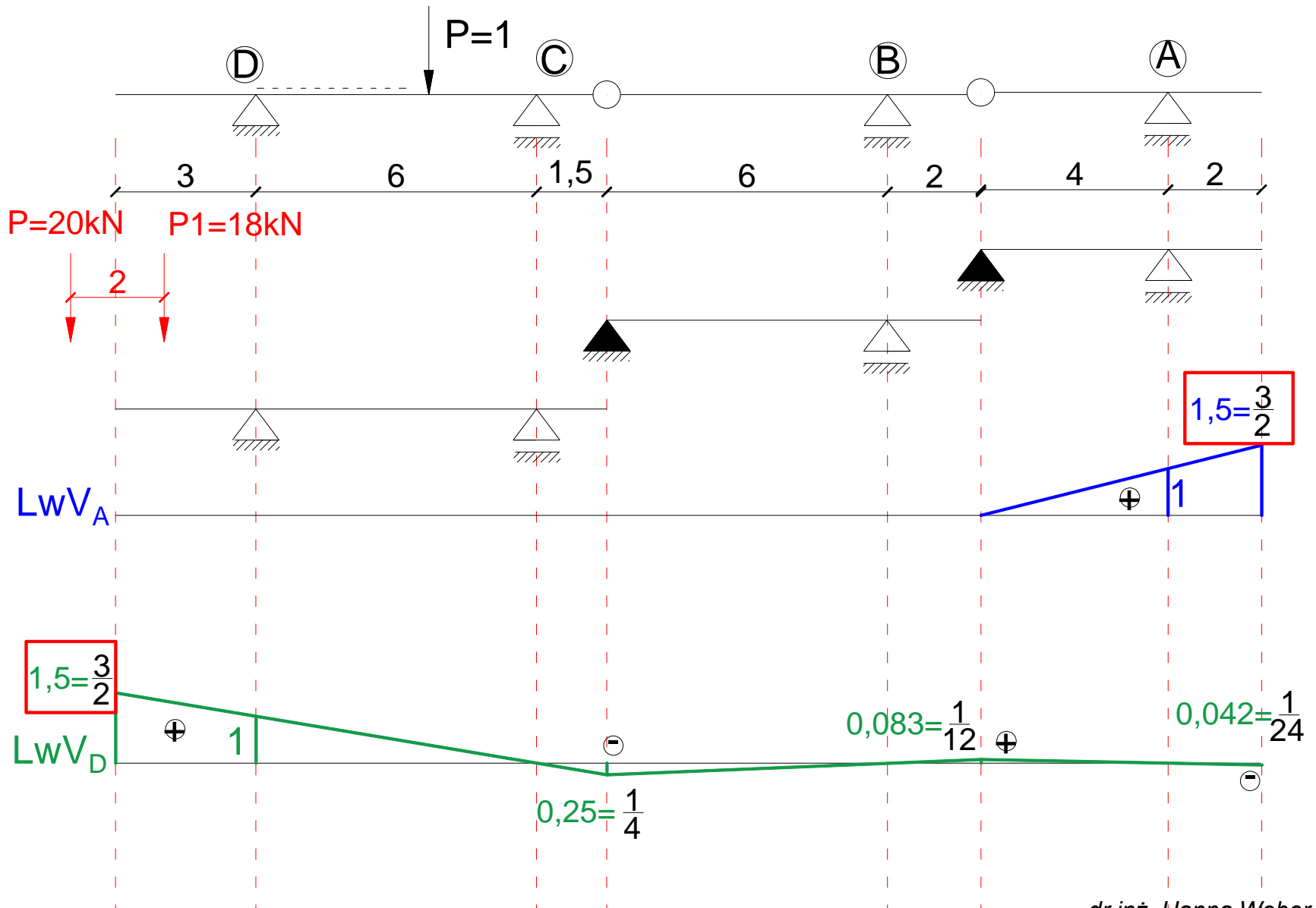
Wyznaczenie maksymalnej pionowej reakcji od obciążenia pojazdem:



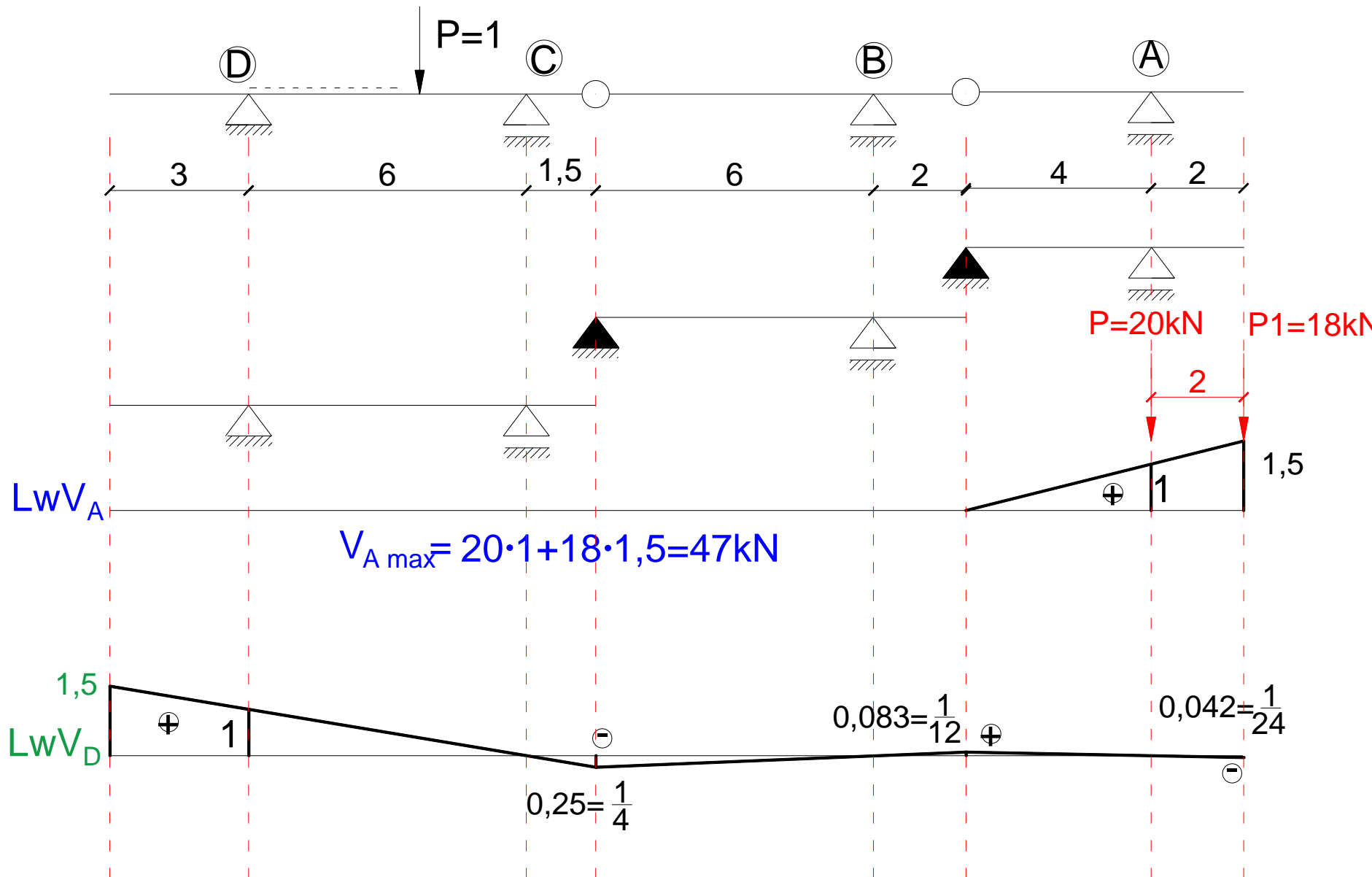
Wyznaczenie maksymalnej pionowej reakcji od obciążenia pojazdem:



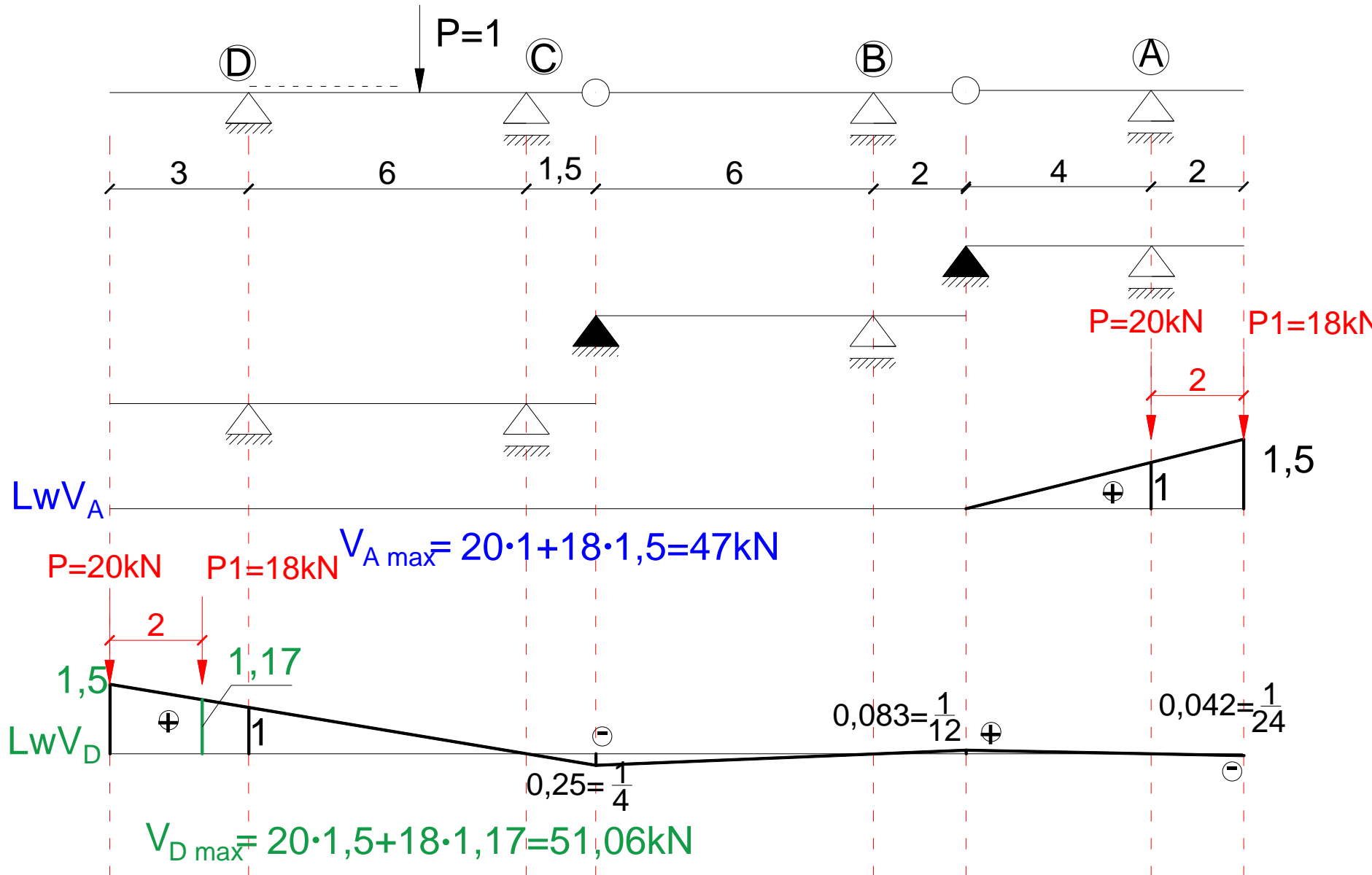
Wyznaczenie maksymalnej pionowej reakcji od obciążenia pojazdem:



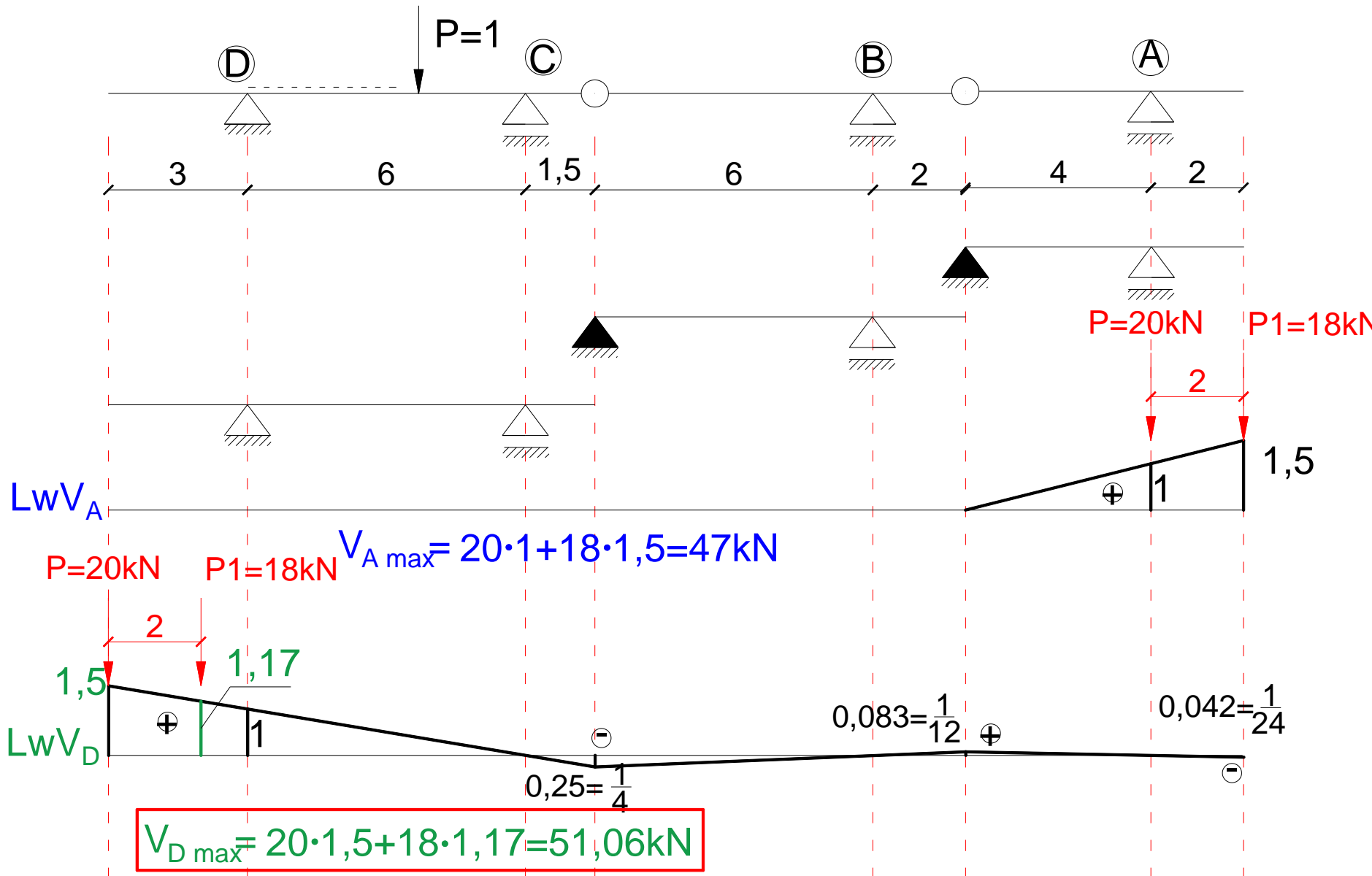
Wyznaczenie maksymalnej pionowej reakcji od obciążenia pojazdem:



Wyznaczenie maksymalnej pionowej reakcji od obciążenia pojazdem:



Wyznaczenie maksymalnej pionowej reakcji od obciążenia pojazdem:



Odp.: Maksymalna wartość pionowej reakcji wynosi 51,06kN

dr inż. Hanna Weber

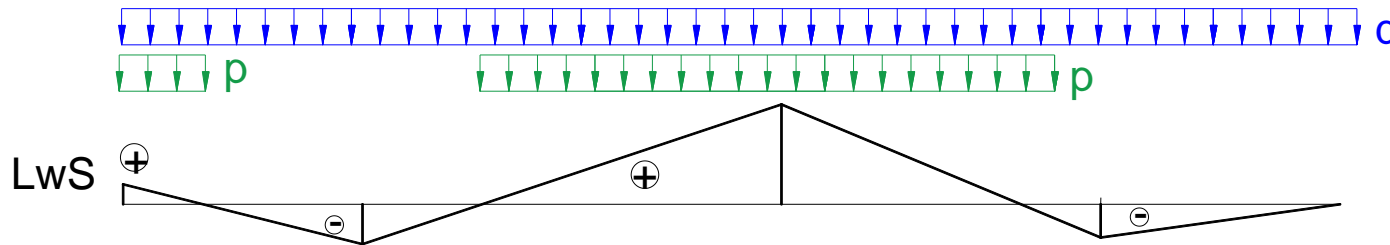
Wyznaczanie maksymalnych wartości
danych wielkości od obciążenia stałego
i użytkowego na podstawie linii wpływu

Obciążenie stałe q stawiamy zawsze na całej długości elementów (na dodatnich i ujemnych polach linii wpływu).

Obciążenie zmienne p stawiamy na wybranym znaku pola linii wpływu (dodatnim lub ujemnym).

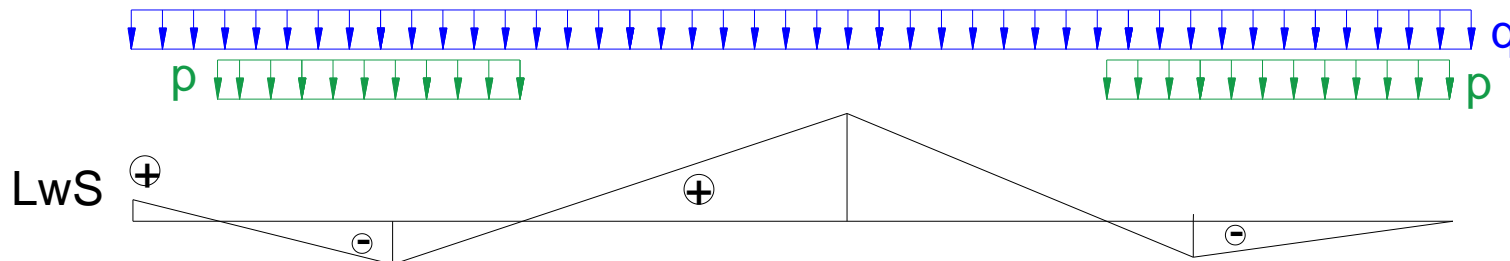
Maksymalną **dodatnią** wartość wielkości S wyznaczamy na podstawie wzoru:

$$S_{max}^+ = q \cdot \left(\sum P(+) + \sum P(-) \right) + p \cdot \sum P(+)$$

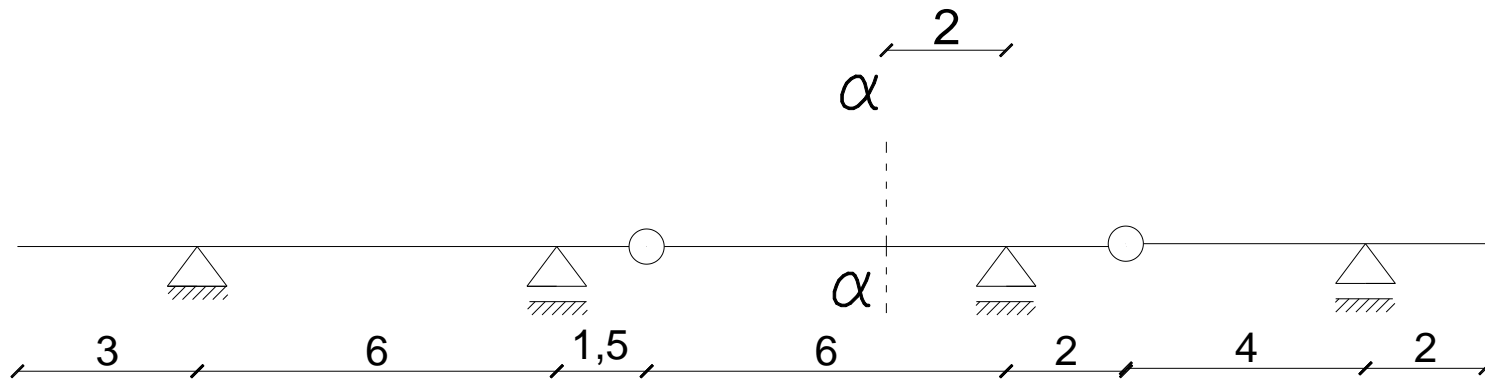


Maksymalną **ujemną** wartość wielkości S wyznaczamy na podstawie wzoru:

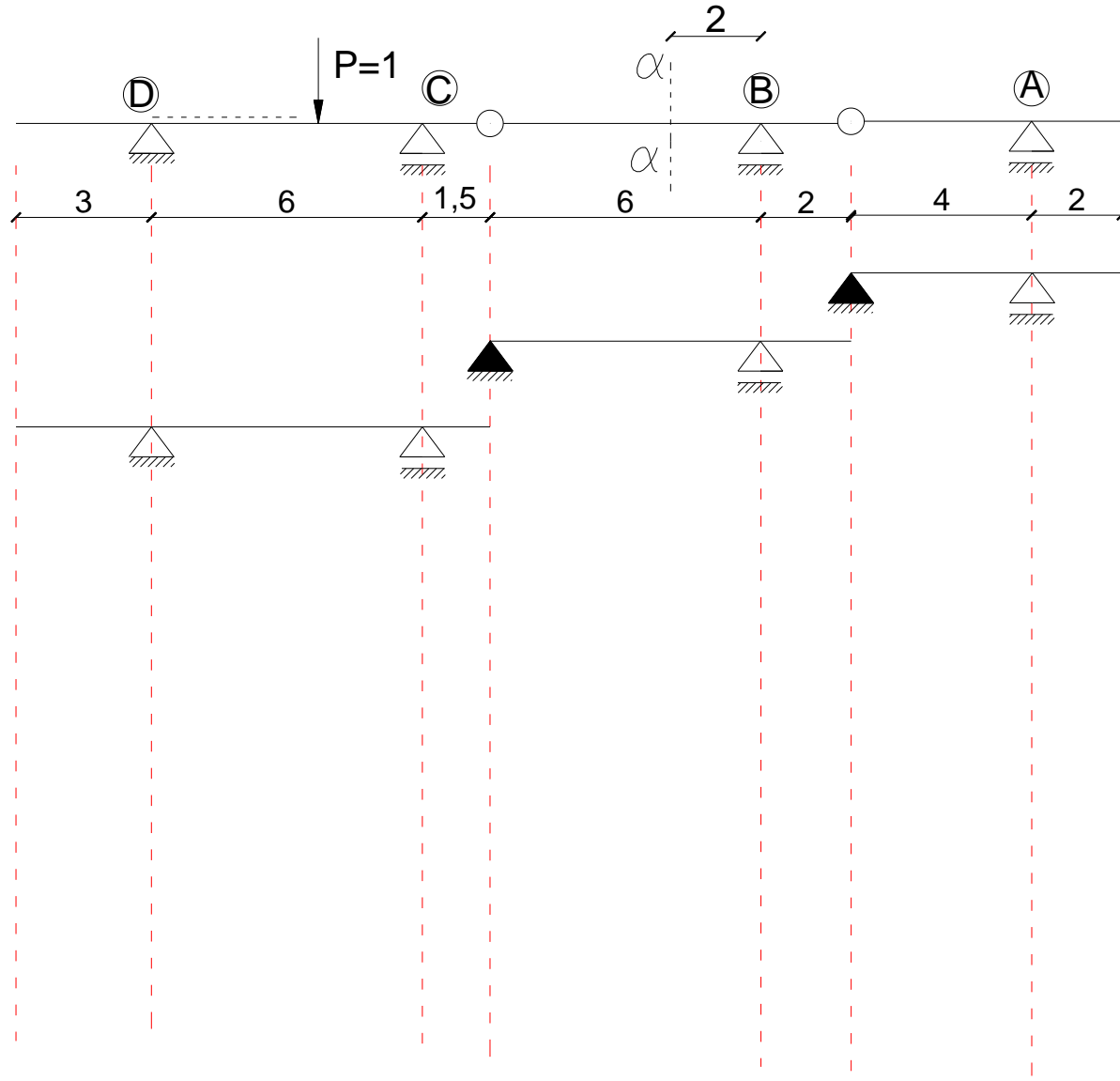
$$S_{max}^- = q \cdot \left(\sum P(+) + \sum P(-) \right) + p \cdot \sum P(-)$$



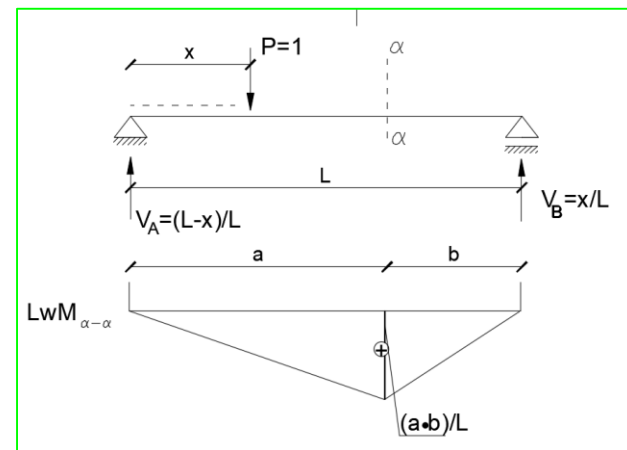
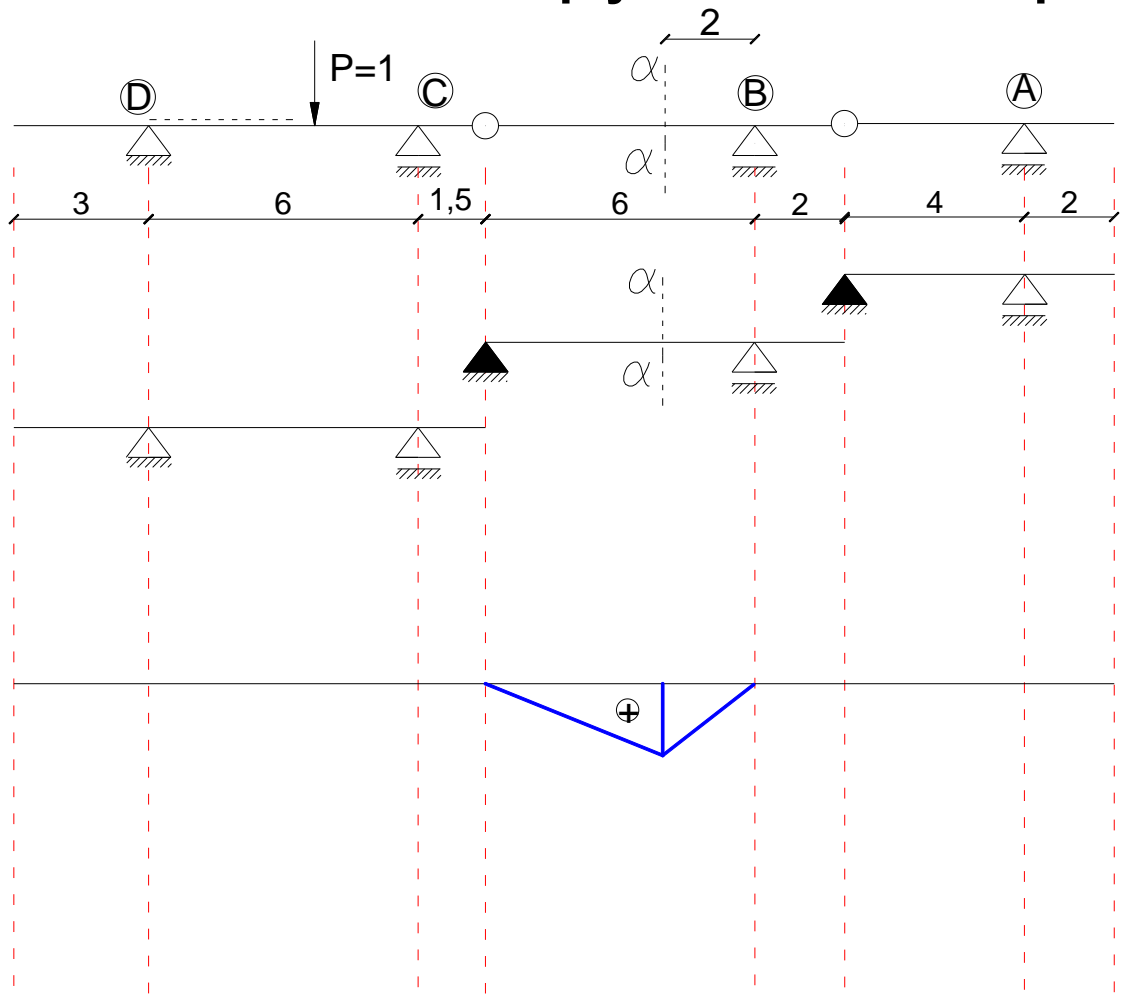
Zadanie 2. Wyznaczyć maksymalną wartość momentu w przekroju $\alpha - \alpha$ od obciążenia użytkowego $p=8\text{kN/m}$



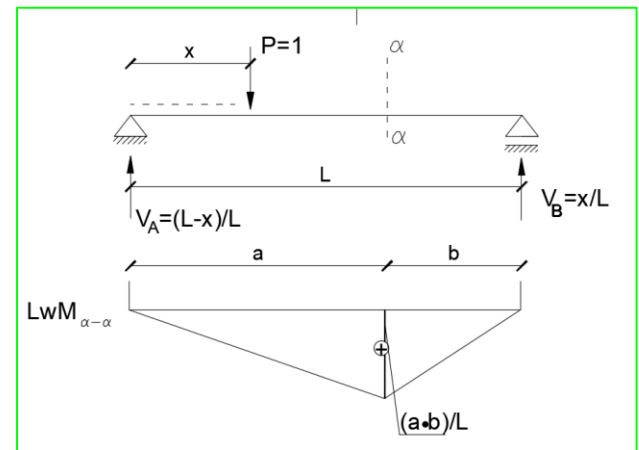
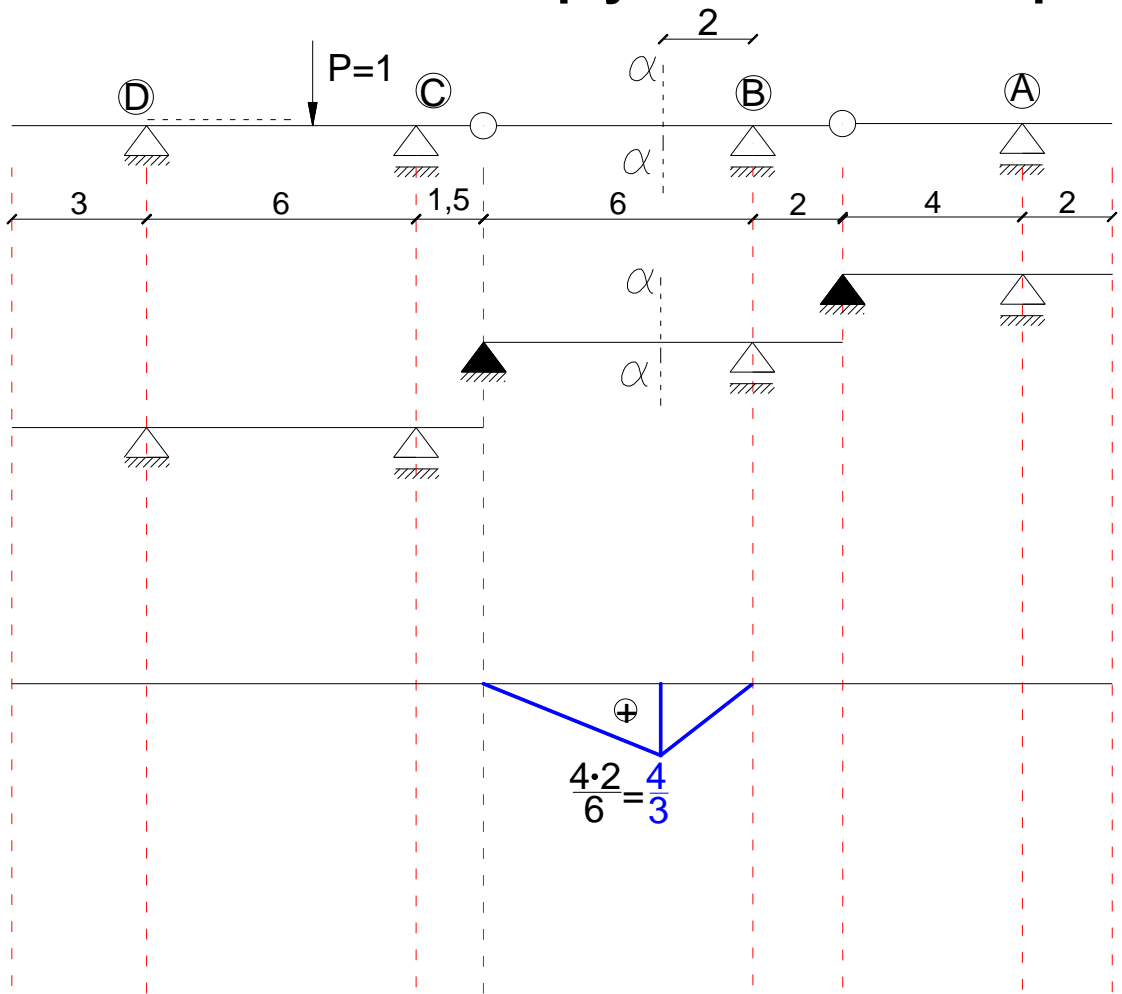
Schemat pracy zadanej belki Gerbera



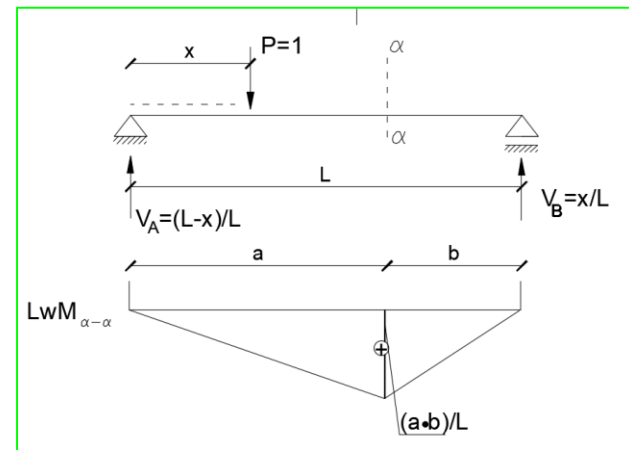
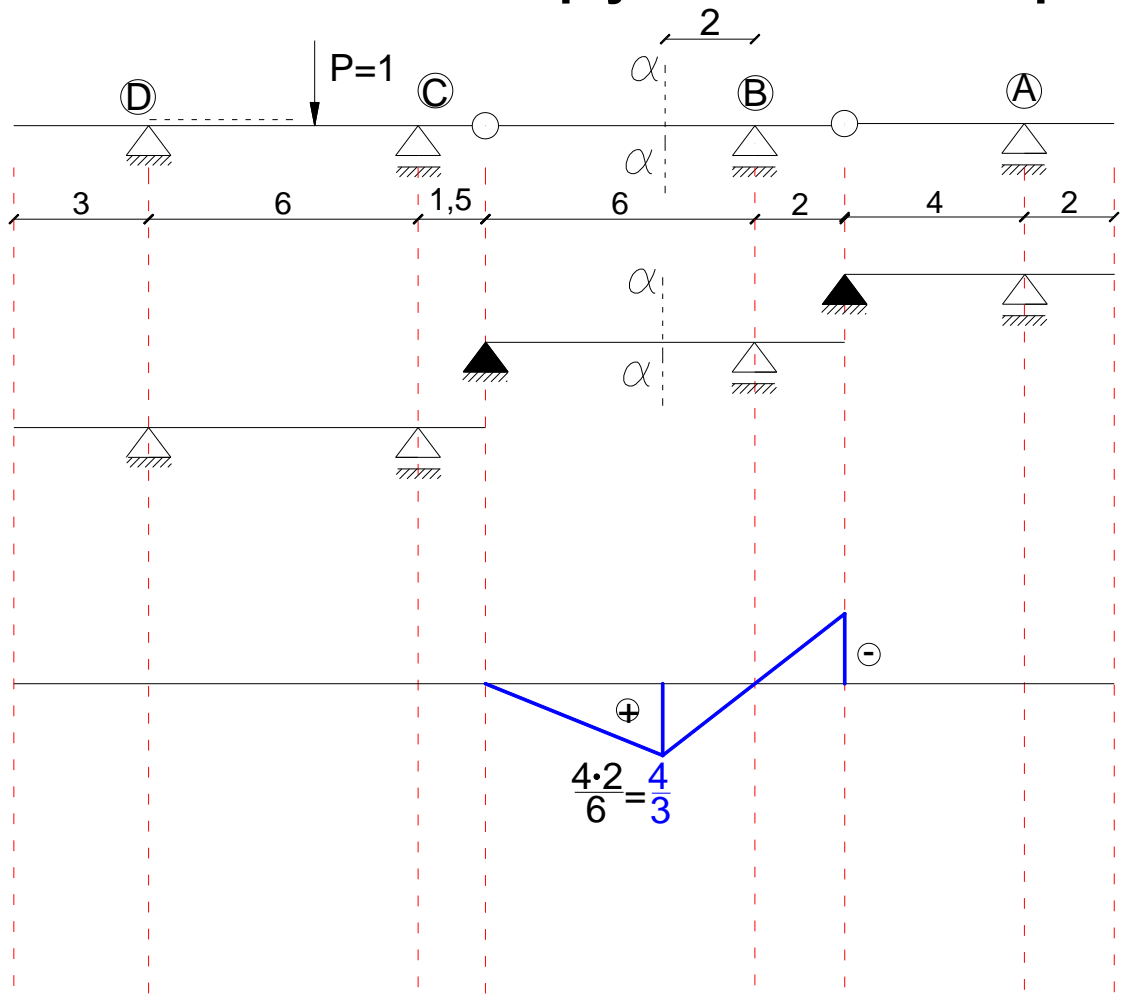
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



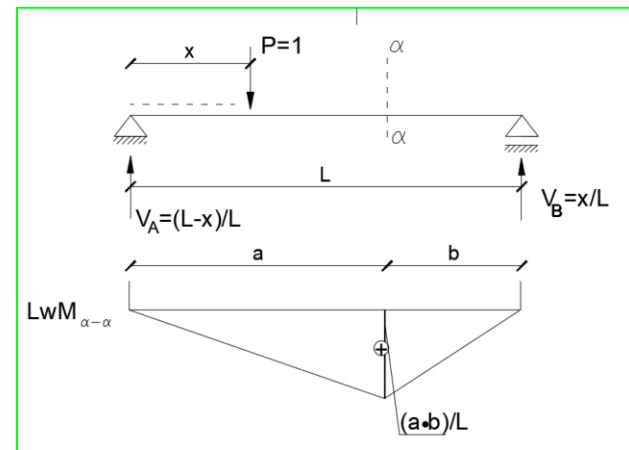
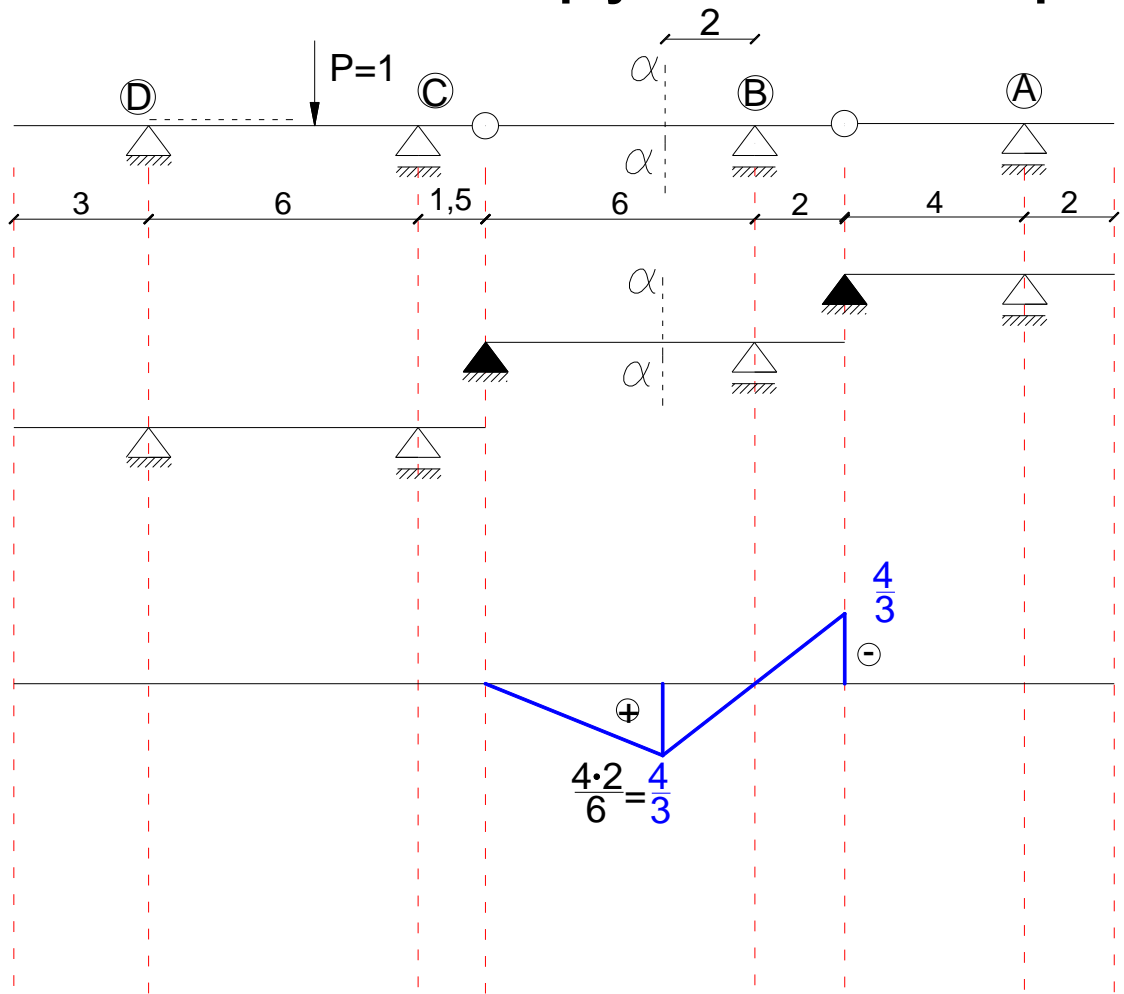
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



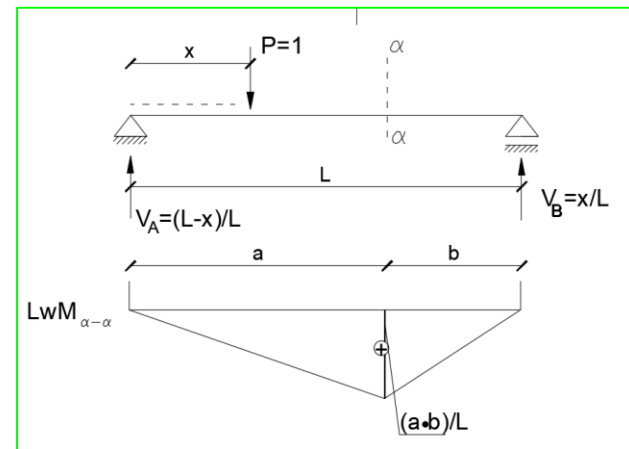
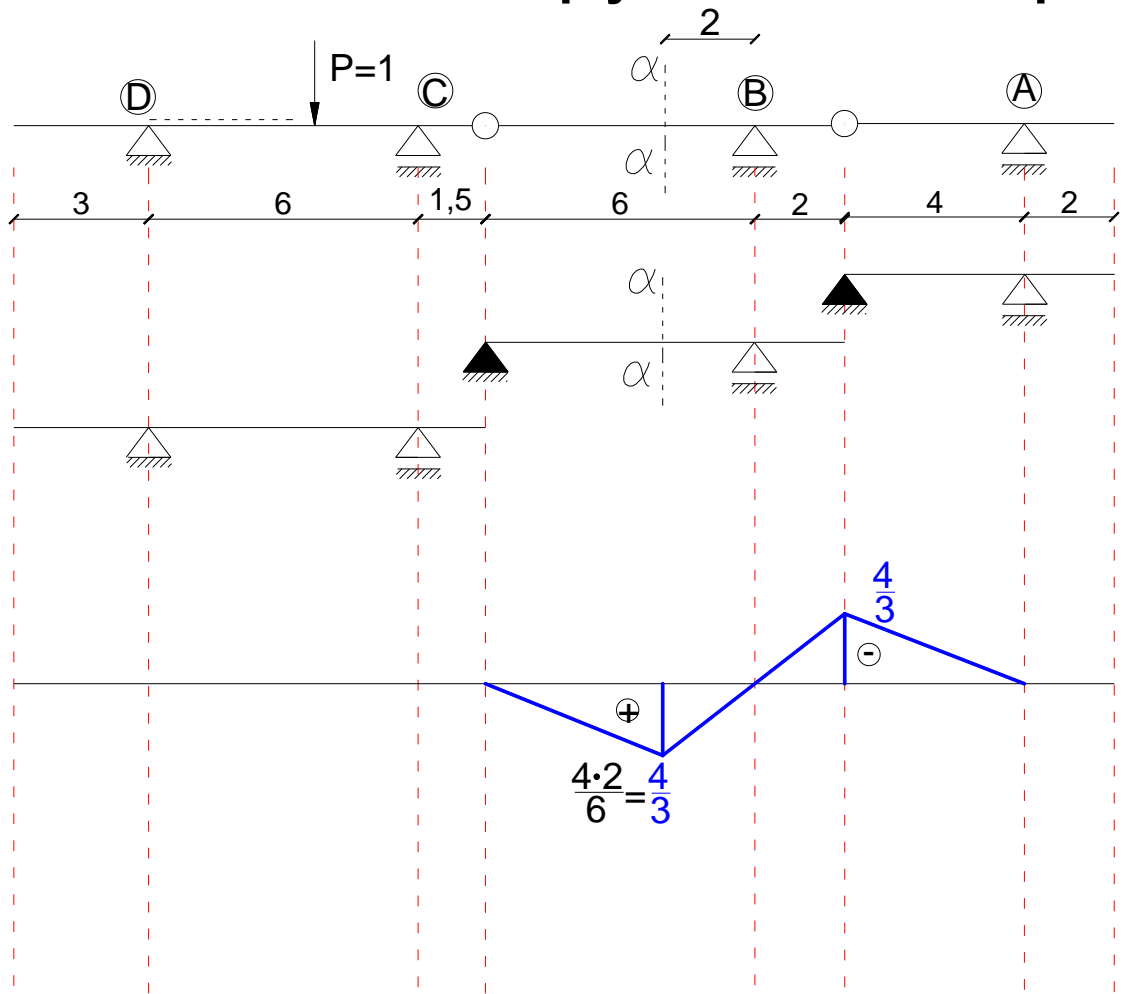
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



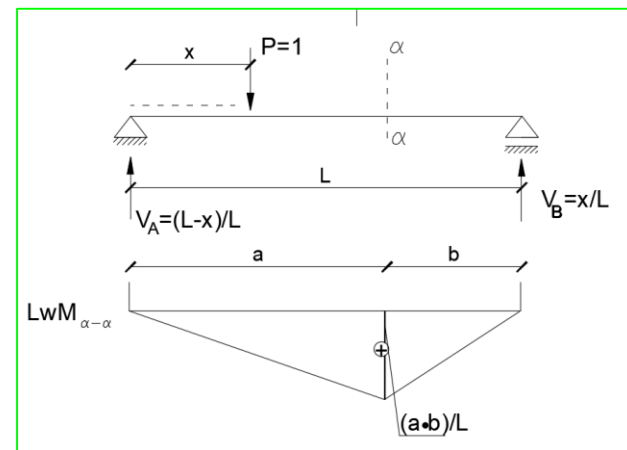
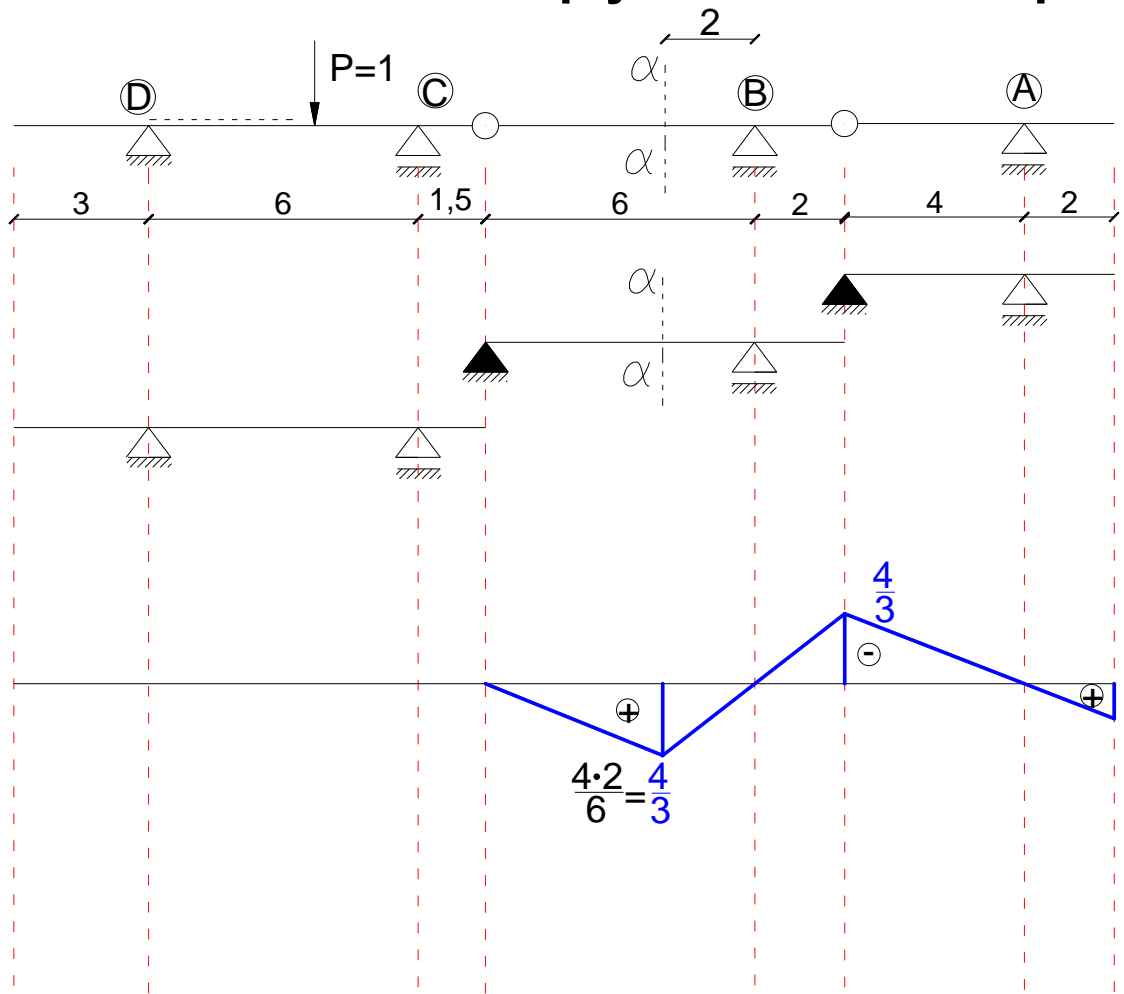
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



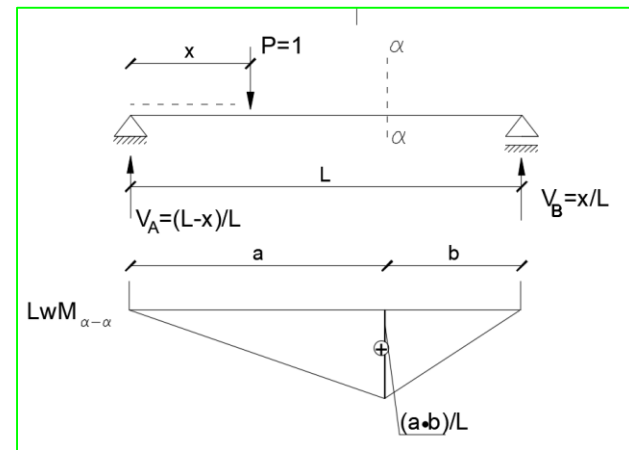
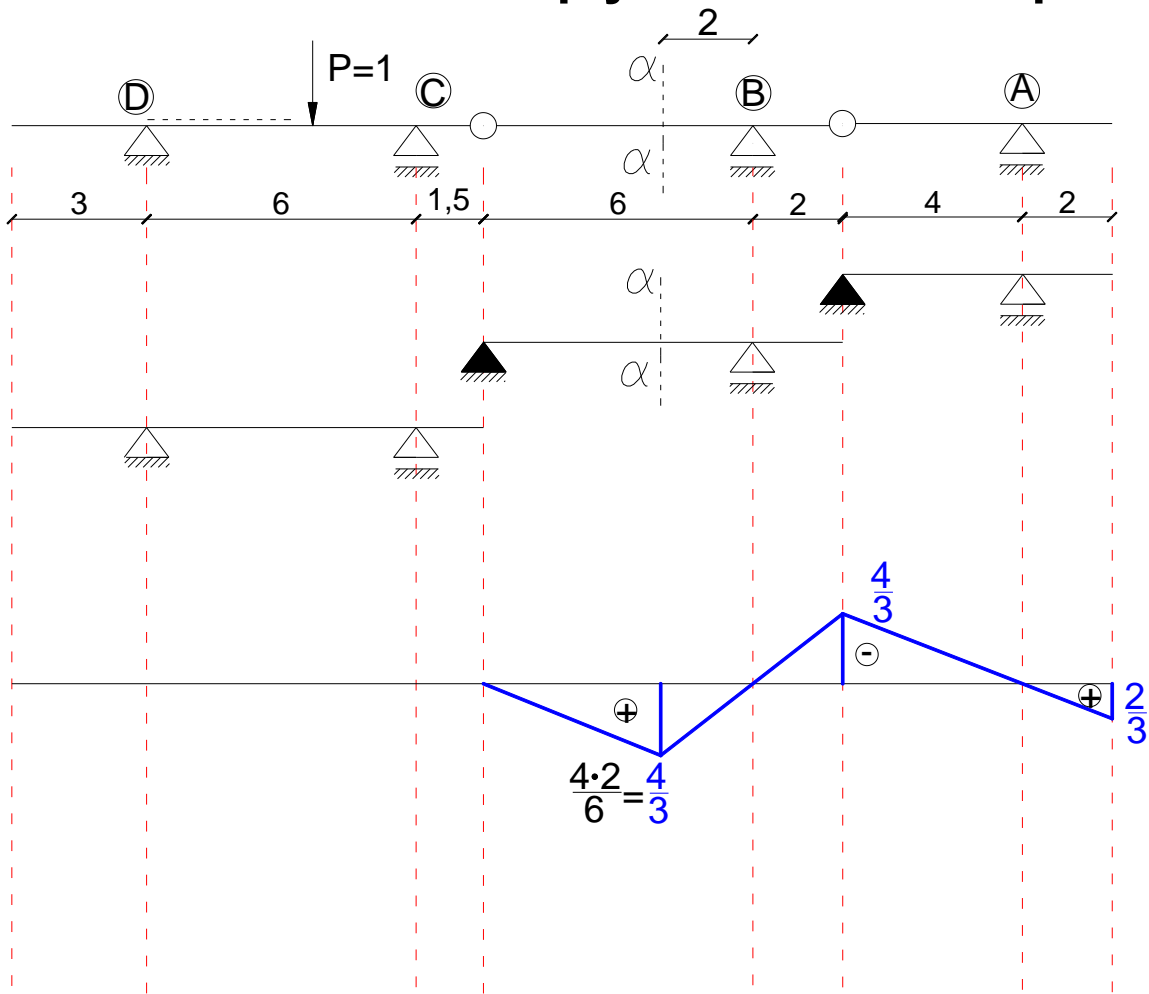
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



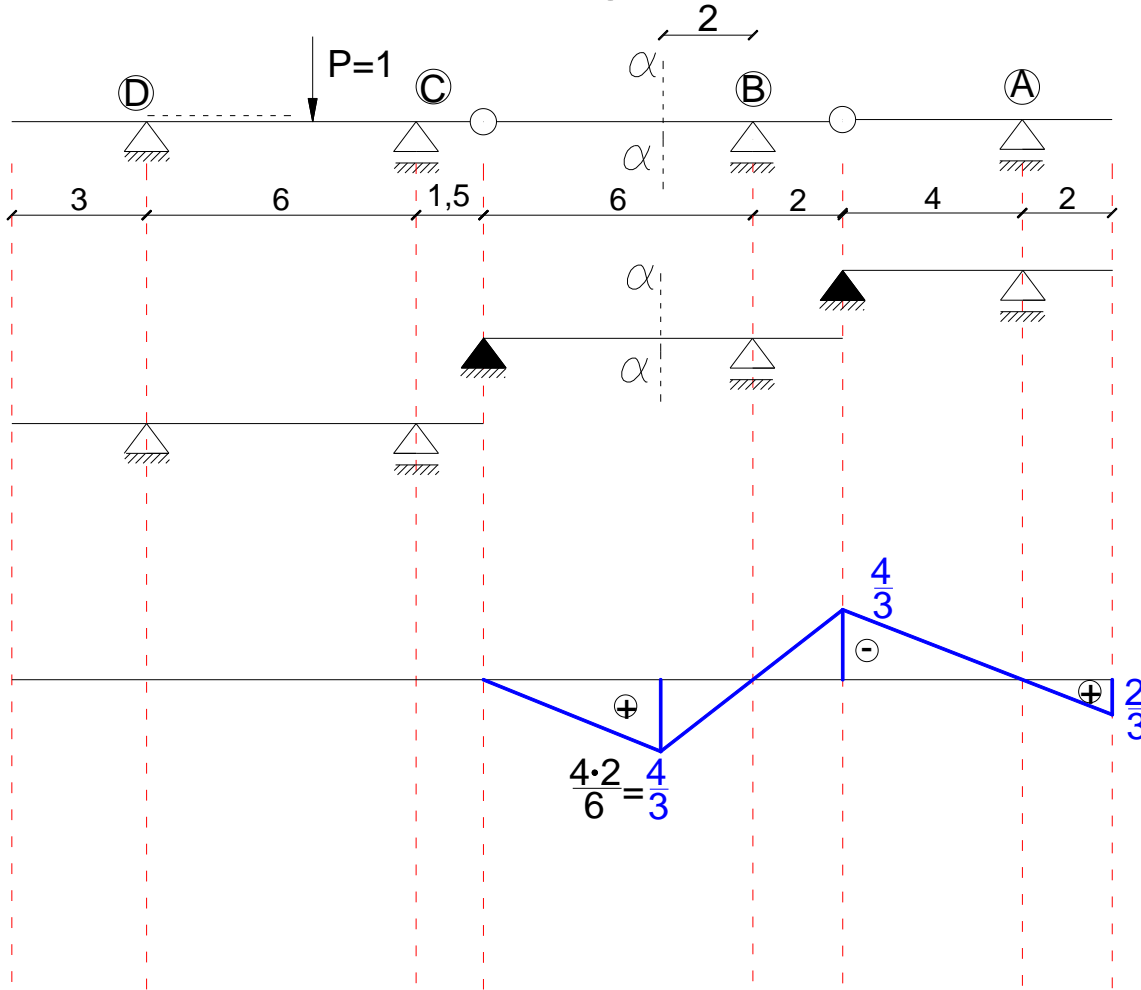
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:

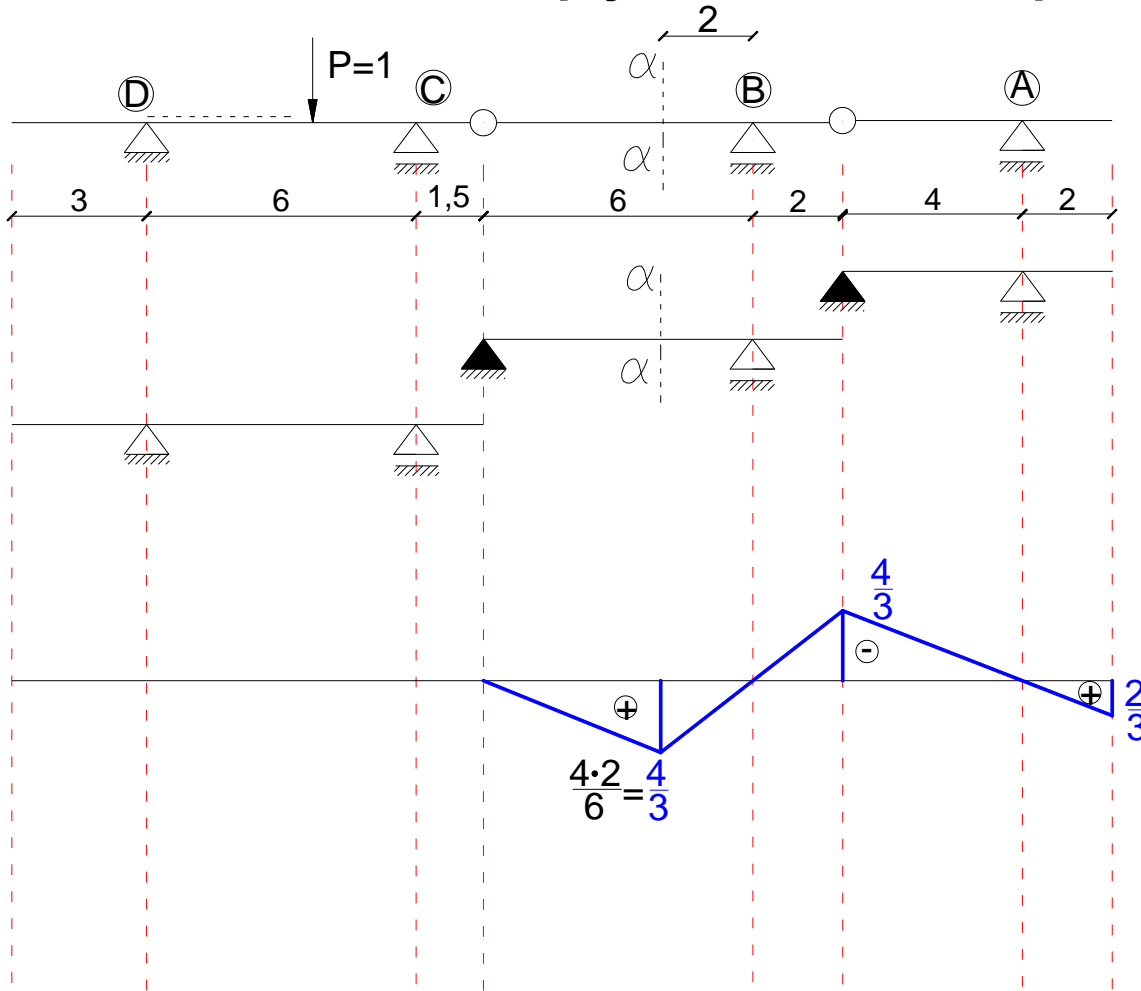


Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



$$P(+)=\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6+\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2=4,67$$

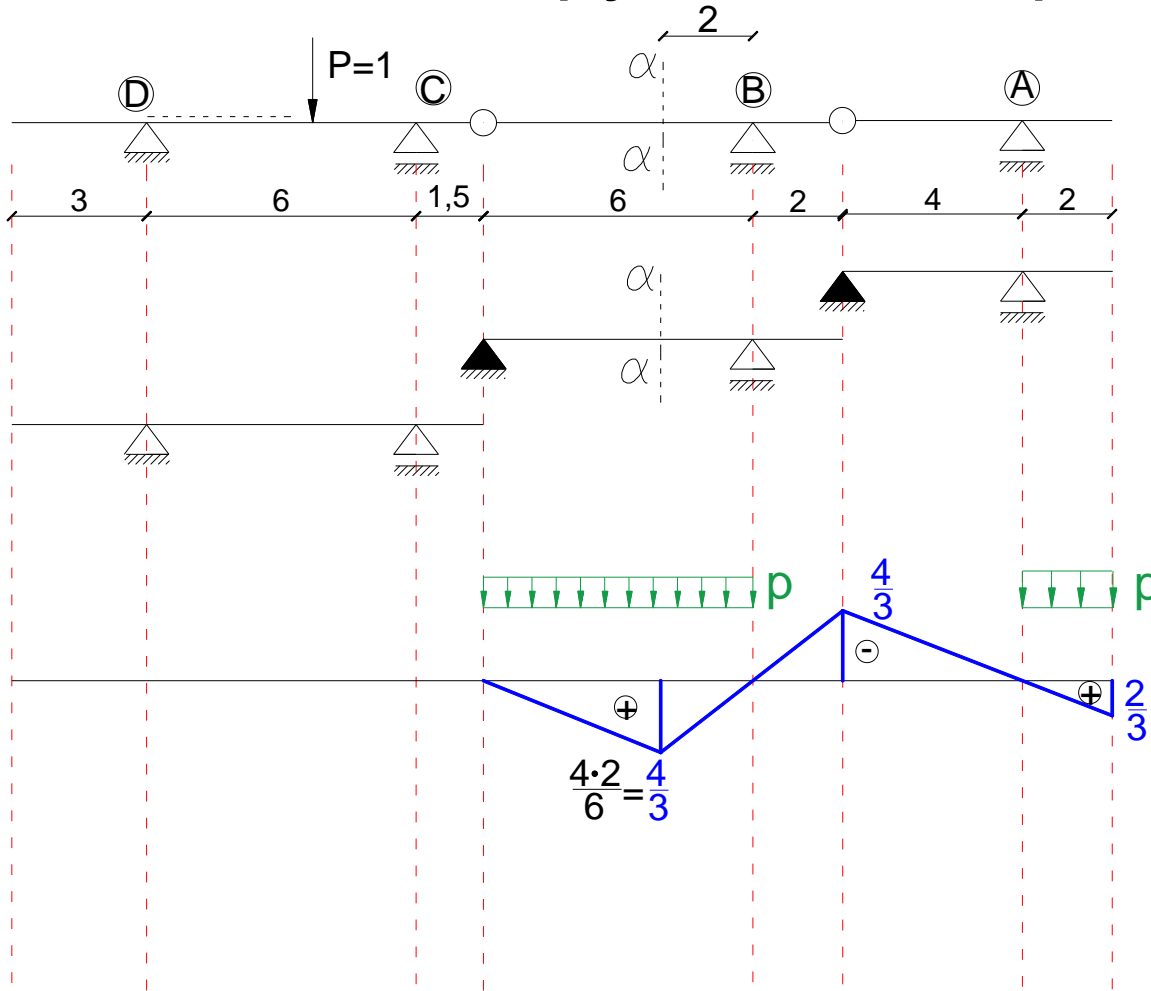
Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha-\alpha$:



$$P(+)=\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6+\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2=4,67$$

$$P(-)=-\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6=-4$$

Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha-\alpha$:

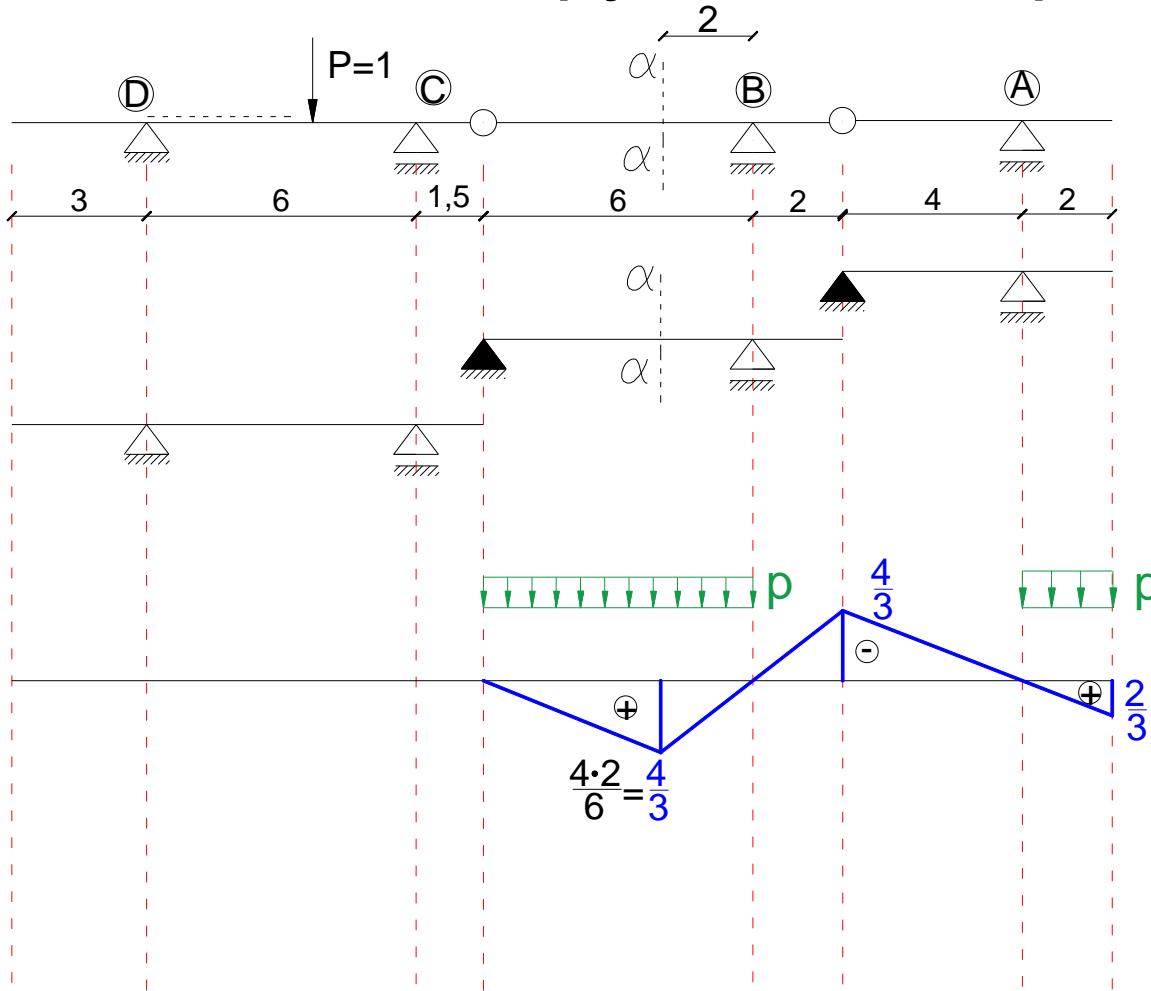


$$P(+)=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 6+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 2=4,67$$

$$P(-)=-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 6=-4$$

$$M_{\alpha-\alpha}^{+max}$$

Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:

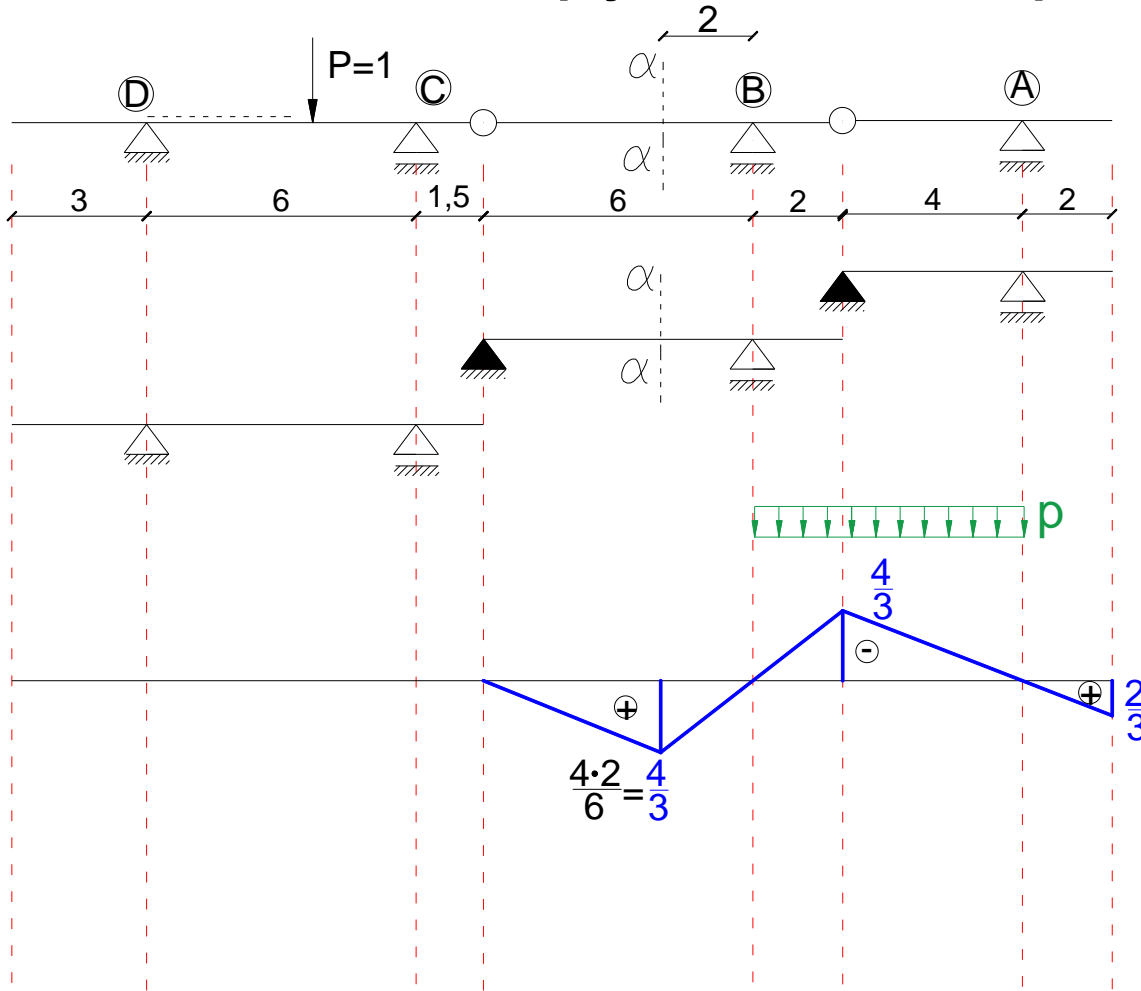


$$P(+)=\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6+\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2=4,67$$

$$P(-)=-\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6=-4$$

$$M_{\alpha-\alpha}^{+max}=8 \cdot 4,67=37,36 \text{ kNm}$$

Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha - \alpha$:



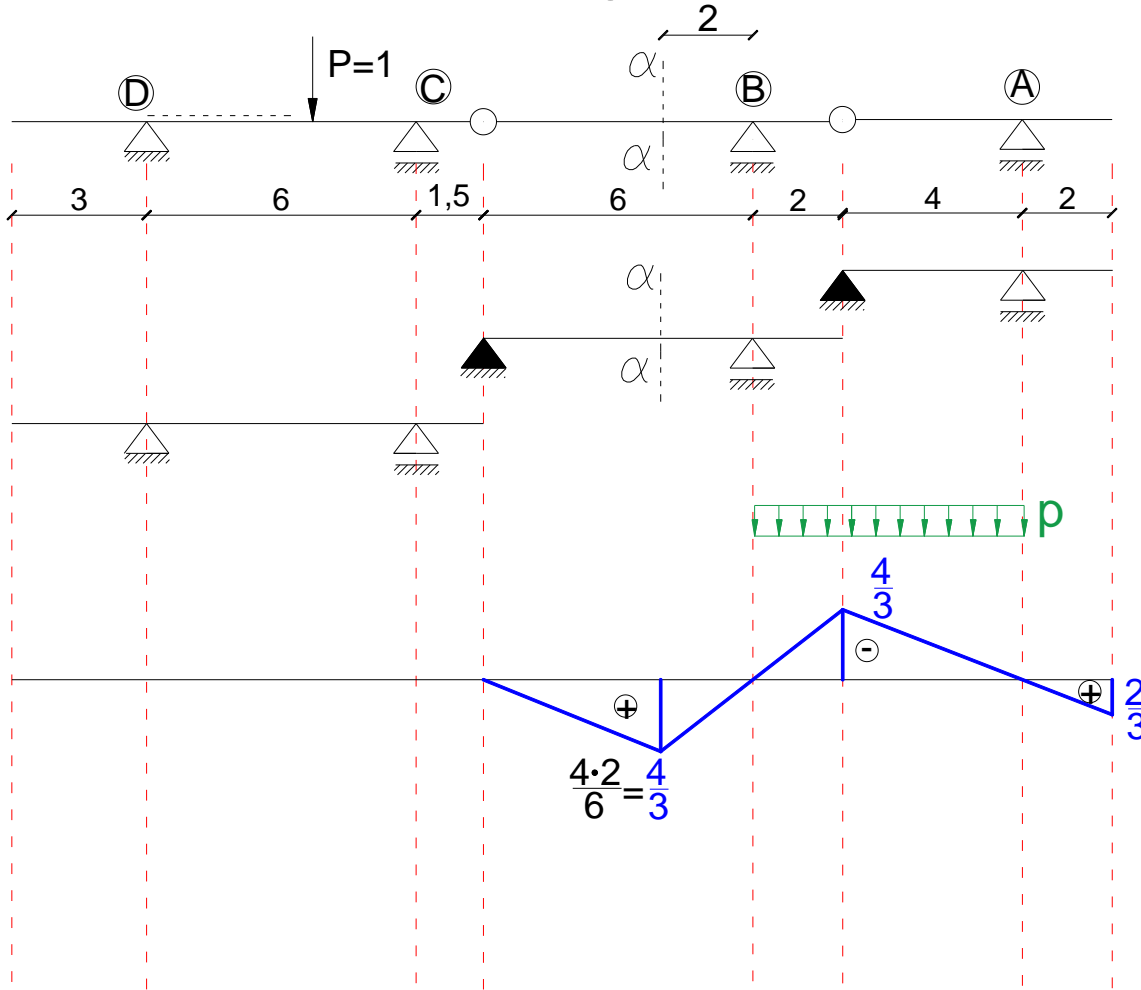
$$P(+)=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 6+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 2=4,67$$

$$P(-)=-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 6=-4$$

$$M_{\alpha-\alpha}^{+max}=8\cdot 4,67=37,36\text{kNm}$$

$$M_{\alpha-\alpha}^{-max}$$

Linia wpływu momentu w przekroju $\alpha-\alpha$:



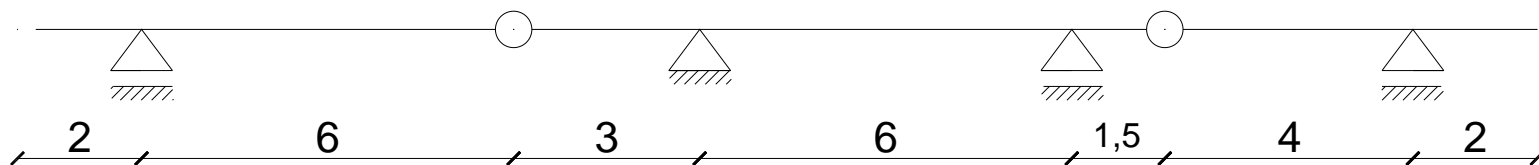
$$P(+)=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 6+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 2=4,67$$

$$P(-)=-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 6=-4$$

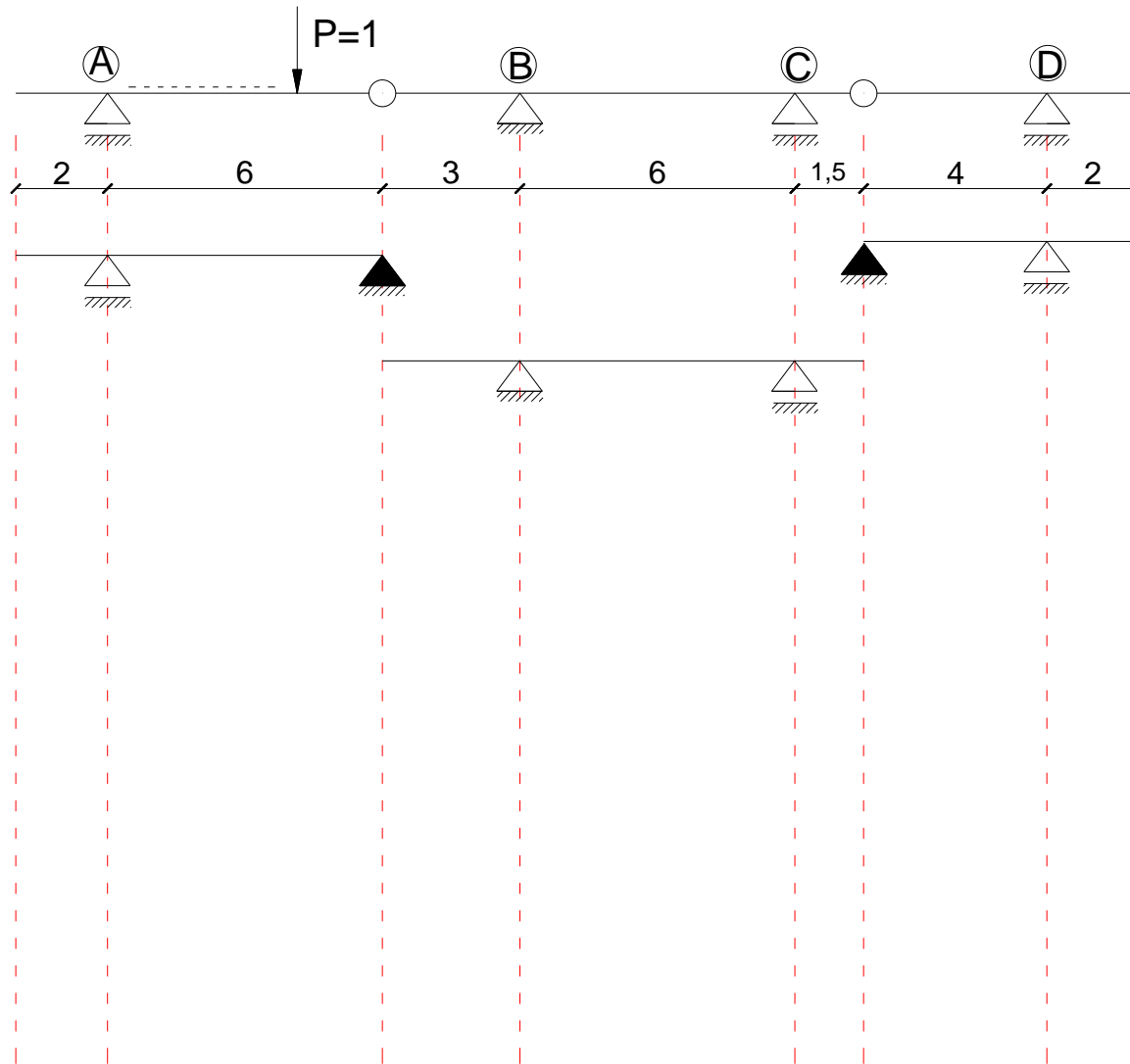
$$M_{\alpha-\alpha}^{+max}=8\cdot 4,67=37,36kNm$$

$$M_{\alpha-\alpha}^{-max}=8\cdot (-4)=-32kNm$$

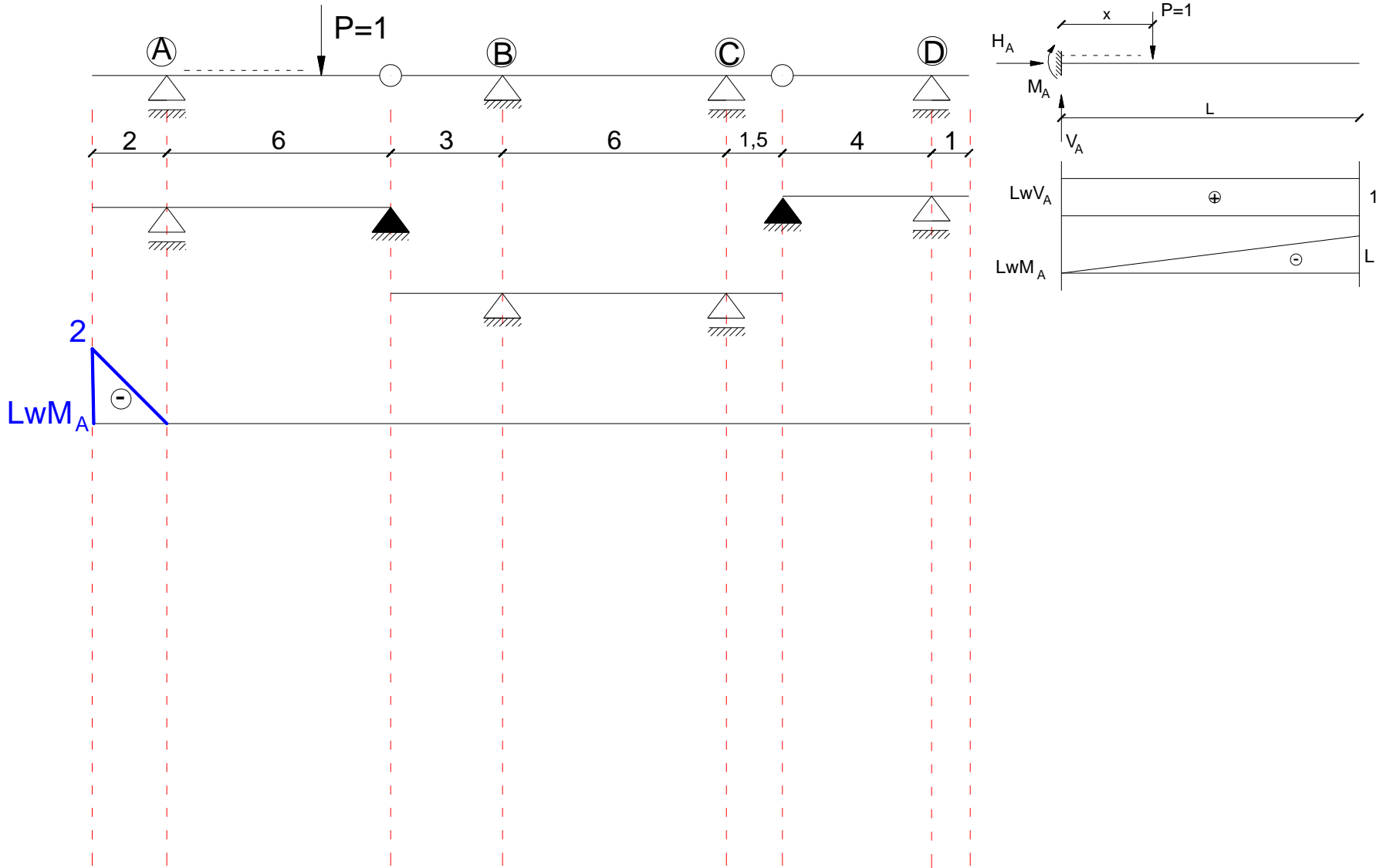
Zadanie 3. Dla przedstawionej belki wyznaczyć maksymalną wartość momentu podporowego od obciążenia stałego $q=2\text{kN/m}$ i użytkowego $p=8\text{kN/m}$.



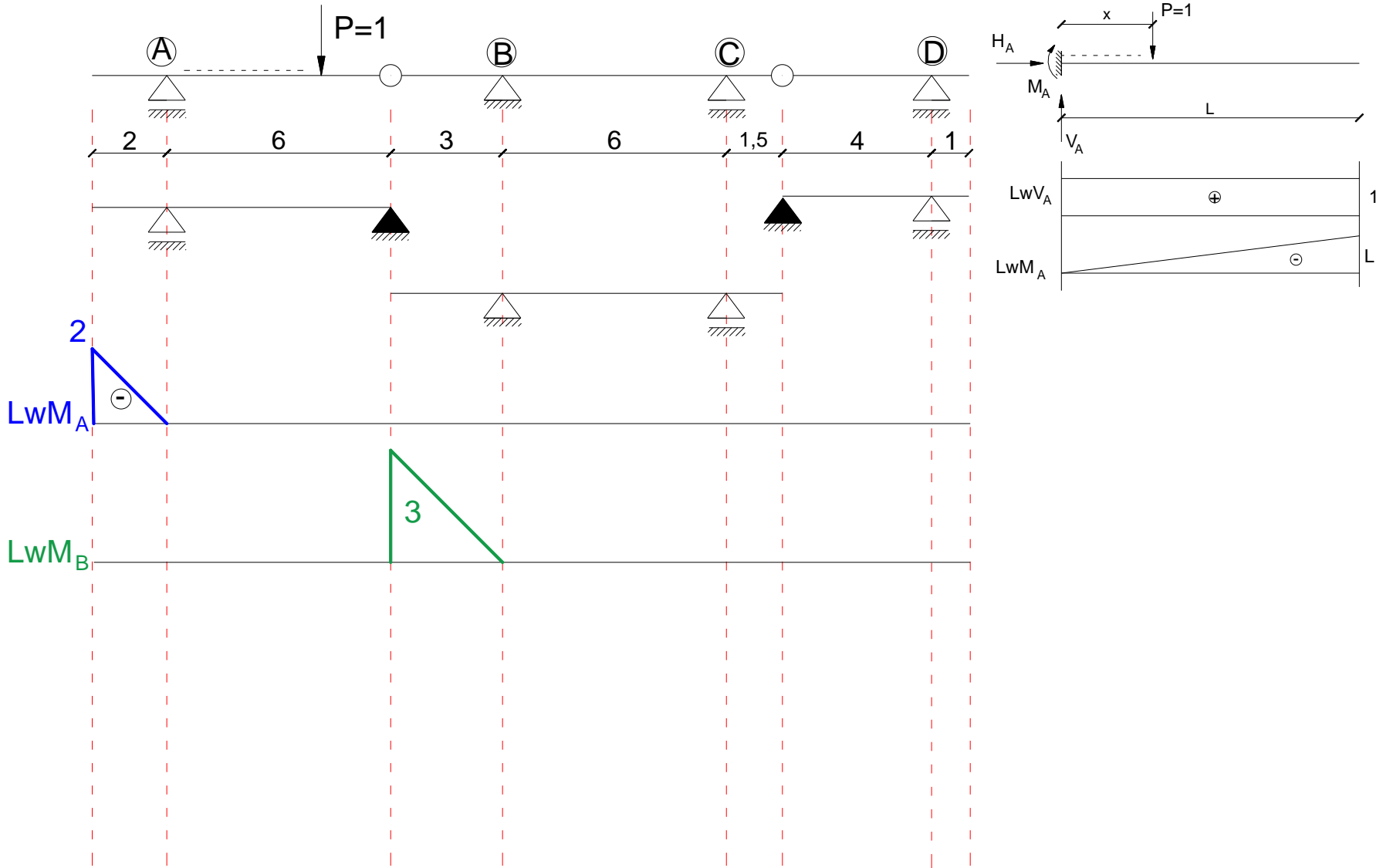
Schemat pracy zadanej belki Gerbera



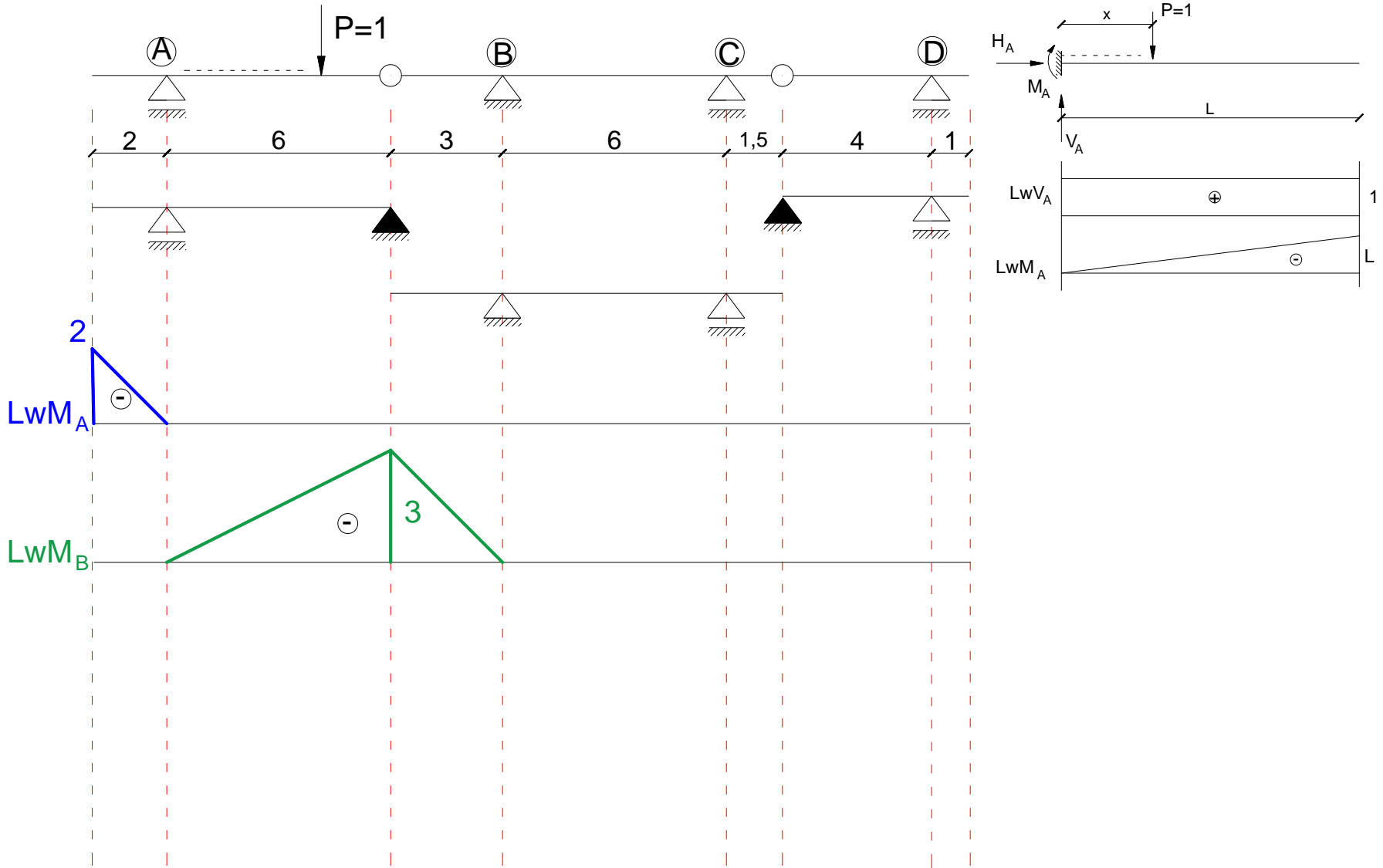
Linie wpływu momentów podporowych



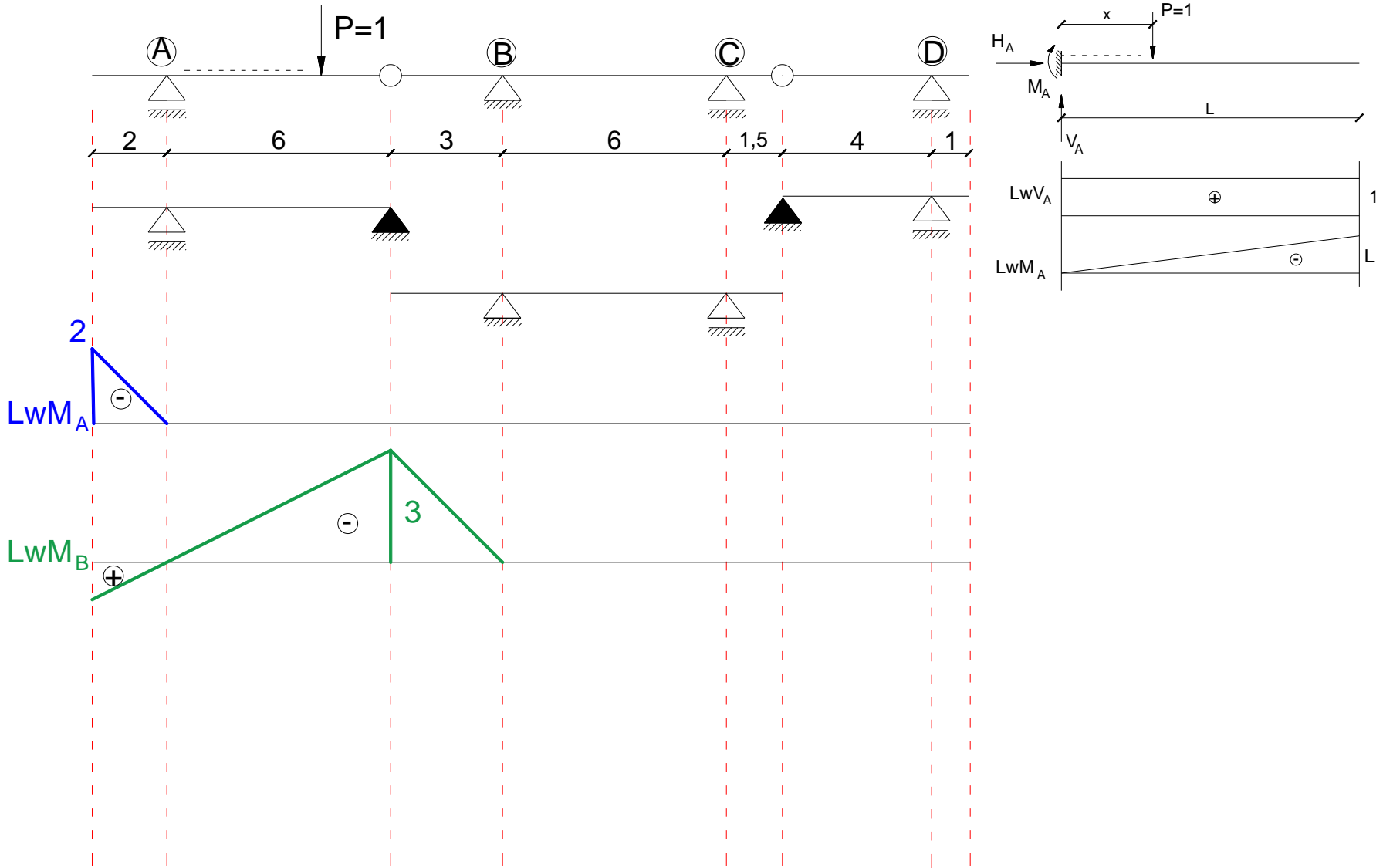
Linie wpływu momentów podporowych



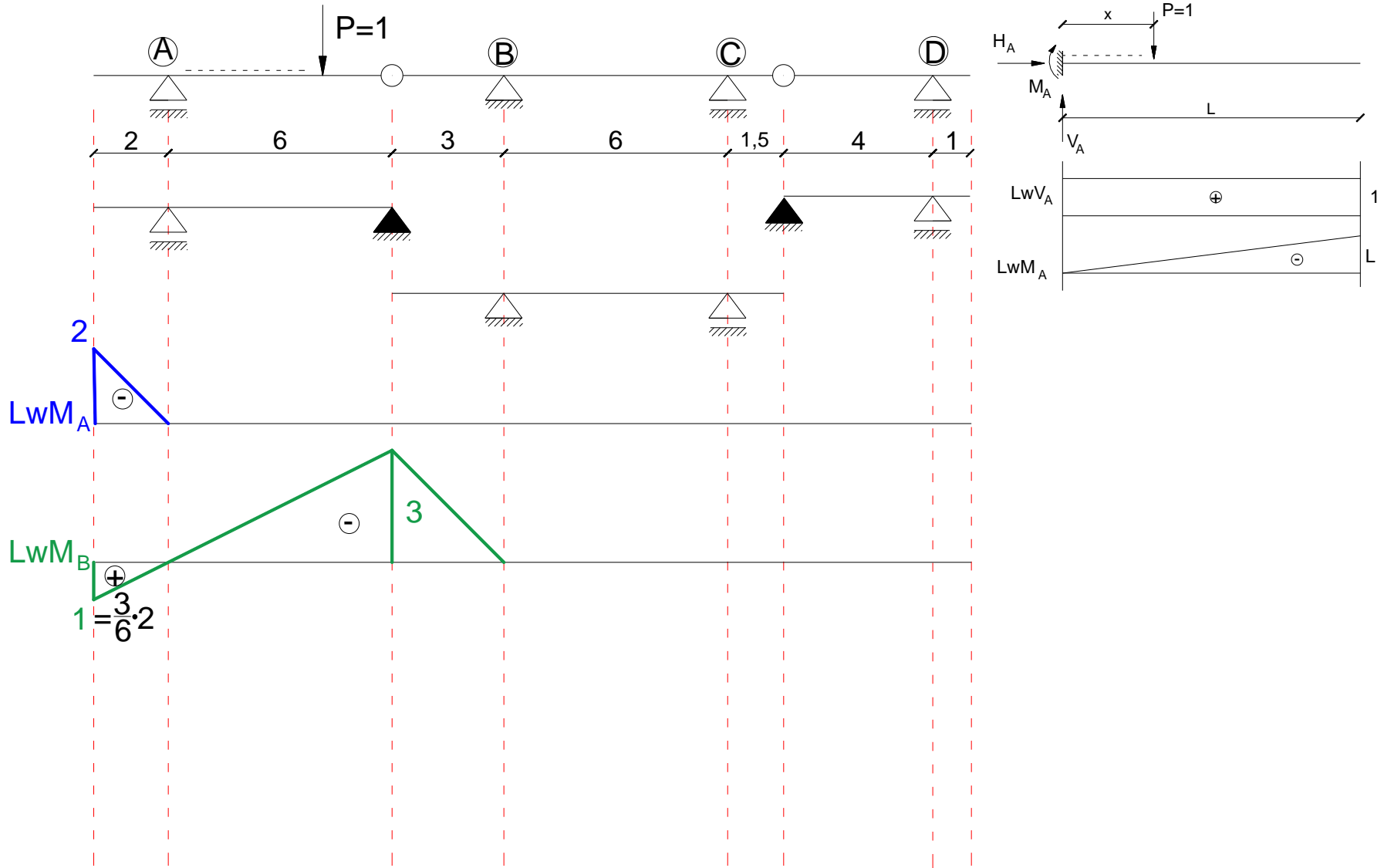
Linie wpływu momentów podporowych



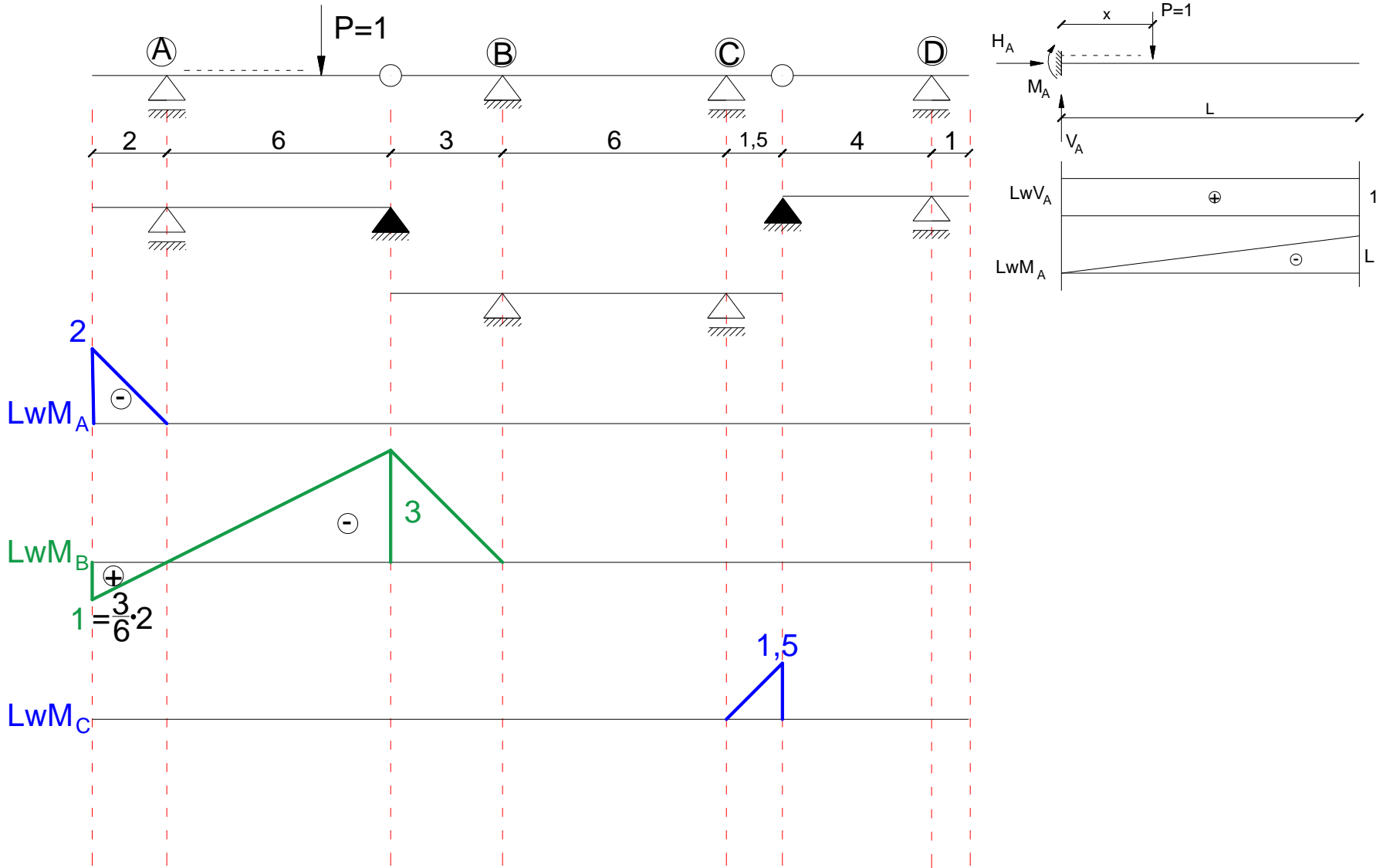
Linie wpływu momentów podporowych



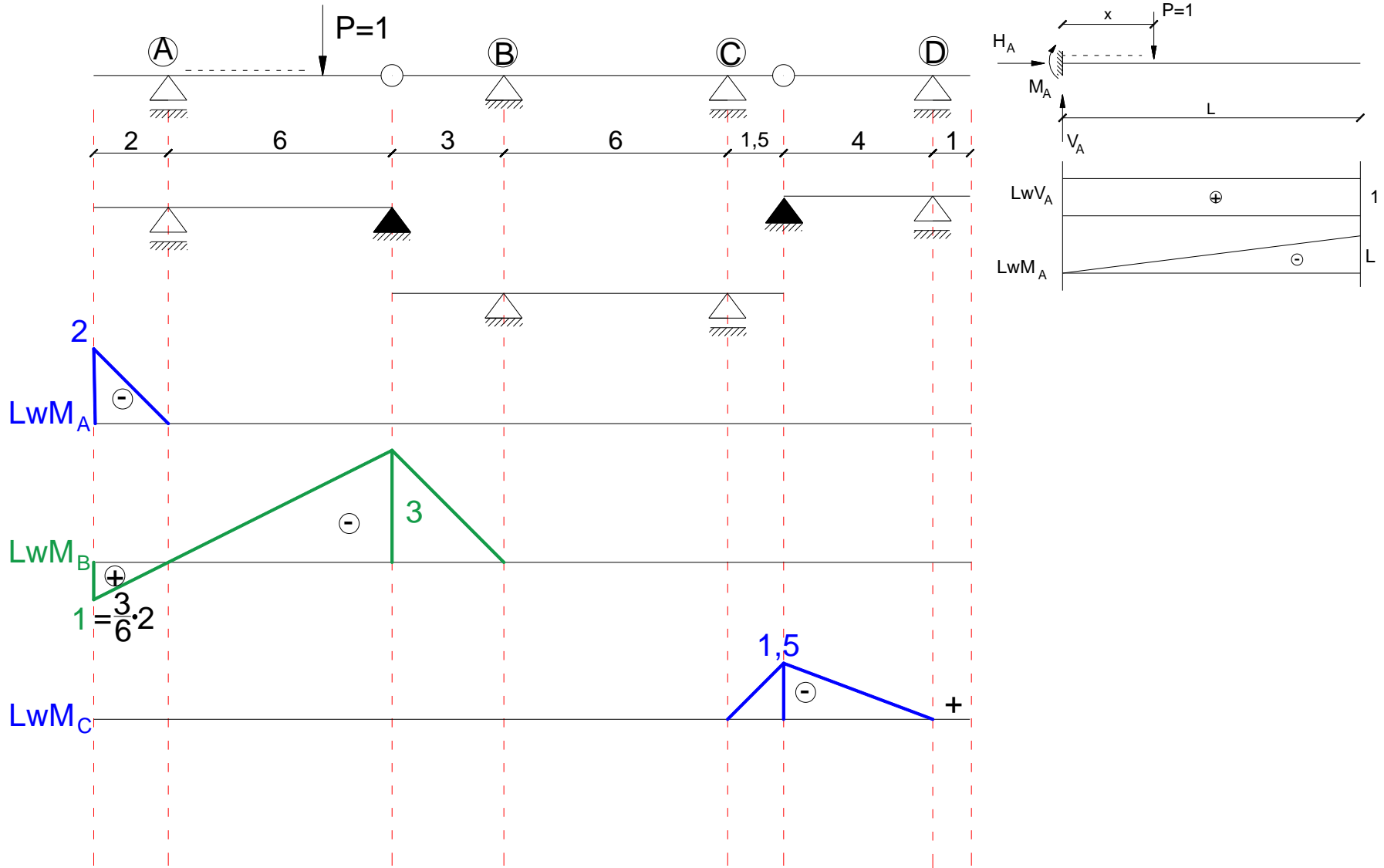
Linie wpływu momentów podporowych



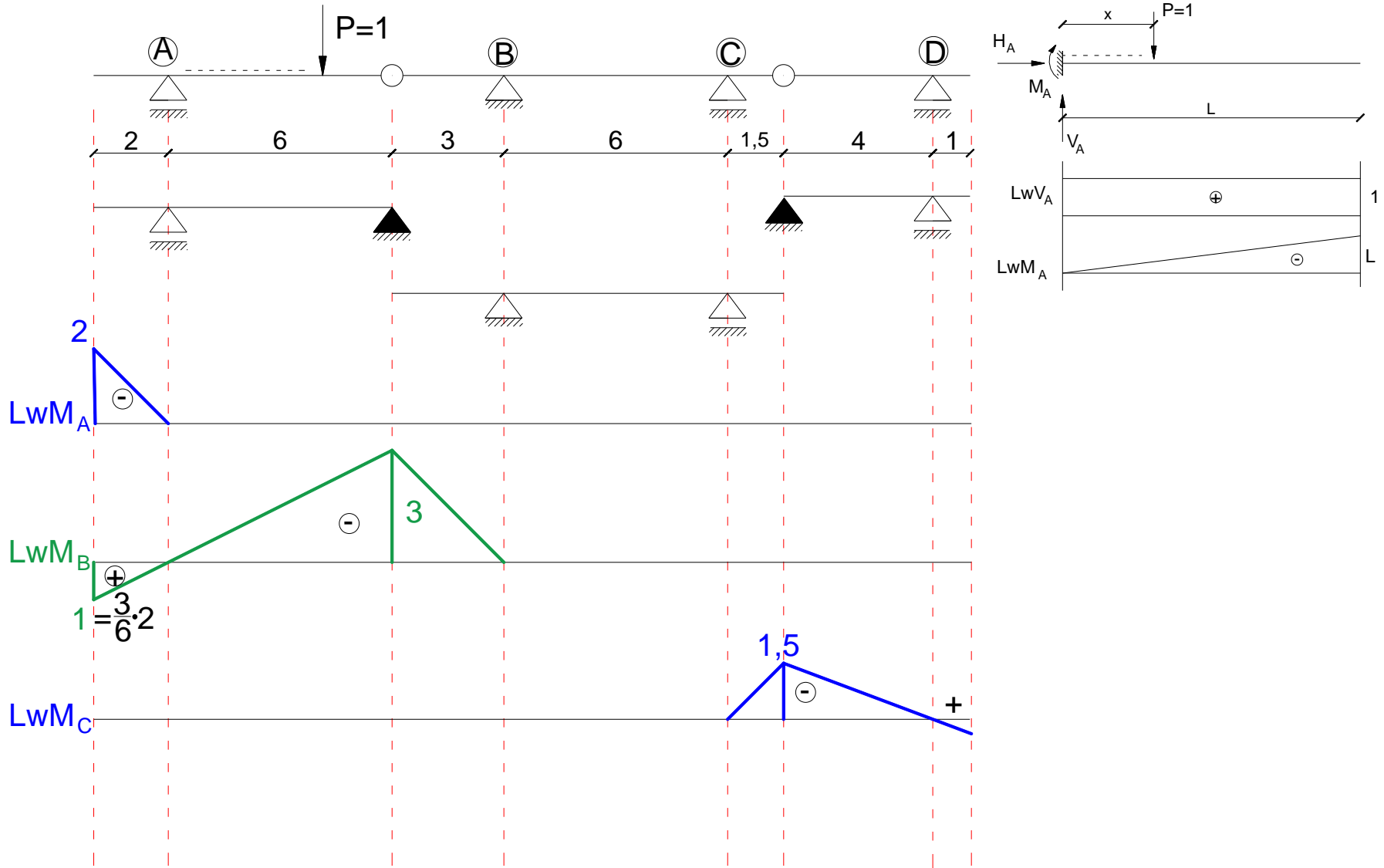
Linie wpływu momentów podporowych



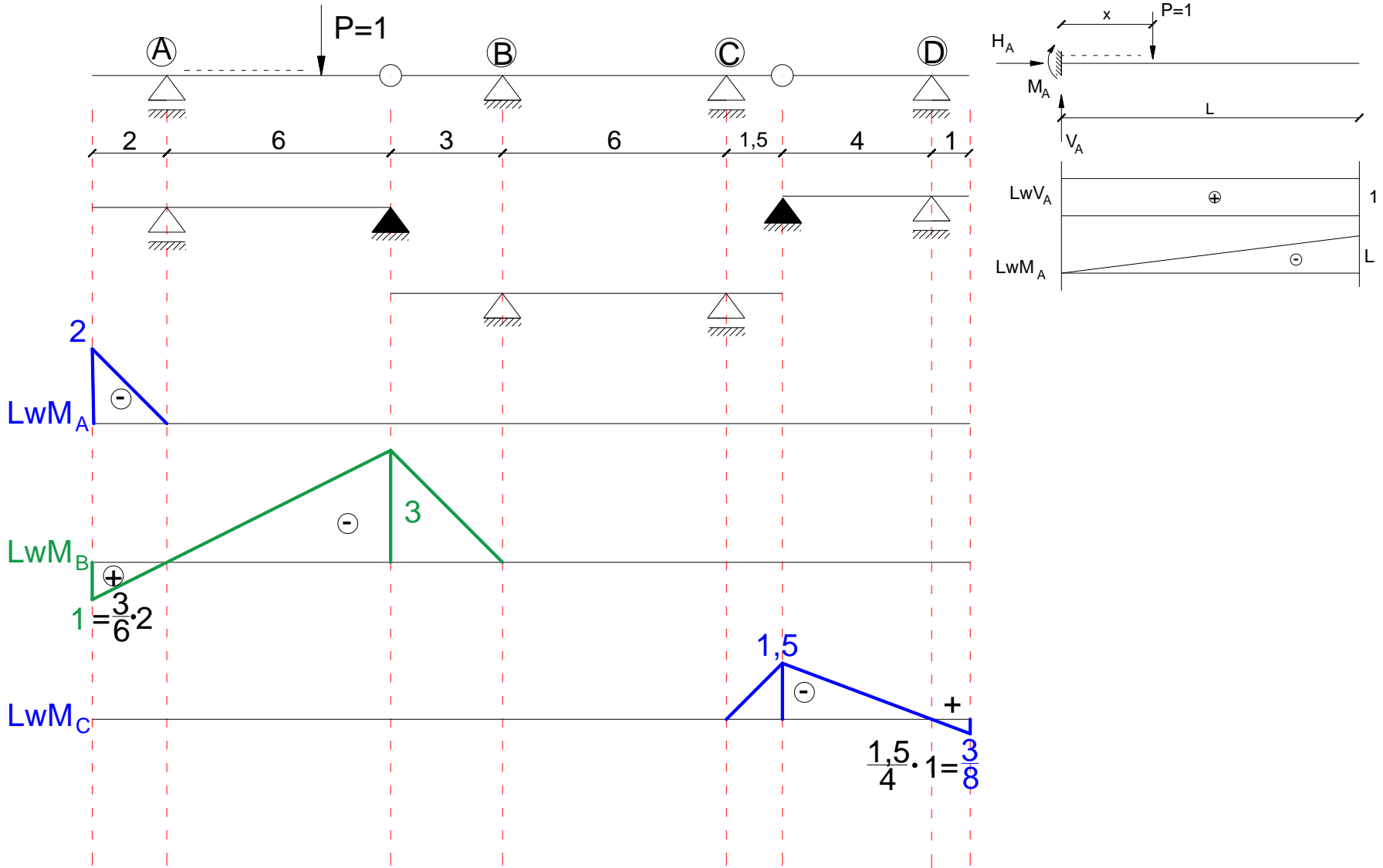
Linie wpływu momentów podporowych



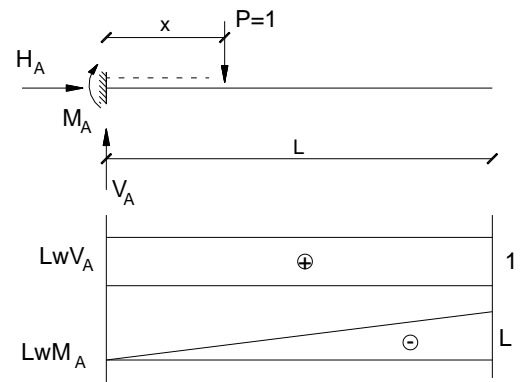
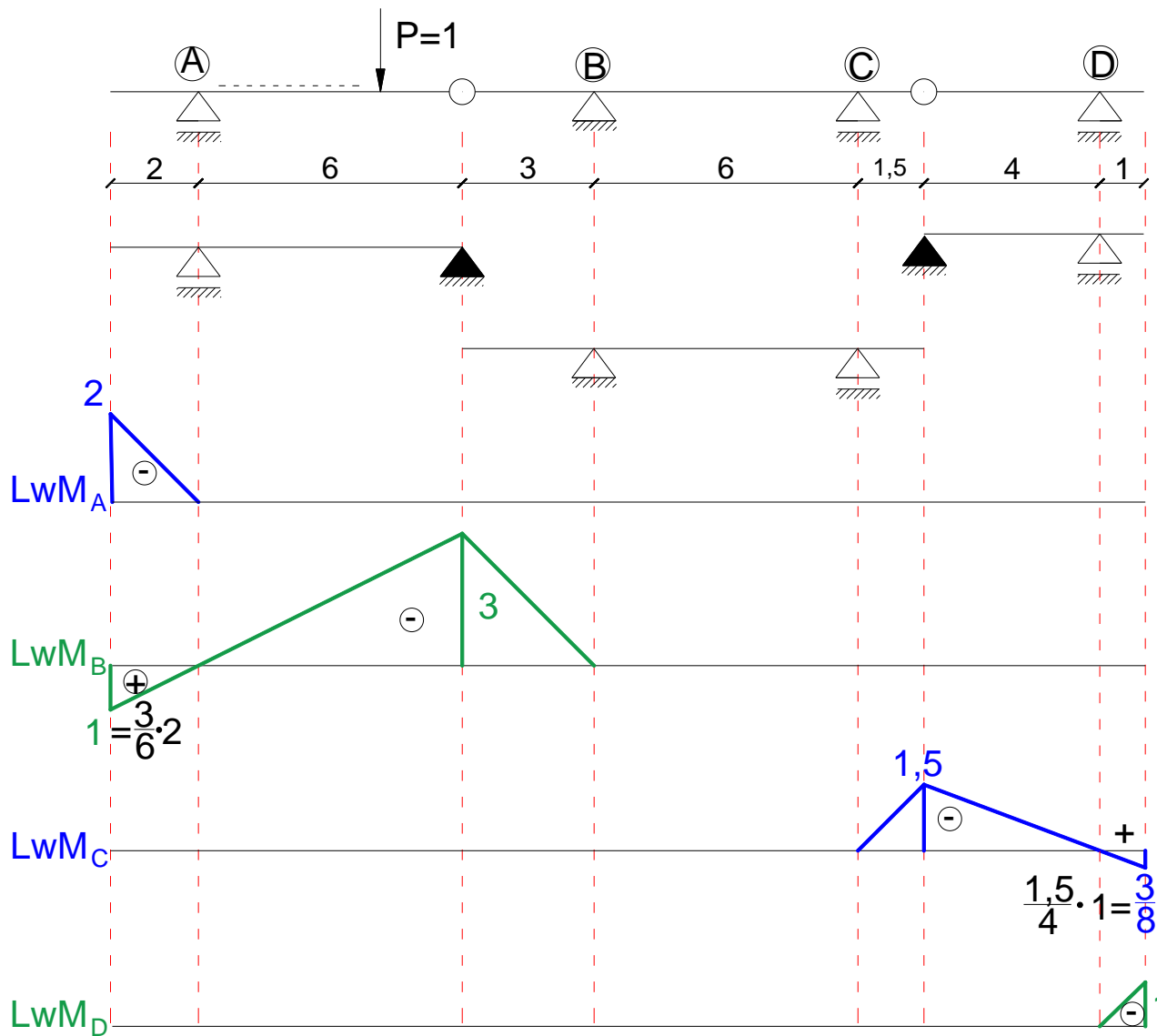
Linie wpływu momentów podporowych



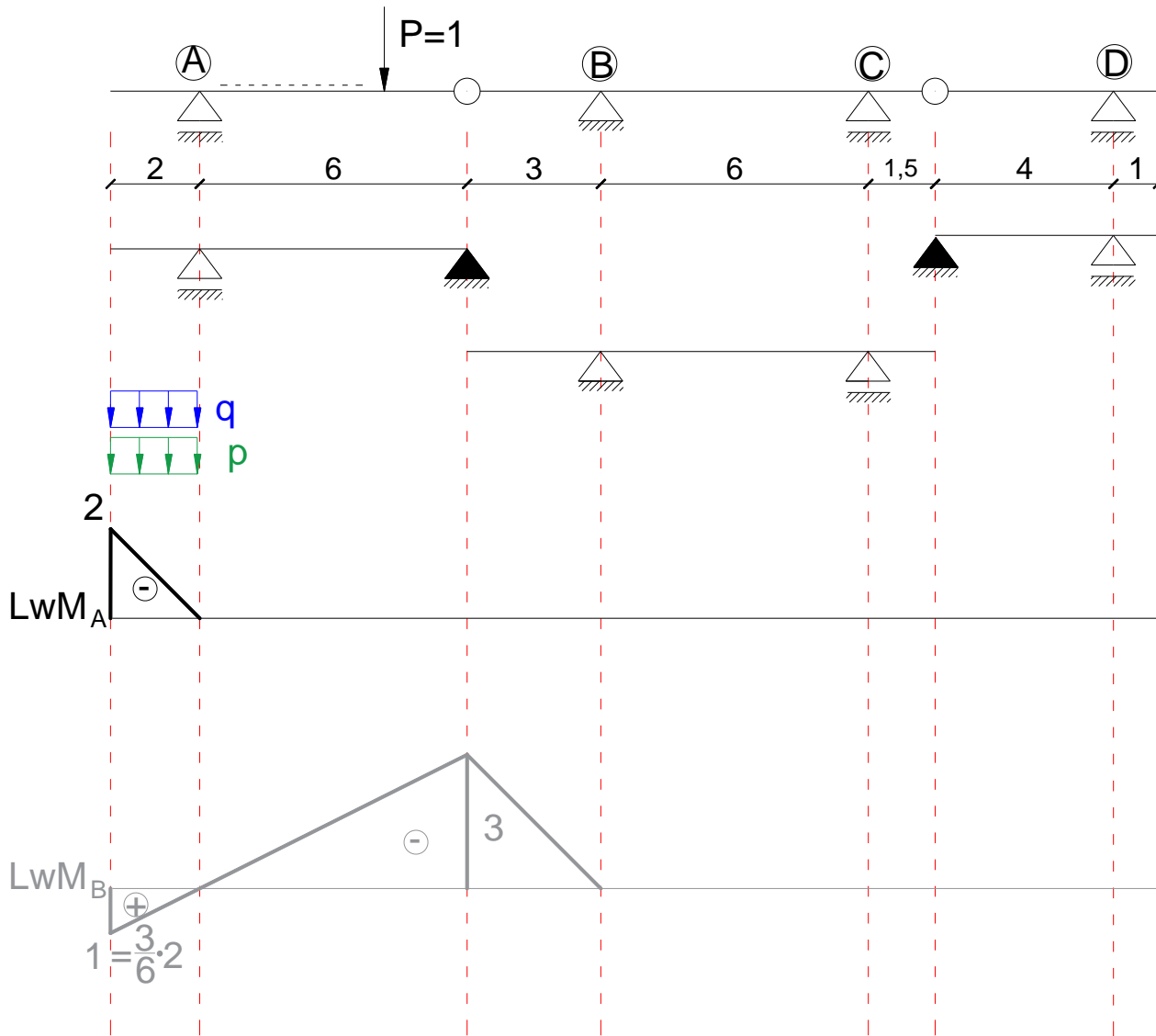
Linie wpływu momentów podporowych



Linie wpływu momentów podporowych



Maksymalne wartości momentów podporowych:



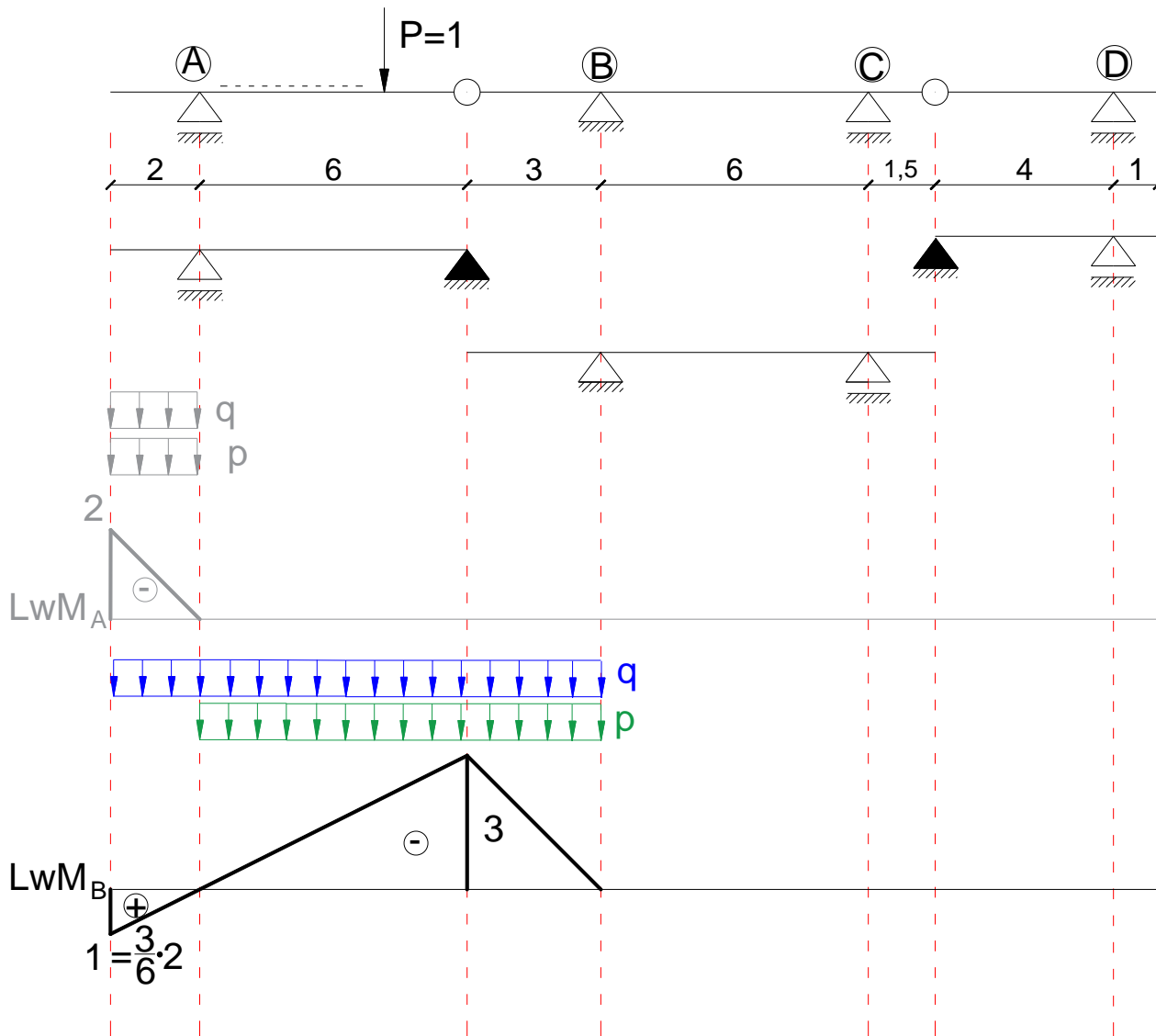
LwM_A:

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = -2$$

$$P(+) = 0$$

$$M_{Amax} = 2 \cdot (-2 + 0) + 8 \cdot (-2) = -20 \text{ kNm}$$

Maksymalne wartości momentów podporowych:



LwM_A :

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = -2$$

$$P(+) = 0$$

$$M_{Amax} = 2 \cdot (-2 + 0) + 8 \cdot (-2) = -20 \text{ kNm}$$

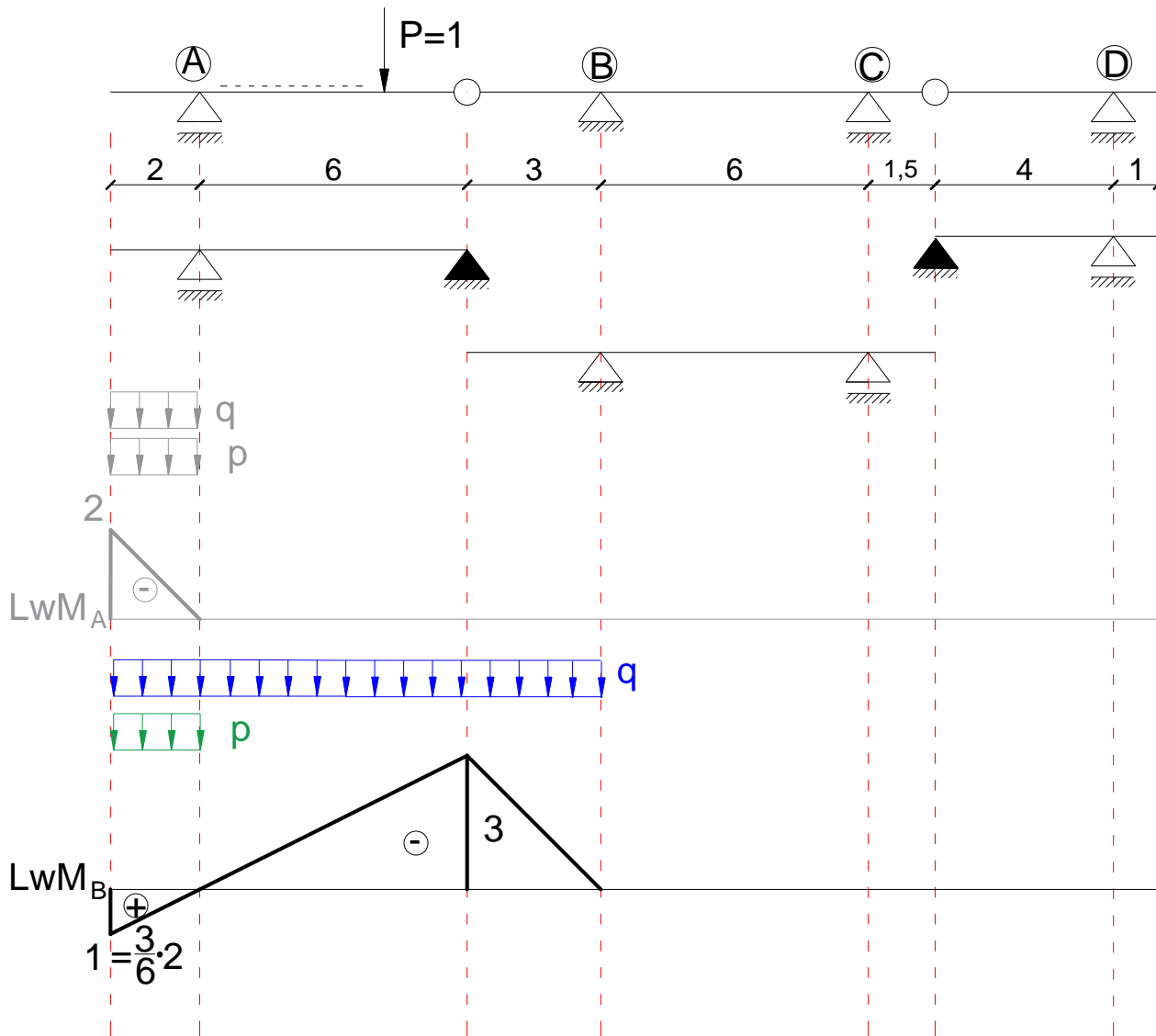
LwM_B :

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (6 + 3) = -13,5$$

$$P(+) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

$$M_{Bmax}^- = 2 \cdot (-13,5 + 1) + 8 \cdot (-13,5) = -133 \text{ kNm}$$

Maksymalne wartości momentów podporowych:



LwM_A :

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = -2$$

$$P(+)=0$$

$$M_{Amax}^- = 2 \cdot (-2 + 0) + 8 \cdot (-2) = -20kNm$$

LwM_B :

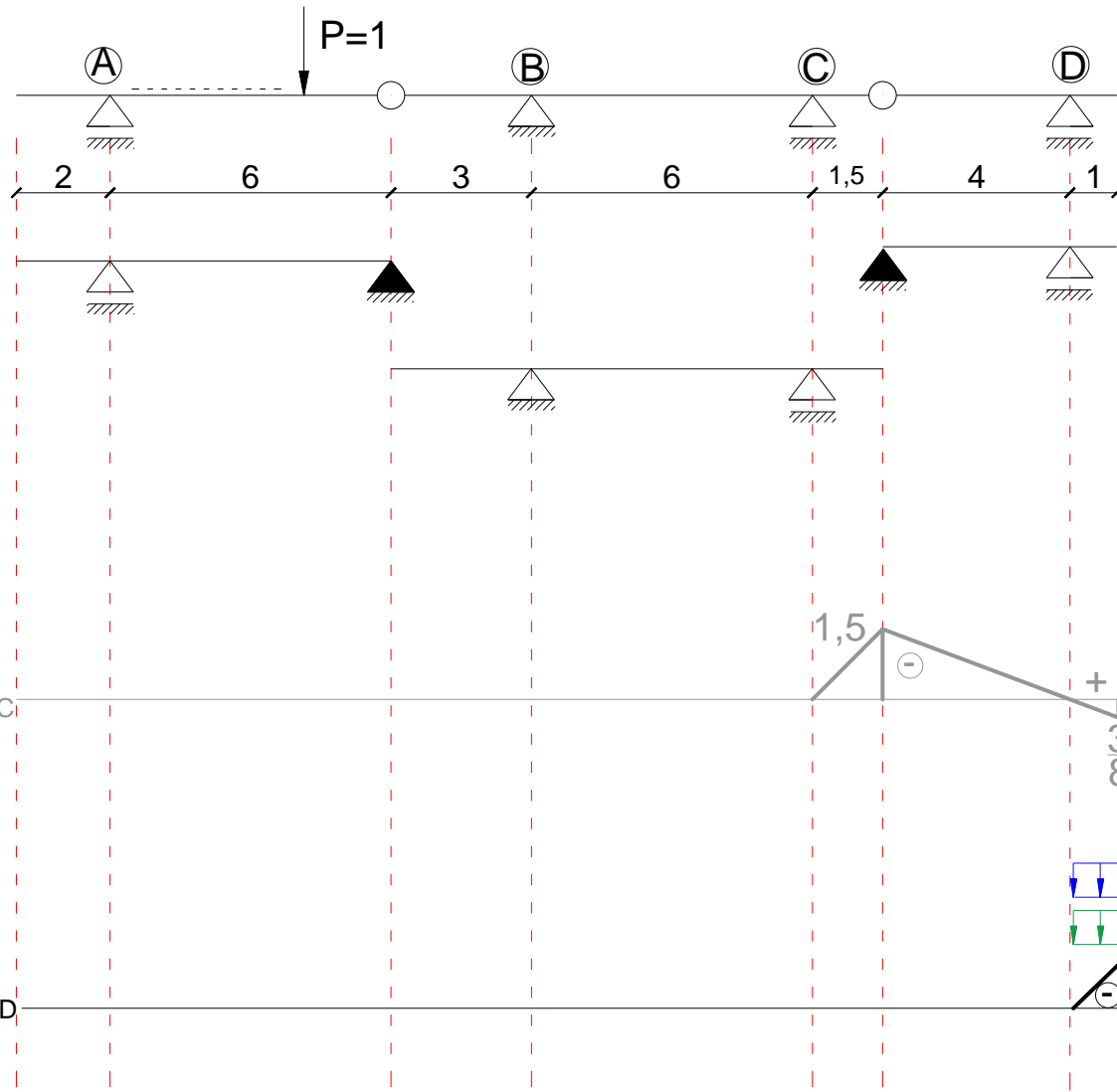
$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (6 + 3) = -13,5$$

$$P(+)=\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

$$M_{Bmax}^- = 2 \cdot (-13,5 + 1) + 8 \cdot (-13,5) = -133kNm$$

$$M_{Bmax}^+ = 2 \cdot (-13,5 + 1) + 8 \cdot (1) = -17kNm = M_{Bmin}^-$$

Maksymalne wartości momentów podporowych:



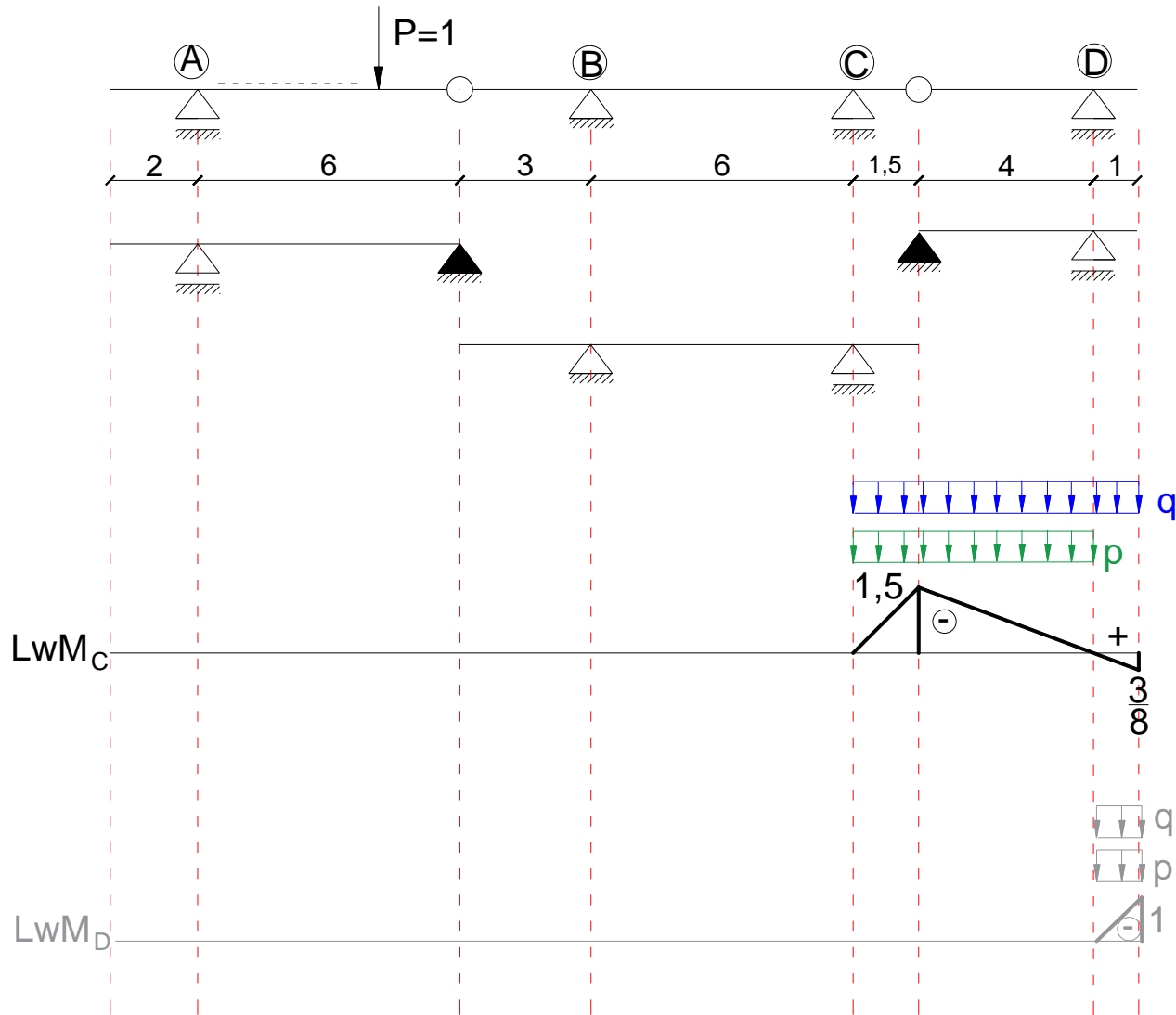
LwM_D:

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = -0,5$$

$$P(+) = 0$$

$$M_{Dmax}^- = 2 \cdot (-0,5 + 0) + 8 \cdot (-0,5) = -5 \text{ kNm}$$

Maksymalne wartości momentów podporowych:



LwM_D :

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = -0,5$$

$$P(+) = 0$$

$$M_{Dmax}^- = 2 \cdot (-0,5 + 0) + 8 \cdot (-0,5) = -5kNm$$

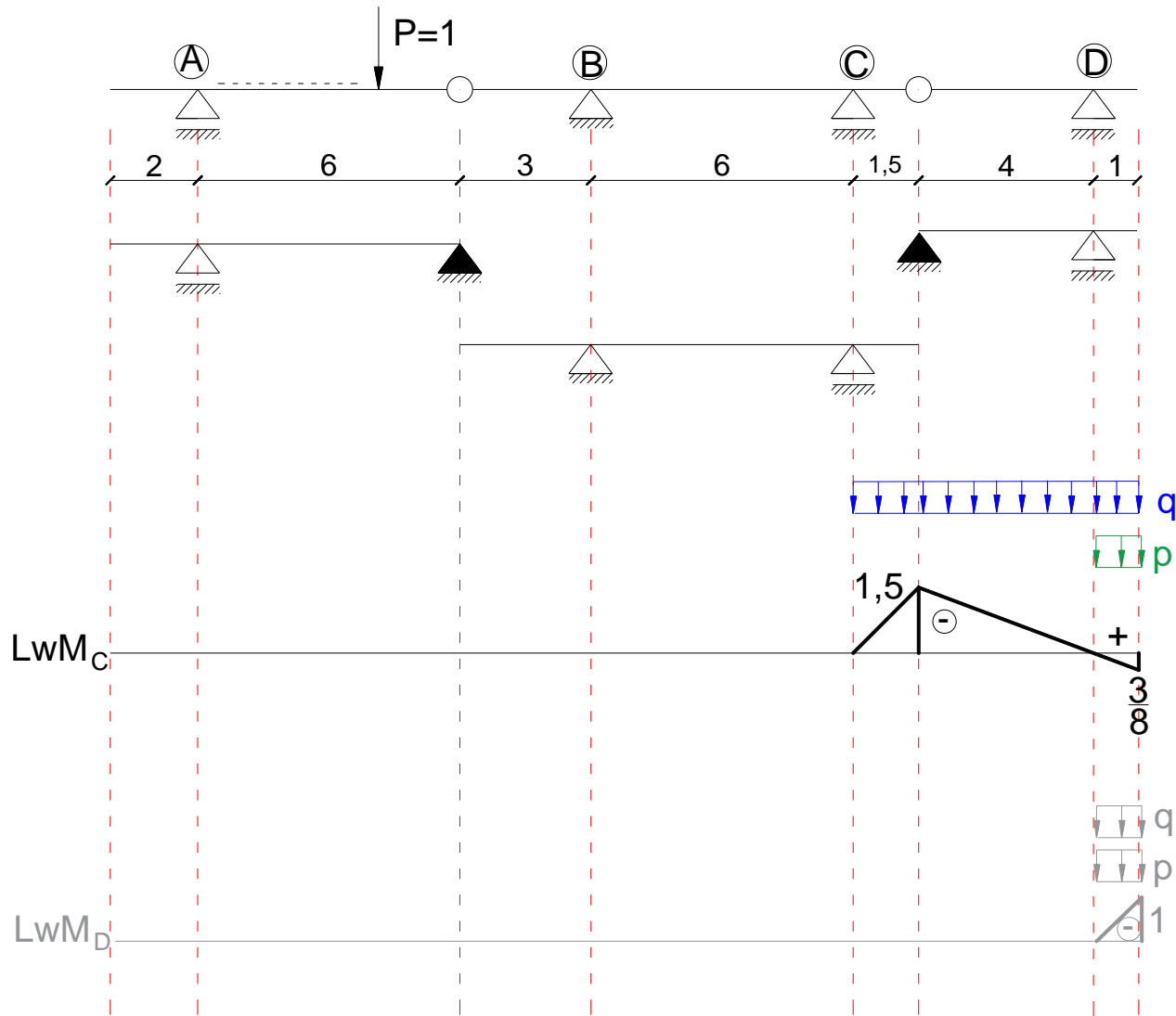
LwM_C :

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (1,5 + 4) = -4,125$$

$$P(+) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3}{8} = 0,094$$

$$M_{Cmax}^- = 2 \cdot (-4,125 + 0,094) + 8 \cdot (-4,125) = -41,062kNm$$

Maksymalne wartości momentów podporowych:



LwM_D:

$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = -0,5$$

$$P(+) = 0$$

$$M_{Dmax}^- = 2 \cdot (-0,5 + 0) + 8 \cdot (-0,5) = -5 \text{ kNm}$$

LwM_C:

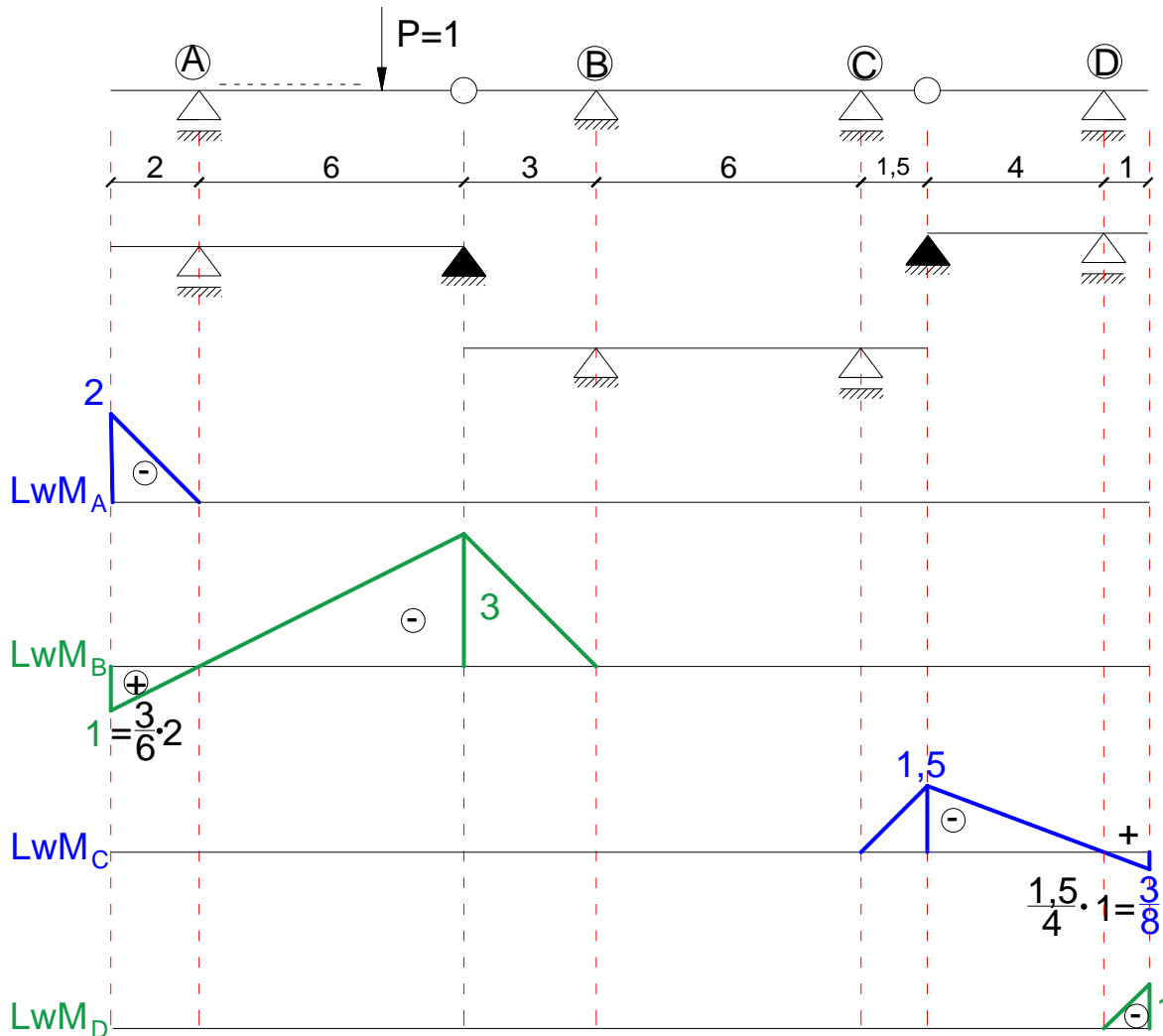
$$P(-) = -\frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (1,5 + 4) = -4,125$$

$$P(+) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3}{8} = 0,094$$

$$M_{Cmax}^- = 2 \cdot (-4,125 + 0,094) + 8 \cdot (-4,125) = -41,062 \text{ kNm}$$

$$M_{Cmax}^+ = 2 \cdot (-4,125 + 0,094) + 8 \cdot (0,094) = -7,31 \text{ kNm} = M_{Cmin}^-$$

Maksymalne wartości momentów podporowych:



$$M_{Amax}^- = -20 \text{ kNm}$$

$$M_{Bmax}^- = -133 \text{ kNm}$$

$$M_{Bmax}^+ = -17 \text{ kNm} = M_{Bmin}^-$$

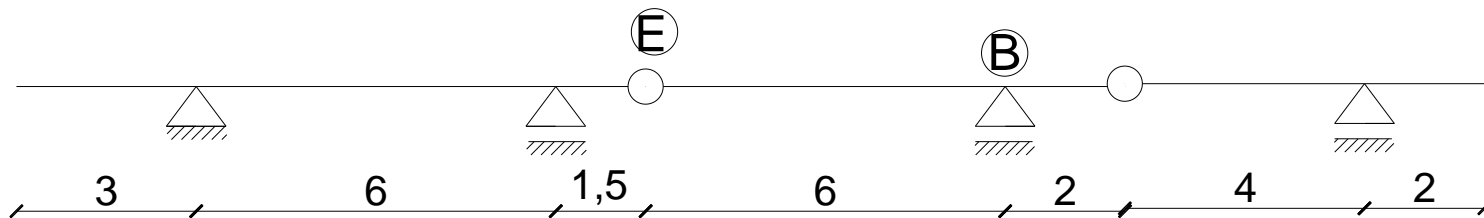
$$M_{Cmax}^- = -41,062 \text{ kNm}$$

$$M_{Cmax}^+ = -7,31 \text{ kNm} = M_{Cmin}^-$$

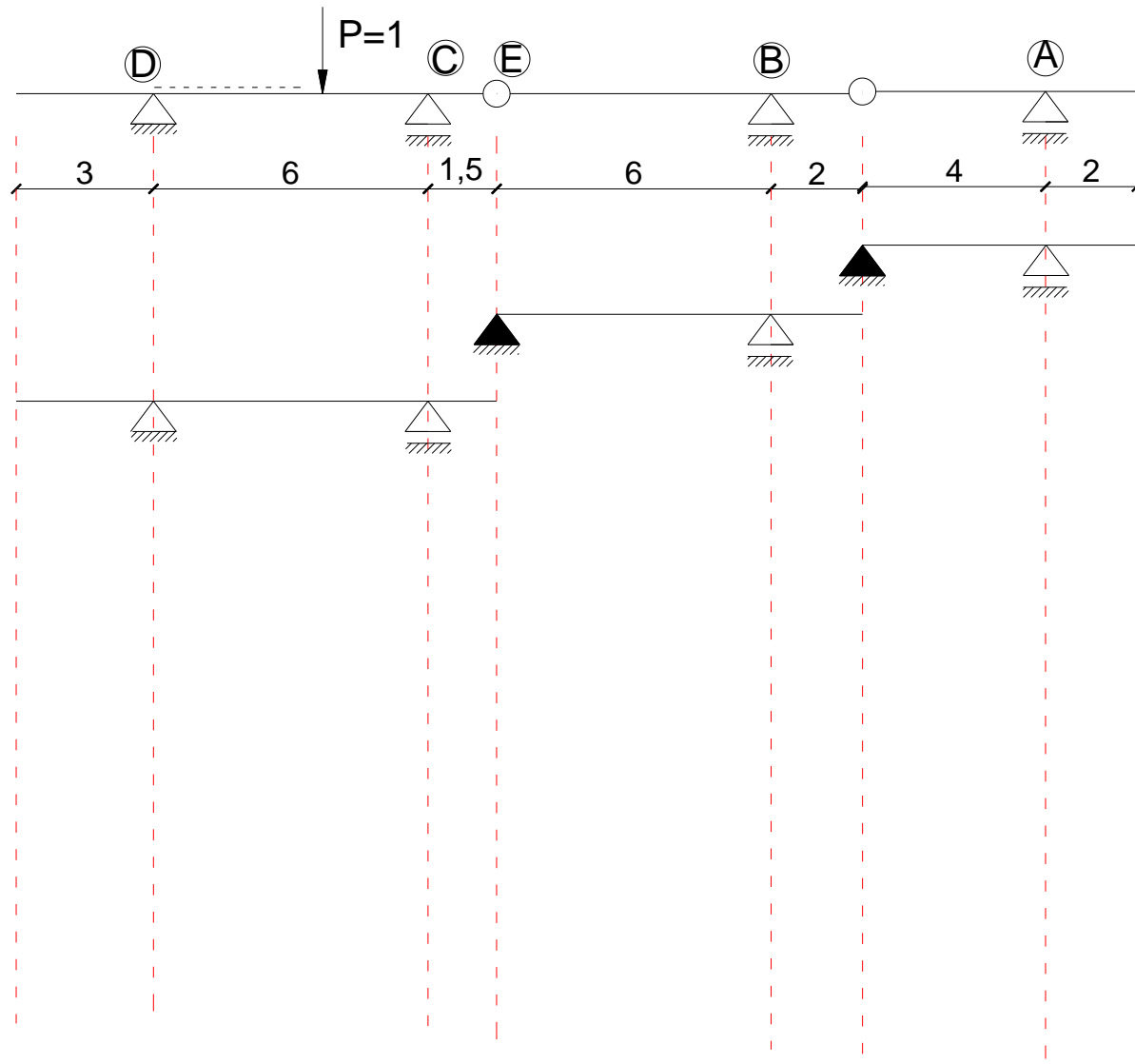
$$M_{Dmax}^- = -5 \text{ kNm}$$

Odp.: Maksymalna wartość momentu podporowego wynosi -133 kNm

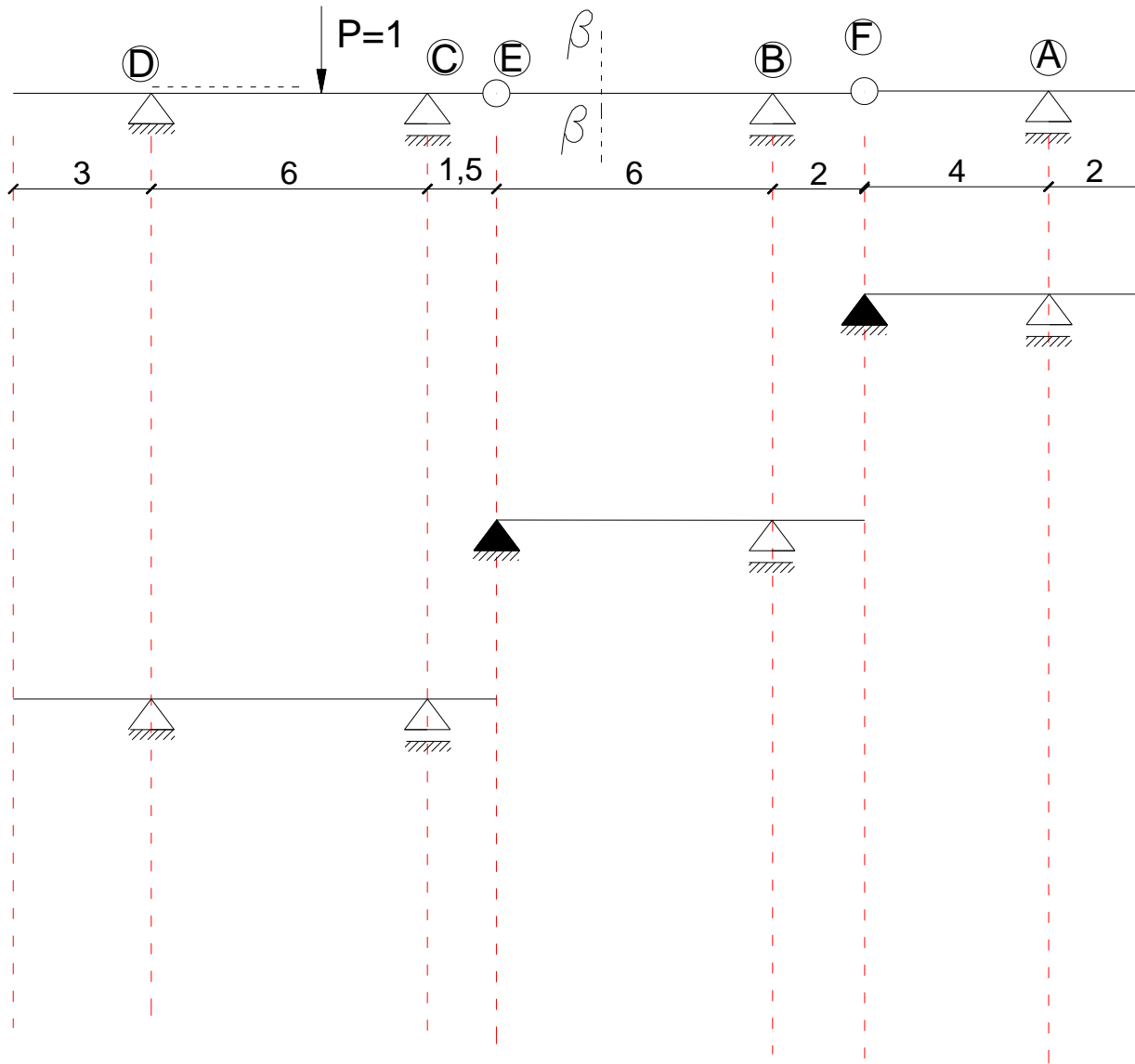
Zadanie 4. Wyznaczyć maksymalną wartość momentu przęsłowego na odcinku BE od obciążenia użytkowego $p=12\text{kN/m}$



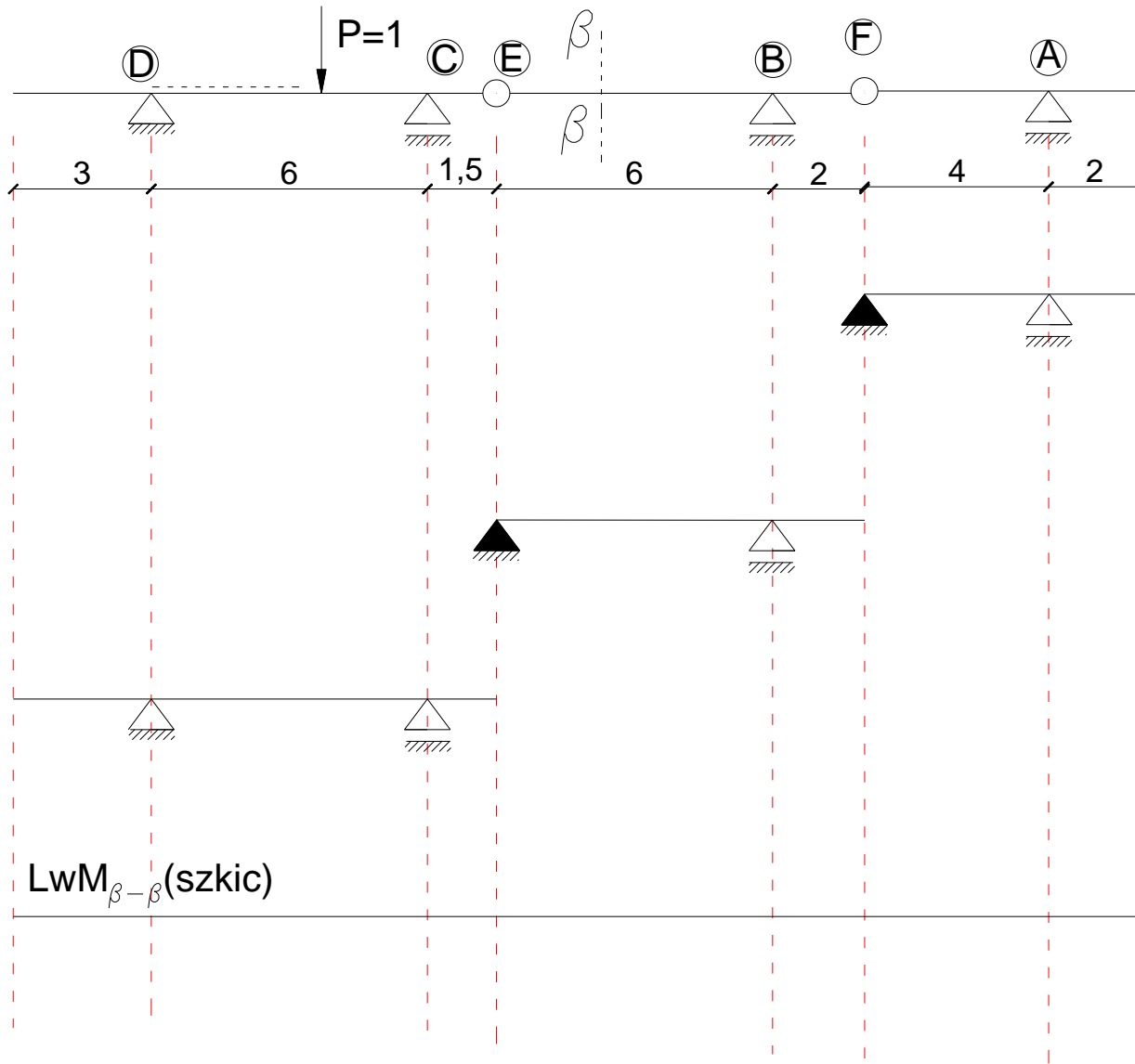
Schemat pracy zadanej belki Gerbera



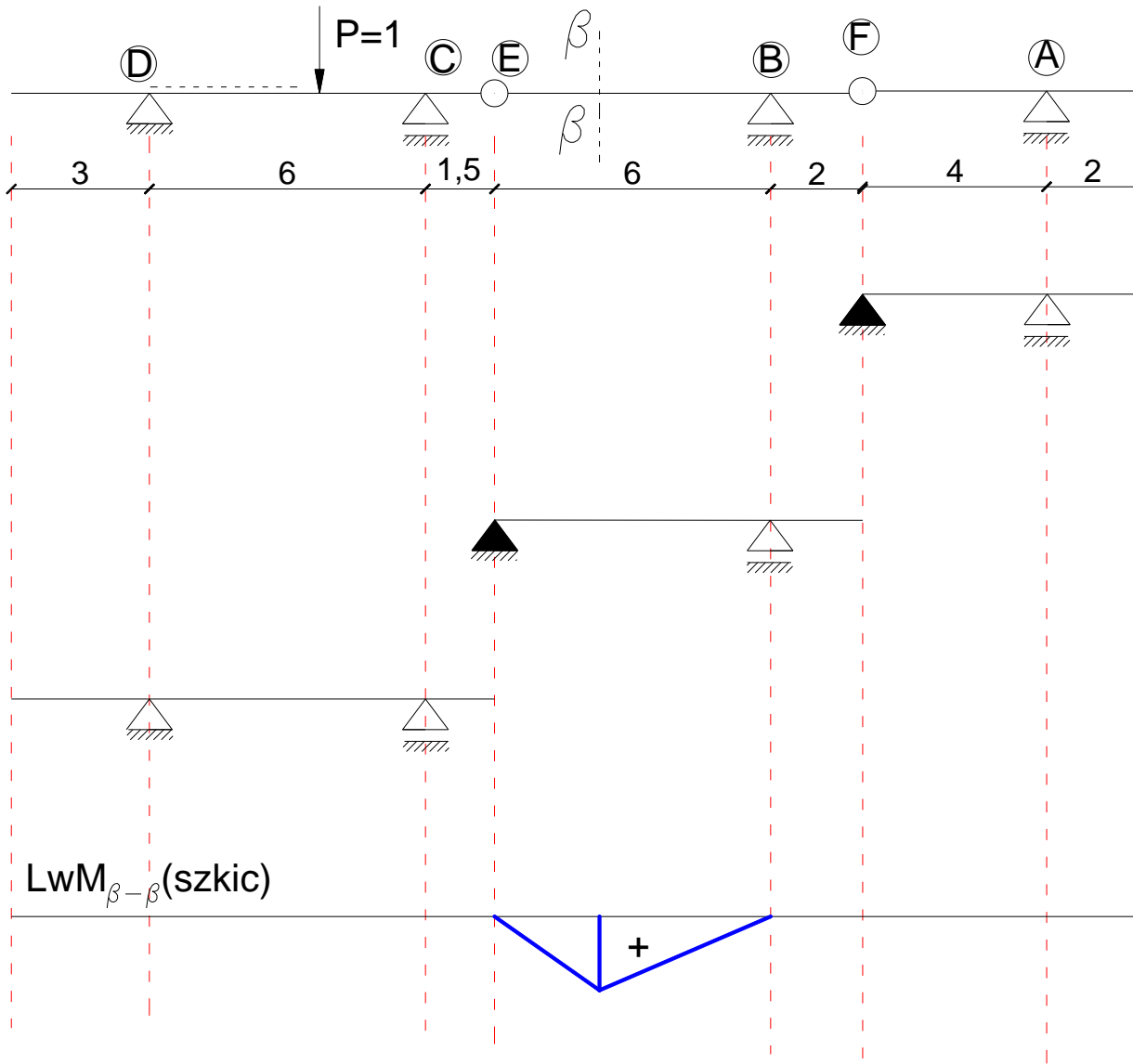
Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



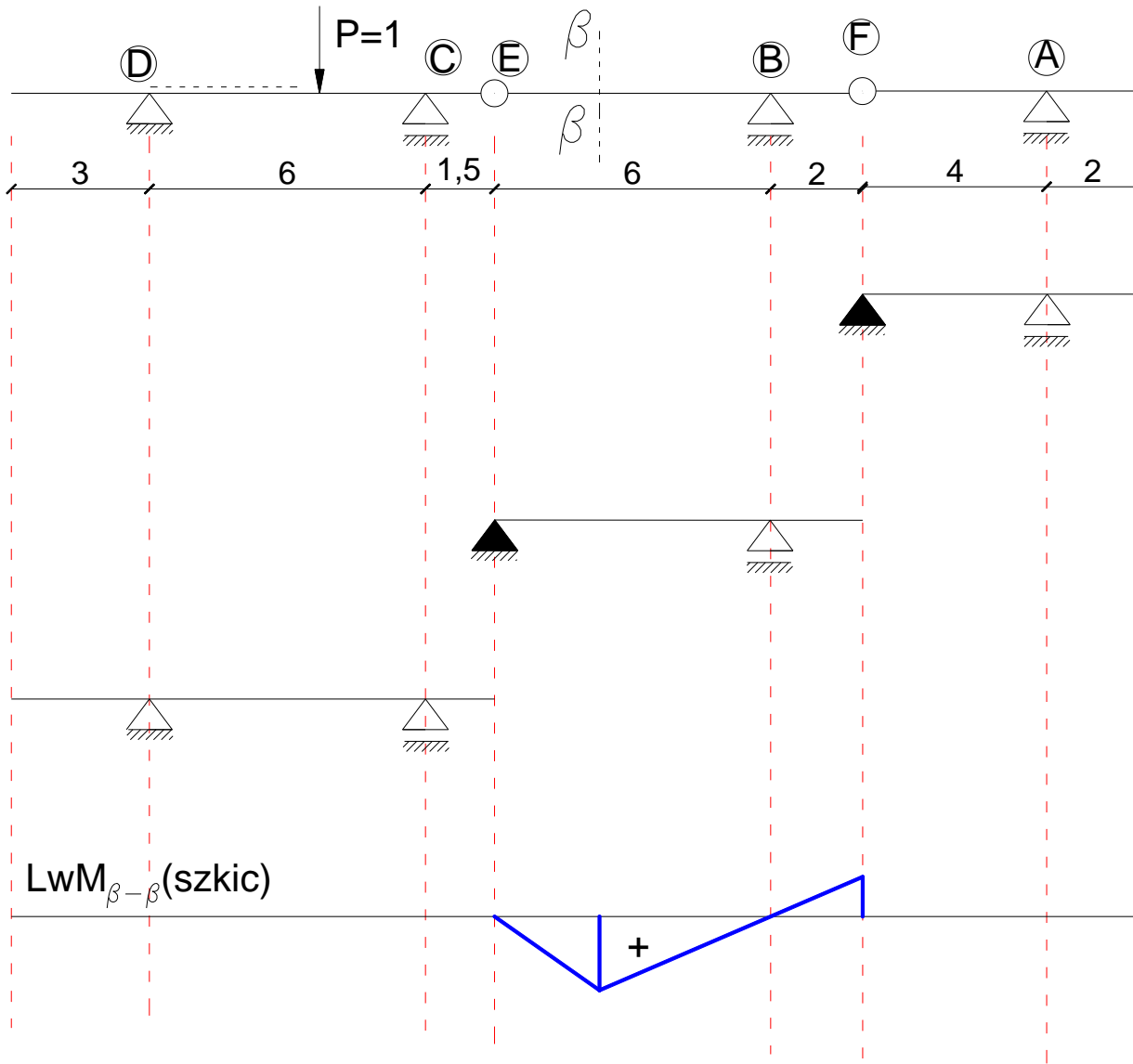
Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



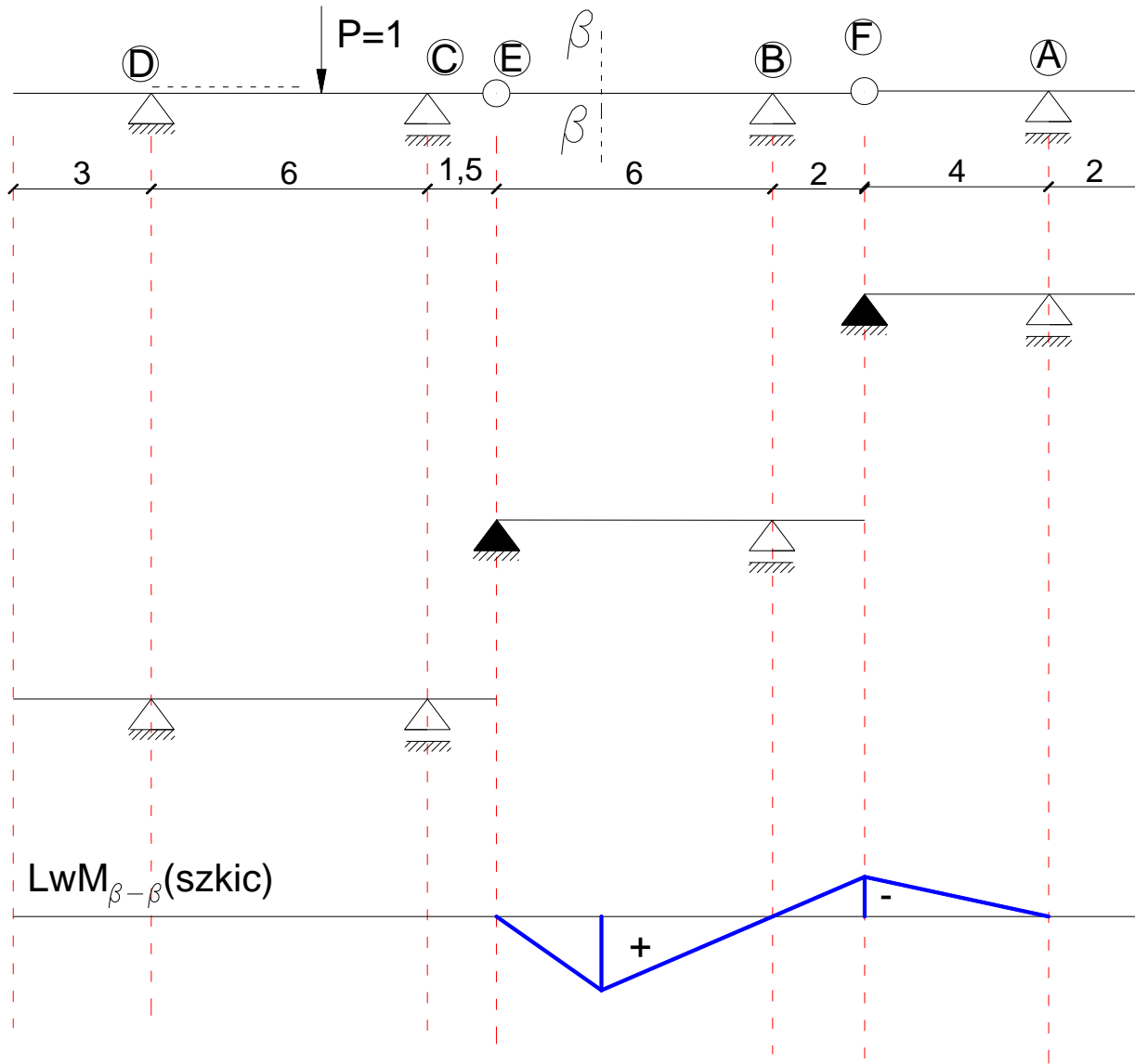
Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



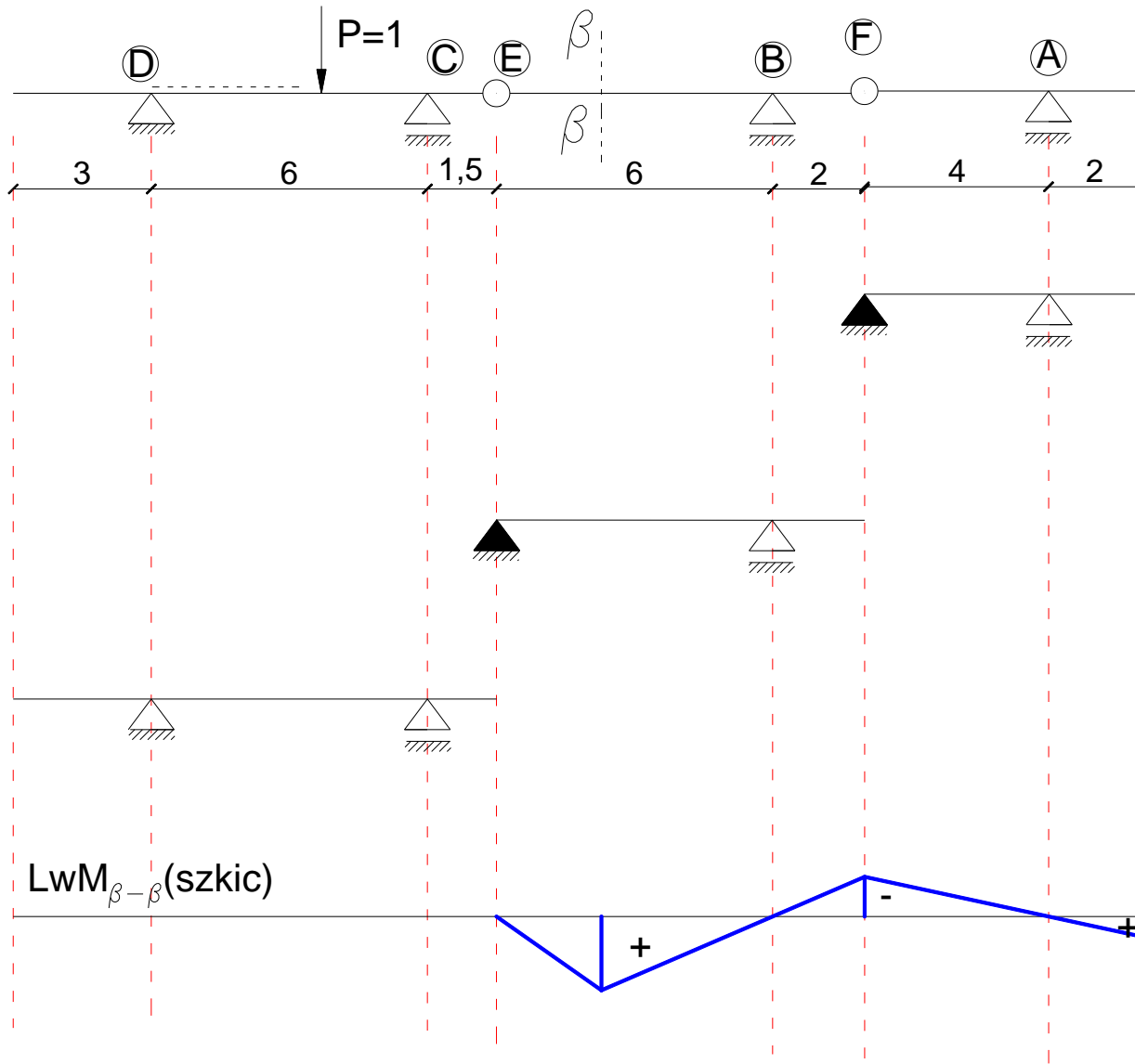
Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



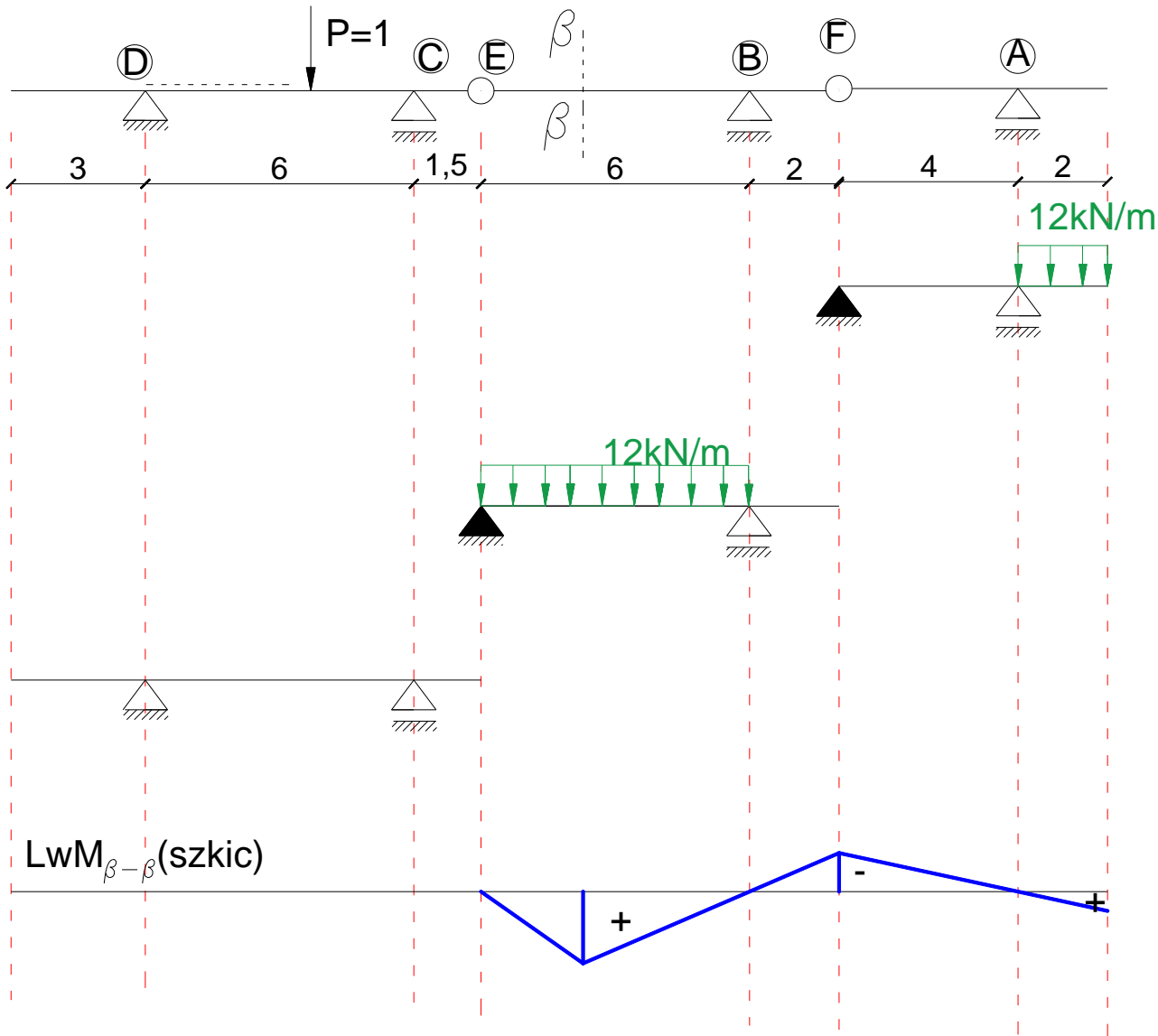
Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



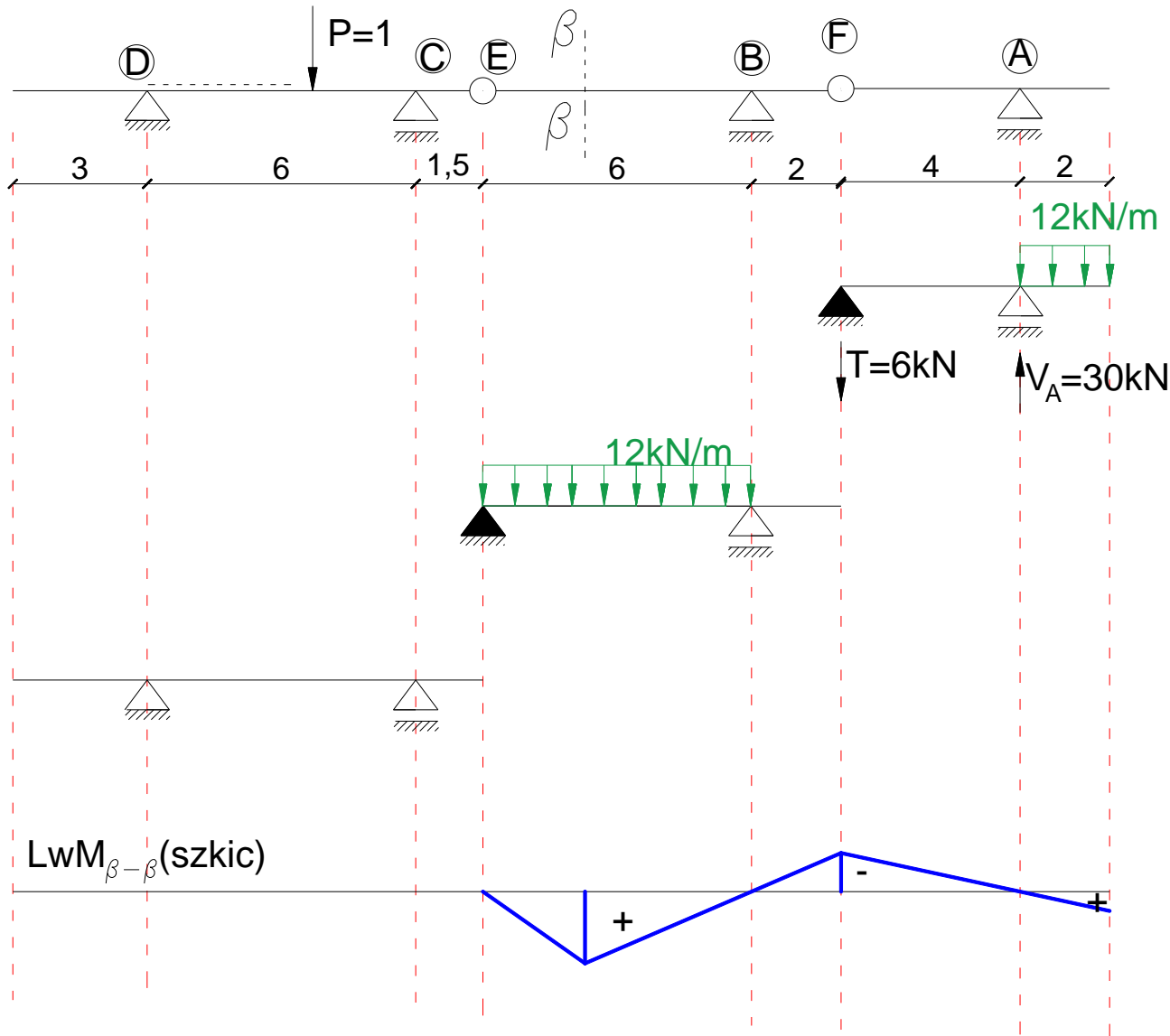
Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:

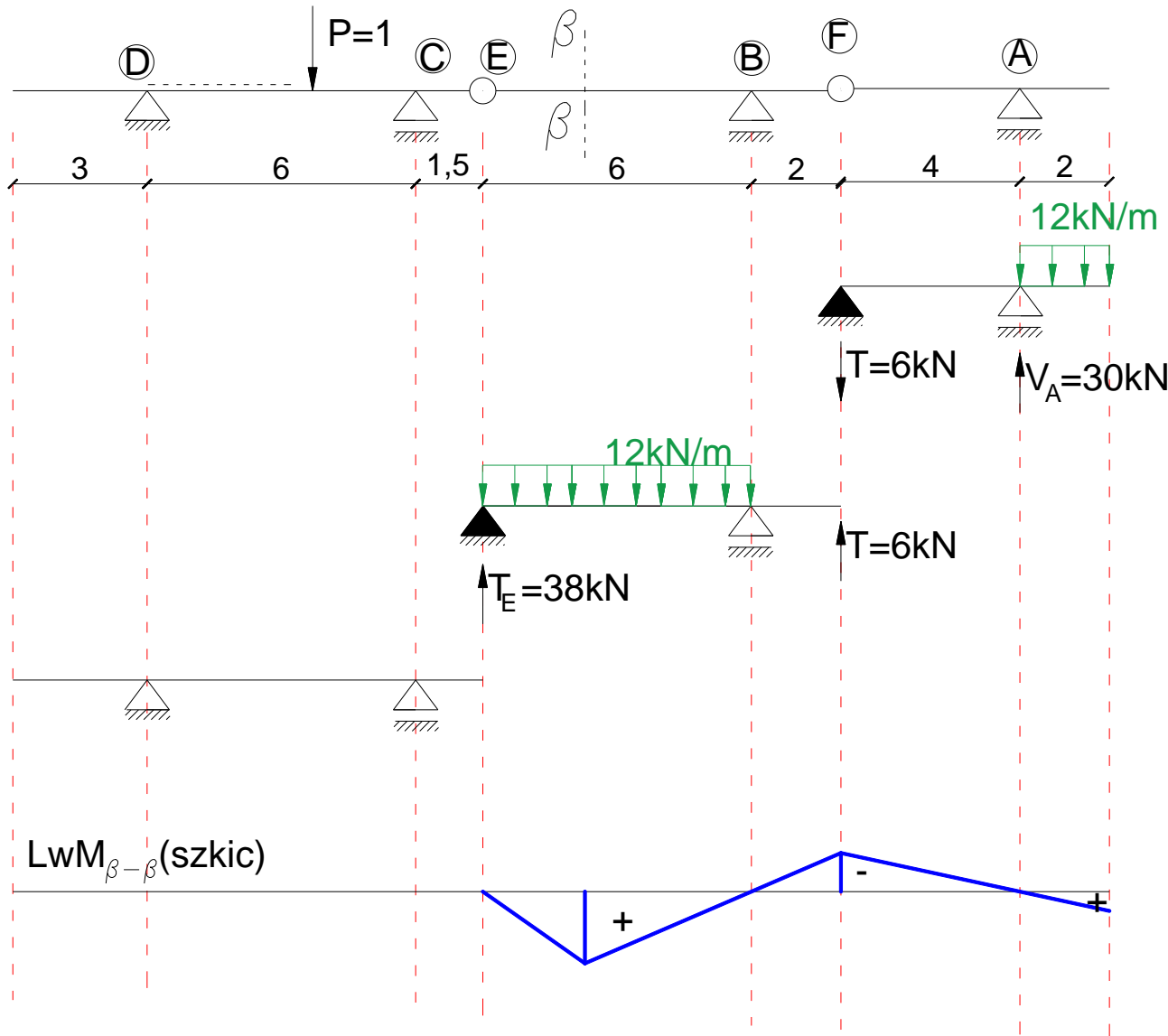


Część AF:

$$\sum M_A = 12 \cdot 2 \cdot 1 - T \cdot 4 = 0$$

$$T = 6\text{ kN}$$

Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



Część AF:

$$\sum M_A = 12 \cdot 2 \cdot 1 - T \cdot 4 = 0$$

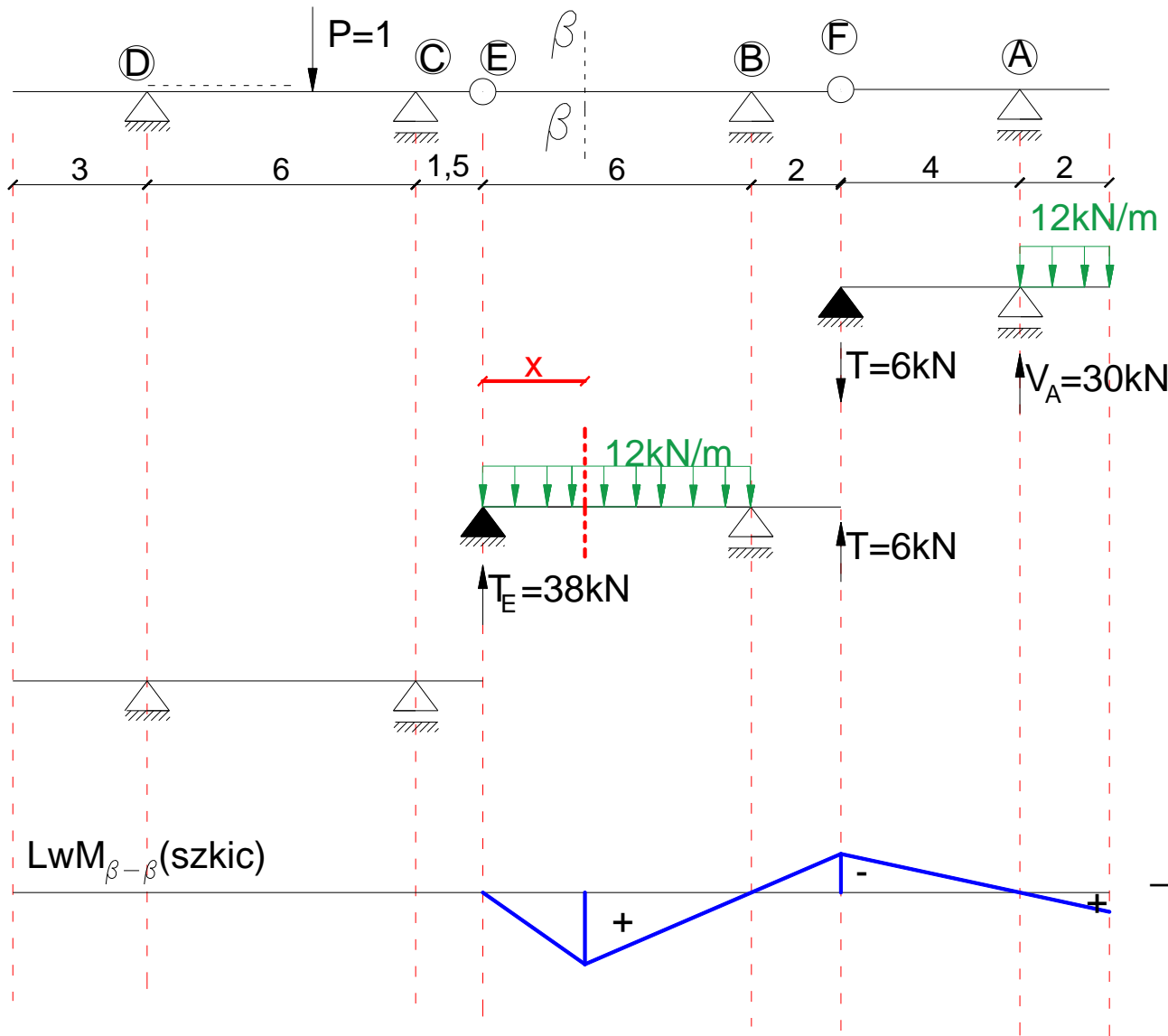
$$T = 6\text{ kN}$$

Część BE:

$$\sum M_B = -12 \cdot 6 \cdot 3 - 6 \cdot 2 + T_E \cdot 6 = 0$$

$$T_E = 38\text{ kN}$$

Wyznaczenie maksymalnego momentu przęsłowego na odcinku BE:



Część AF:

$$\sum M_A = 12 \cdot 2 \cdot 1 - T \cdot 4 = 0$$

$$T = 6\text{ kN}$$

Część BE:

$$\sum M_B = -12 \cdot 6 \cdot 3 - 6 \cdot 2 + T_E \cdot 6 = 0$$

$$T_E = 38\text{ kN}$$

Wyznaczenie ekstremum:

$$T[x] = 38 - 12x = 0$$

$$x = \frac{38}{12} = 3,17\text{ m}$$

$$M[x = 3,17] = 38 \cdot 3,17 - 12 \cdot 3,17 \cdot \frac{3,17}{2} = 60,17\text{ kNm}$$

LwM _{$\beta-\beta$} (szkic)

Odp.: Maksymalna wartość momentu przęsłowego na odcinku BE wynosi $60,17\text{ kNm}$