

Wykład 5:

Linie wpływu reakcji i sił wewnętrznych w belkach Gerbera

Linie wpływu w belkach pozwalają szybko określić jak zmieniają się wartości reakcji i sił przekrojowych od obciążenia zmiennego po długości belki.

Obciążenie ruchome – obciążenie zmieniające swoje położenie w układzie.

Podstawowe założenia dotyczące obciążenia ruchomego przy wyznaczaniu linii wpływu:

- stała wartość, kierunek i zwrot,
- zmienny punkt zaczepienia,
- pomijalnie mała prędkość poruszania się obciążenia

Linia wpływu danej wielkości statycznej (reakcji, momentu, siły przekrojowej) obrazuje zmianę tej wielkości, w zależności od zmieniającego się położenia siły jednostkowej.

Rzędna linii wpływu w punkcie A, określa wartość danej wielkości statycznej, która powstaje od siły jednostkowej znajdującej się dokładnie w punkcie A.

Belka wolnopodparta

linie wpływu reakcji

Wyznaczenie równań reakcji:

$$\sum M_B = V_A \cdot L - 1 \cdot (L - x) = 0$$

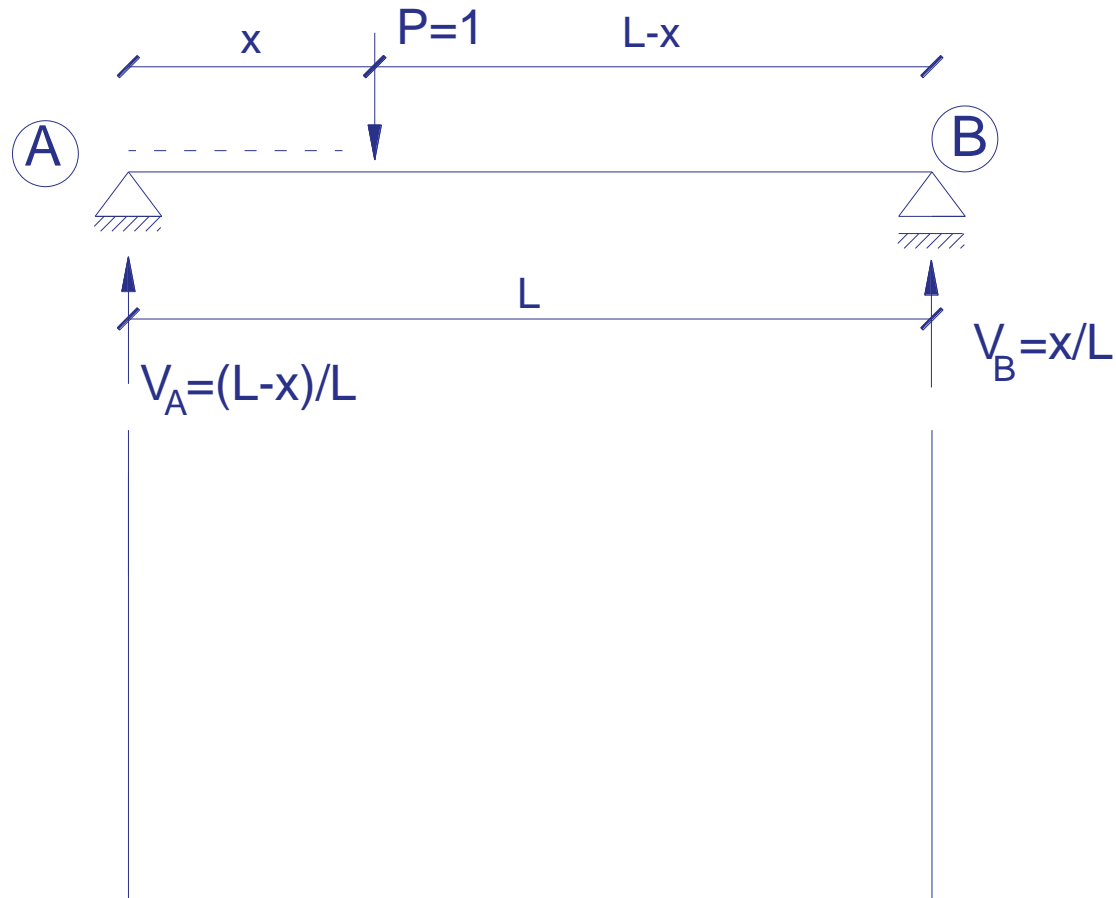
↓

$$\underline{\underline{V_A = \frac{L - x}{L}}}$$

$$\sum M_A = -V_B \cdot L + 1 \cdot x = 0$$

↓

$$\underline{\underline{V_B = \frac{x}{L}}}$$



Belka wolnopodparta

linie wpływu reakcji

Linia wpływu reakcji V_A :

$$V_A = \frac{L-x}{L}$$

$$\text{dla } x=0 \rightarrow V_A(0) = \frac{L-0}{L} = 1$$

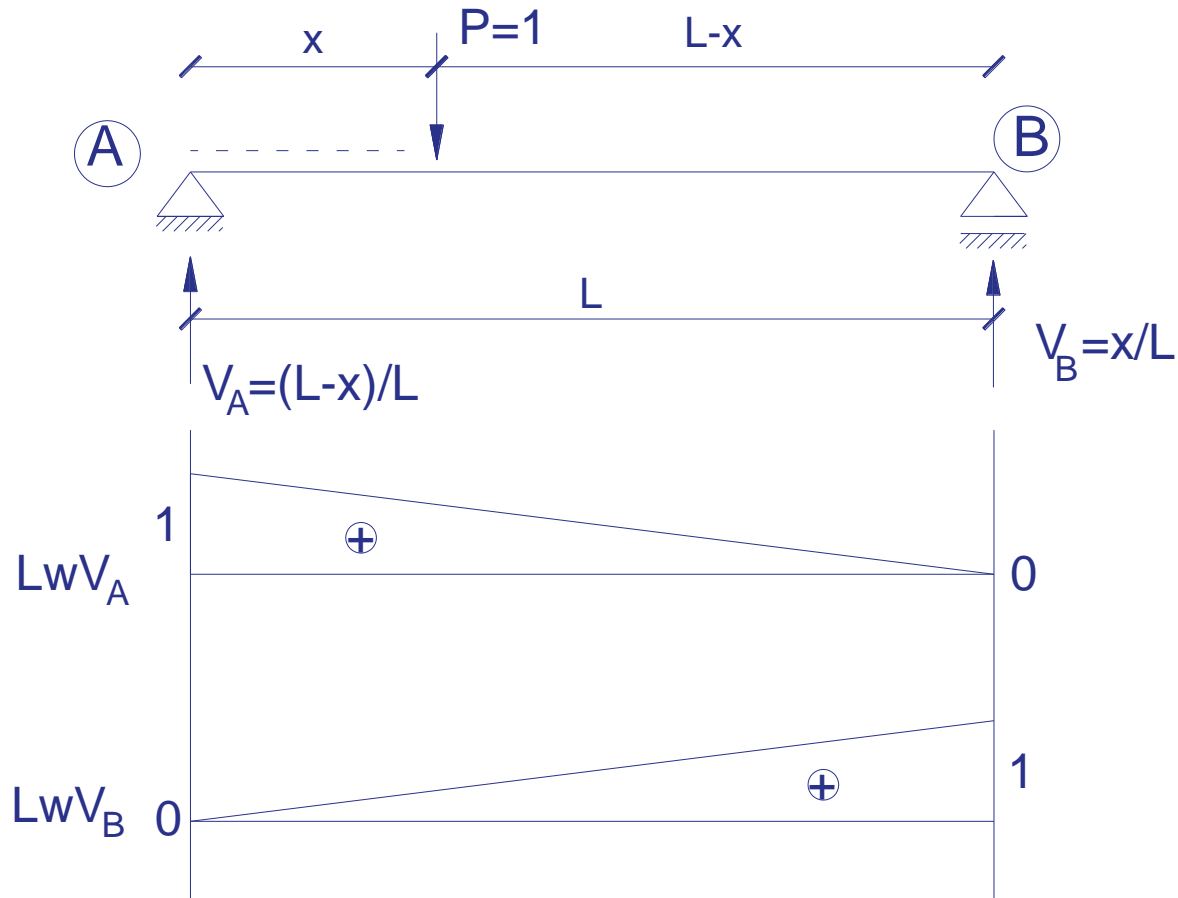
$$\text{dla } x=L \rightarrow V_A(L) = \frac{L-L}{L} = 0$$

Linia wpływu reakcji V_B :

$$V_B = \frac{x}{L}$$

$$\text{dla } x=0 \rightarrow V_B(0) = \frac{0}{L} = 0$$

$$\text{dla } x=L \rightarrow V_B(L) = \frac{L}{L} = 1$$



Belka wolnopodparta

linie wpływu sił wewnętrznych

Linia wpływu siły tnącej:

- dla siły znajdującej się na lewo od przekroju

$$x \in \langle 0, a \rangle$$

$$T_{\alpha-\alpha}^L = -V_B = -\frac{x}{L}$$

$$\text{dla } x = 0 \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^L(0) = -\frac{0}{L} = 0$$

$$\text{dla } x = a \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^L(a) = -\frac{a}{L}$$

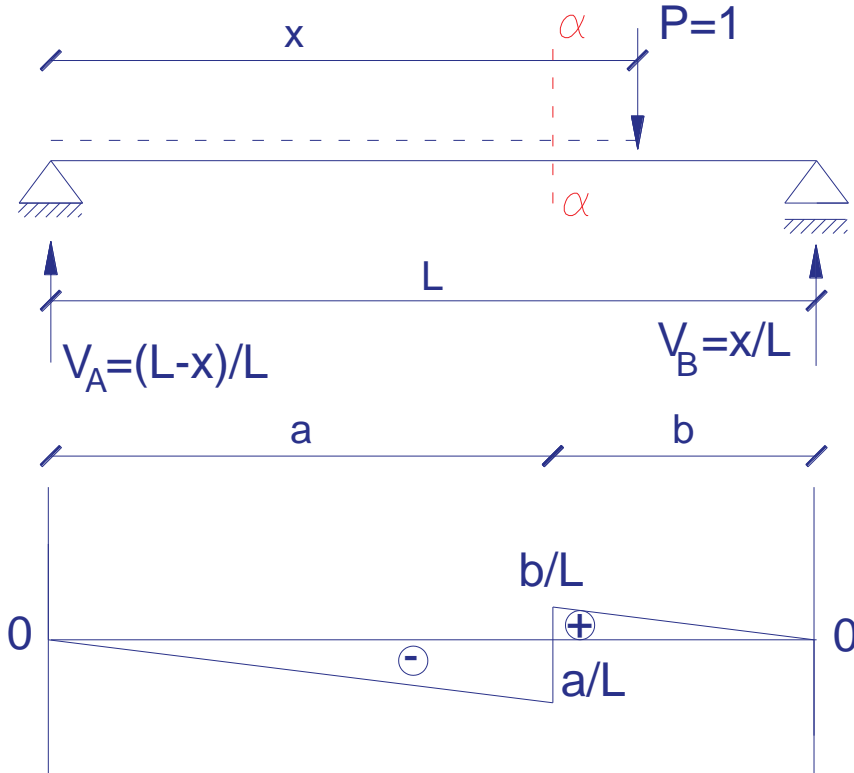
- dla siły znajdującej się na prawo od przekroju

$$x \in \langle a, L \rangle$$

$$T_{\alpha-\alpha}^P = V_A = \frac{L-x}{L}$$

$$\text{dla } x = a \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^P(a) = \frac{L-a}{L} = \frac{b}{L}$$

$$\text{dla } x = L \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^P(L) = \frac{L-L}{L} = 0$$



LwT_{α-α}

Belka wolnopodparta

linie wpływu sił wewnętrznych

Linia wpływu siły tnącej:

- dla siły znajdującej się na lewo od przekroju

$$x \in \langle 0, a \rangle$$

$$T_{\alpha-\alpha}^L = -V_B = -\frac{x}{L}$$

$$\text{dla } x = 0 \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^L(0) = -\frac{0}{L} = 0$$

$$\text{dla } x = a \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^L(a) = -\frac{a}{L}$$

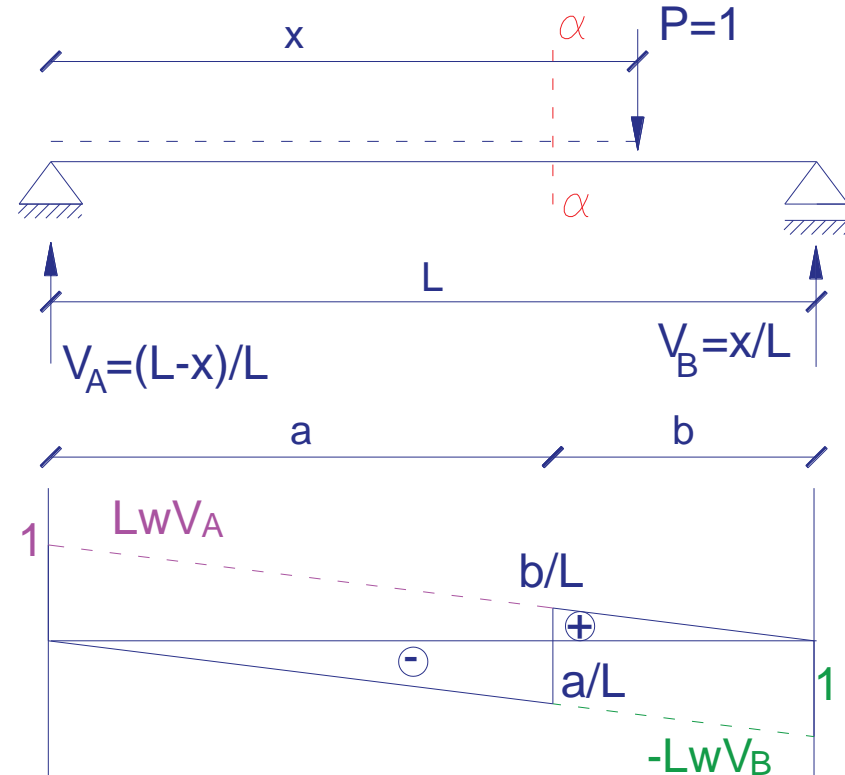
- dla siły znajdującej się na prawo od przekroju

$$x \in \langle a, L \rangle$$

$$T_{\alpha-\alpha}^P = V_A = \frac{L-x}{L}$$

$$\text{dla } x = a \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^P(a) = \frac{L-a}{L} = \frac{b}{L}$$

$$\text{dla } x = L \rightarrow T_{\alpha-\alpha}^P(L) = \frac{L-L}{L} = 0$$



$LwT_{\alpha-\alpha}$

Belka wolnopodparta

linie wpływu sił wewnętrznych

Linia wpływu momentu zginającego:

- dla siły znajdującej się na lewo od przekroju

$$x \in \langle 0, a \rangle$$

$$M_{\alpha-\alpha}^L = V_B \cdot b = \frac{xb}{L}$$

$$\text{dla } x=0 \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^L(0) = \frac{0 \cdot b}{L} = 0$$

$$\text{dla } x=a \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^L(a) = \frac{ab}{L}$$

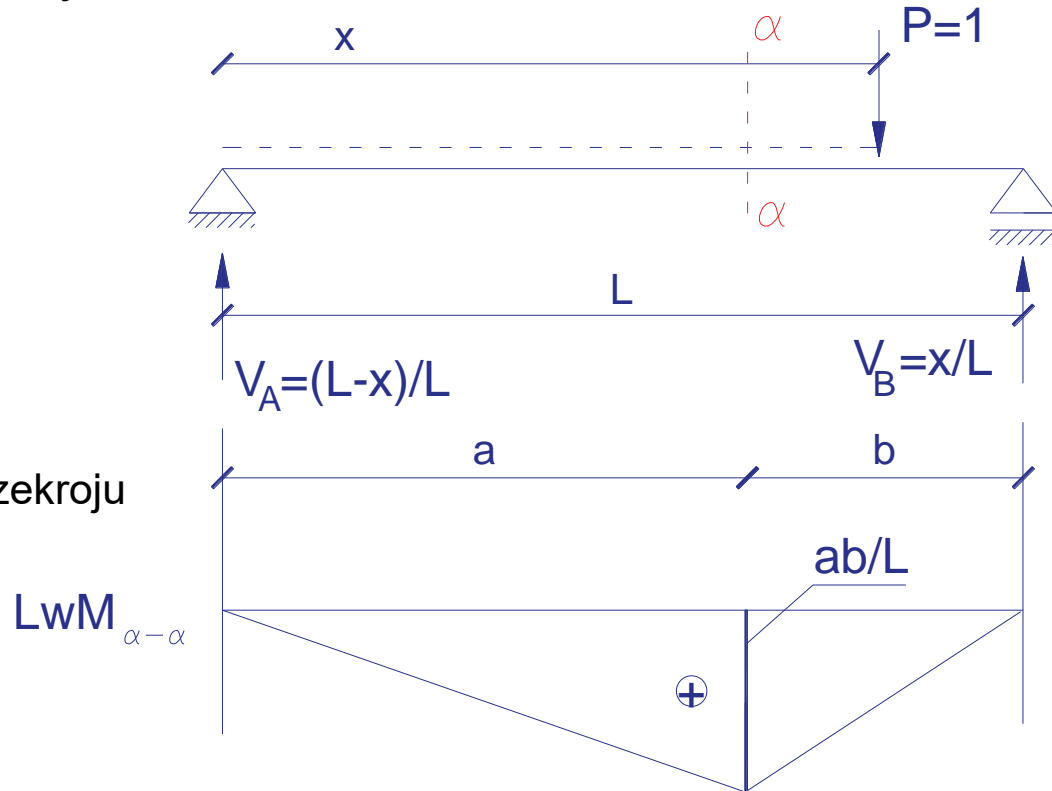
- dla siły znajdującej się na prawo od przekroju

$$x \in \langle a, L \rangle$$

$$M_{\alpha-\alpha}^P = V_A \cdot a = \frac{(L-x)a}{L}$$

$$\text{dla } x=a \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^P(a) = \frac{(L-a)a}{L} = \frac{ba}{L}$$

$$\text{dla } x=L \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^P(L) = \frac{(L-L)a}{L} = 0$$



Belka wolnopodparta

linie wpływu sił wewnętrznych

Linia wpływu momentu zginającego:

- dla siły znajdującej się na lewo od przekroju

$$x \in \langle 0, a \rangle$$

$$M_{\alpha-\alpha}^L = V_B \cdot b = \frac{xb}{L}$$

$$\text{dla } x=0 \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^L(0) = \frac{0 \cdot b}{L} = 0$$

$$\text{dla } x=a \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^L(a) = \frac{ab}{L}$$

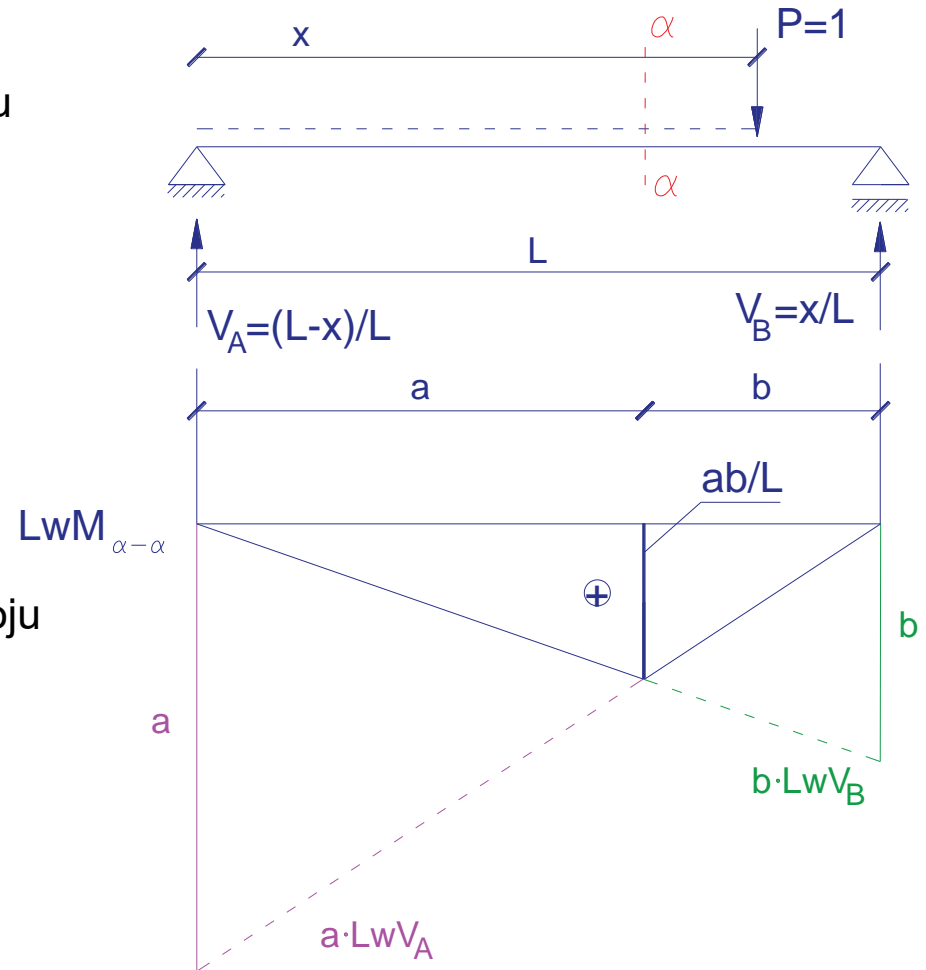
- dla siły znajdującej się na prawo od przekroju

$$x \in \langle a, L \rangle$$

$$M_{\alpha-\alpha}^P = V_A \cdot a = \frac{(L-x)a}{L}$$

$$\text{dla } x=a \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^P(a) = \frac{(L-a)a}{L} = \frac{ba}{L}$$

$$\text{dla } x=L \rightarrow M_{\alpha-\alpha}^P(L) = \frac{(L-L)a}{L} = 0$$



Belka wspornikowa

linie wpływu reakcji

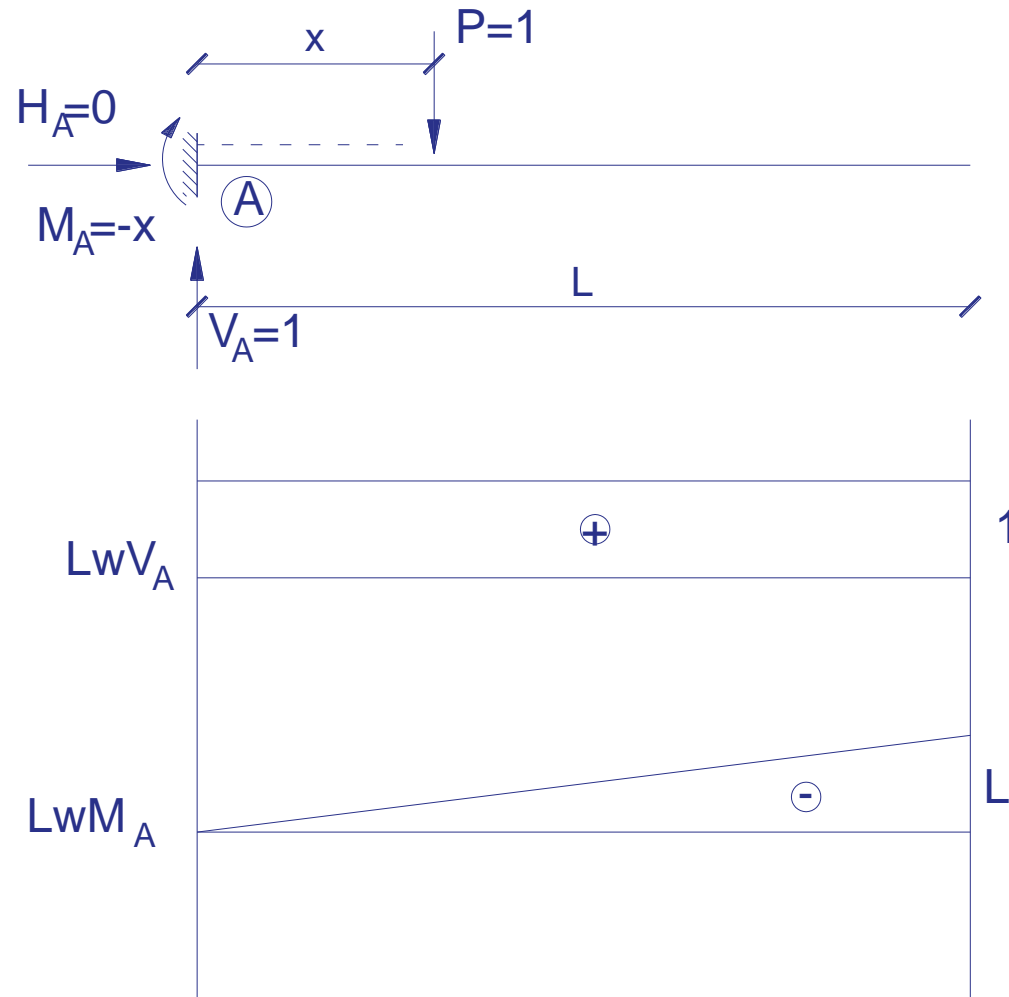
Wyznaczenie równań reakcji:

$$\sum R_Y = V_A - 1 = 0 \rightarrow V_A = 1$$

$$\sum M_A = M_A + 1 \cdot x = 0 \rightarrow M_A = -x$$

dla $x = 0 \rightarrow M_A = 0$

dla $x = L \rightarrow M_A = -L$



Belka wspornikowa

linie wpływu sił wewnętrznych

Linia wpływu siły tnącej:

- dla siły znajdującej się po lewej stronie przekroju

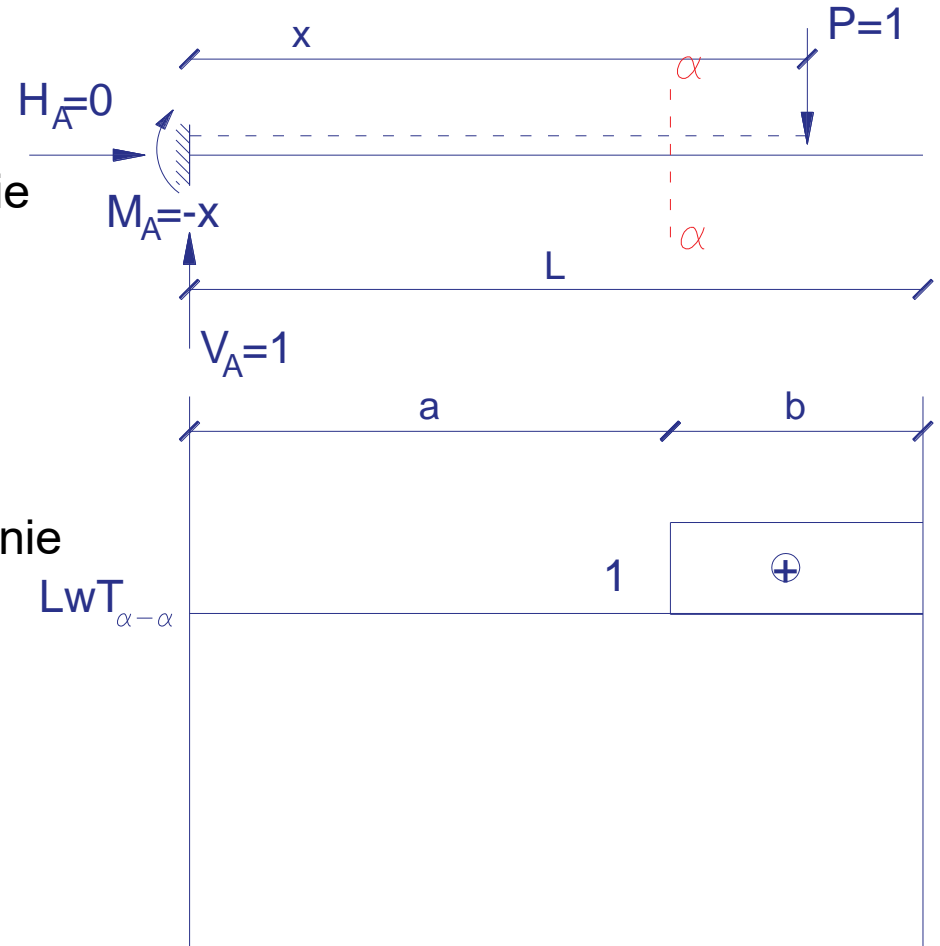
$$x \in \langle 0, a \rangle$$

$$T_{\alpha-\alpha} = 0$$

- dla siły znajdującej się po prawej stronie przekroju

$$x \in \langle a, L \rangle$$

$$T_{\alpha-\alpha} = 1$$



Belka wspornikowa

linie wpływu sił wewnętrznych

Linia wpływu momentu zginającego:

- dla siły znajdującej się po lewej stronie przekroju

$$x \in \langle 0, a \rangle$$

$$M_{\alpha-\alpha} = 0$$

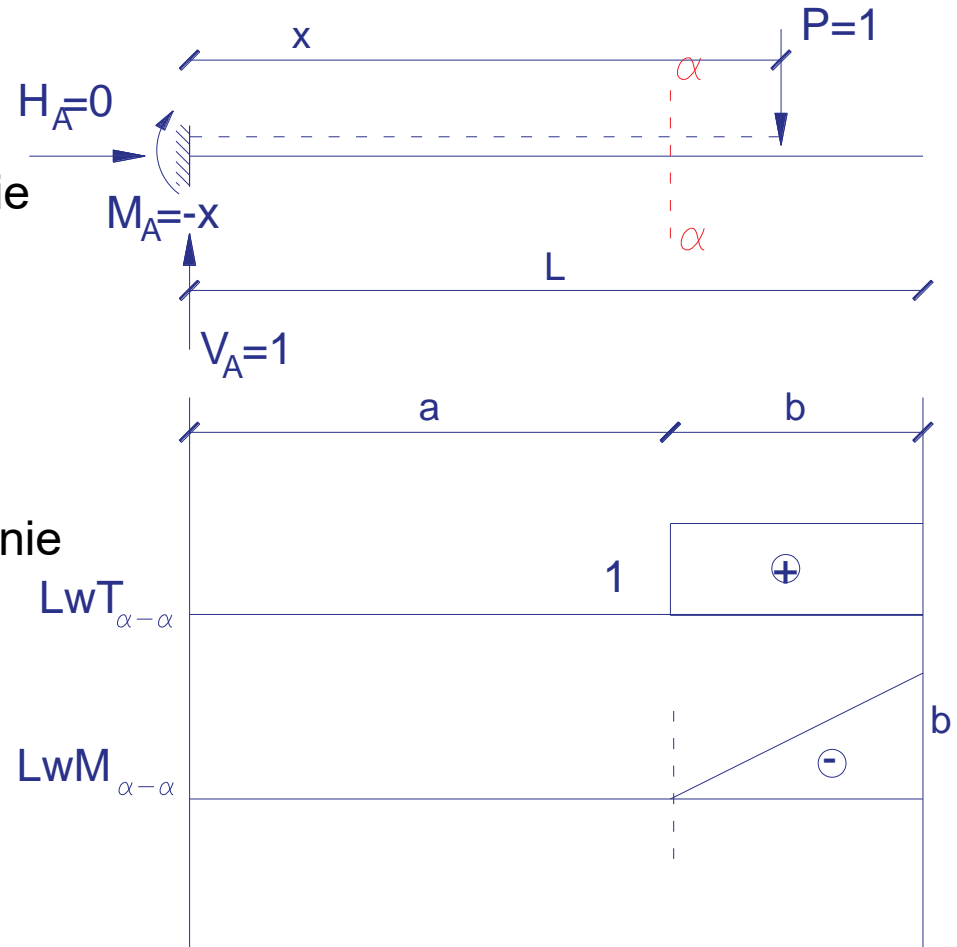
- dla siły znajdującej się po prawej stronie przekroju

$$x \in \langle a, L \rangle$$

$$M_{\alpha-\alpha} = -1 \cdot (x - a)$$

dla $x = a \rightarrow M_{\alpha-\alpha} = -(a - a) = 0$

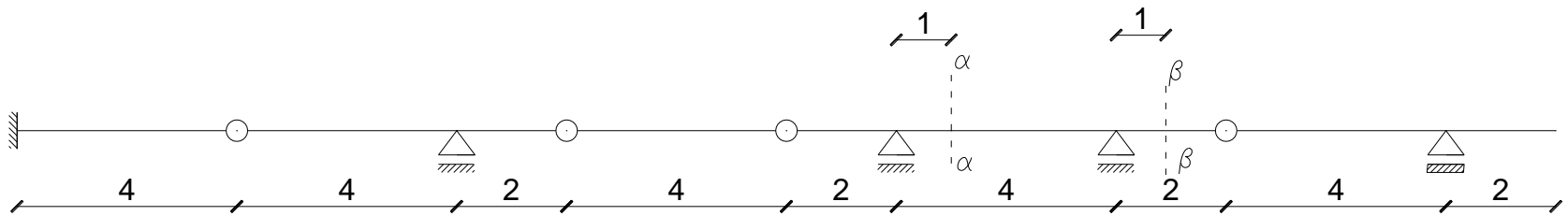
dla $x = L \rightarrow M_{\alpha-\alpha} = -(L - a) = -b$



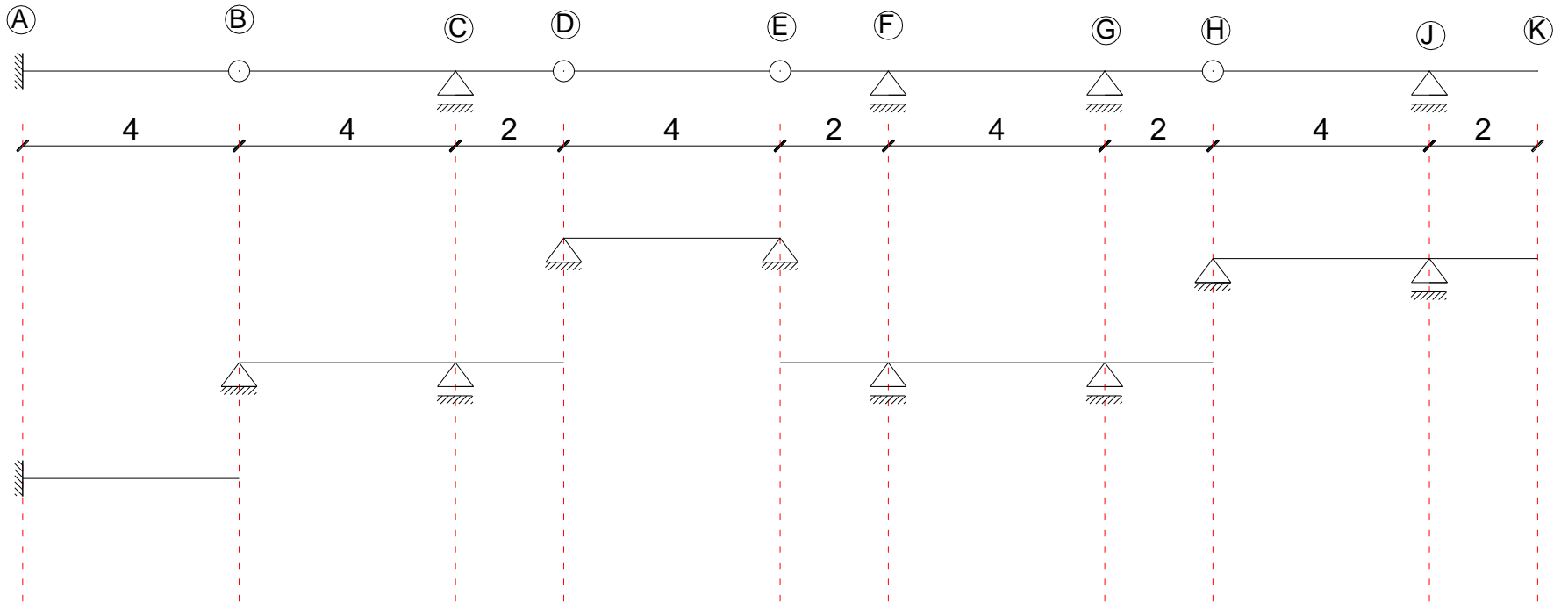
Tok postępowania przy liniach wpływu belek Gerbera:

- ustalenie schematu pracy belki Gerbera;
- wrysowanie przebiegu linii korzystając z wykresów linii wpływu dla belki wolnopodpartej lub wspornikowej;
- przedłużenie linii wpływu do najwyższej belki uwzględniając:
 - na podporach wartość „0”;
 - załamanie linii w przegubie;
 - przedłużanie linii na wspornik.

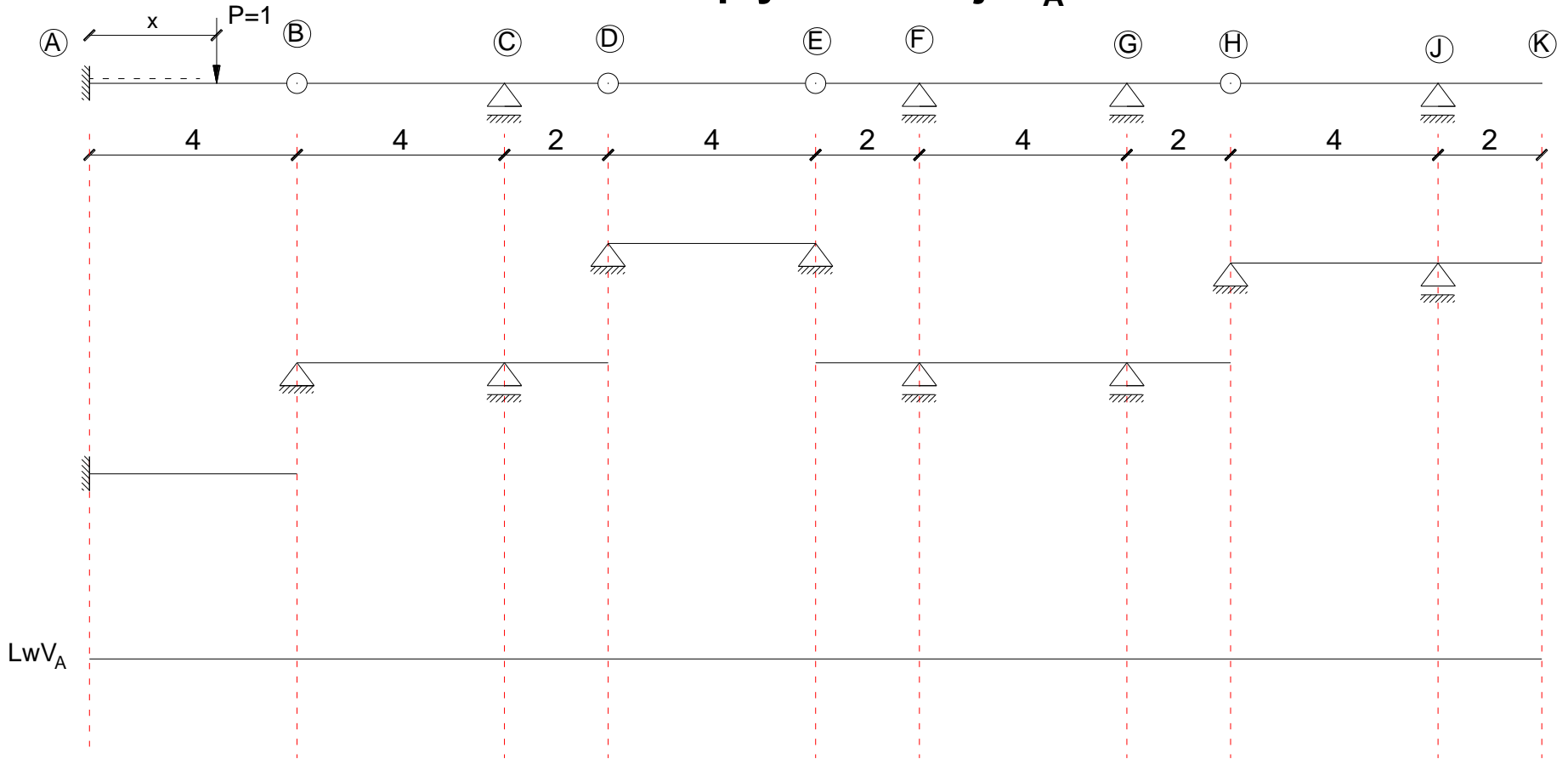
Zadanie 1. Dla przedstawionej belki rysować linie wpływu wszystkich reakcji i momentów podporowych oraz linie wpływu sił wewnętrznych w zadanych przekrojach.



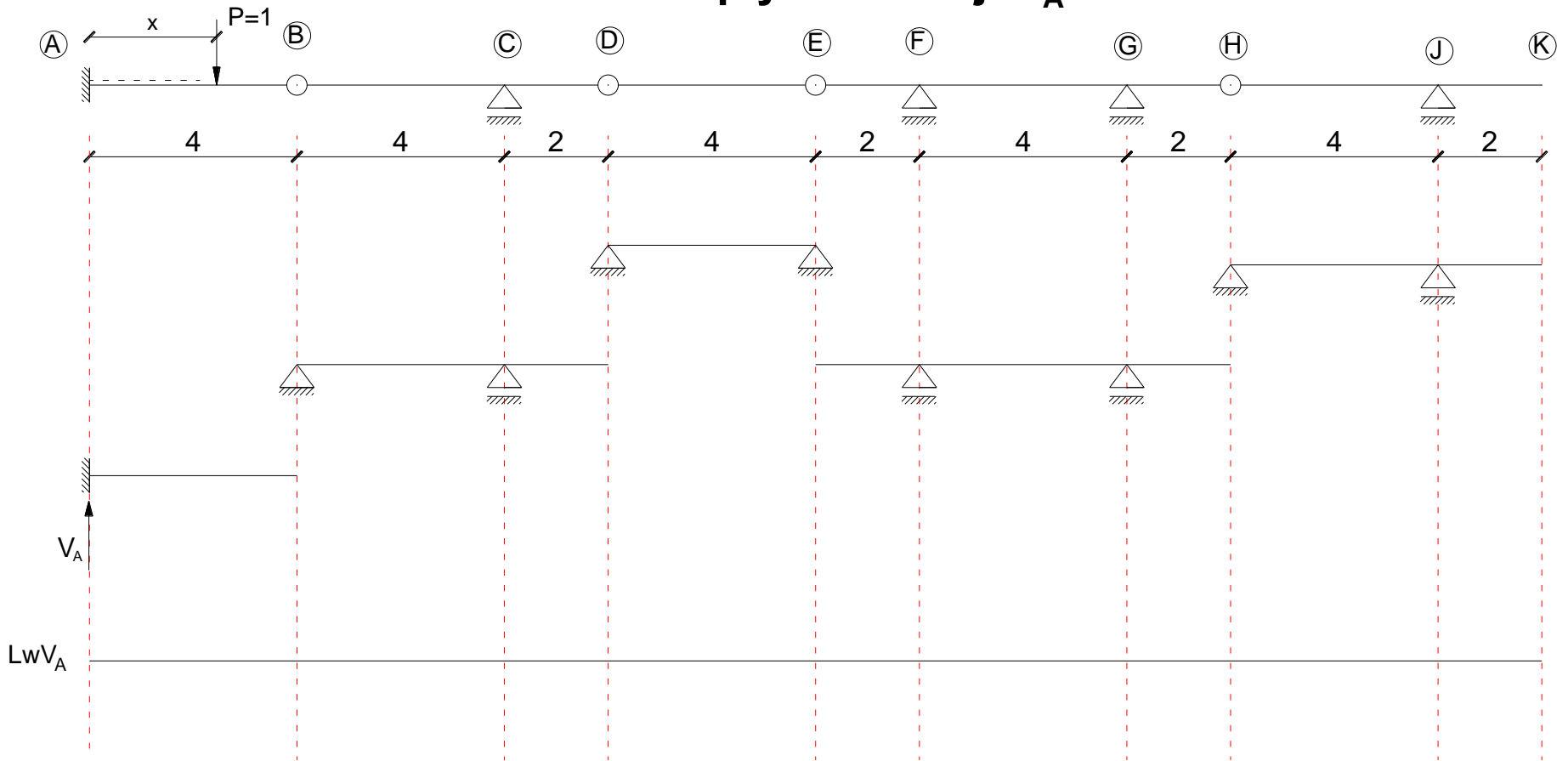
Schemat pracy zadanej belki Gerbera



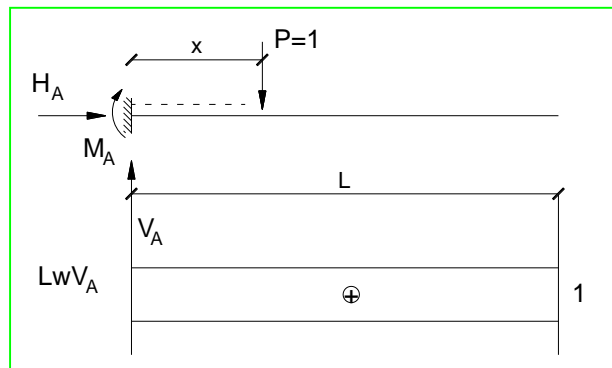
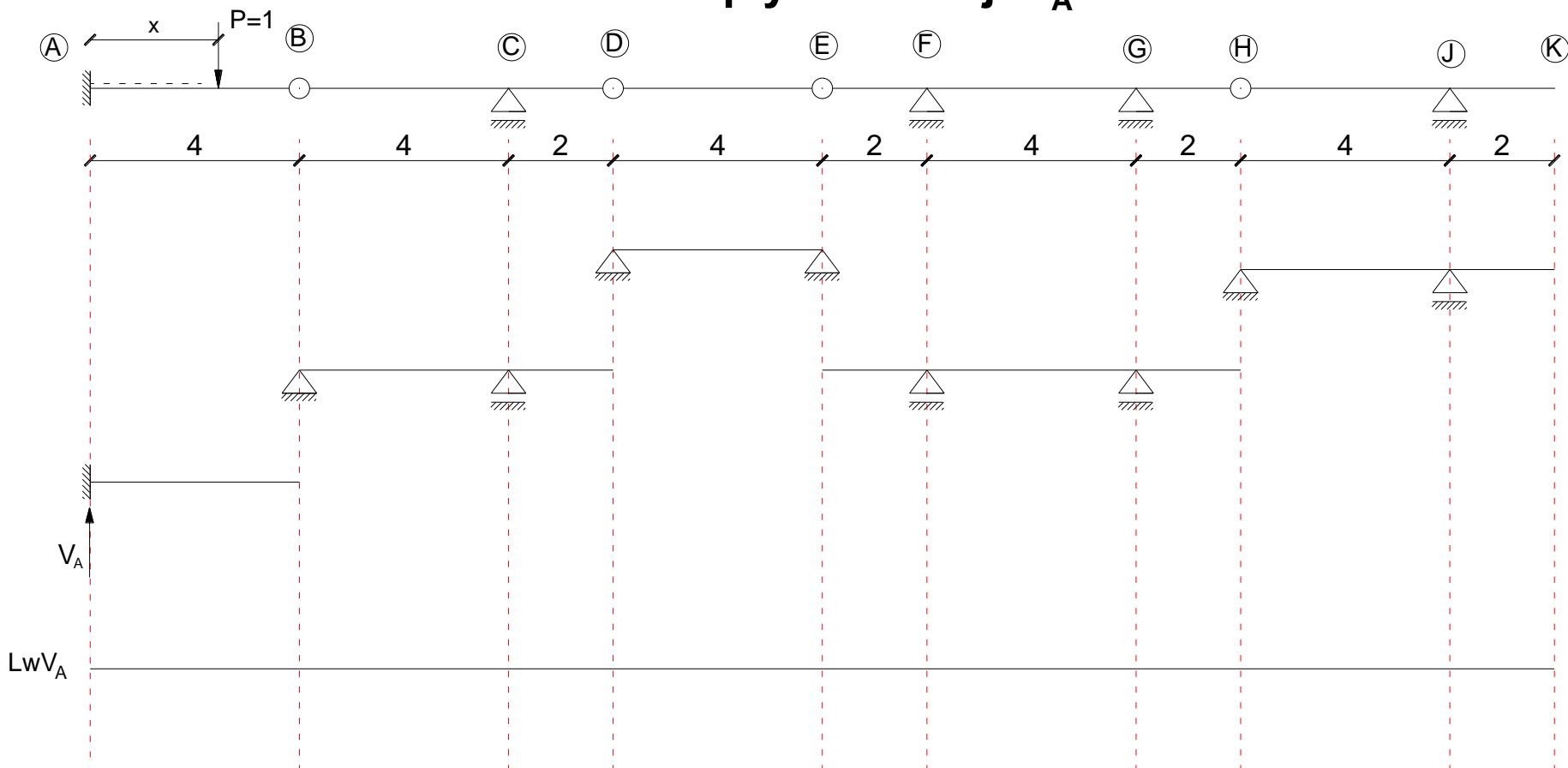
Linia wpływu reakcji V_A



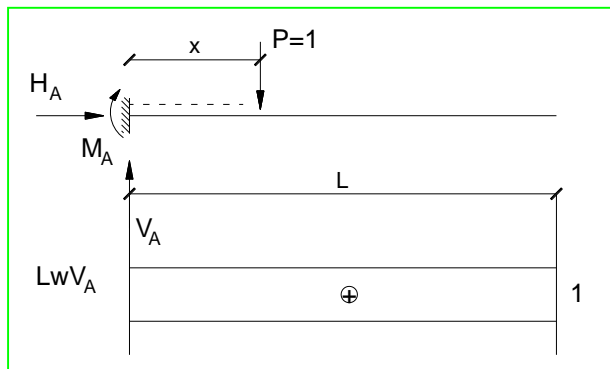
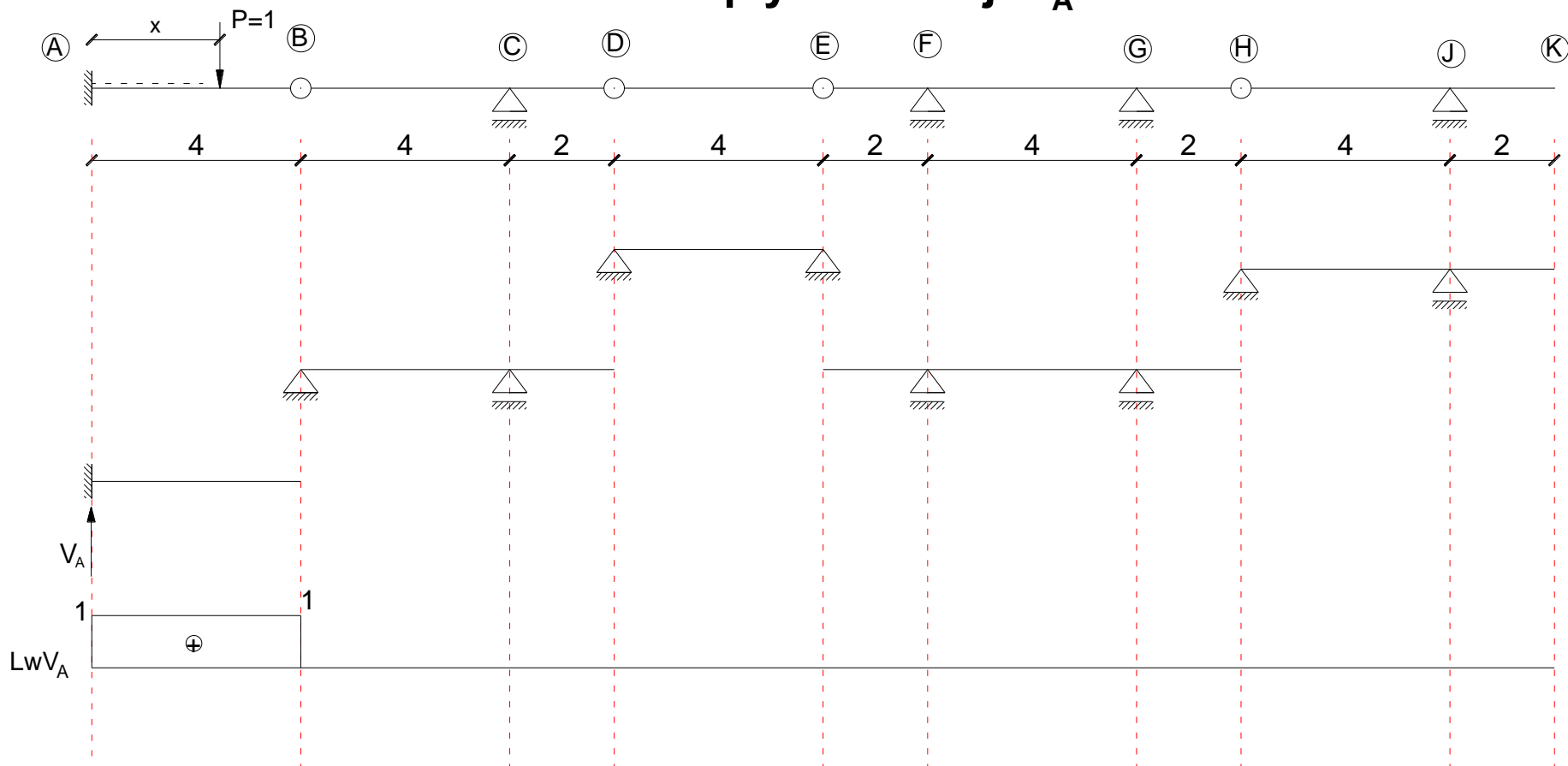
Linia wpływu reakcji V_A



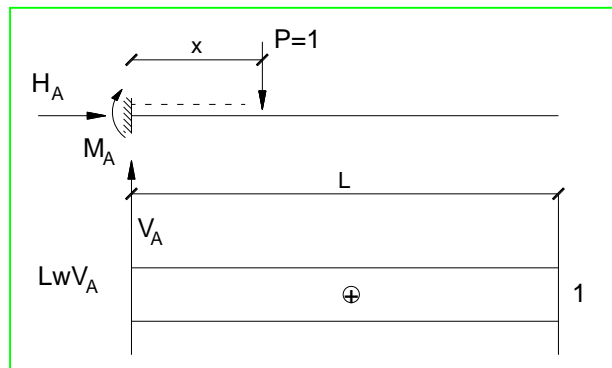
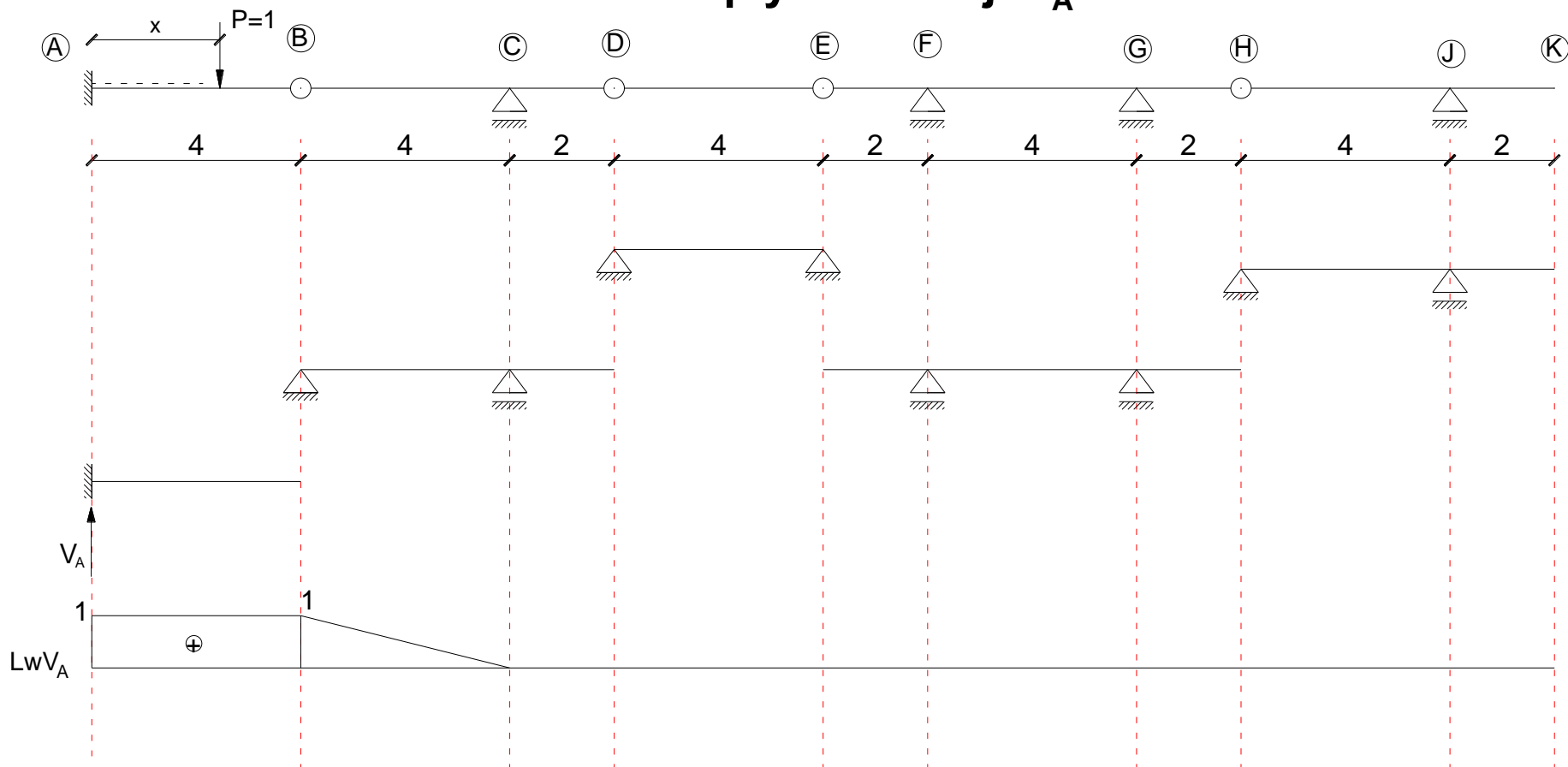
Linia wpływu reakcji V_A



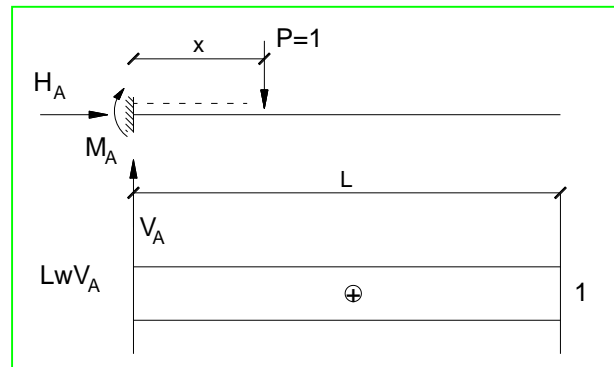
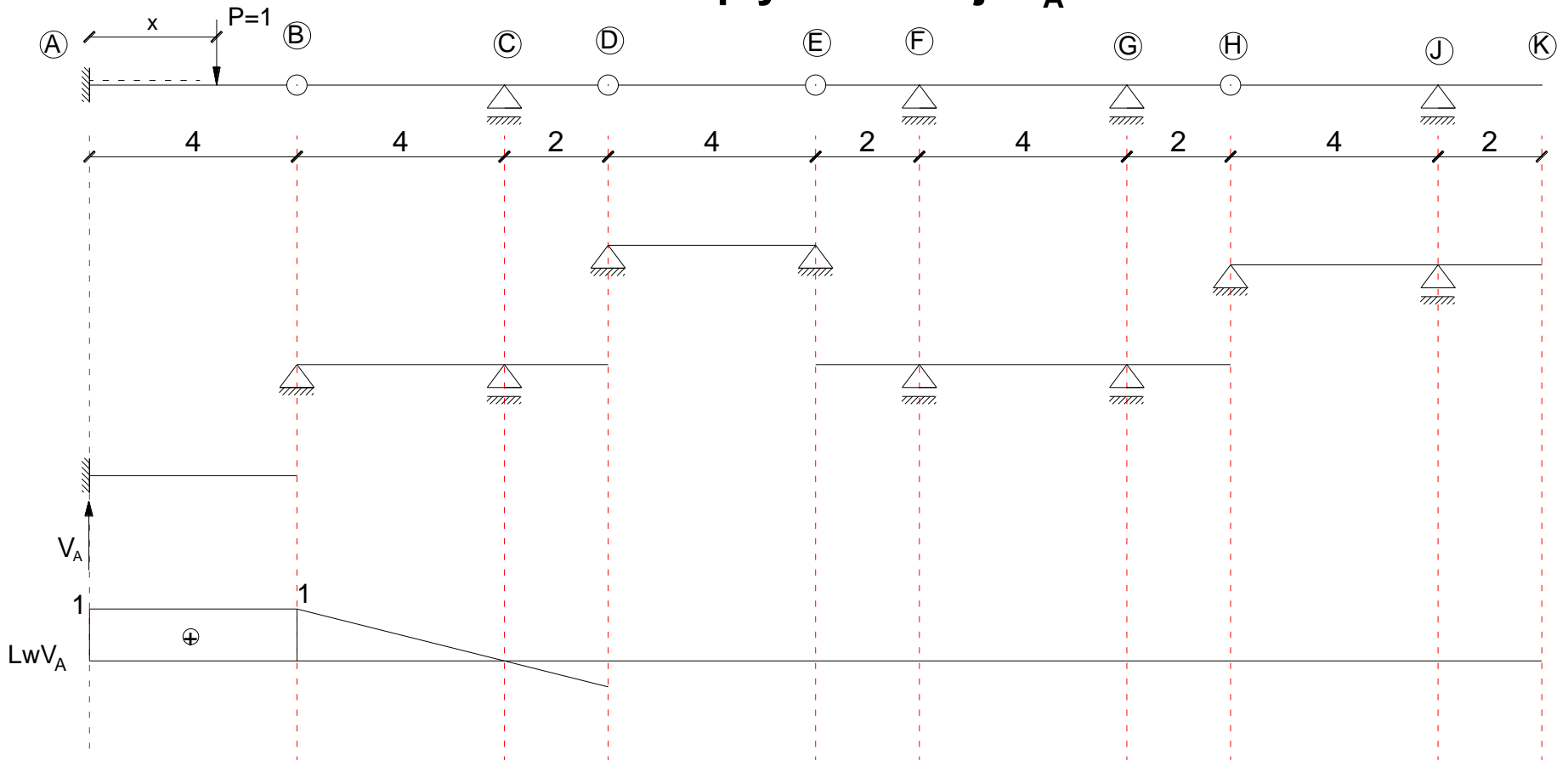
Linia wpływu reakcji V_A



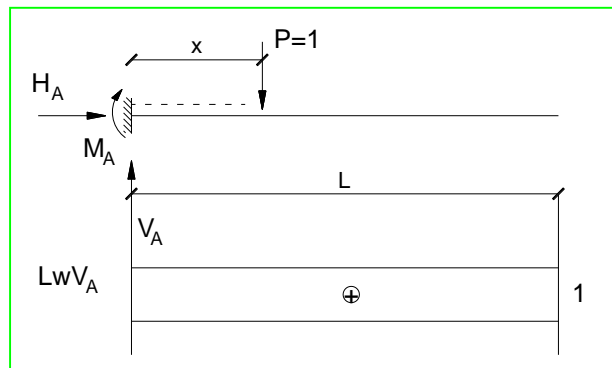
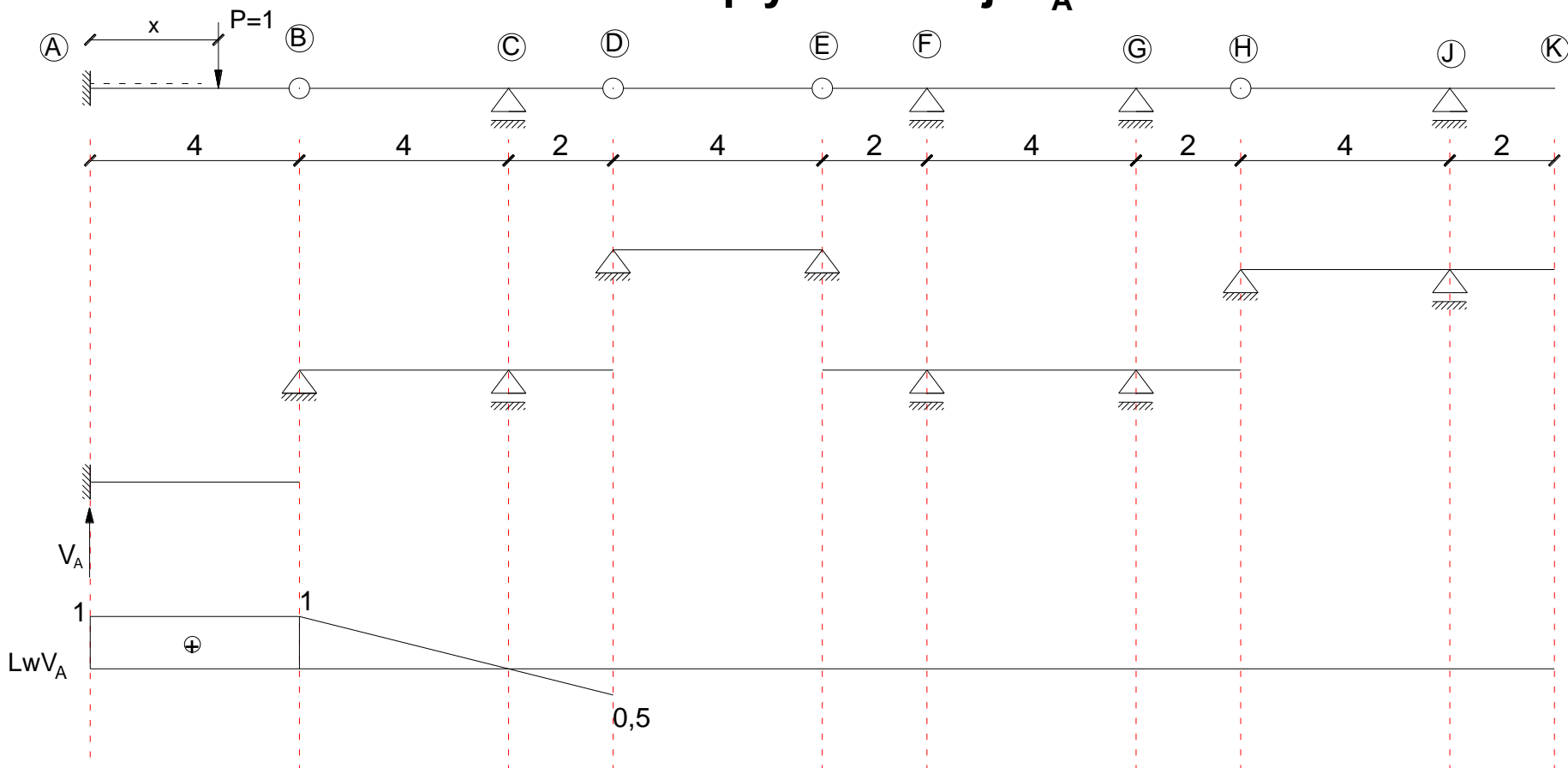
Linia wpływu reakcji V_A



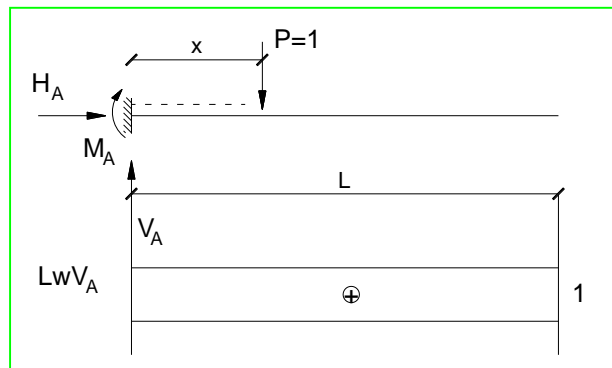
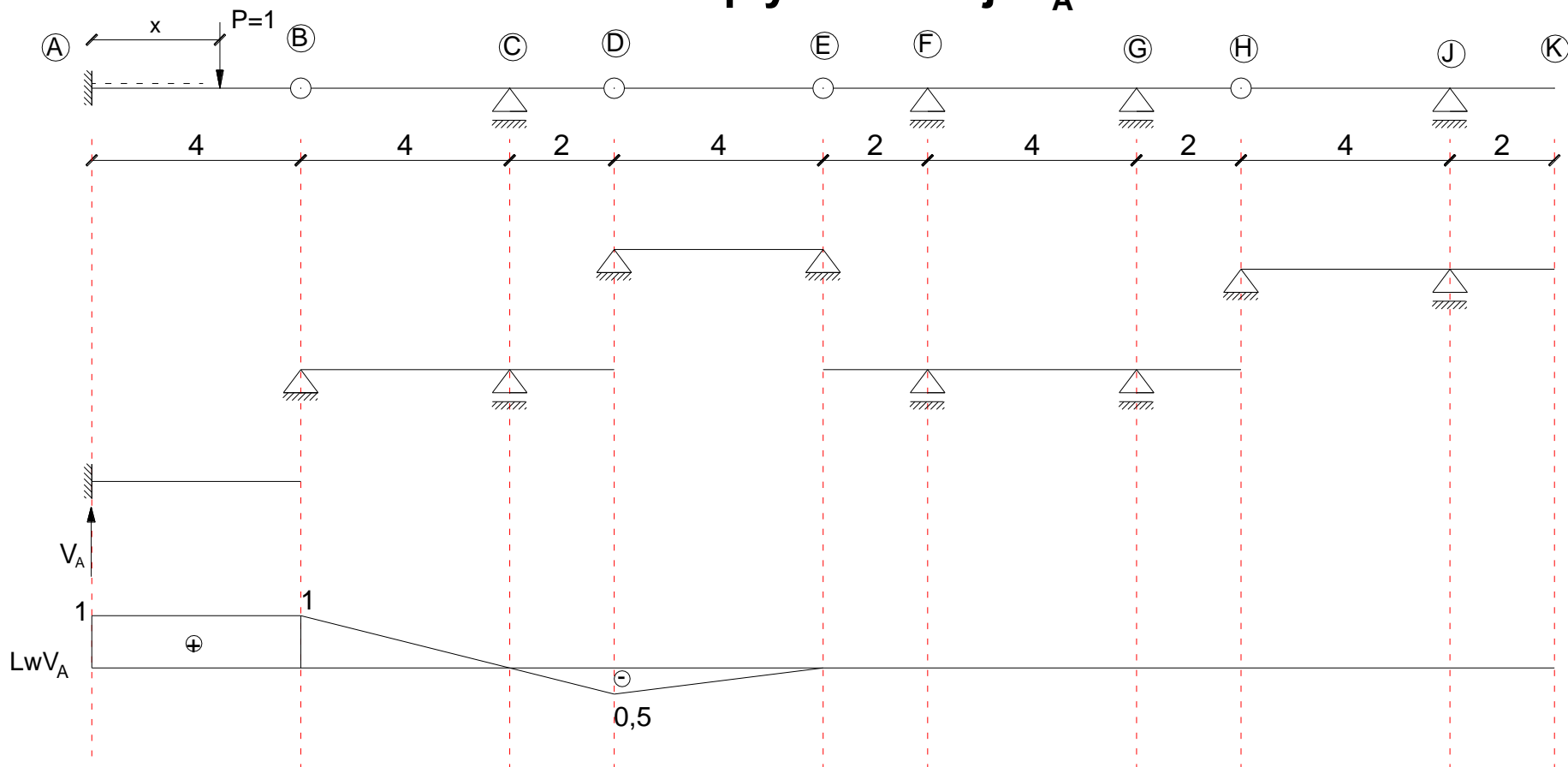
Linia wpływu reakcji V_A



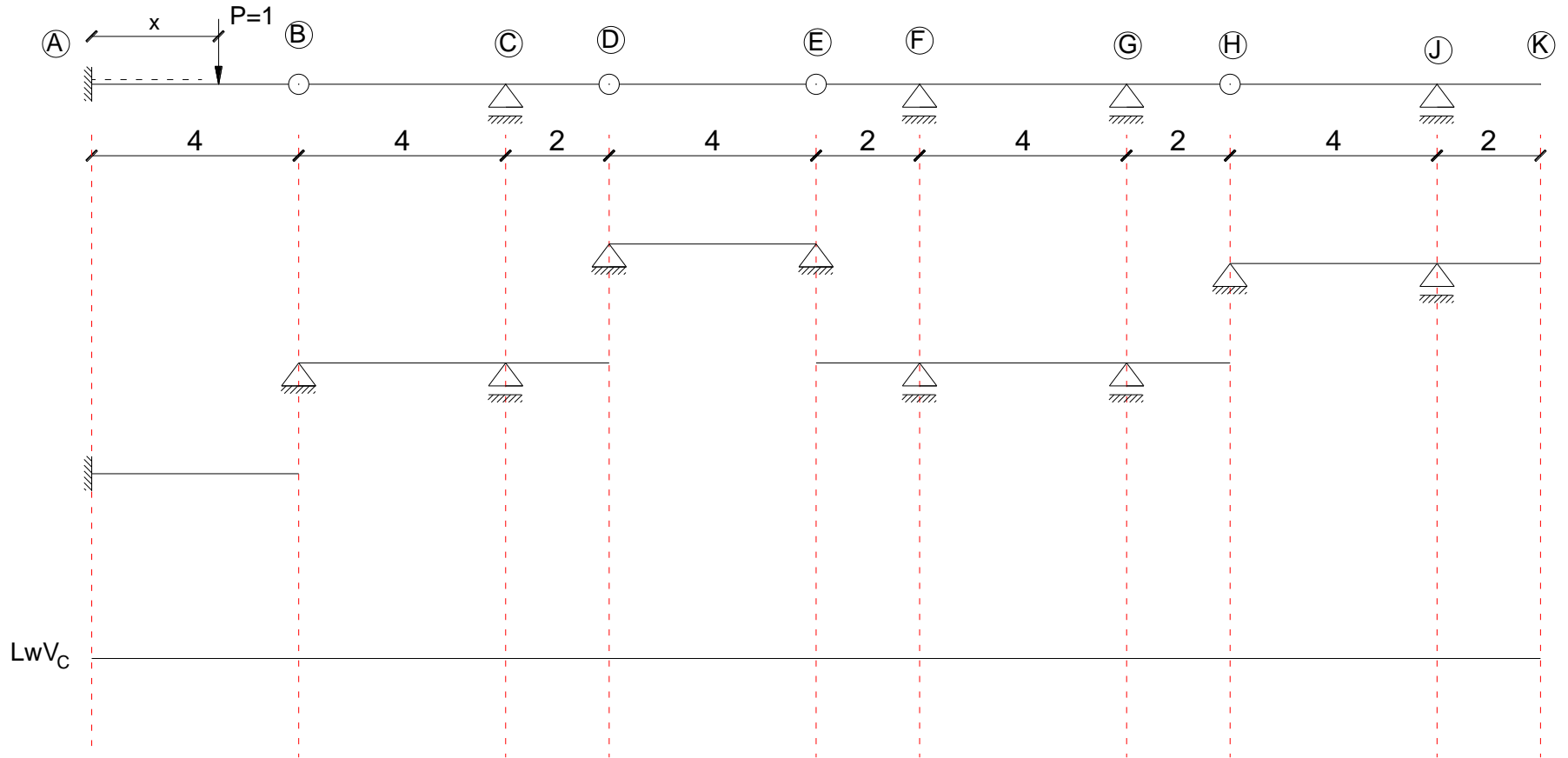
Linia wpływu reakcji V_A



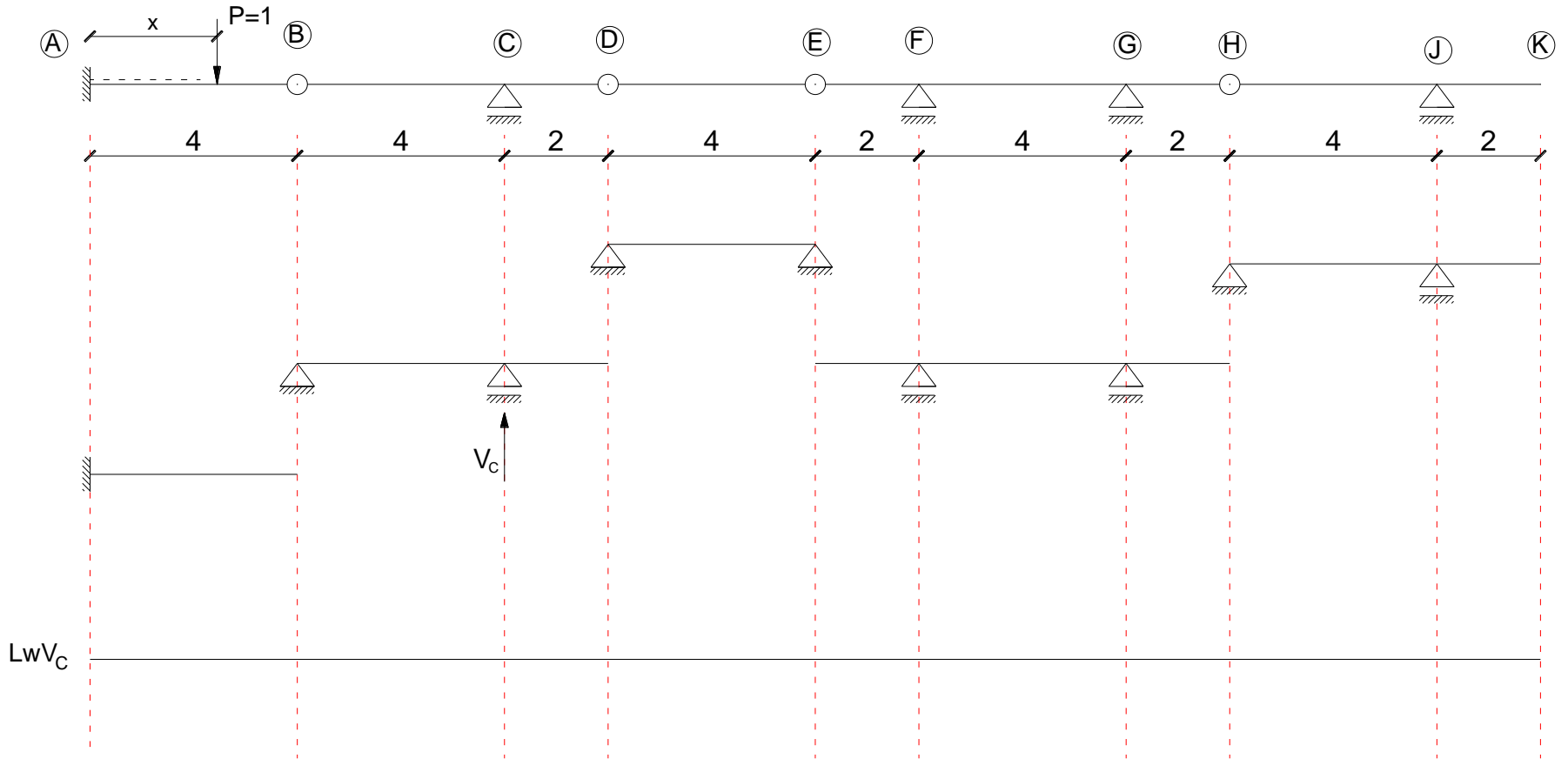
Linia wpływu reakcji V_A



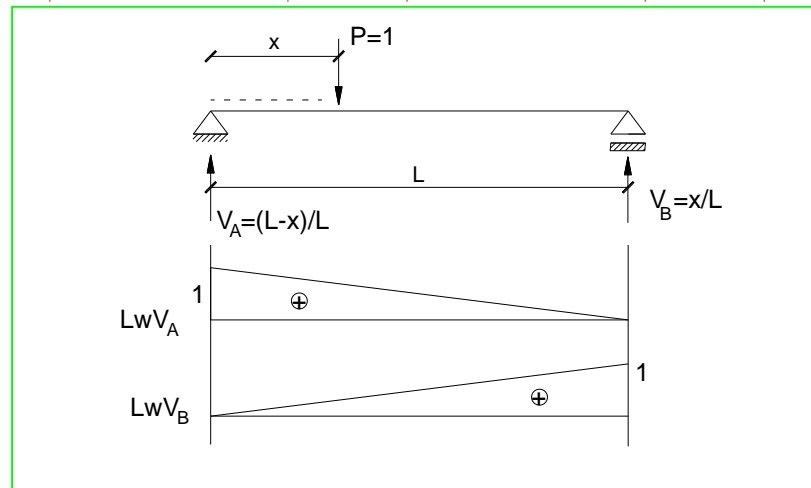
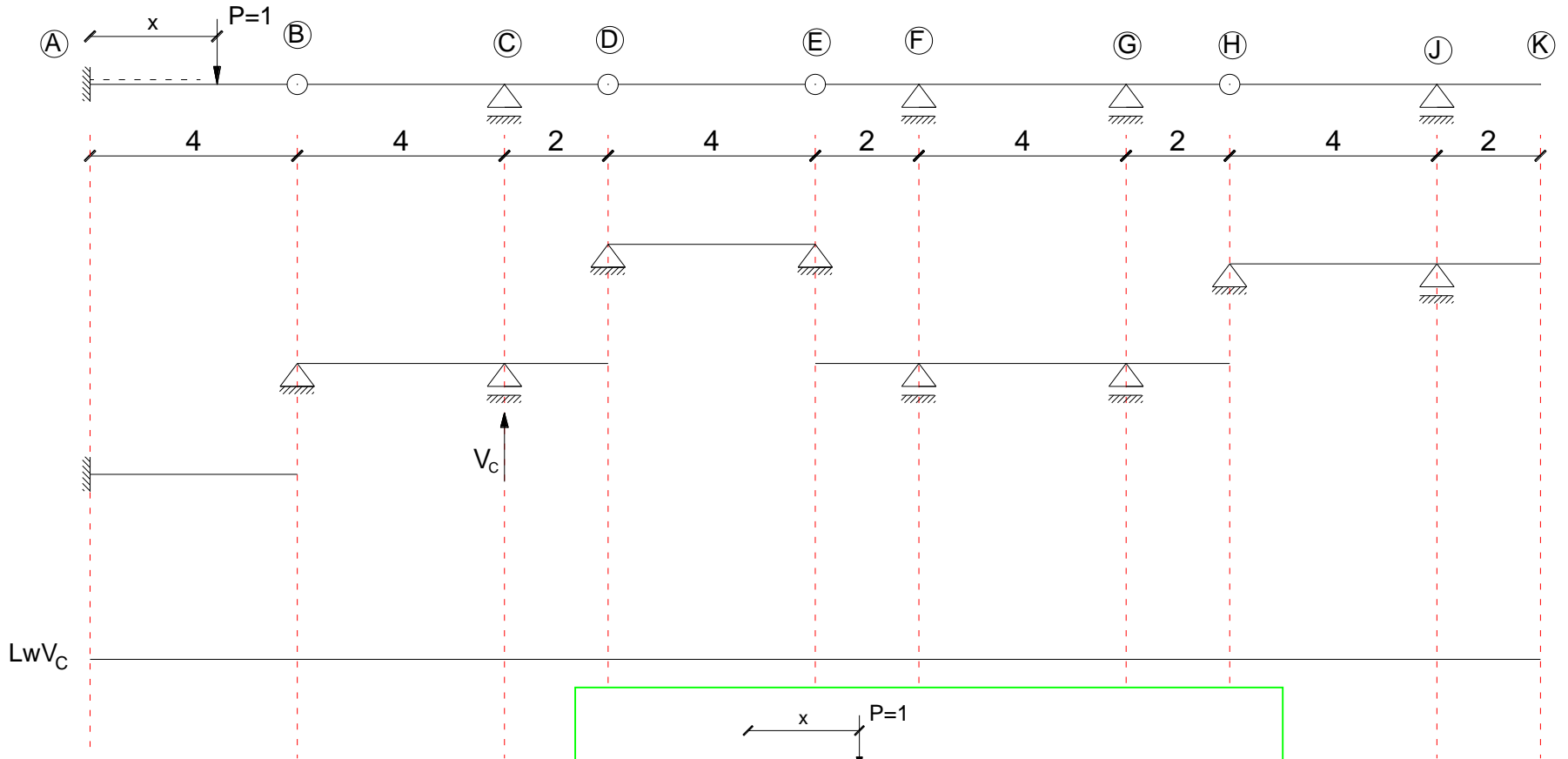
Linia wpływu reakcji V_C



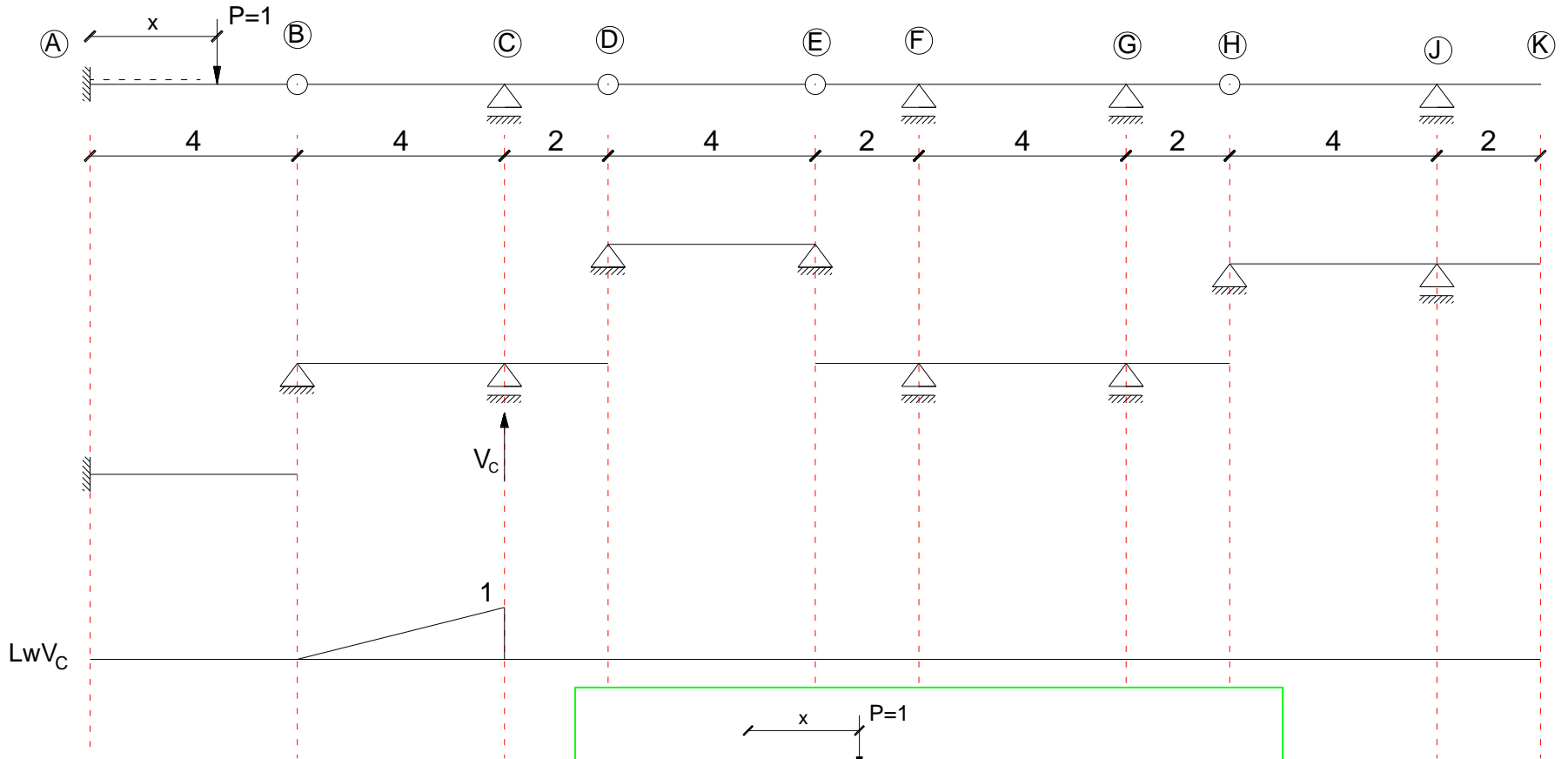
Linia wpływu reakcji V_C



Linia wpływu reakcji V_C



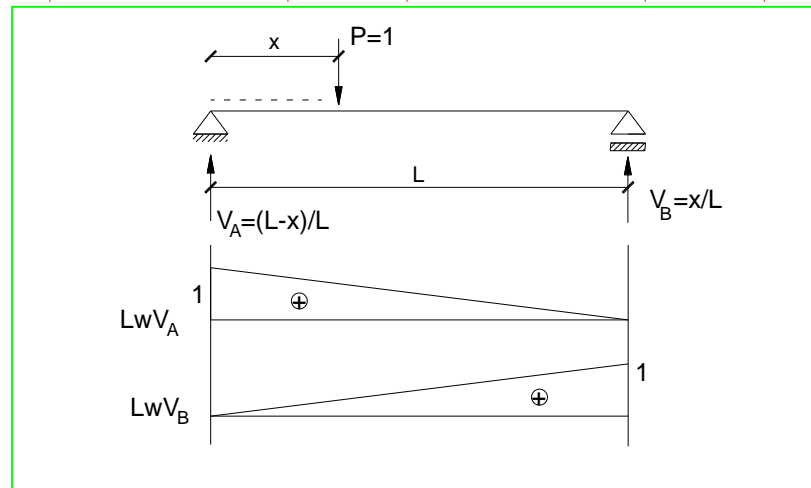
Linia wpływu reakcji V_C



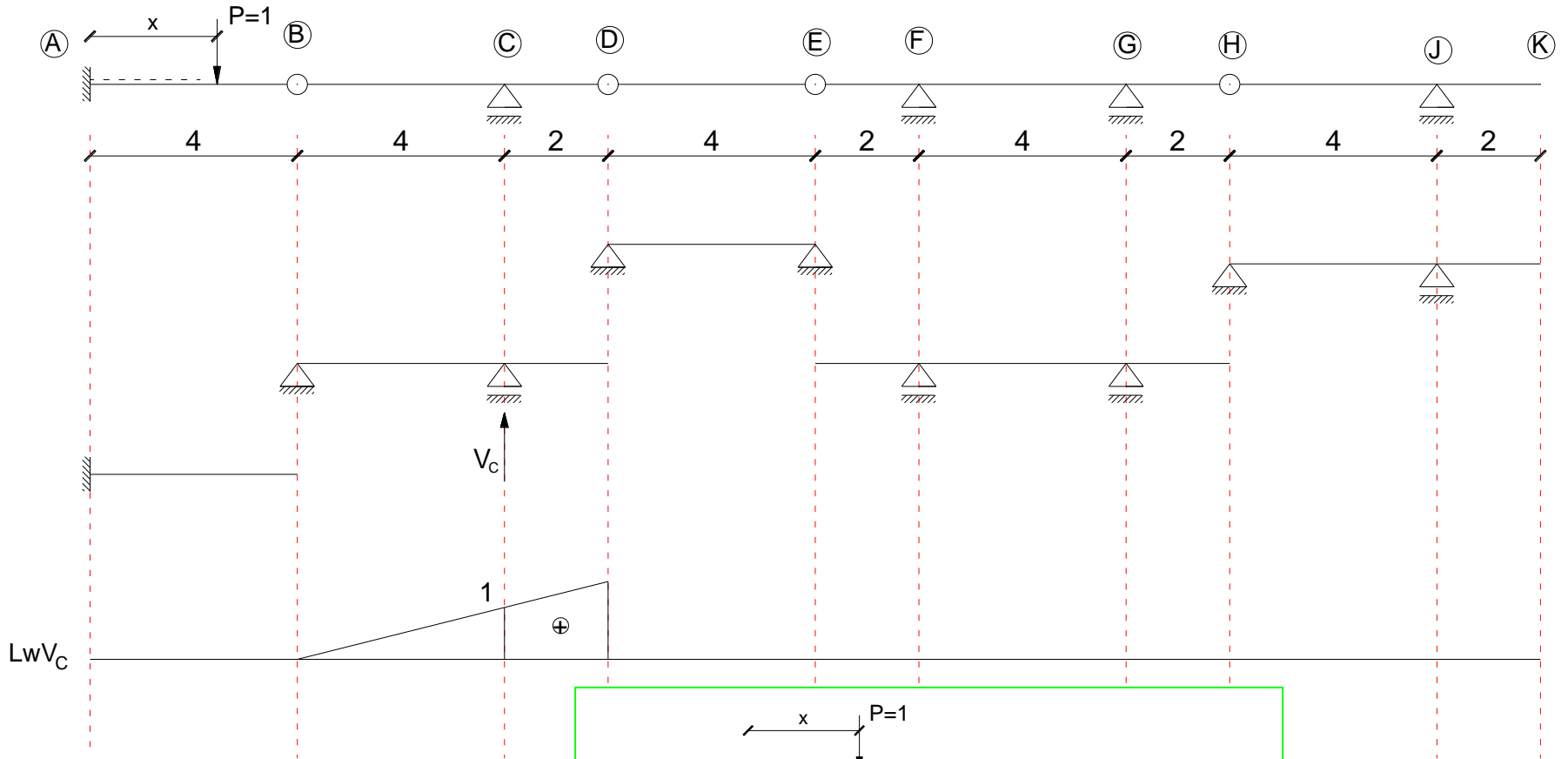
LwV_C

V_C

1



Linia wpływu reakcji V_C

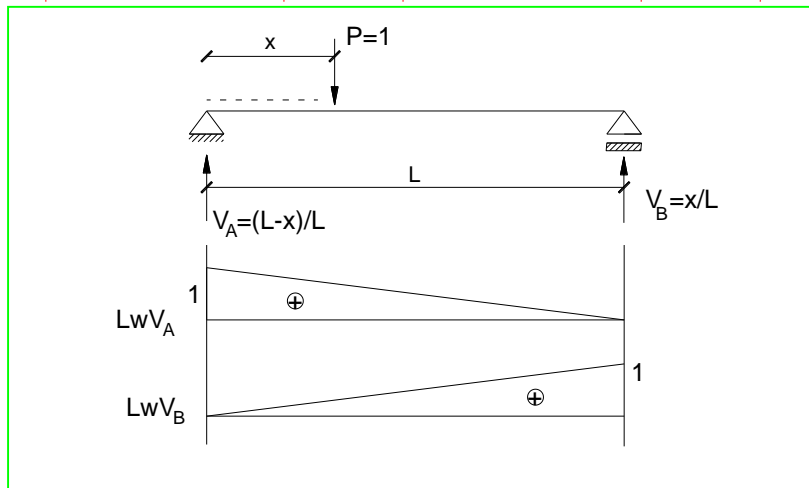


LwV_C

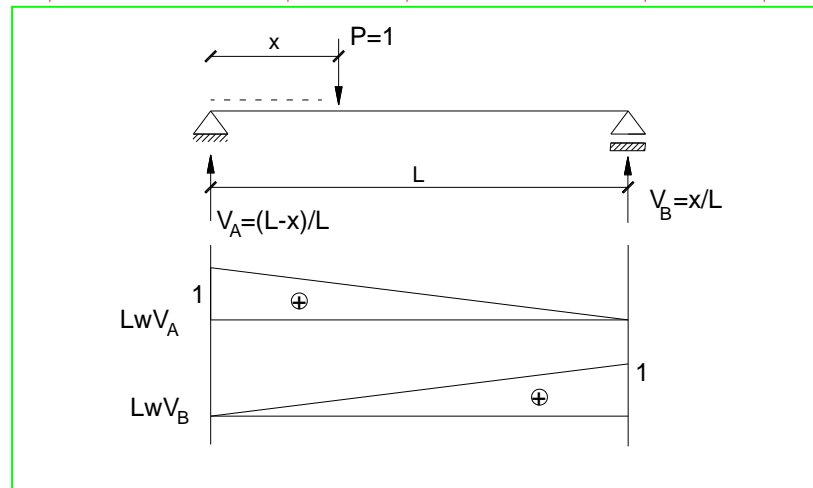
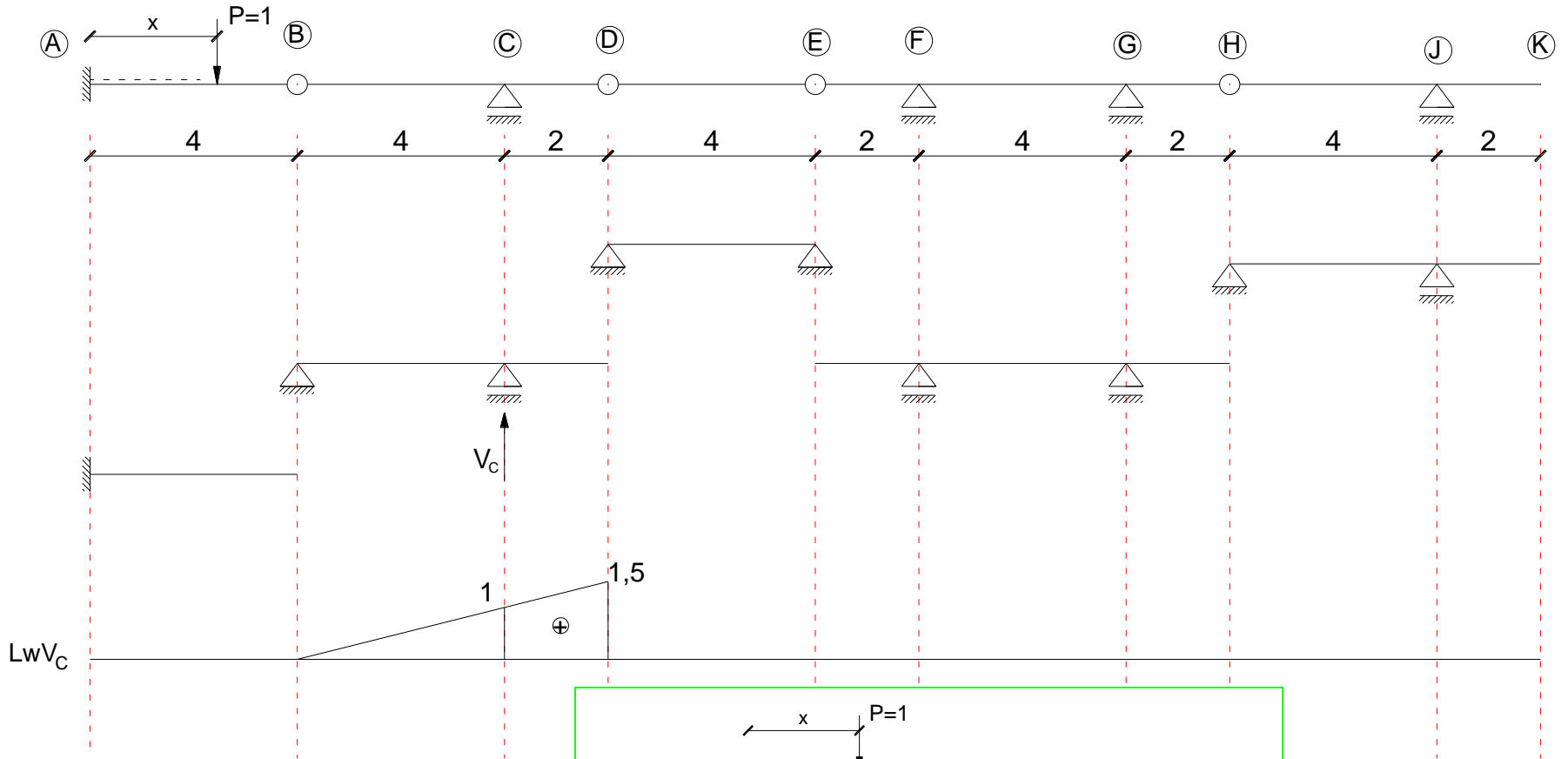
V_C

1

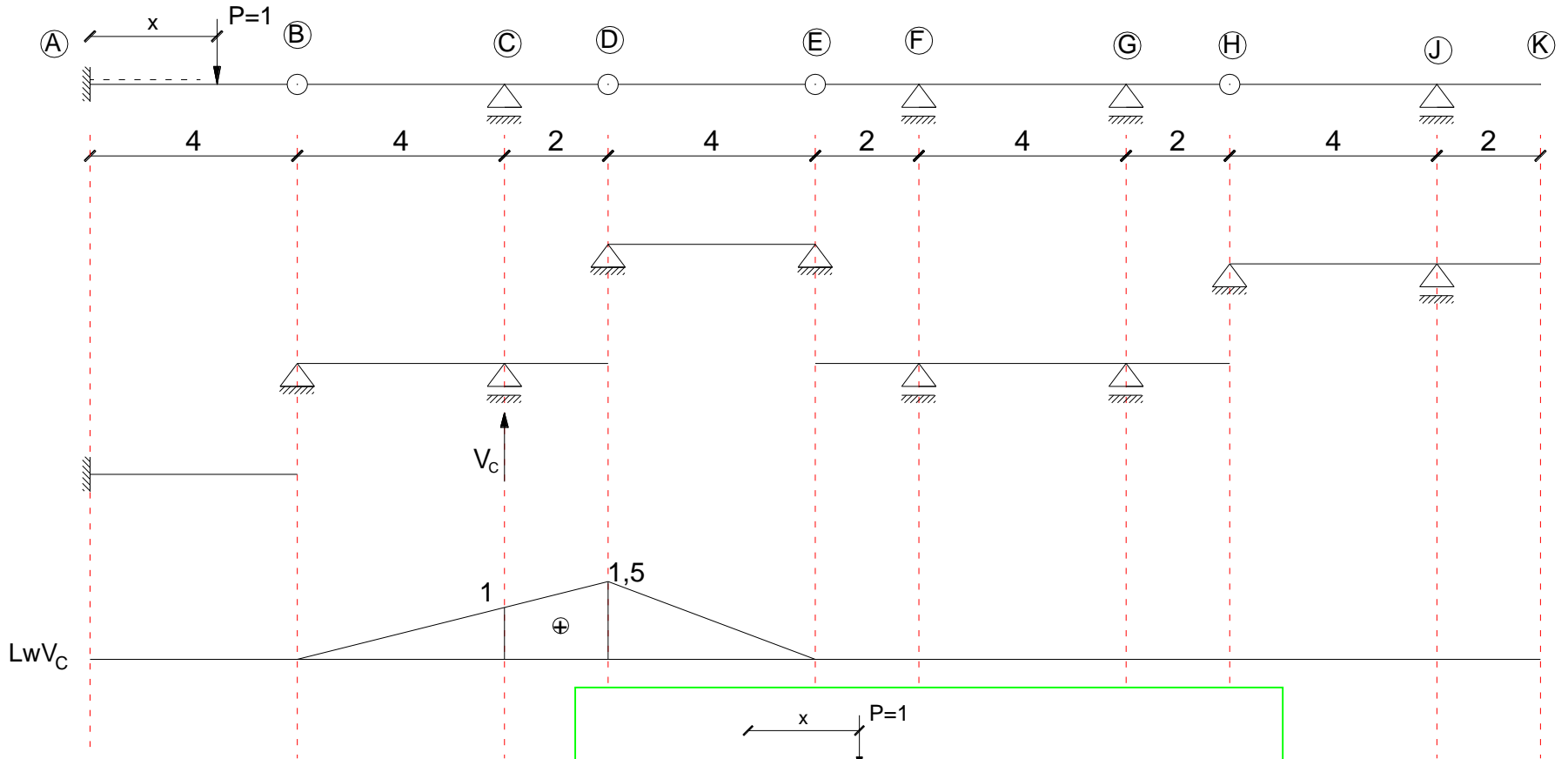
\oplus



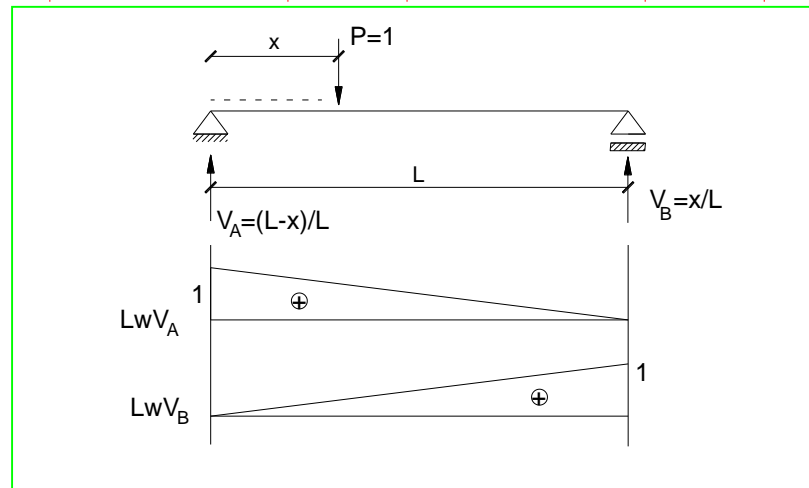
Linia wpływu reakcji V_C



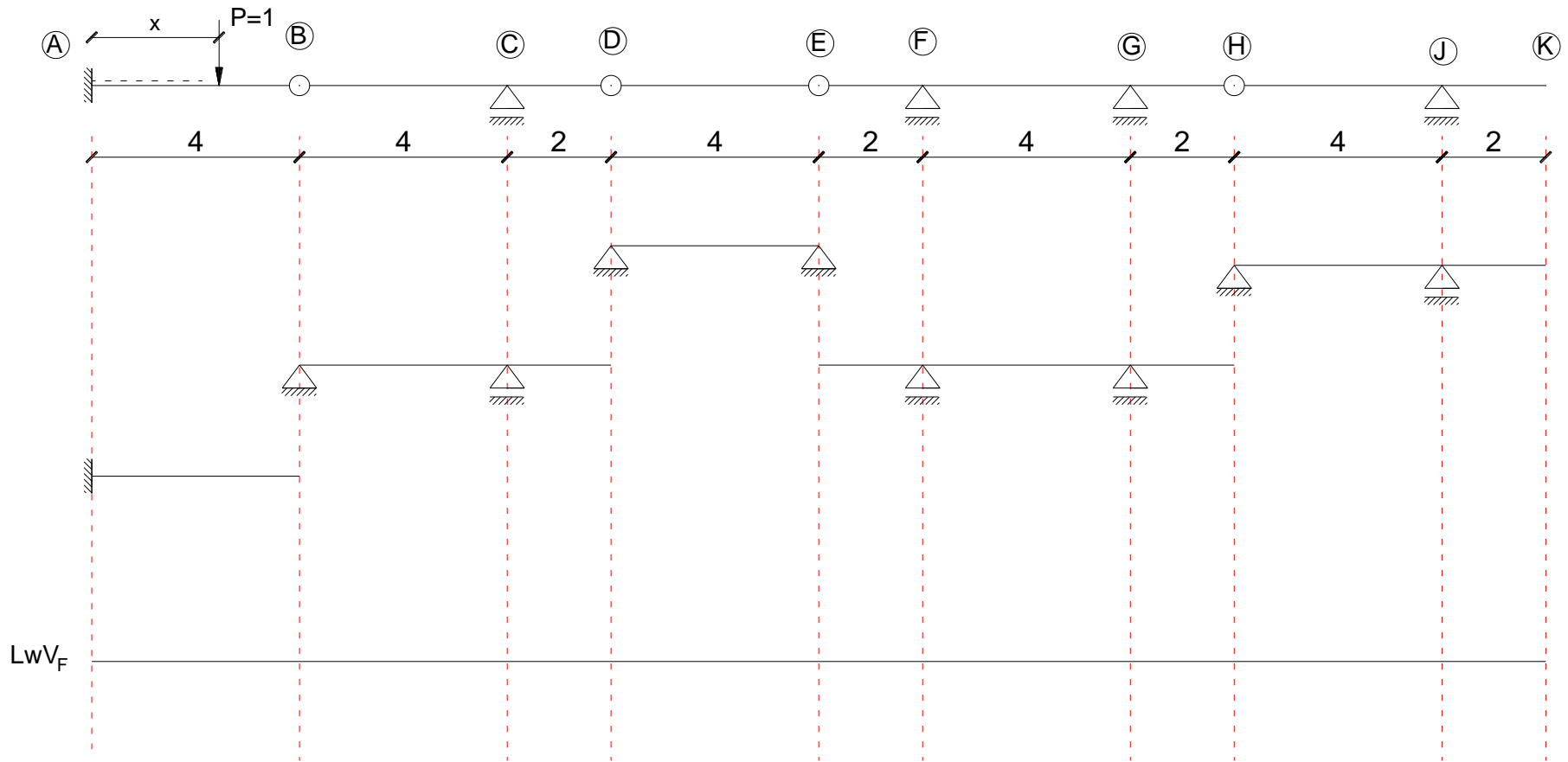
Linia wpływu reakcji V_C



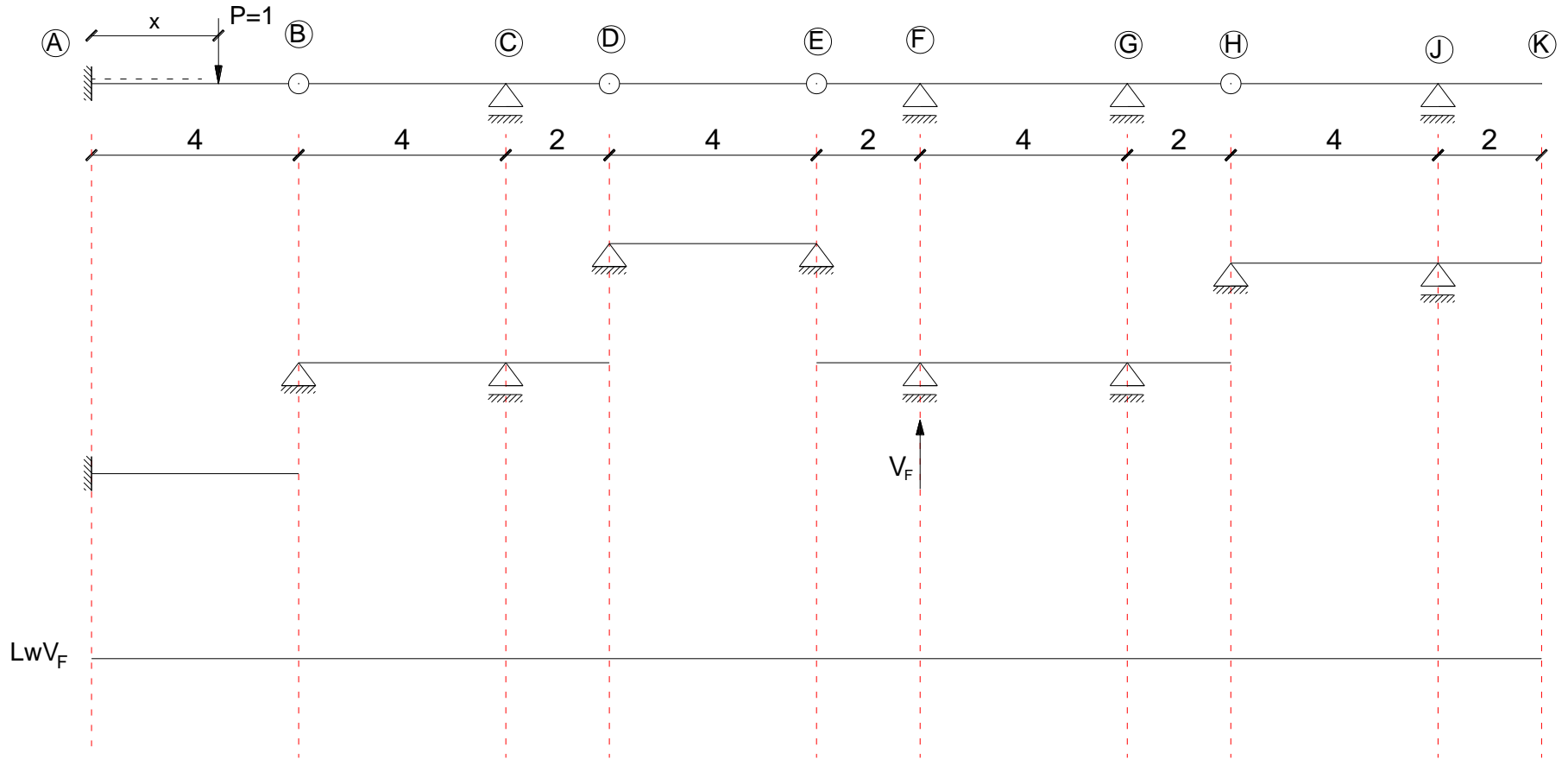
LwV_C



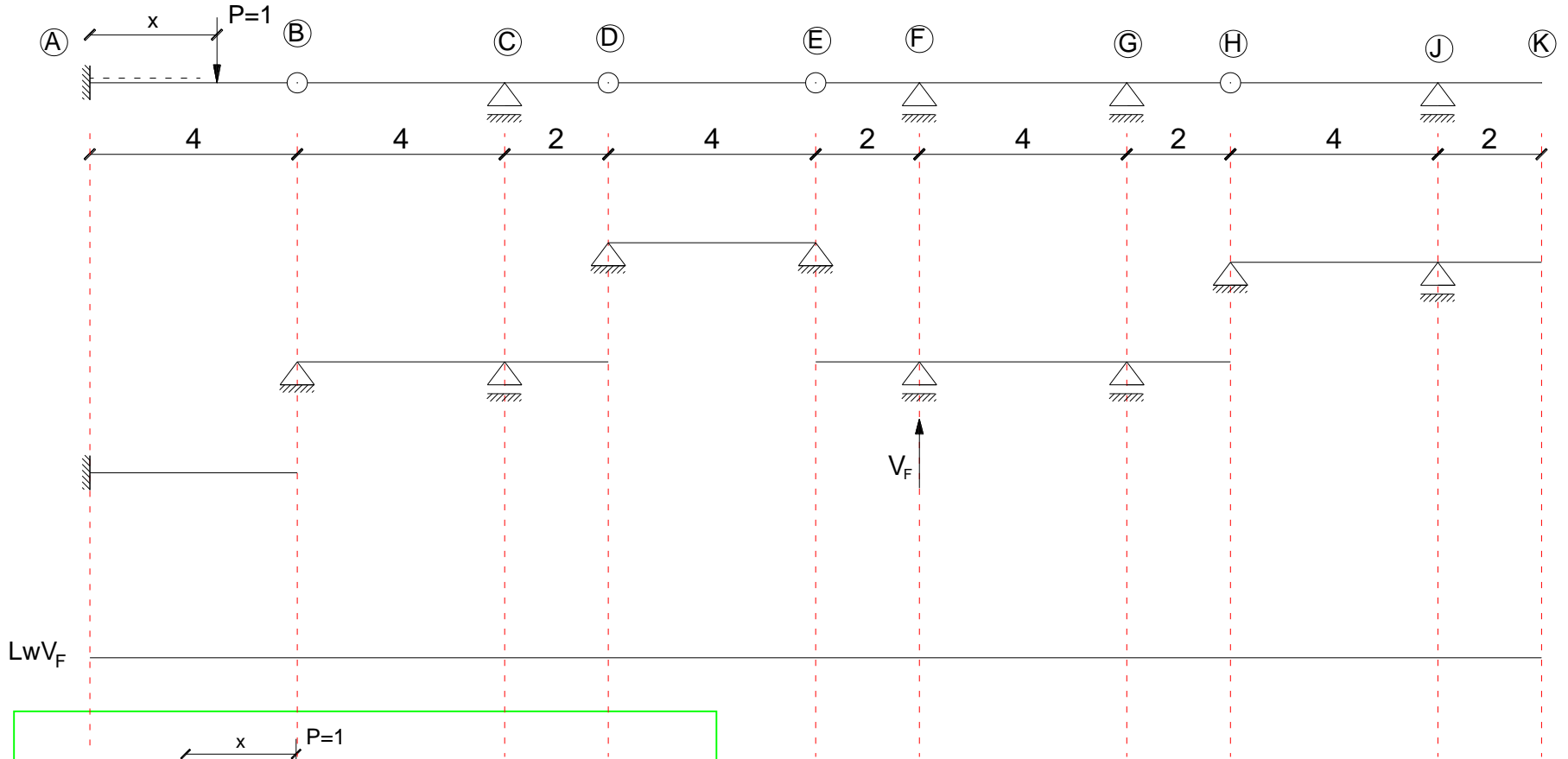
Linia wpływu reakcji V_F



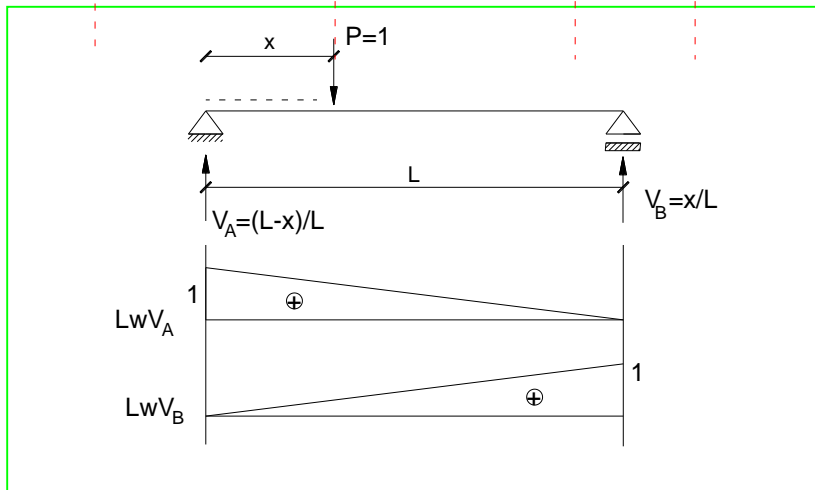
Linia wpływu reakcji V_F



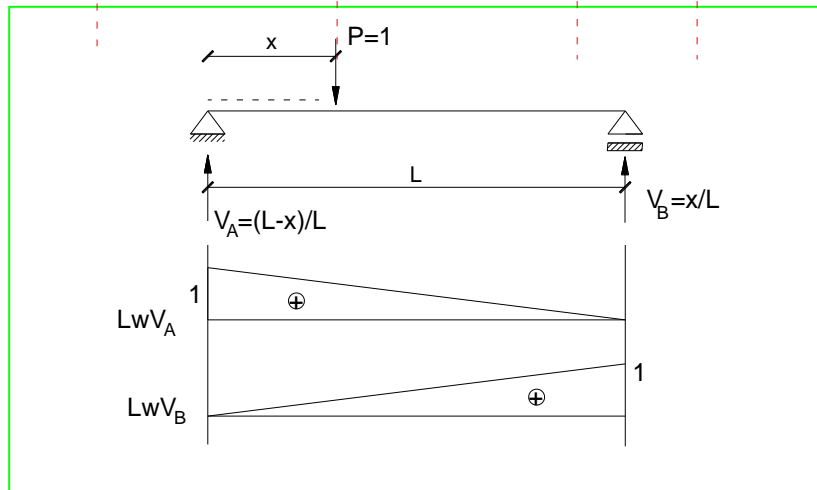
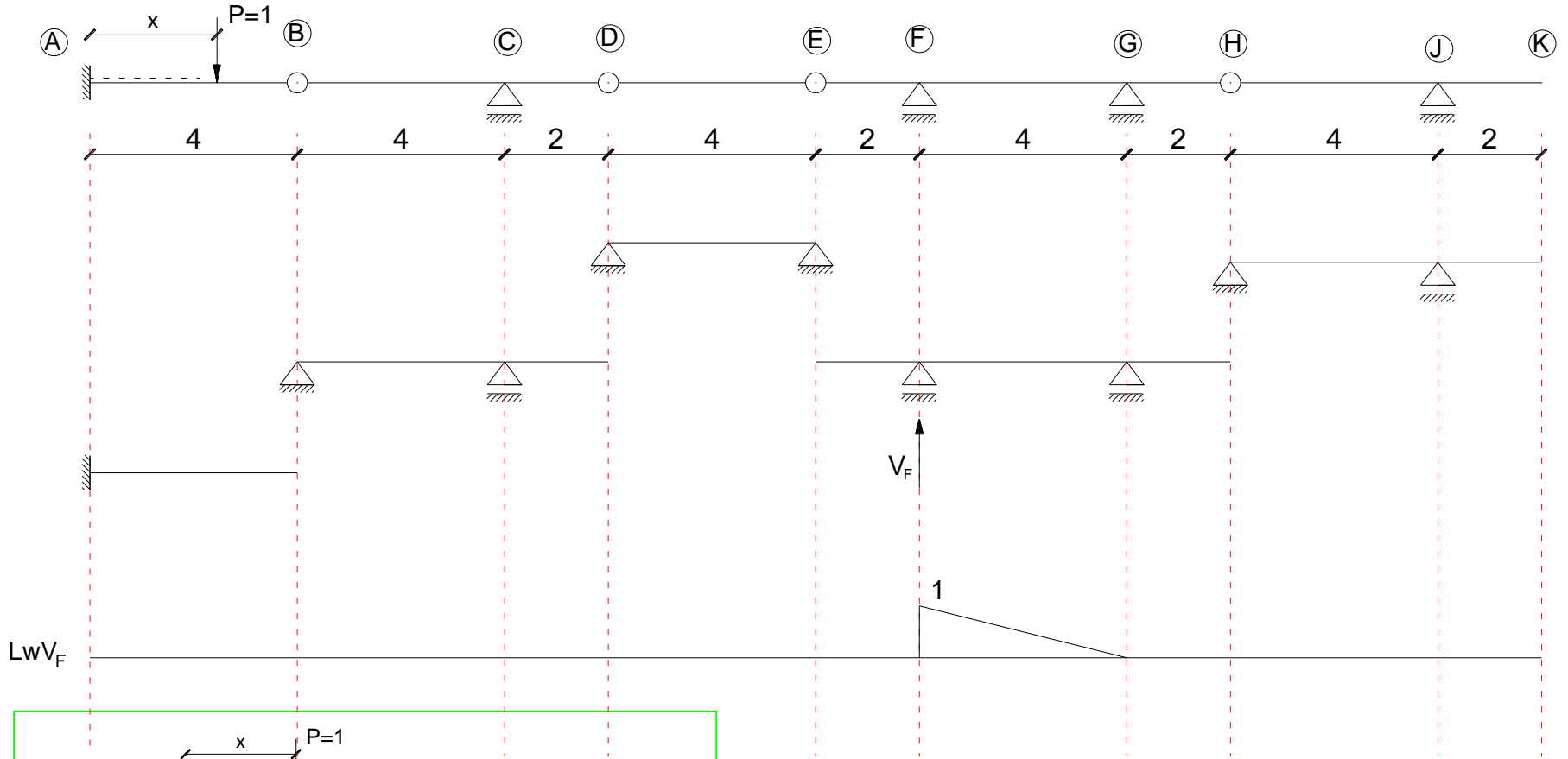
Linia wpływu reakcji V_F



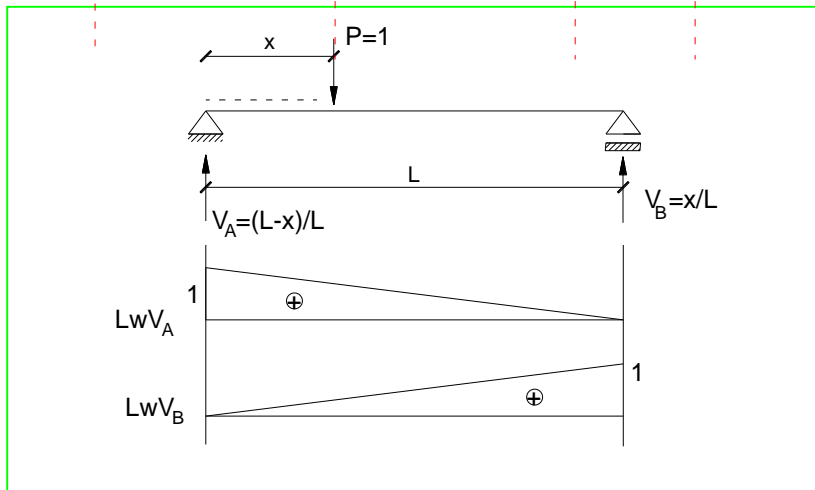
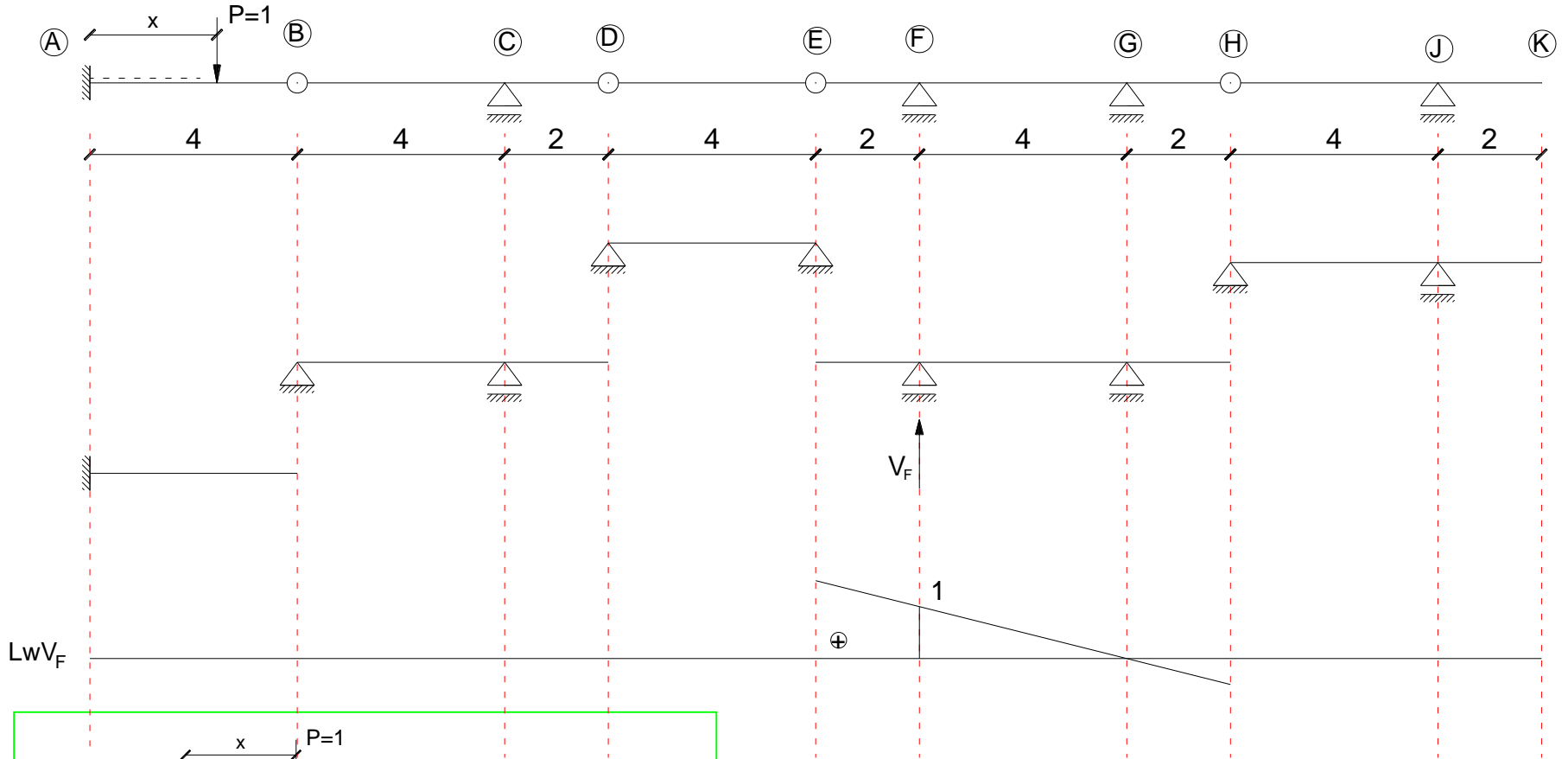
Lw V_F



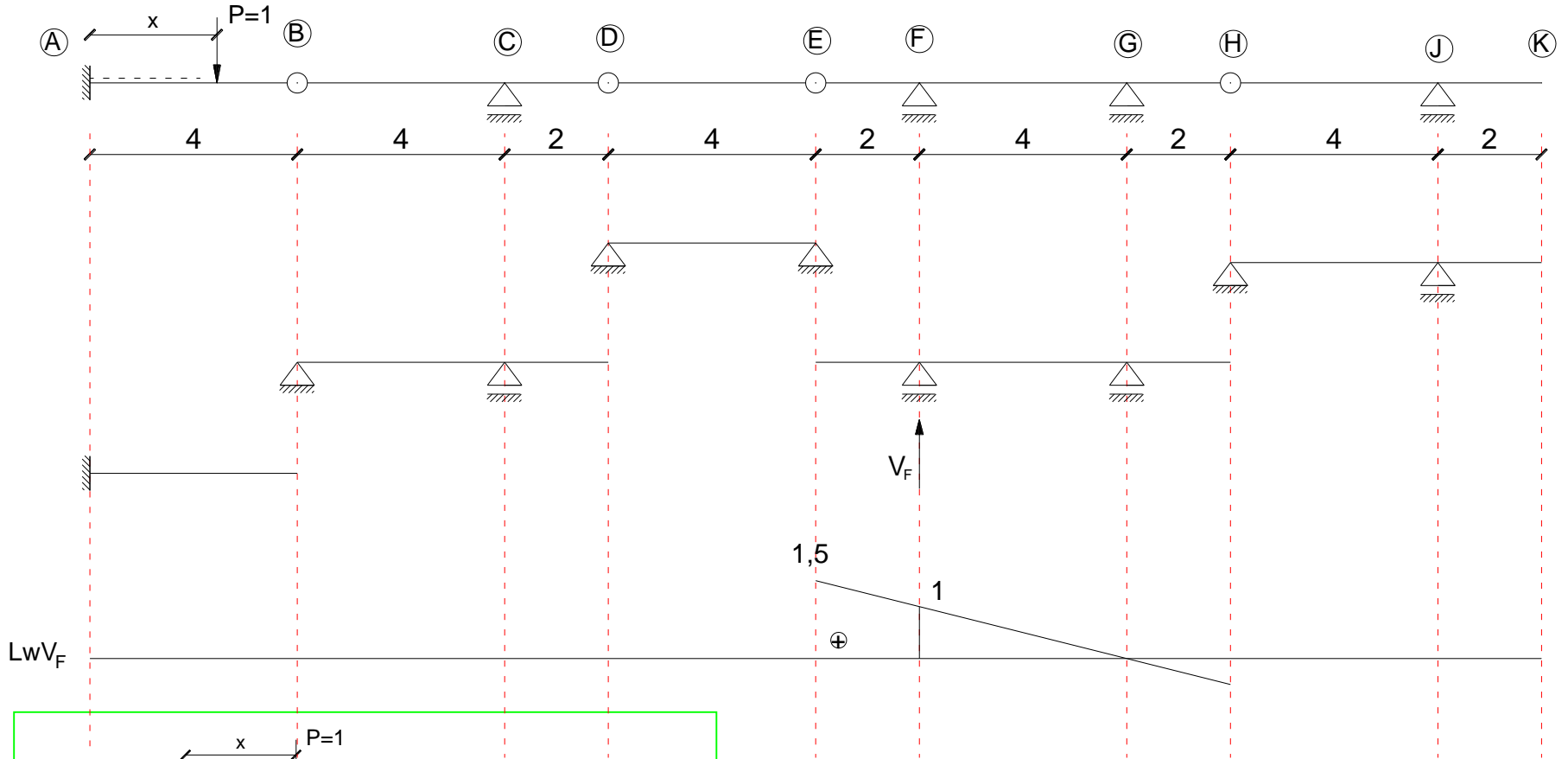
Linia wpływu reakcji V_F



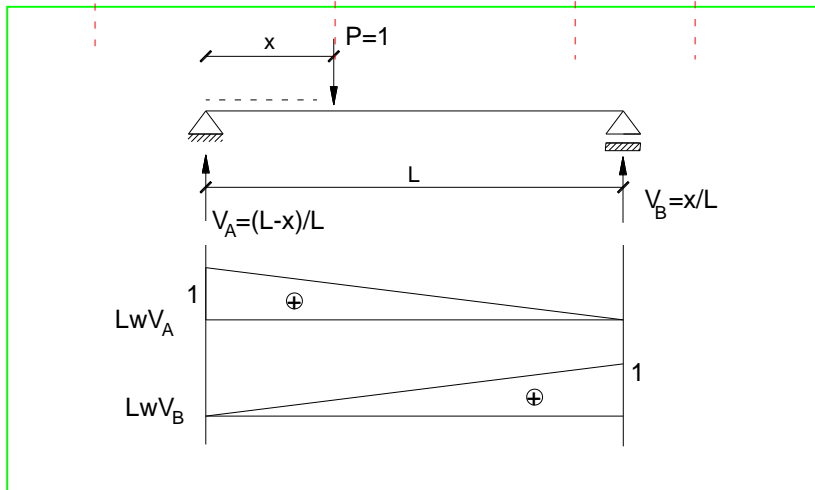
Linia wpływu reakcji V_F



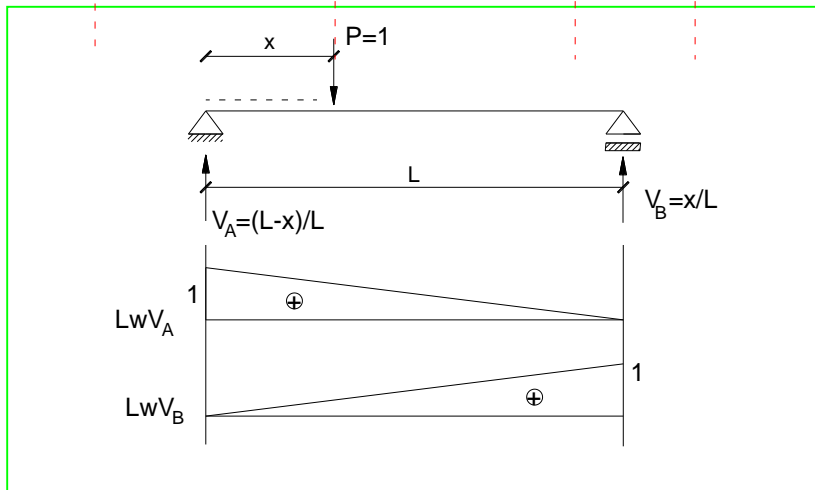
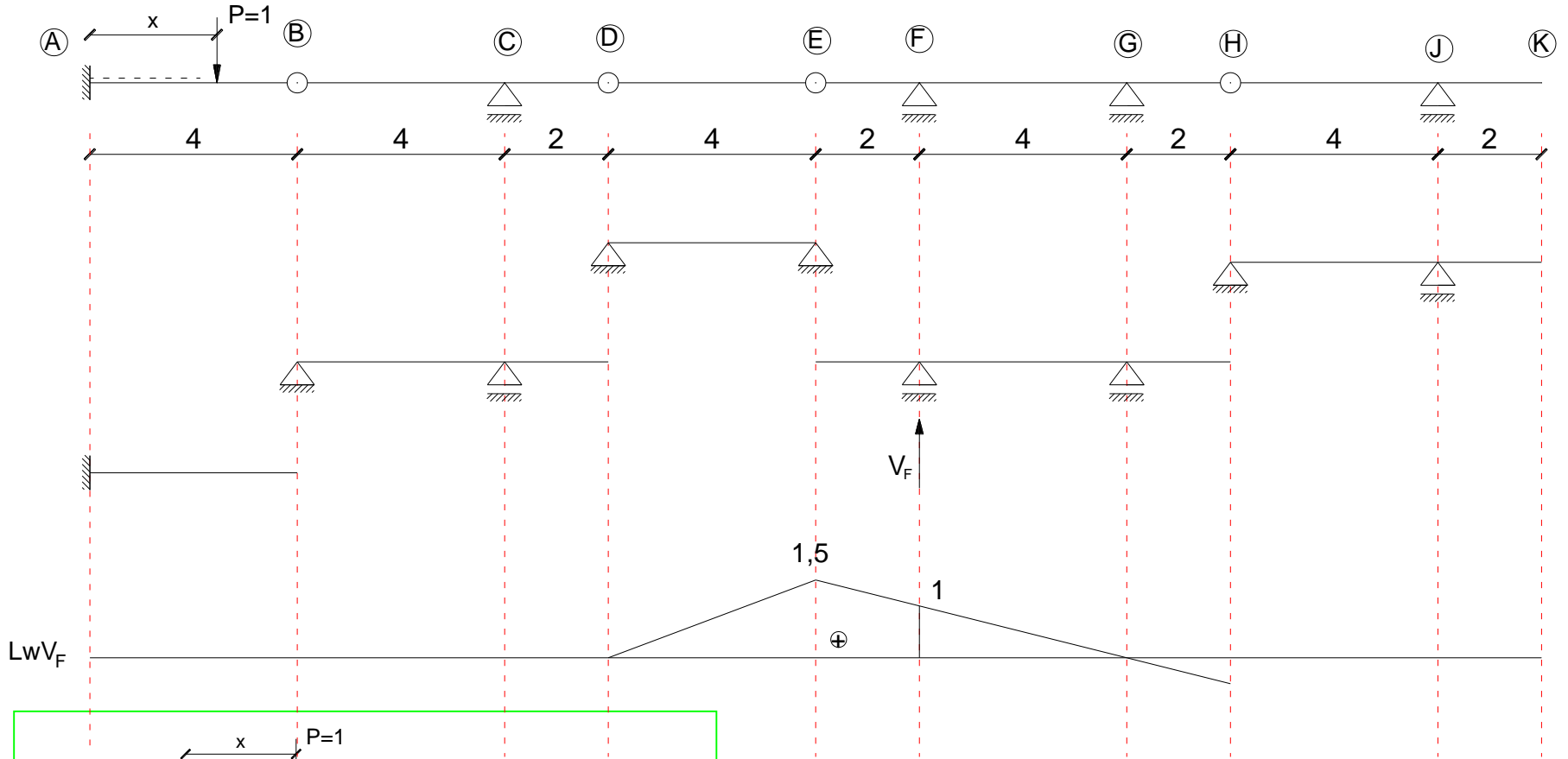
Linia wpływu reakcji V_F



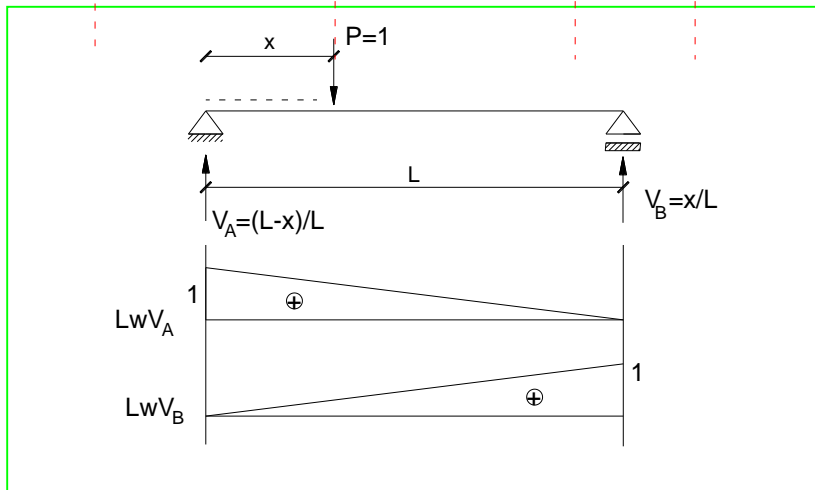
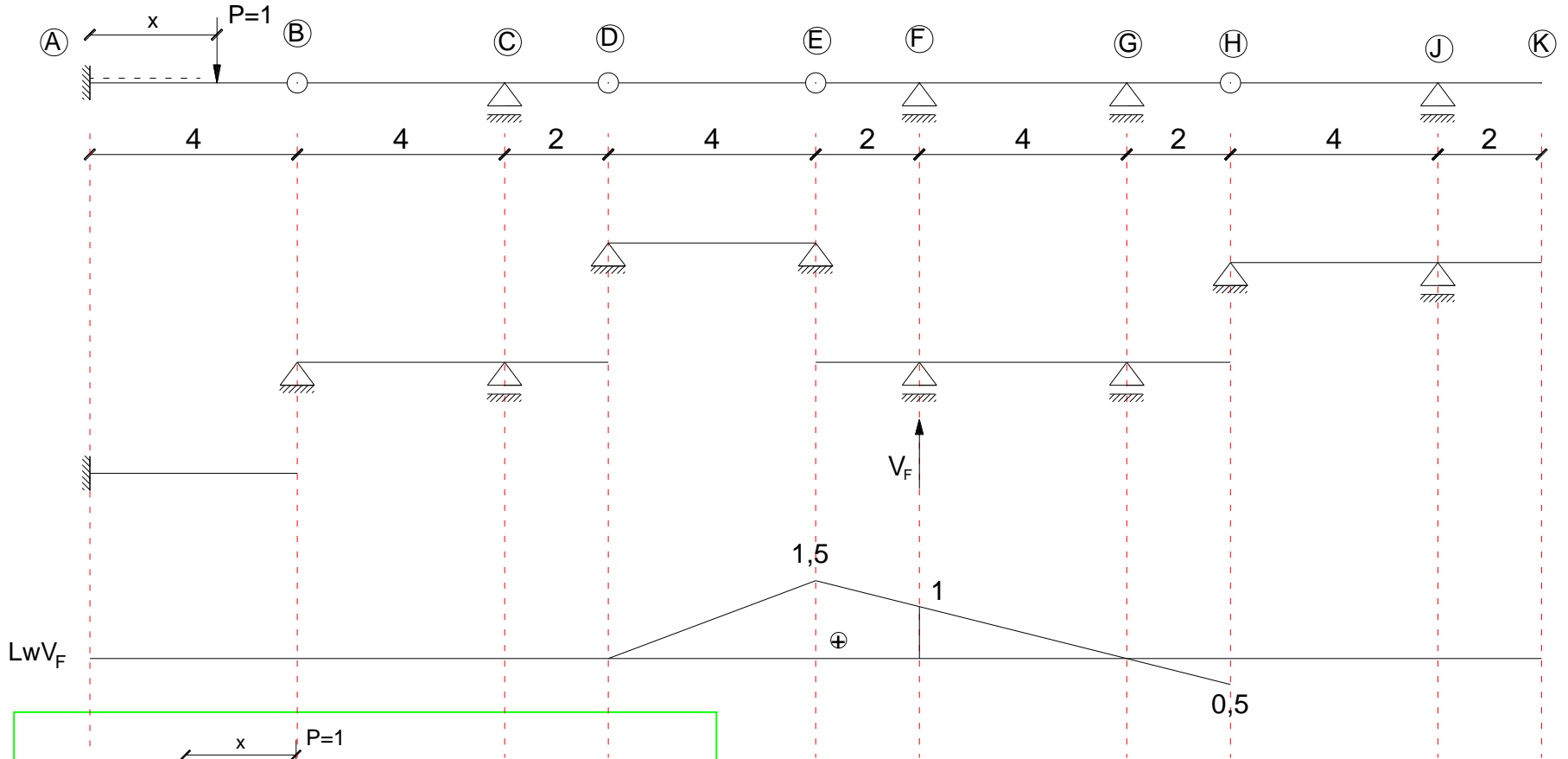
LwV_F



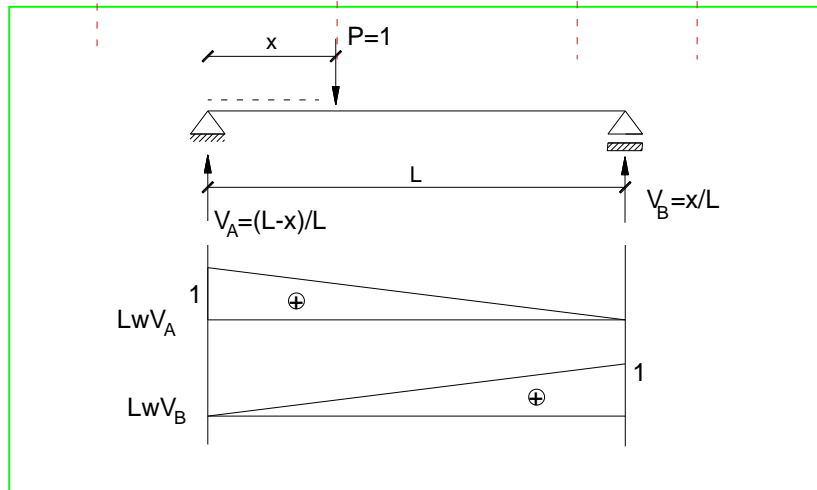
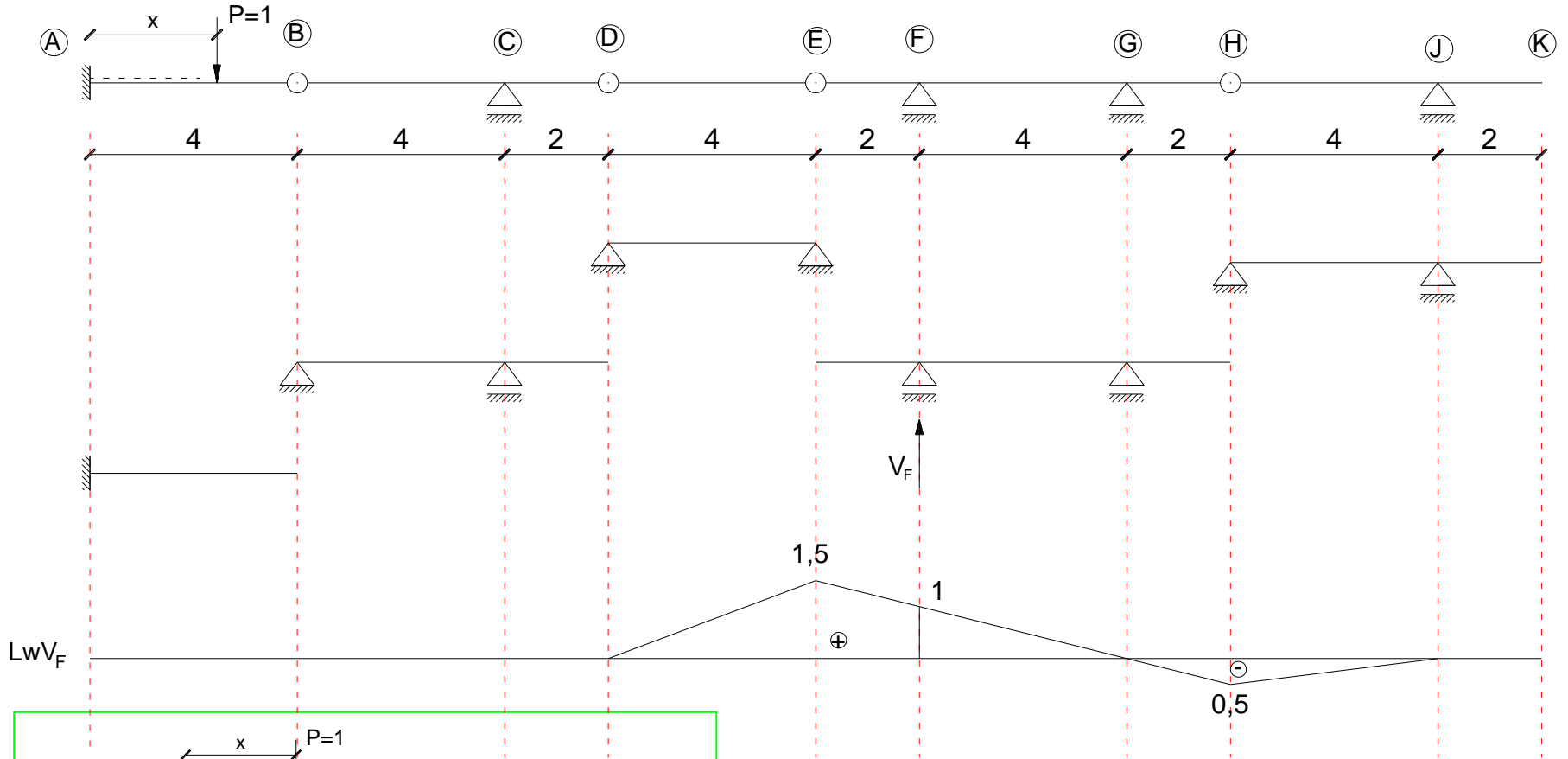
Linia wpływu reakcji V_F



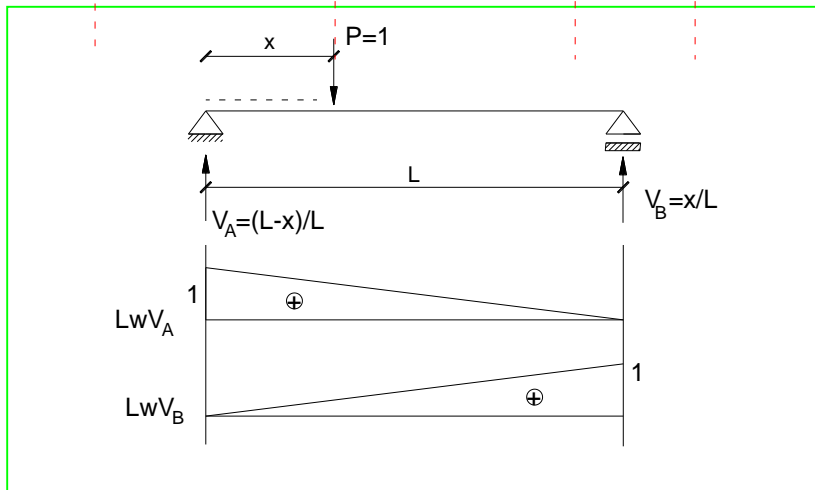
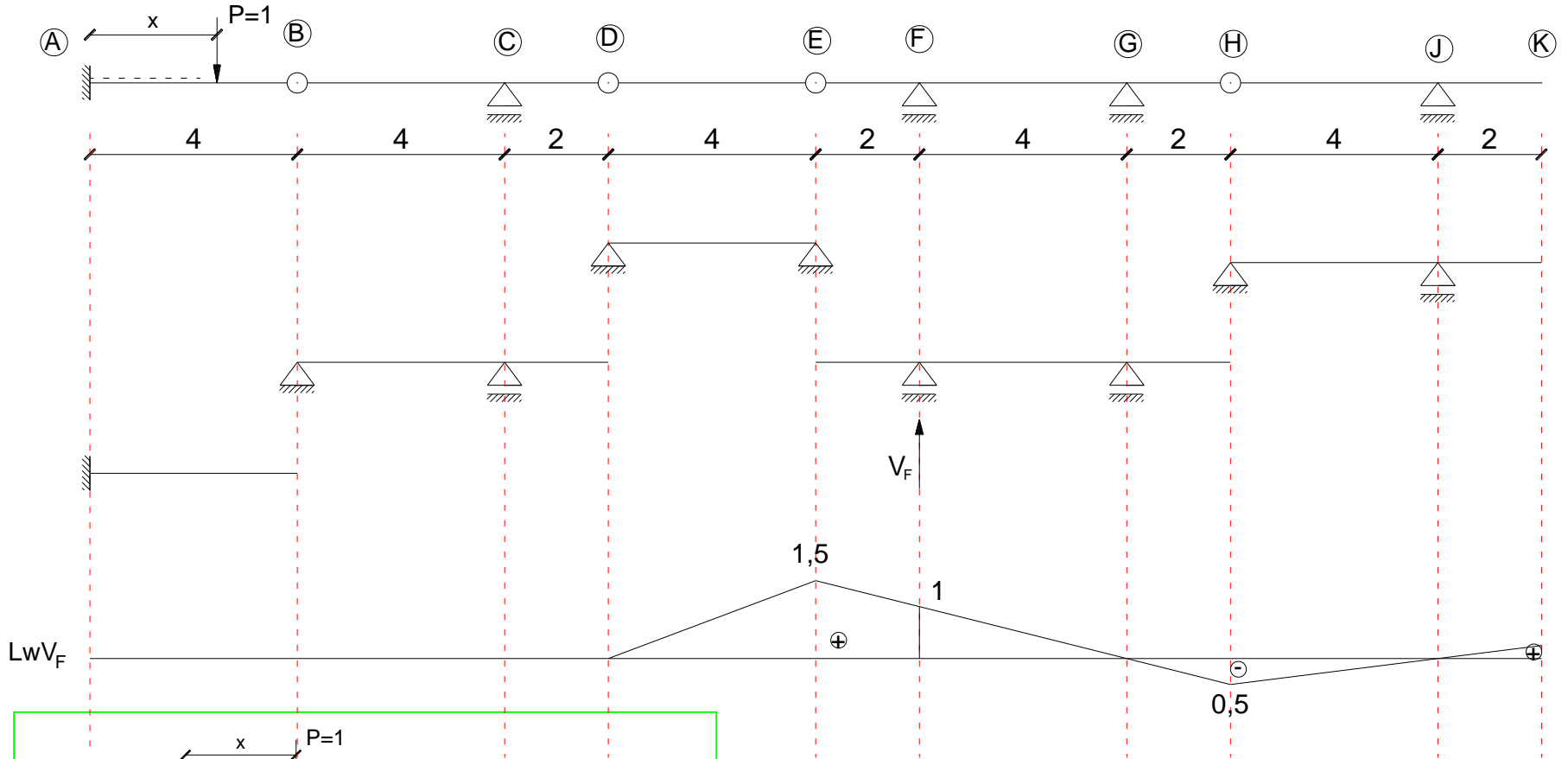
Linia wpływu reakcji V_F



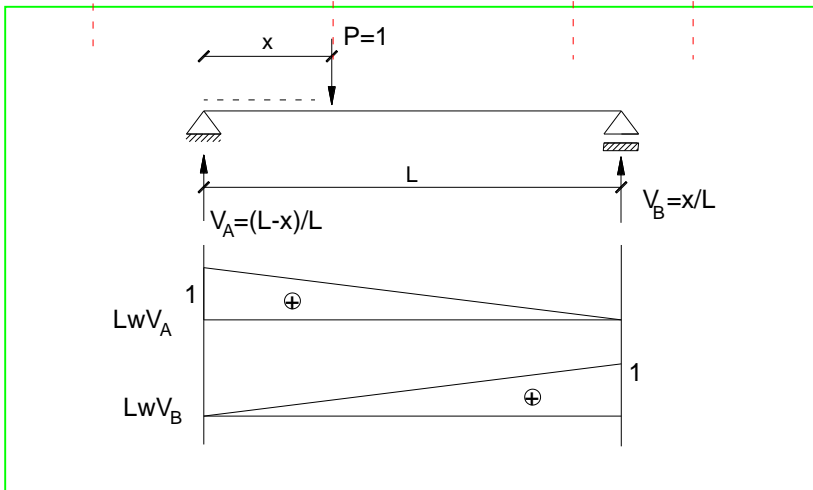
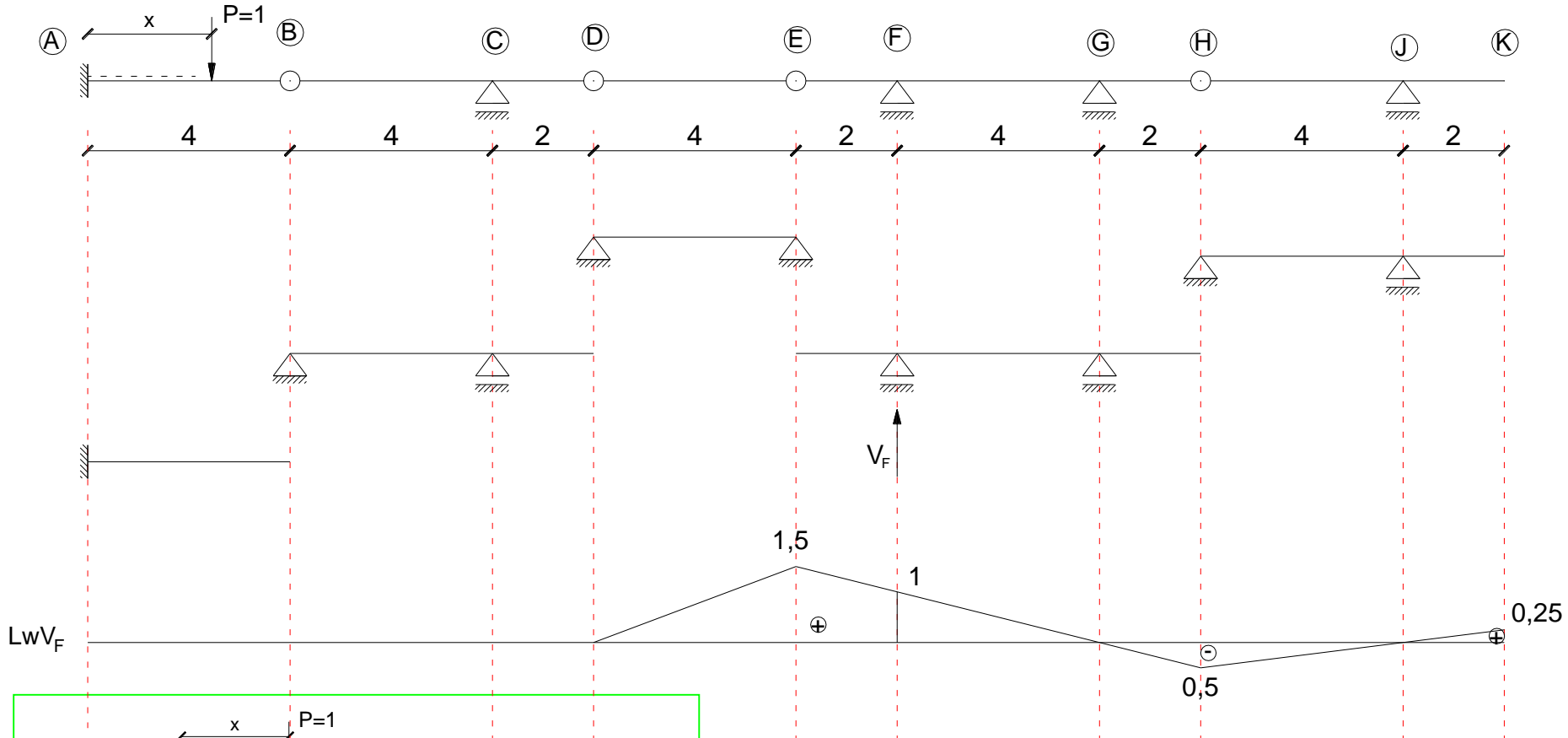
Linia wpływu reakcji V_F



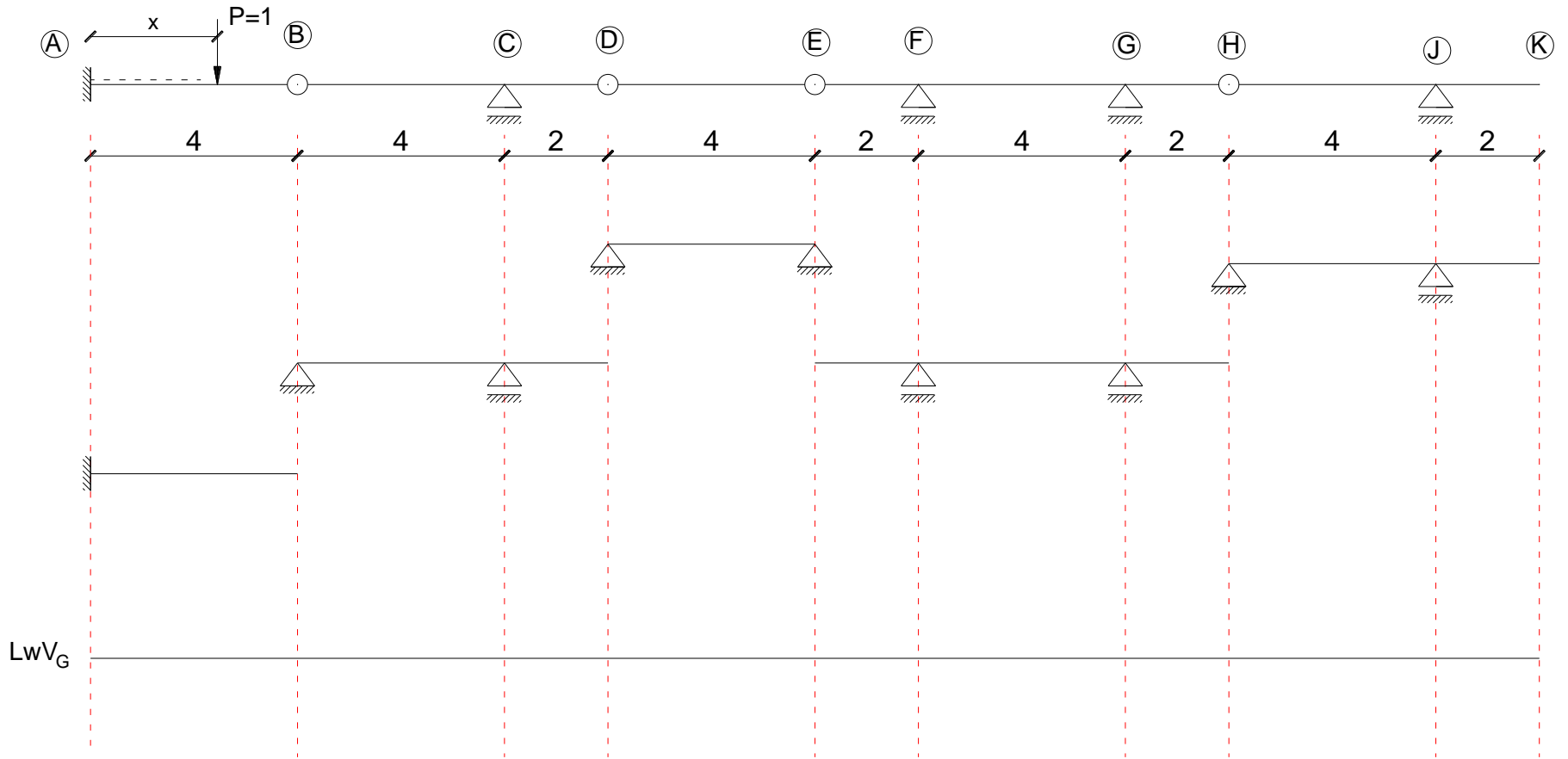
Linia wpływu reakcji V_F



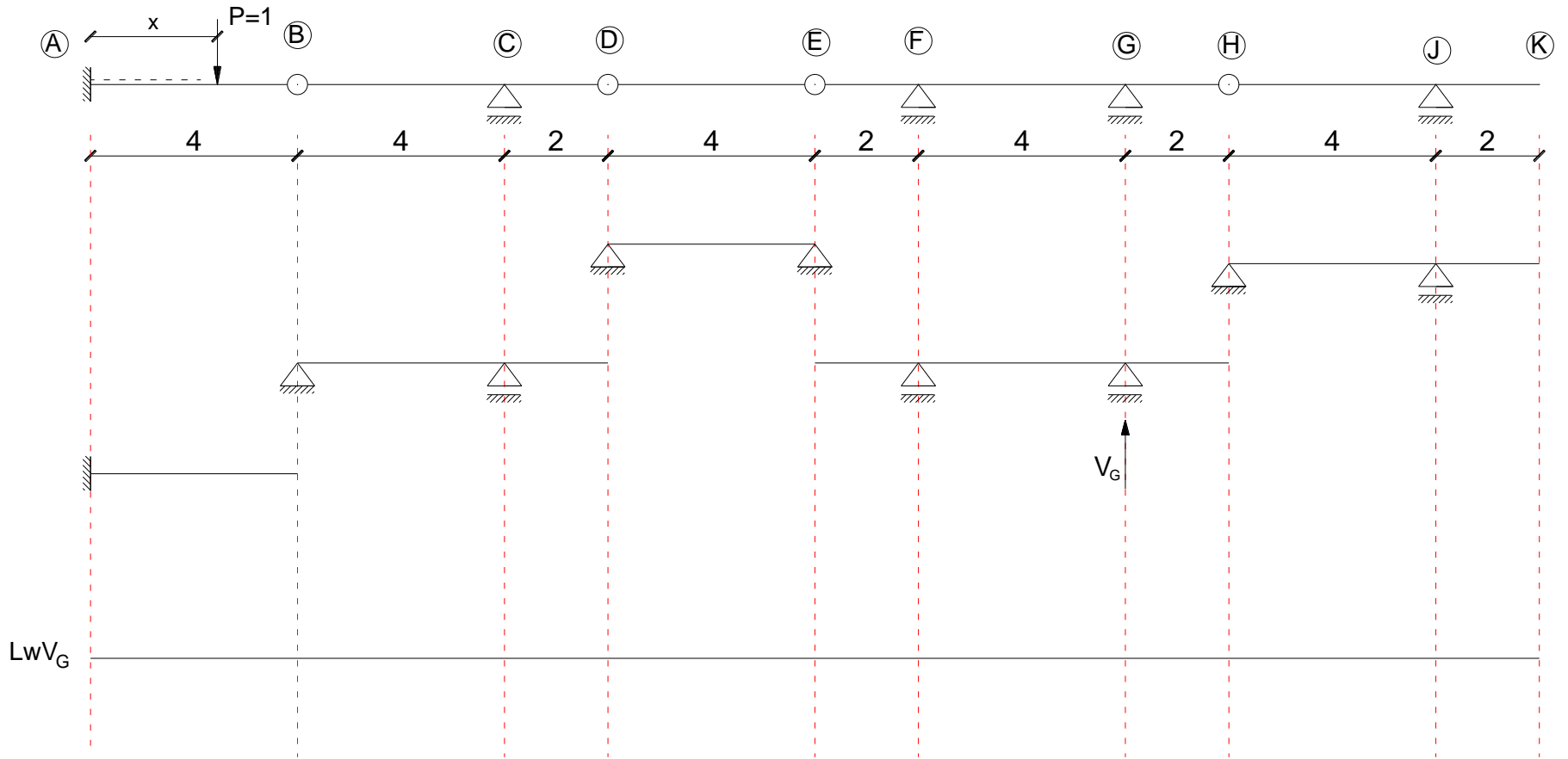
Linia wpływu reakcji V_F



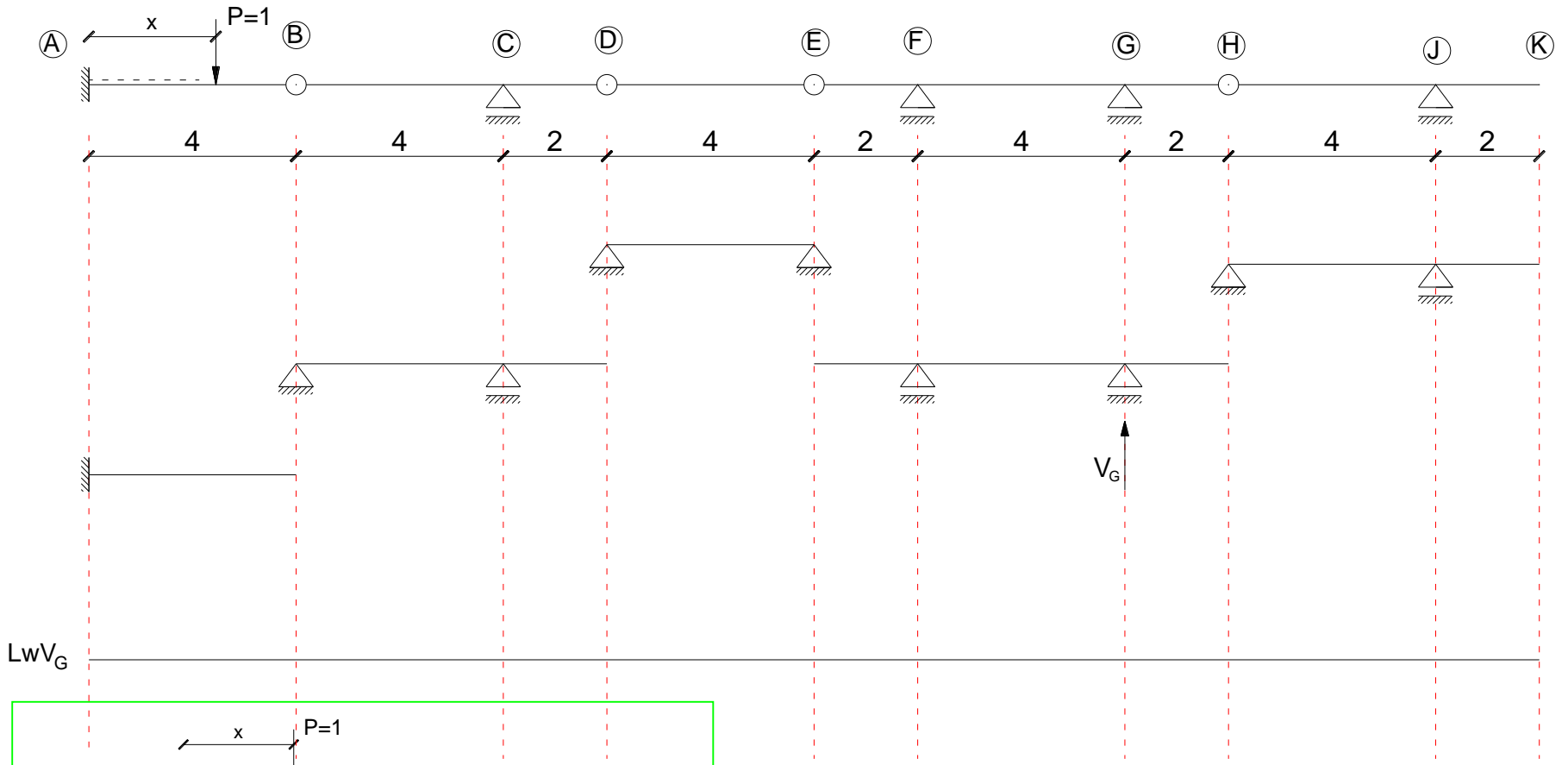
Linia wpływu reakcji V_G



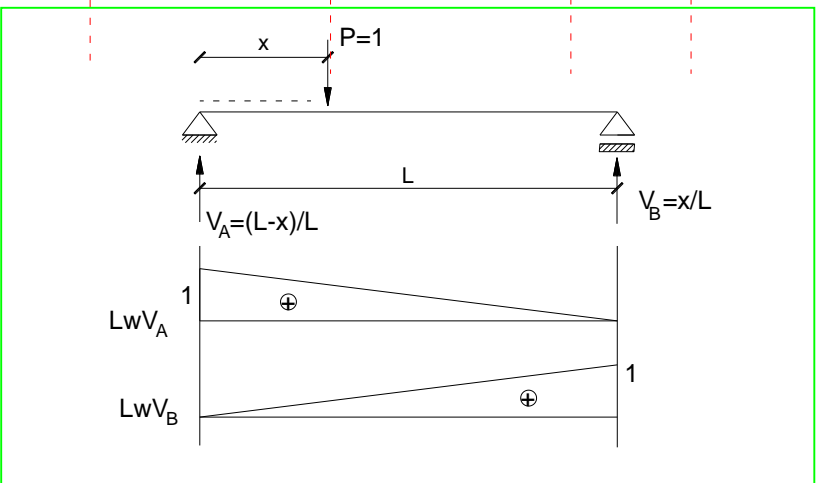
Linia wpływu reakcji V_G



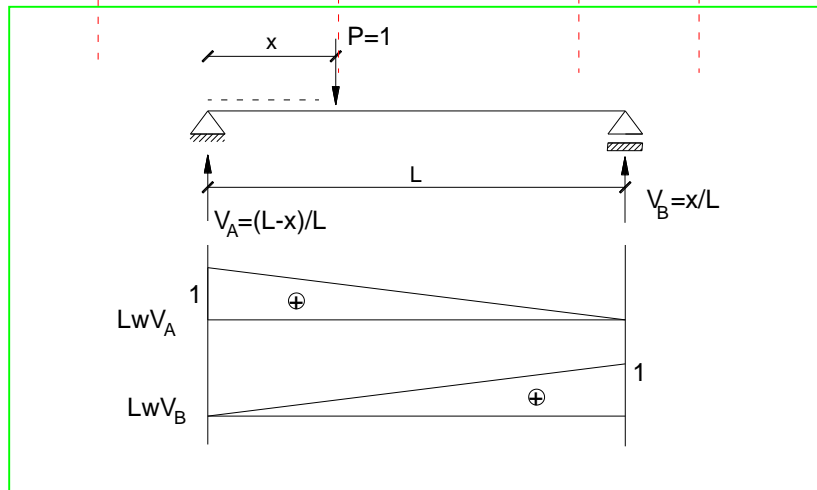
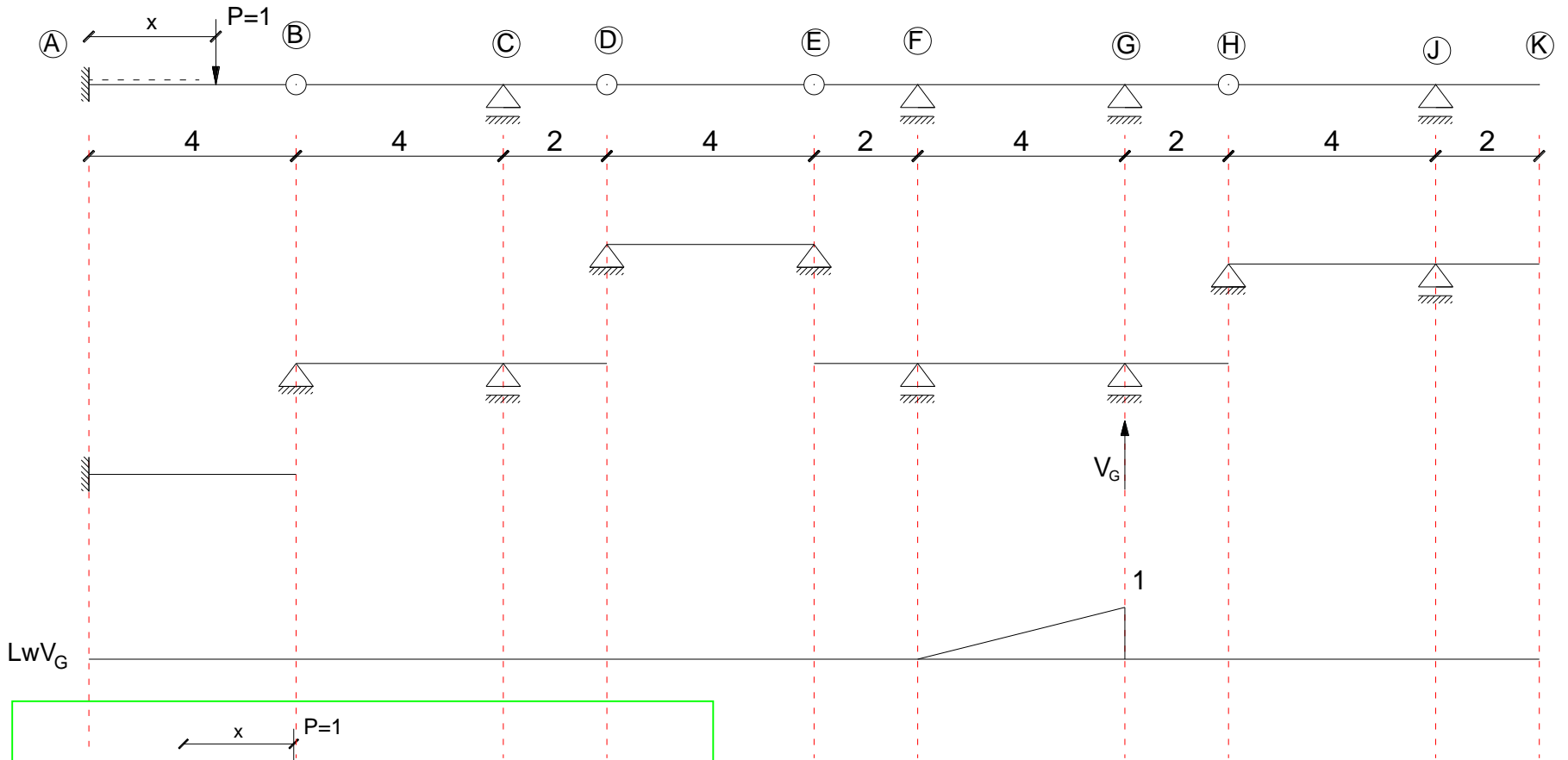
Linia wpływu reakcji V_G



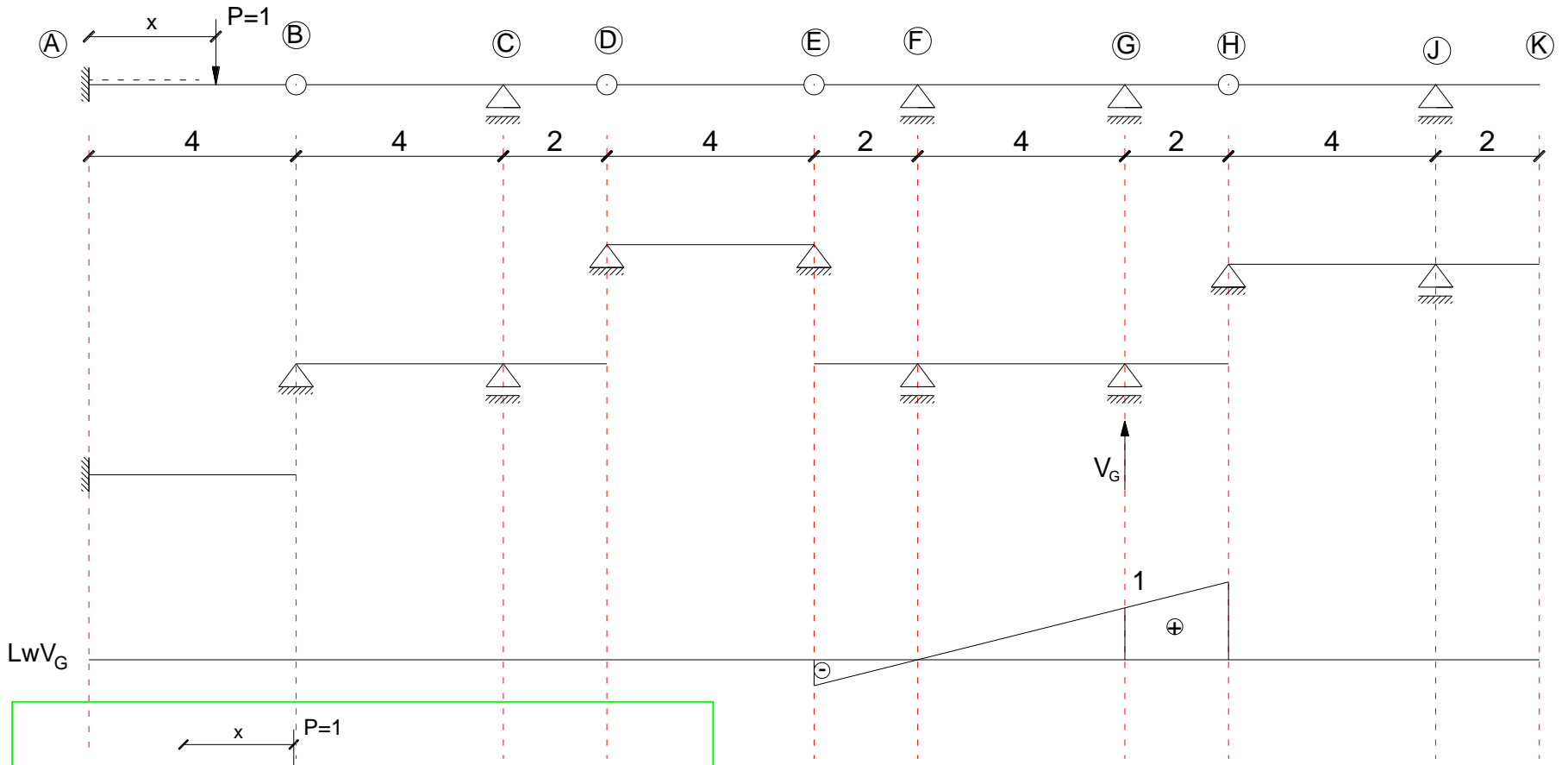
LwV_G



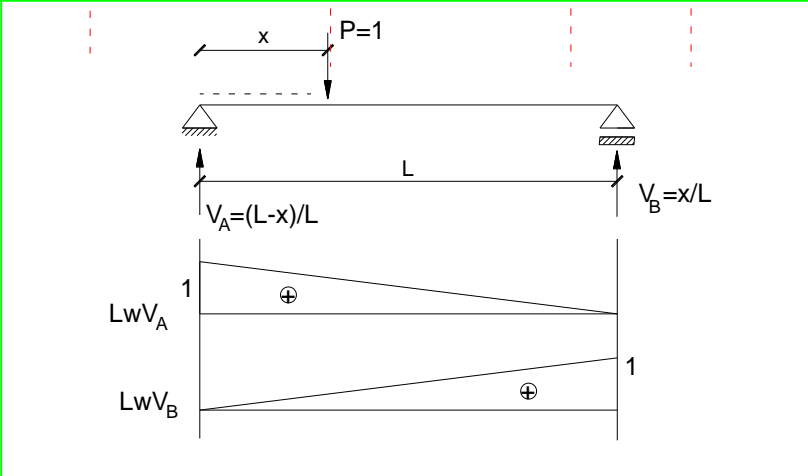
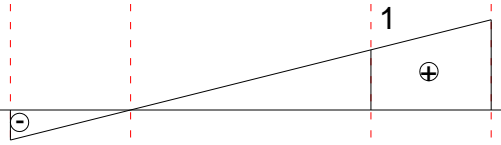
Linia wpływu reakcji V_G



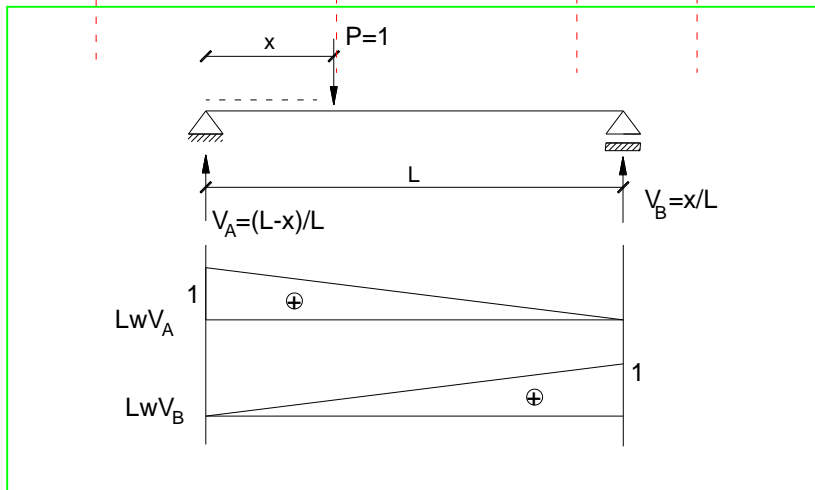
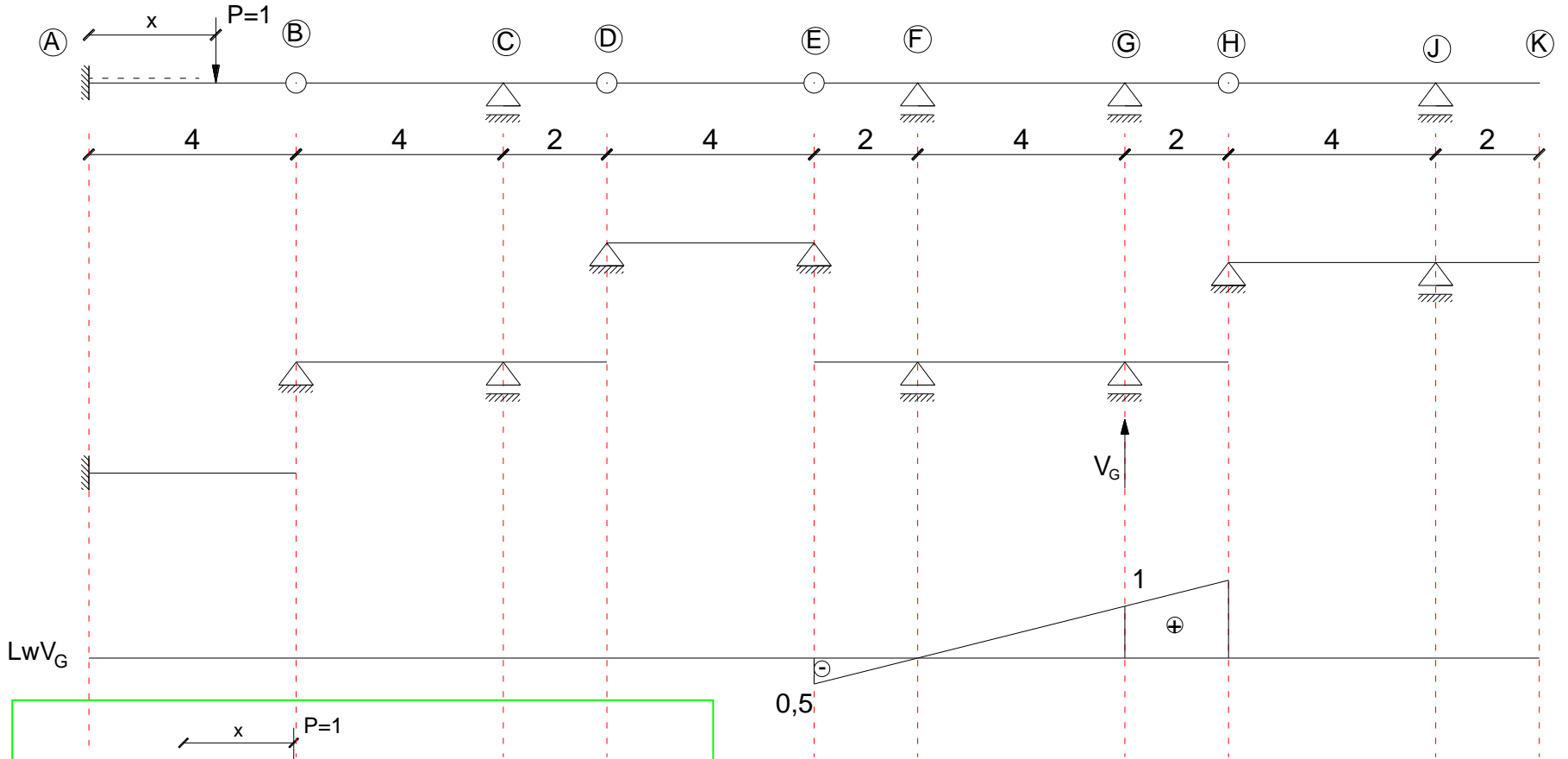
Linia wpływu reakcji V_G



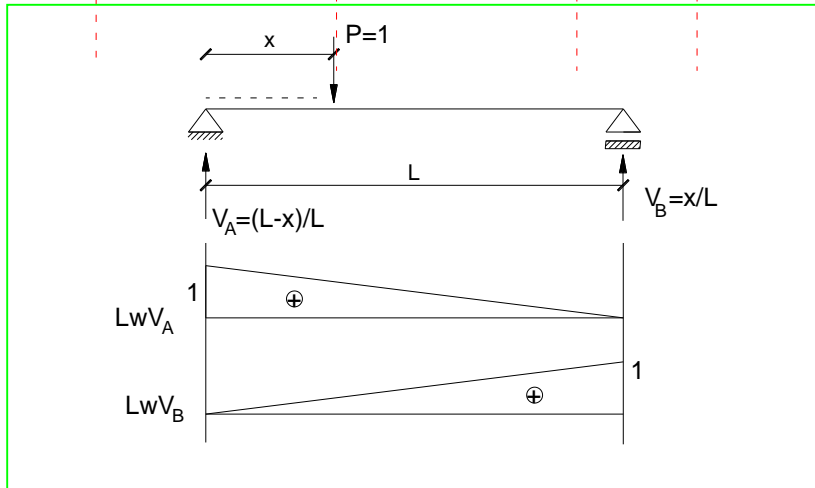
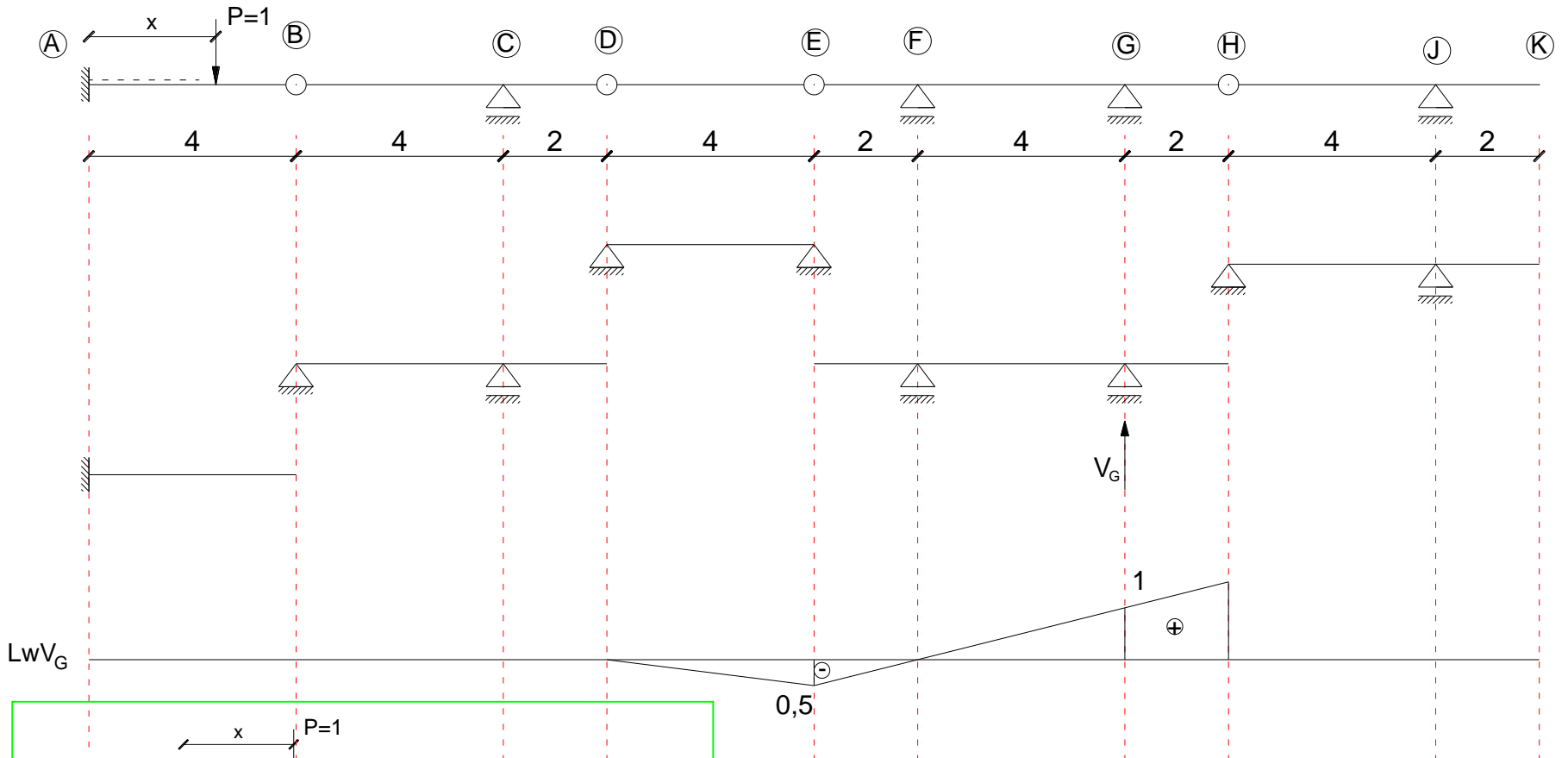
Lw V_G



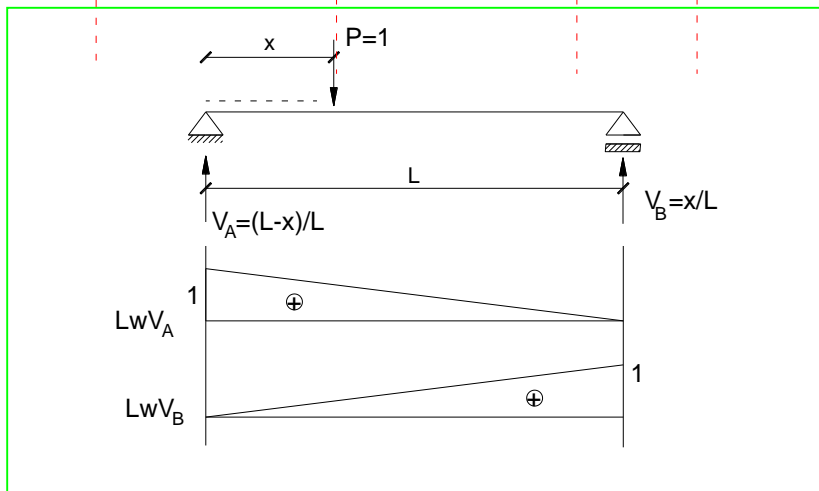
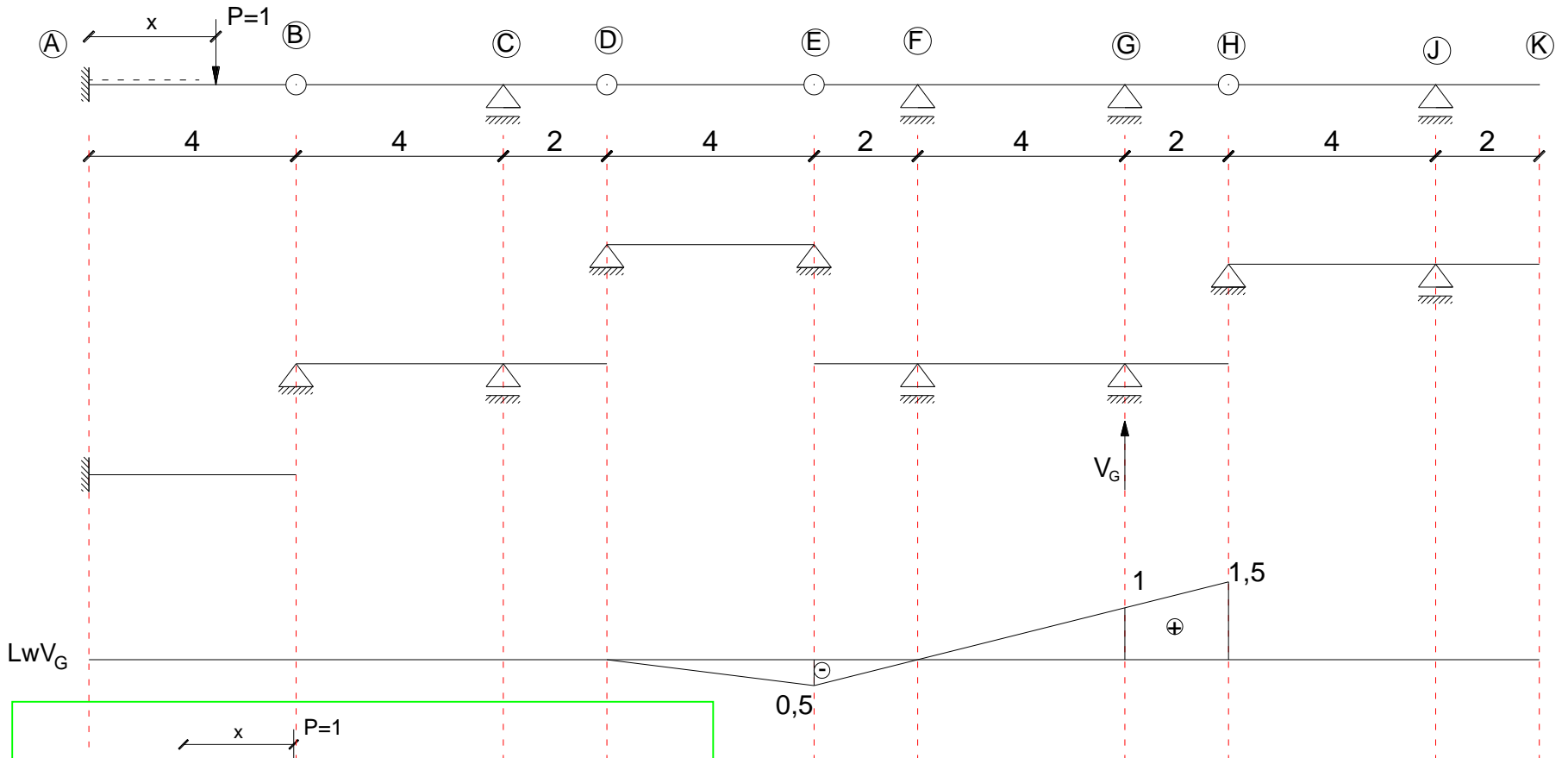
Linia wpływu reakcji V_G



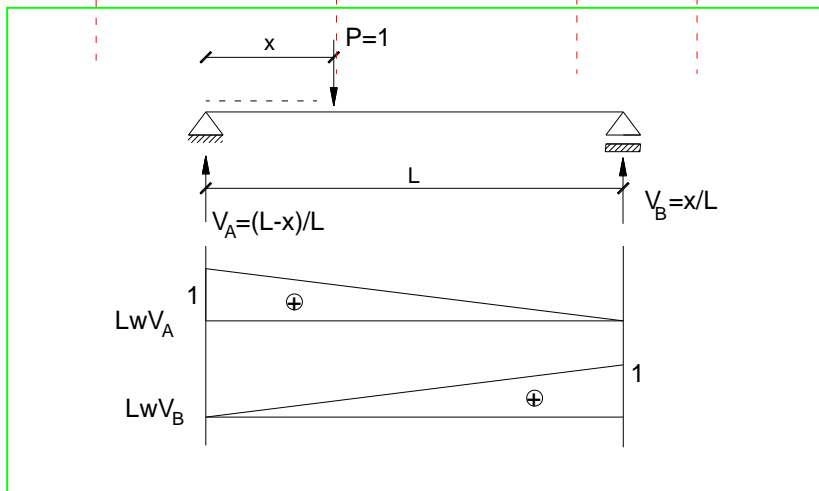
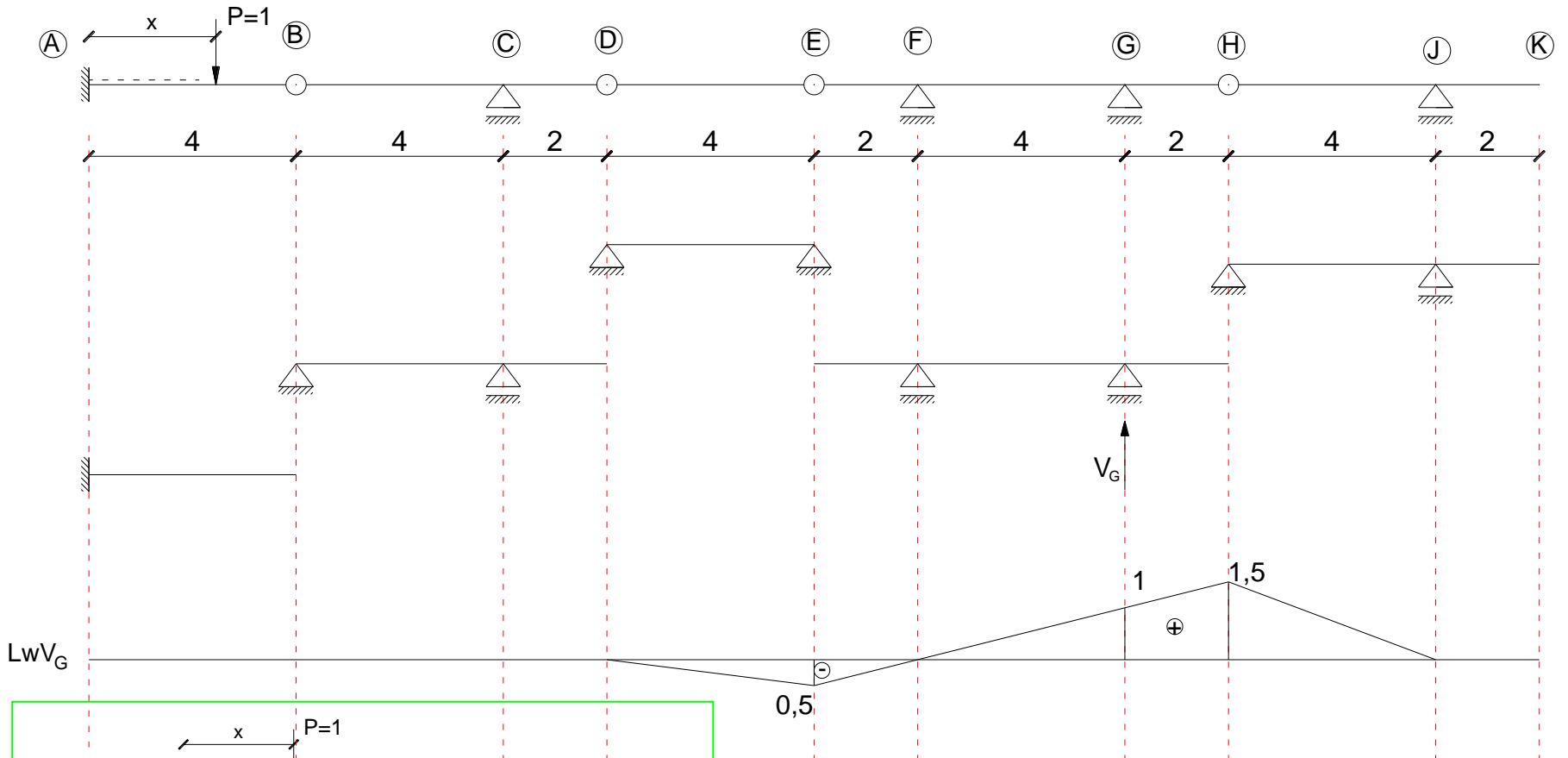
Linia wpływu reakcji V_G



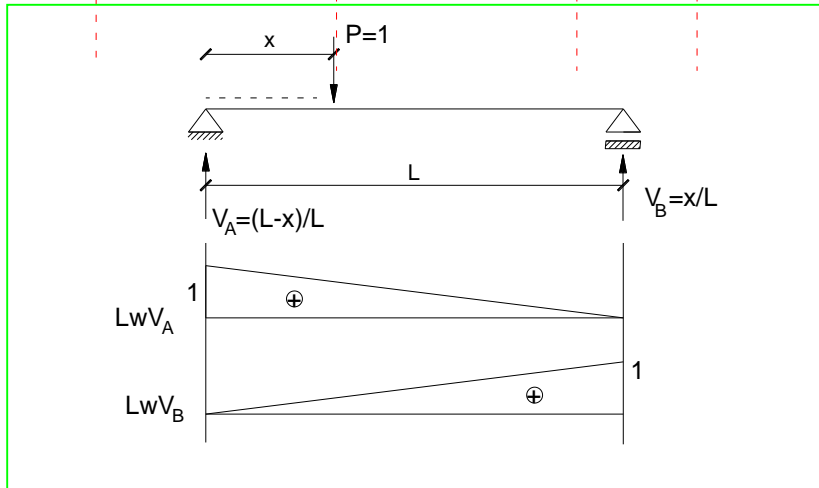
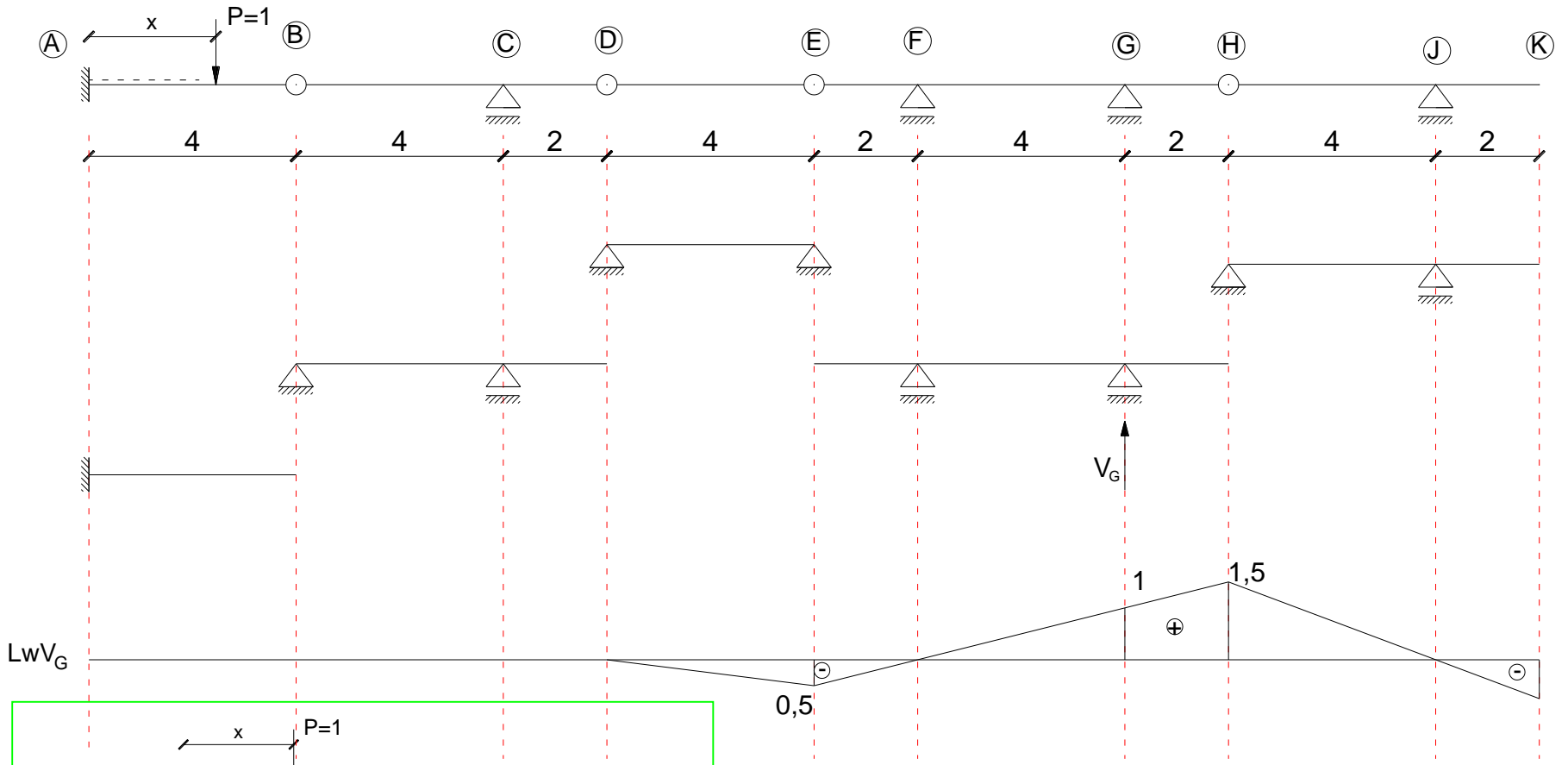
Linia wpływu reakcji V_G



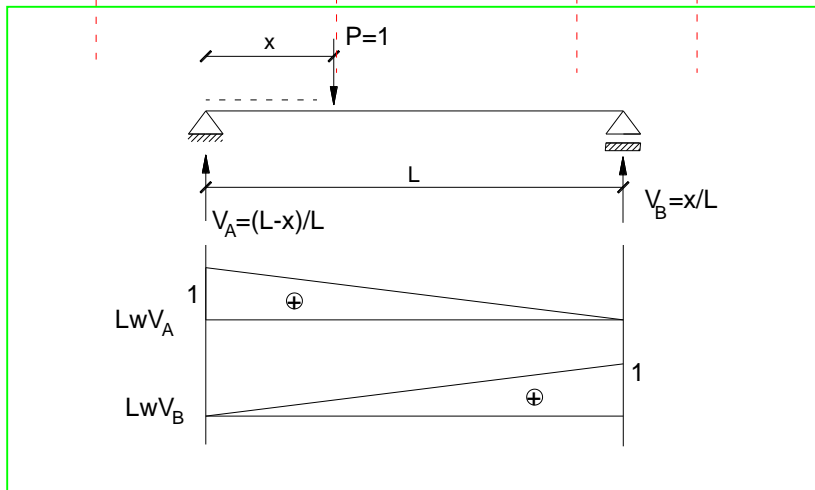
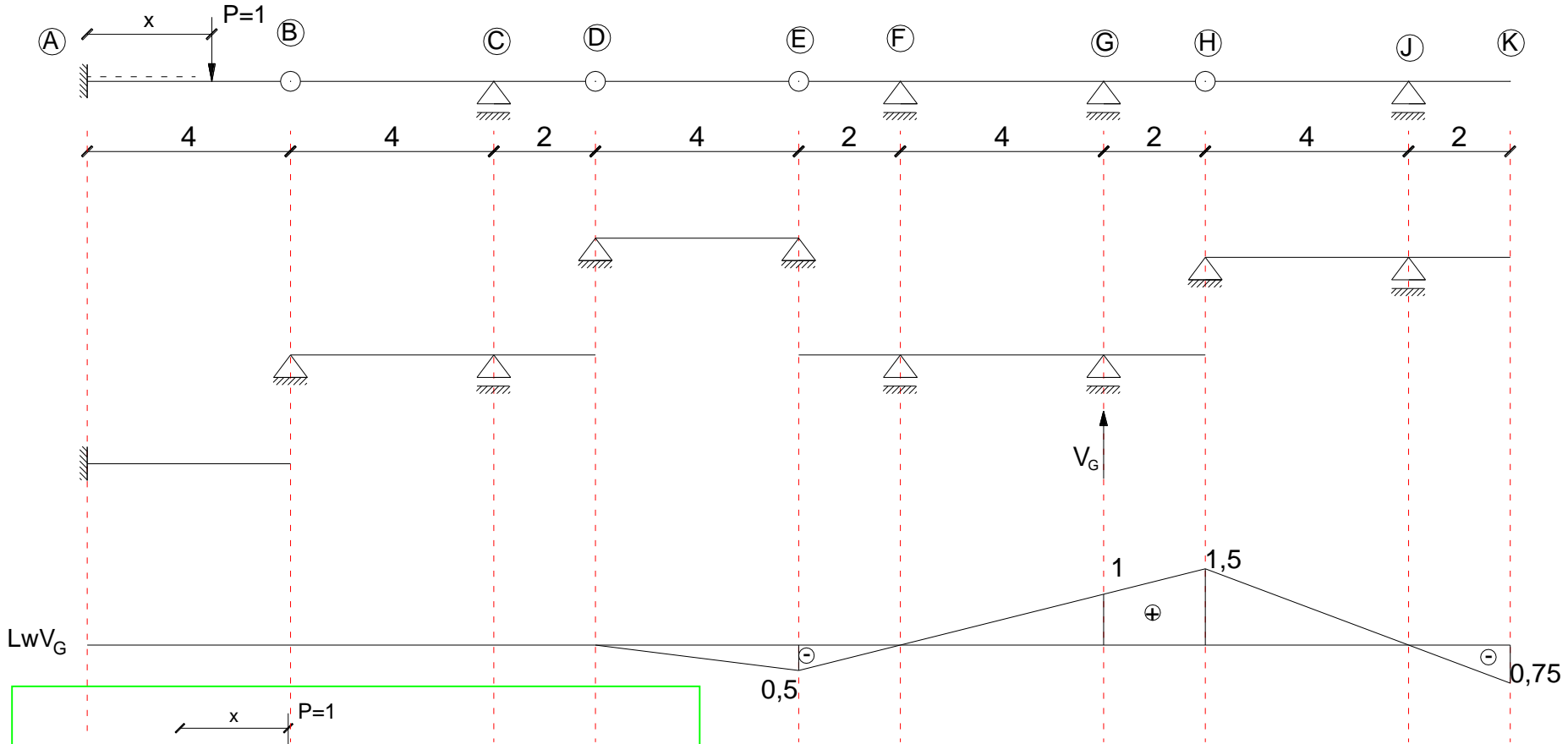
Linia wpływu reakcji V_G



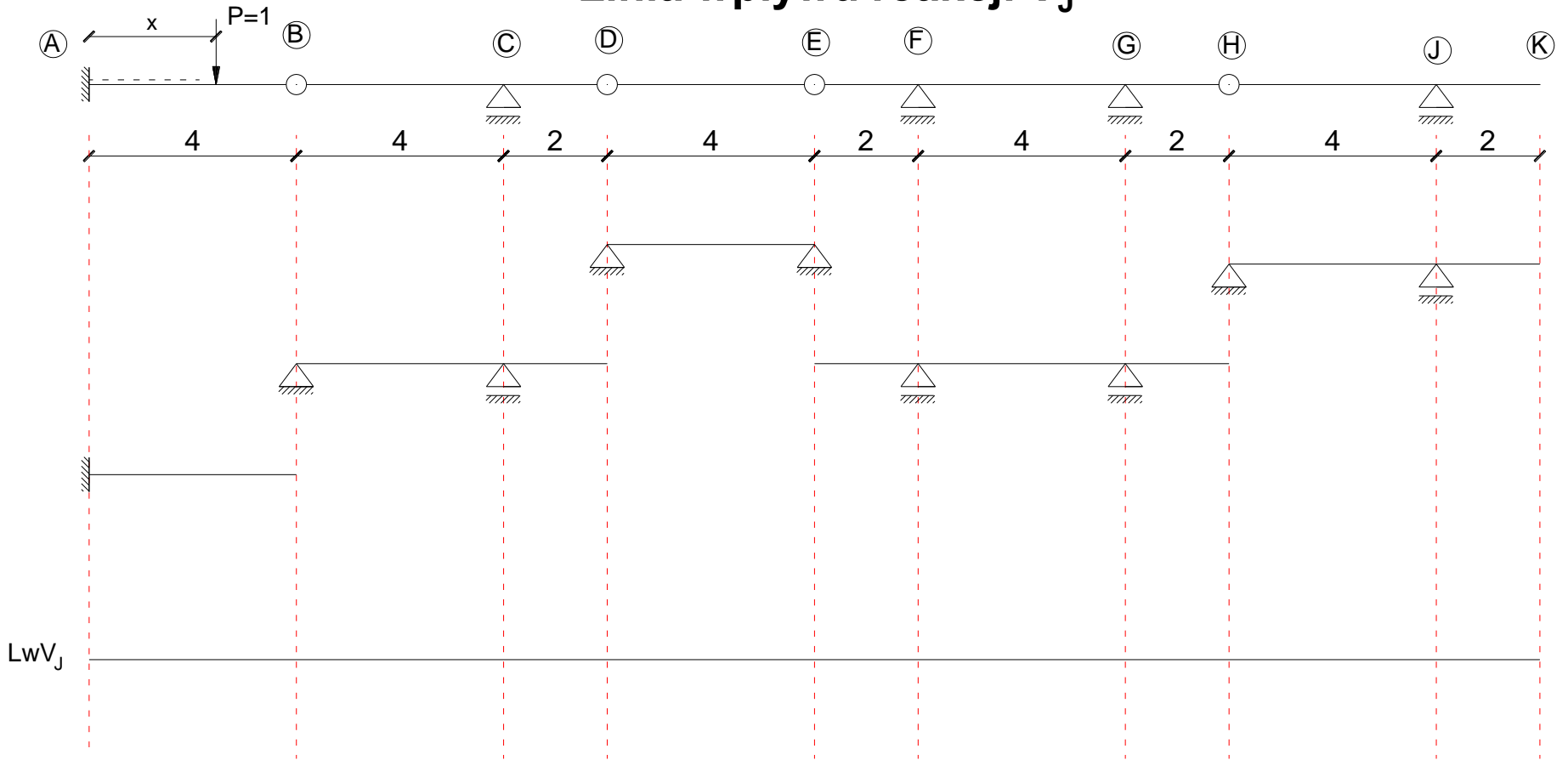
Linia wpływu reakcji V_G



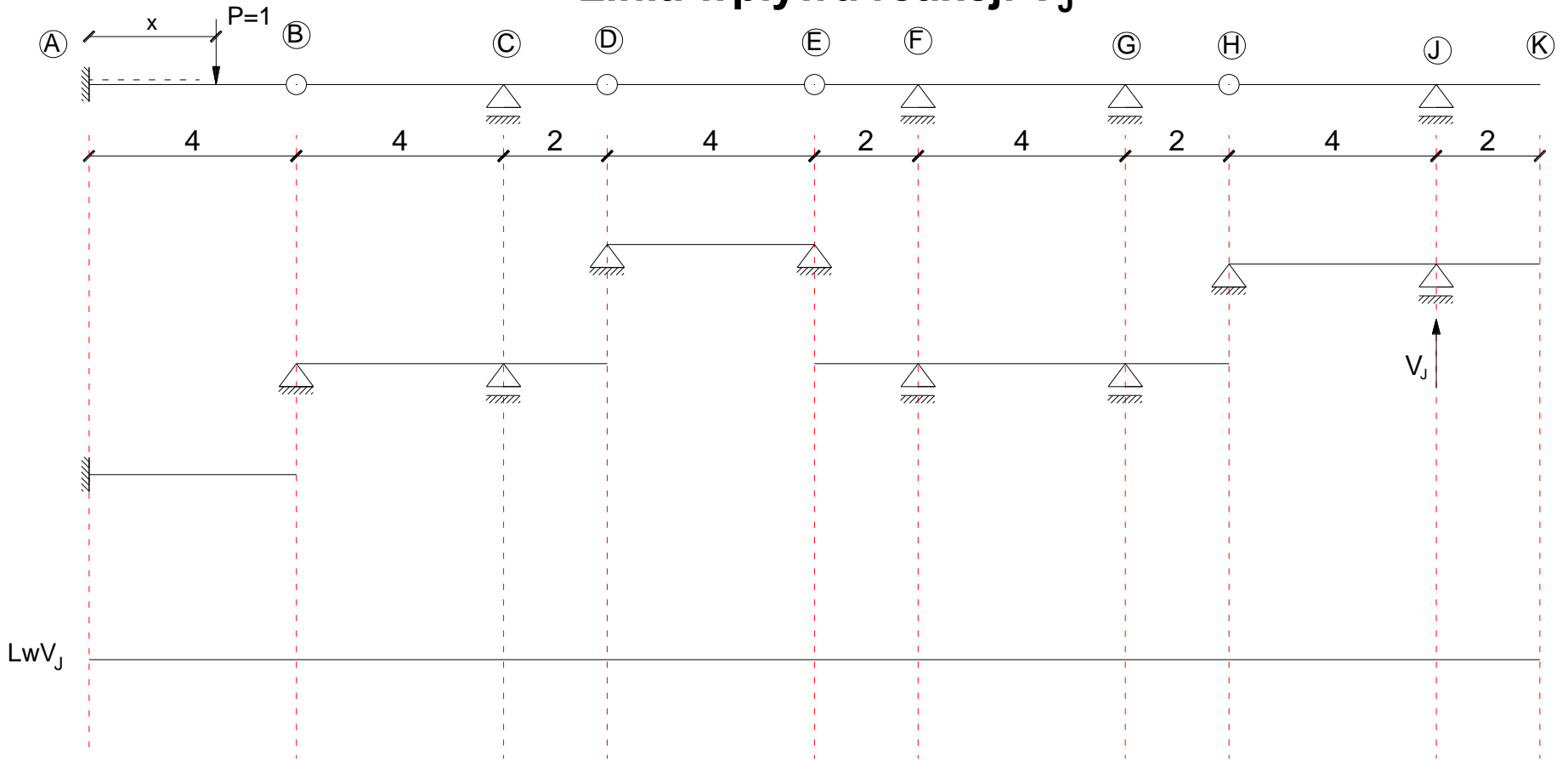
Linia wpływu reakcji V_G



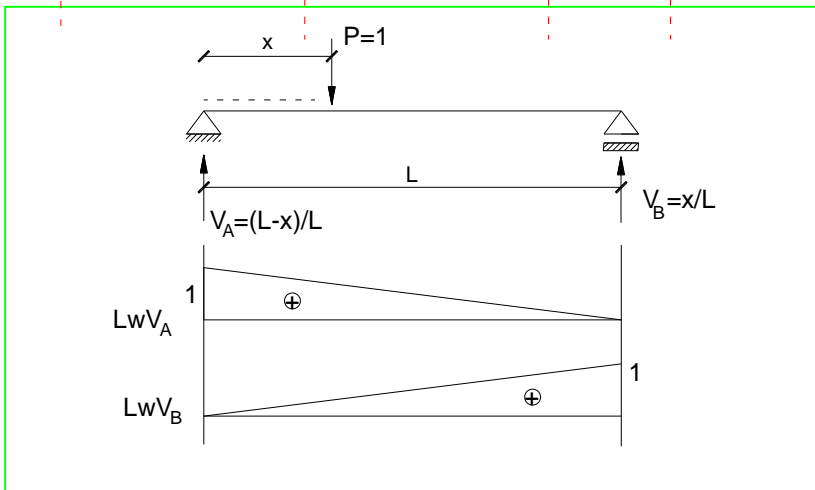
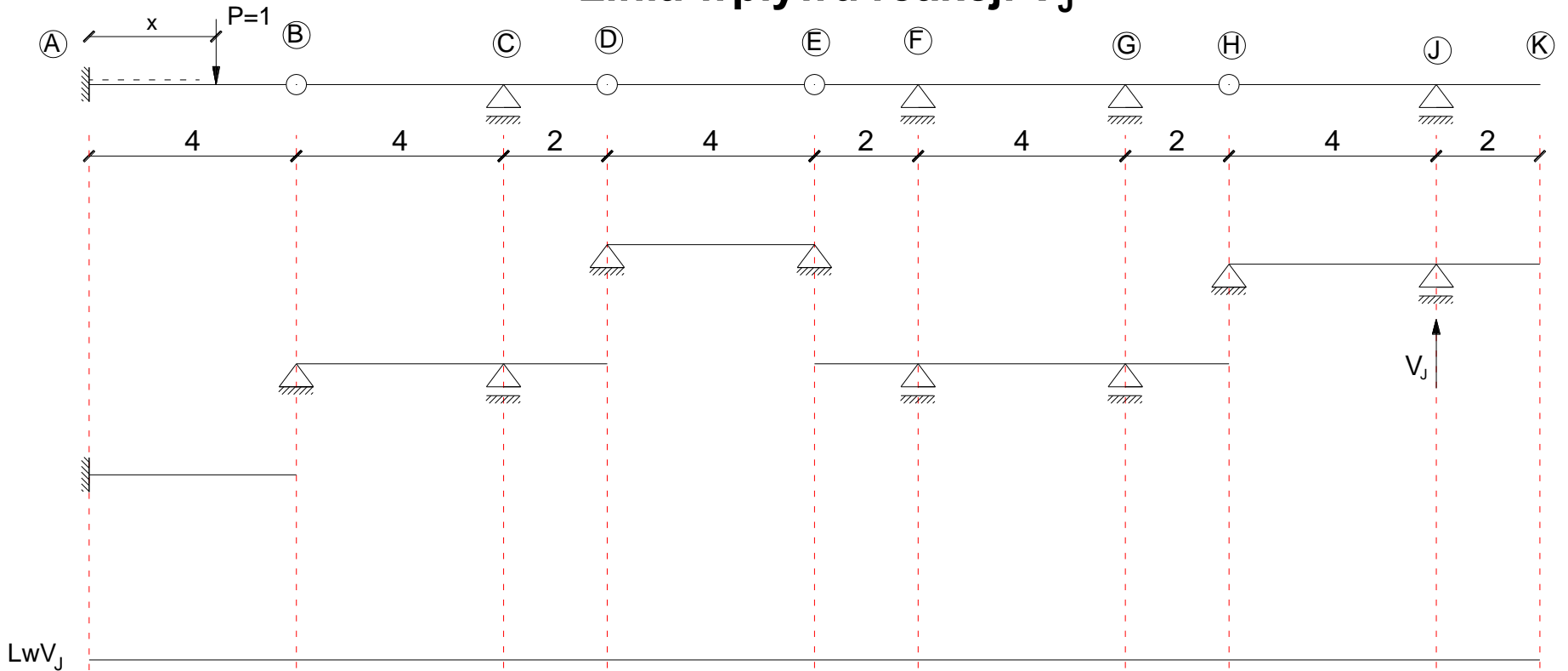
Linia wpływu reakcji V_J



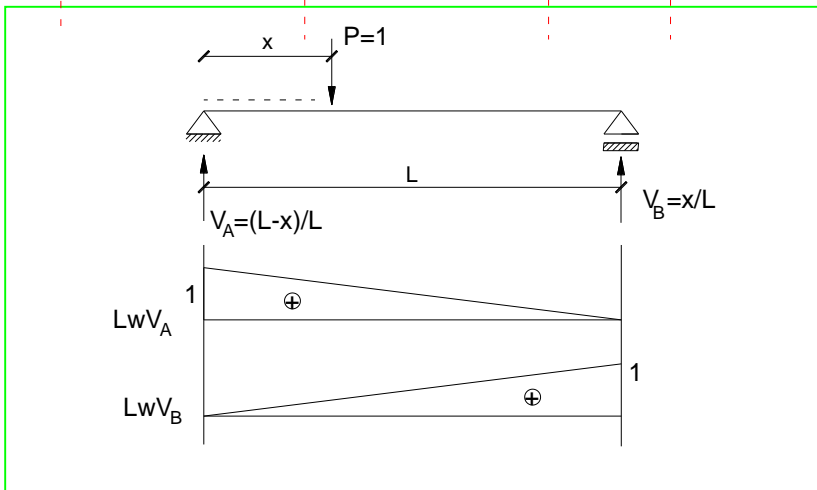
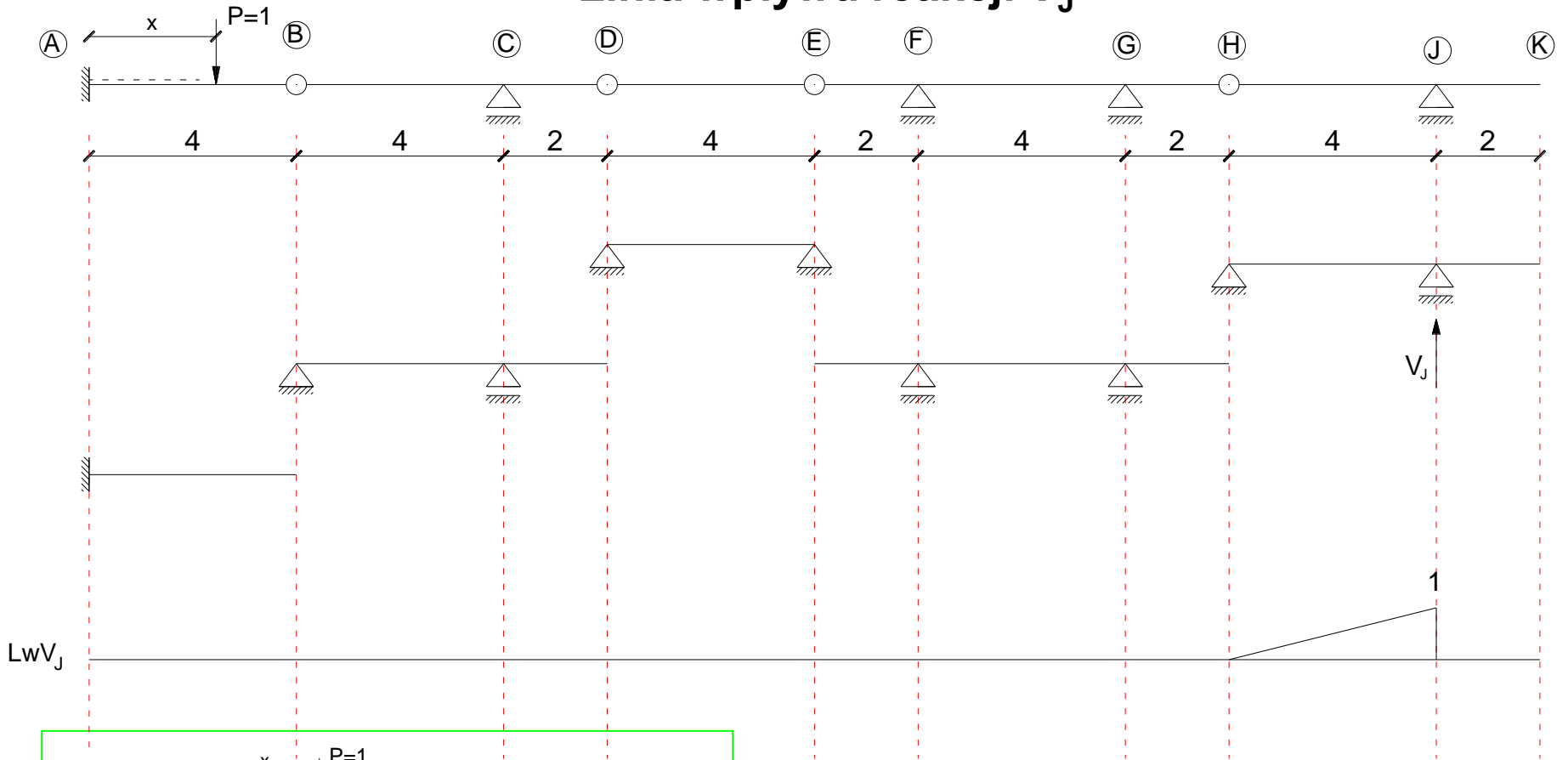
Linia wpływu reakcji V_J



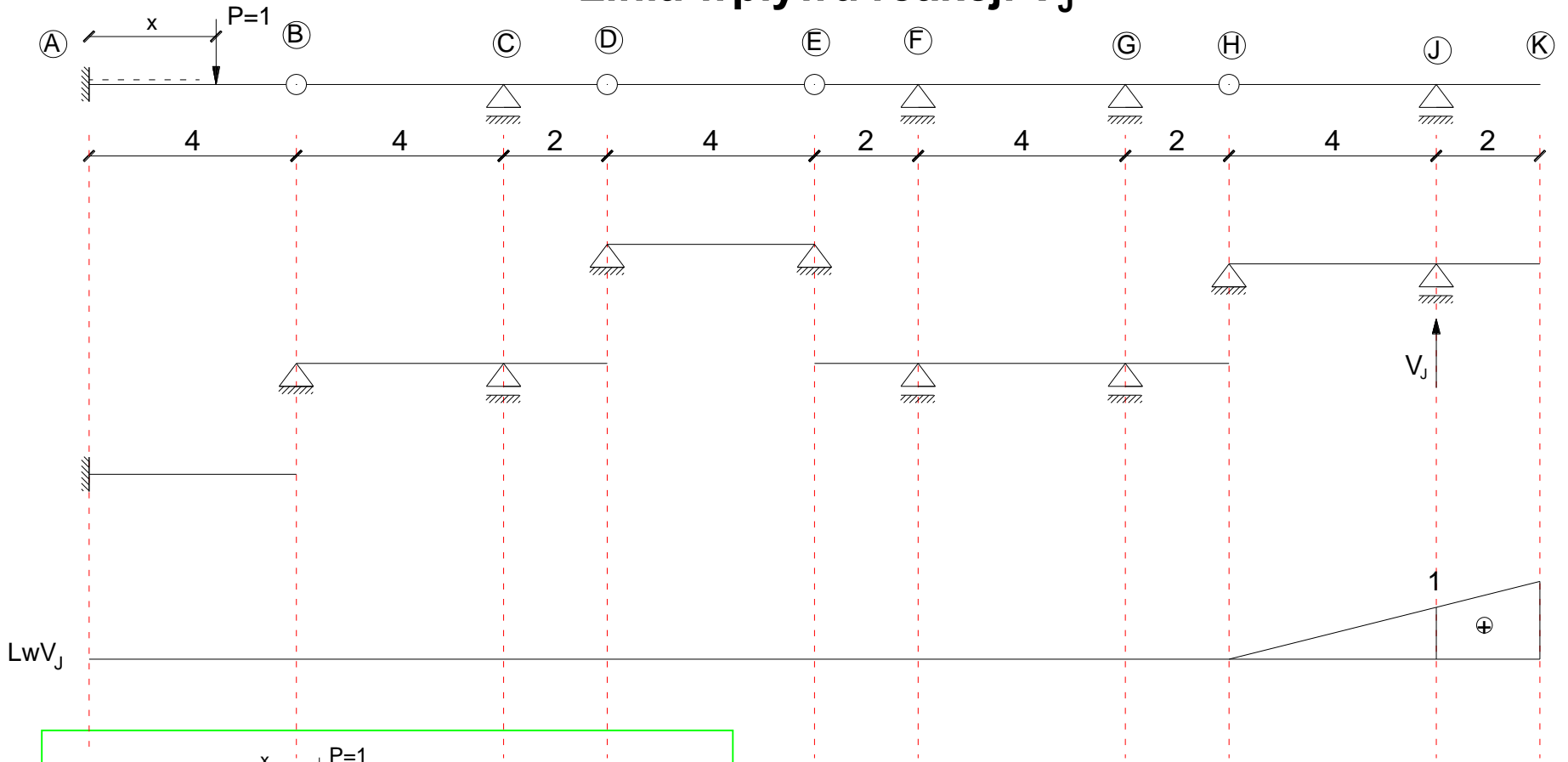
Linia wpływu reakcji V_J



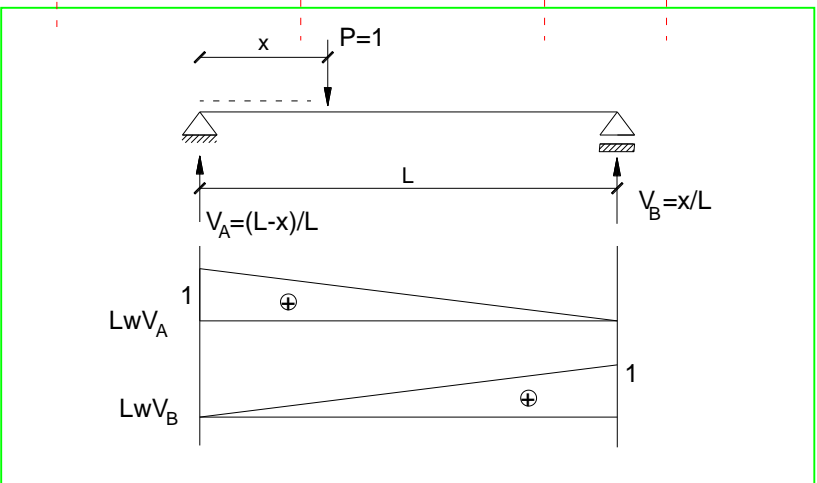
Linia wpływu reakcji V_J



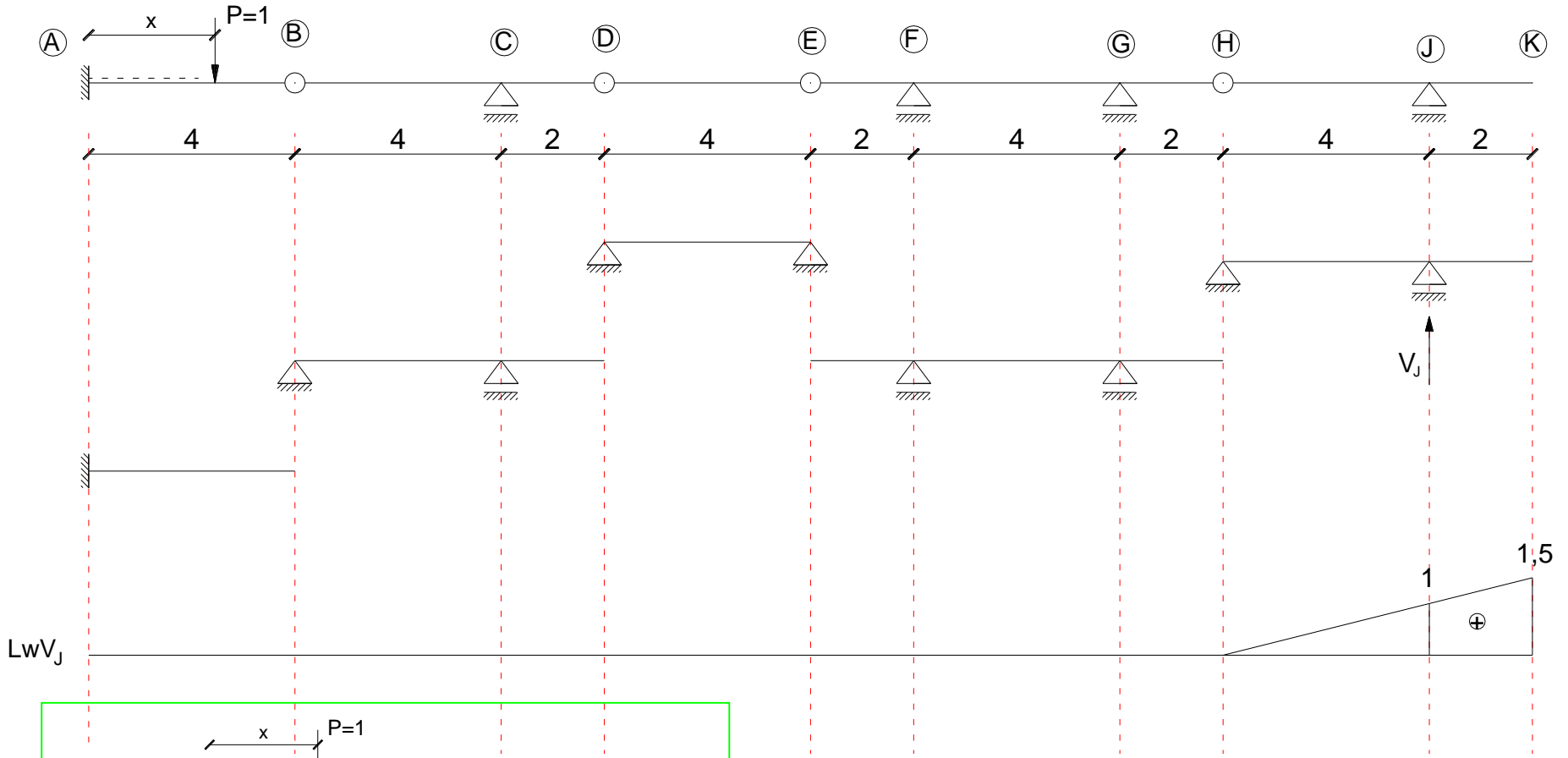
Linia wpływu reakcji V_J



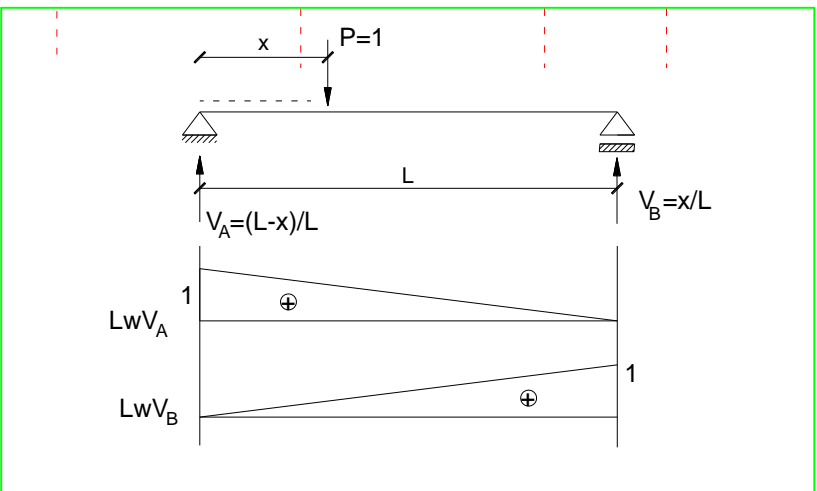
Lw V_J



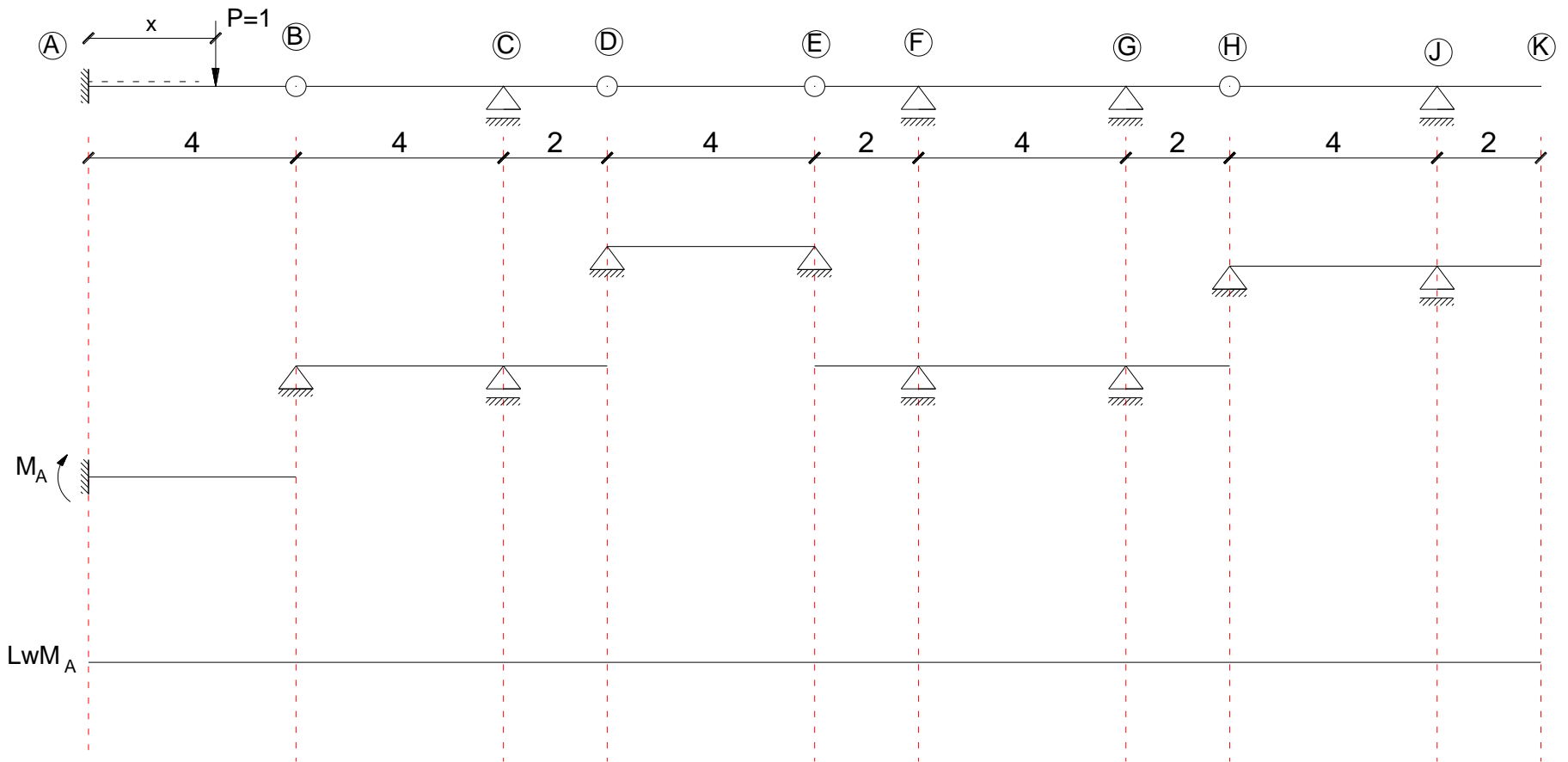
Linia wpływu reakcji V_J



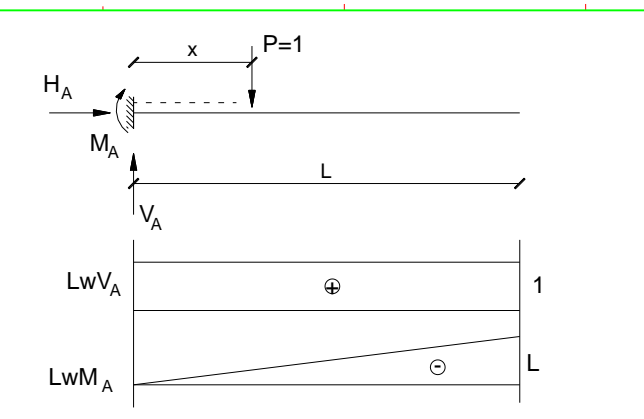
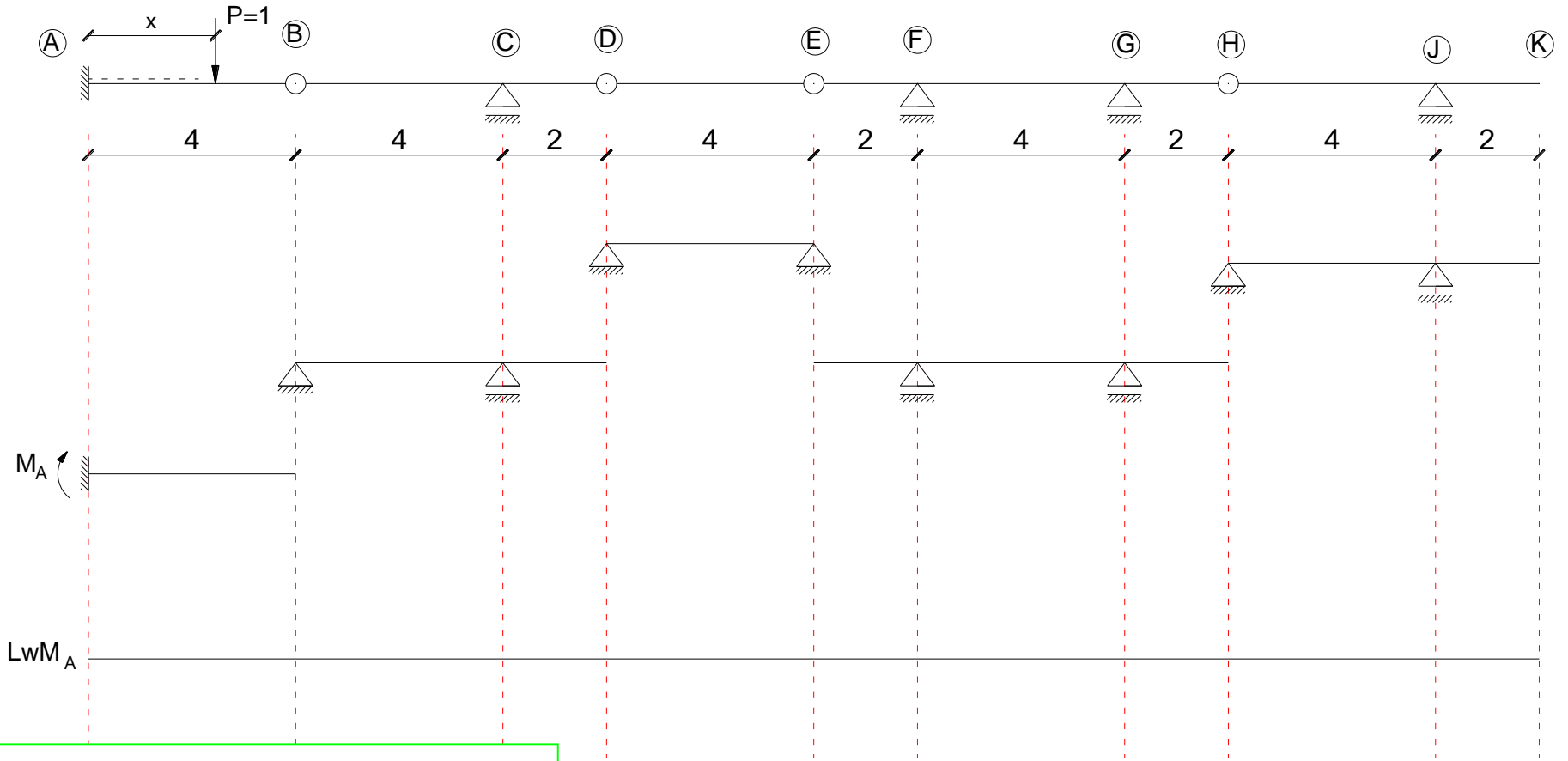
Lw V_J



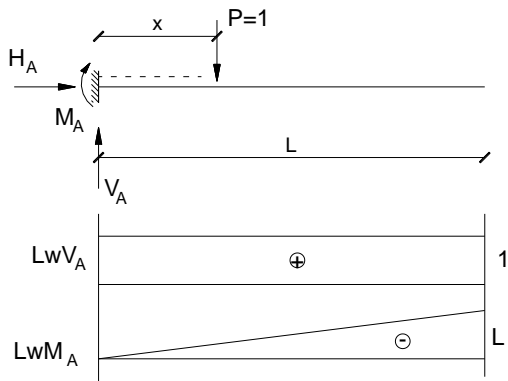
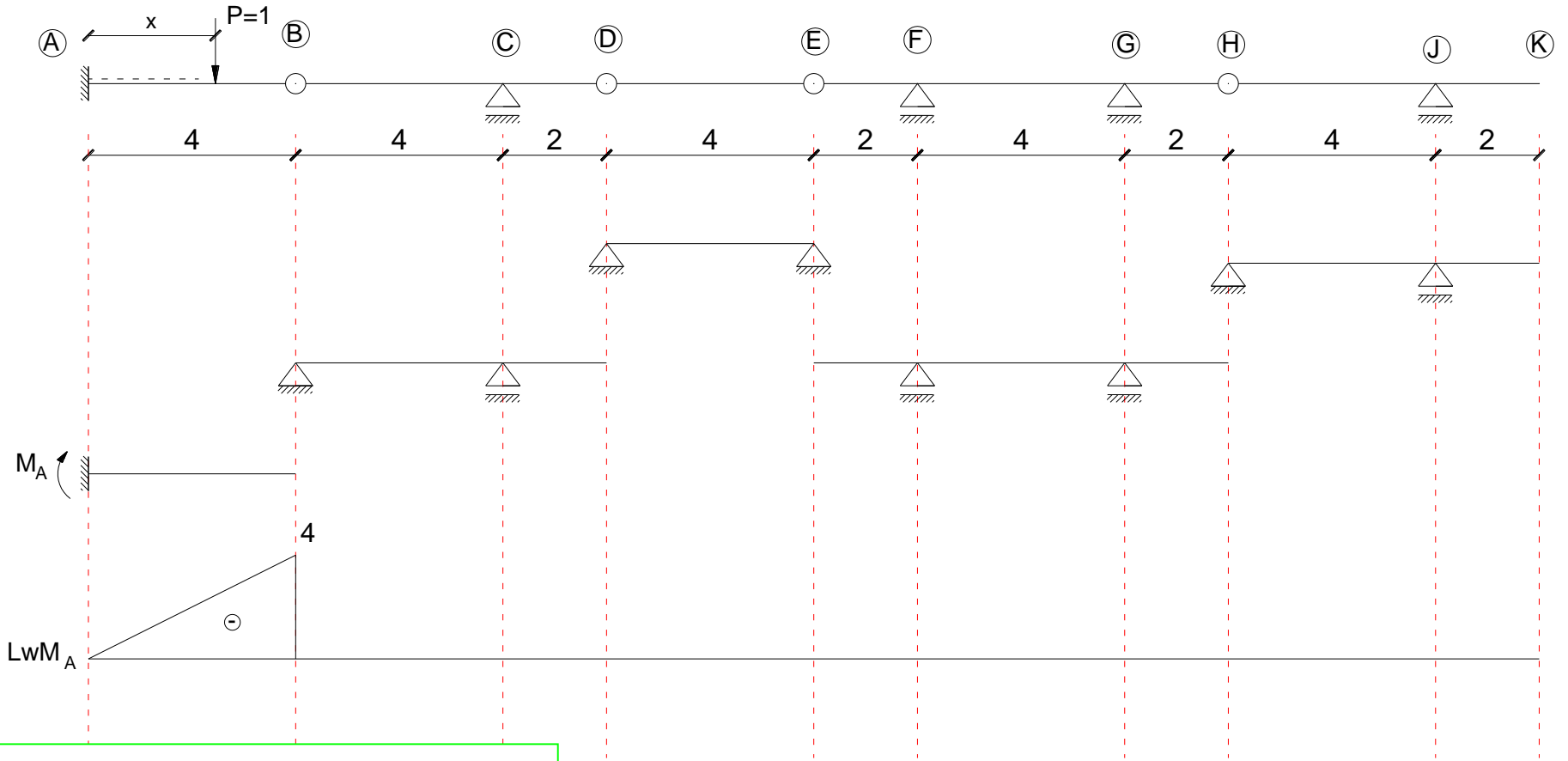
Linia wpływu momentu M_A



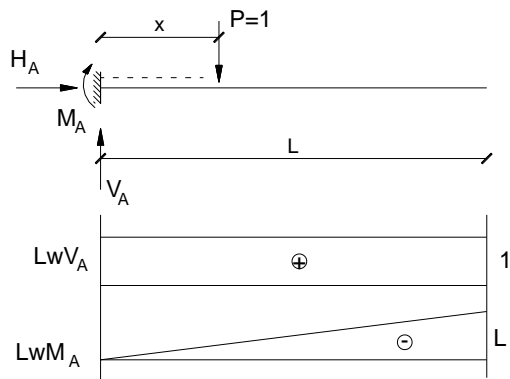
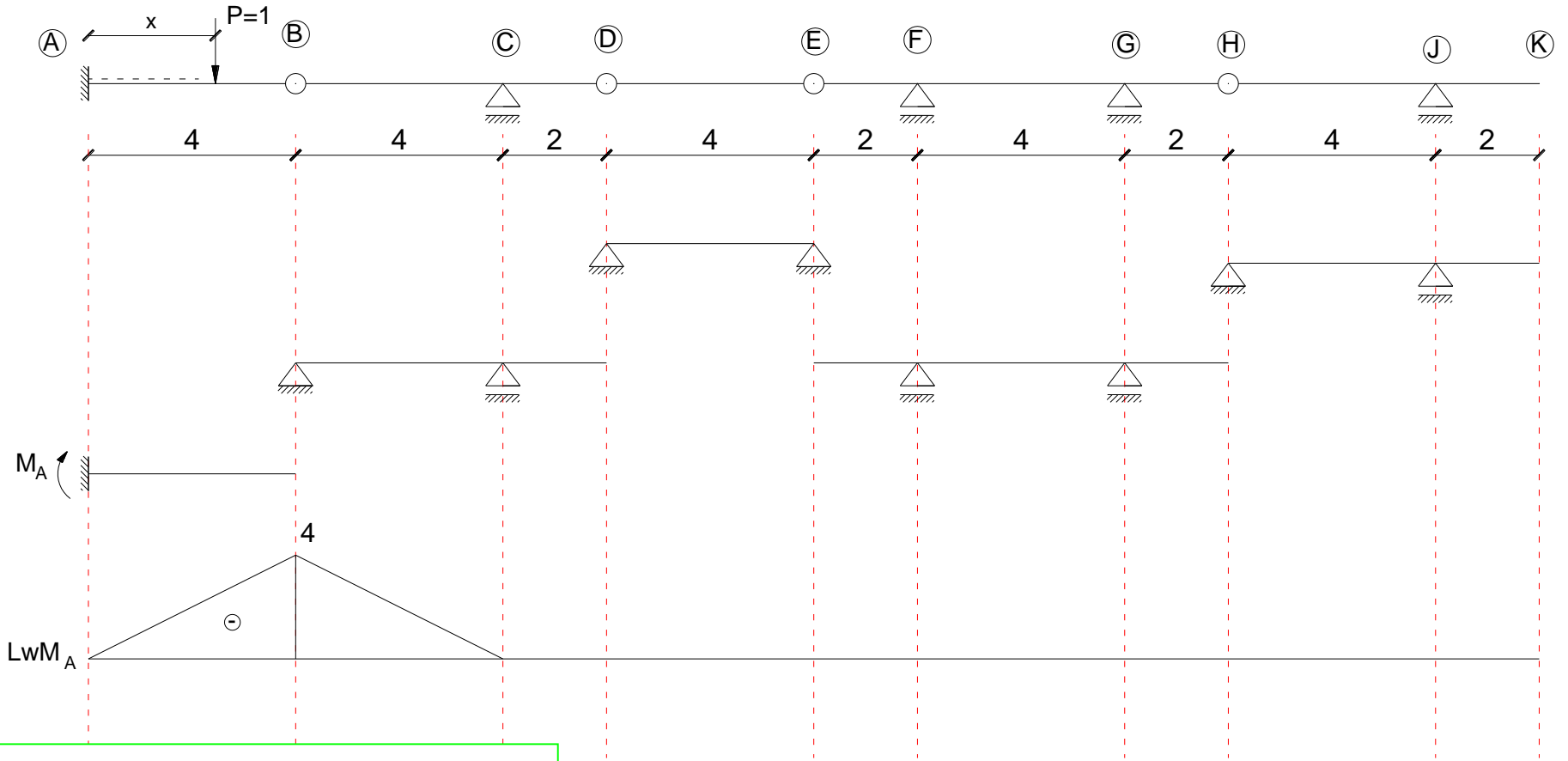
Linia wpływu momentu M_A



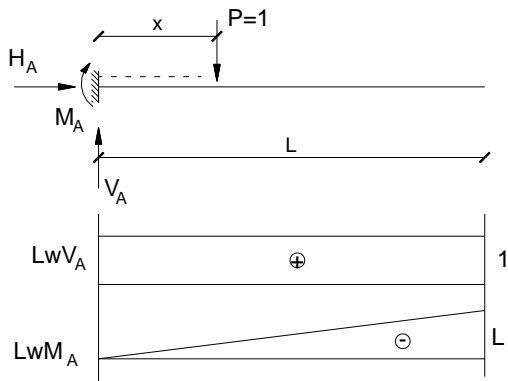
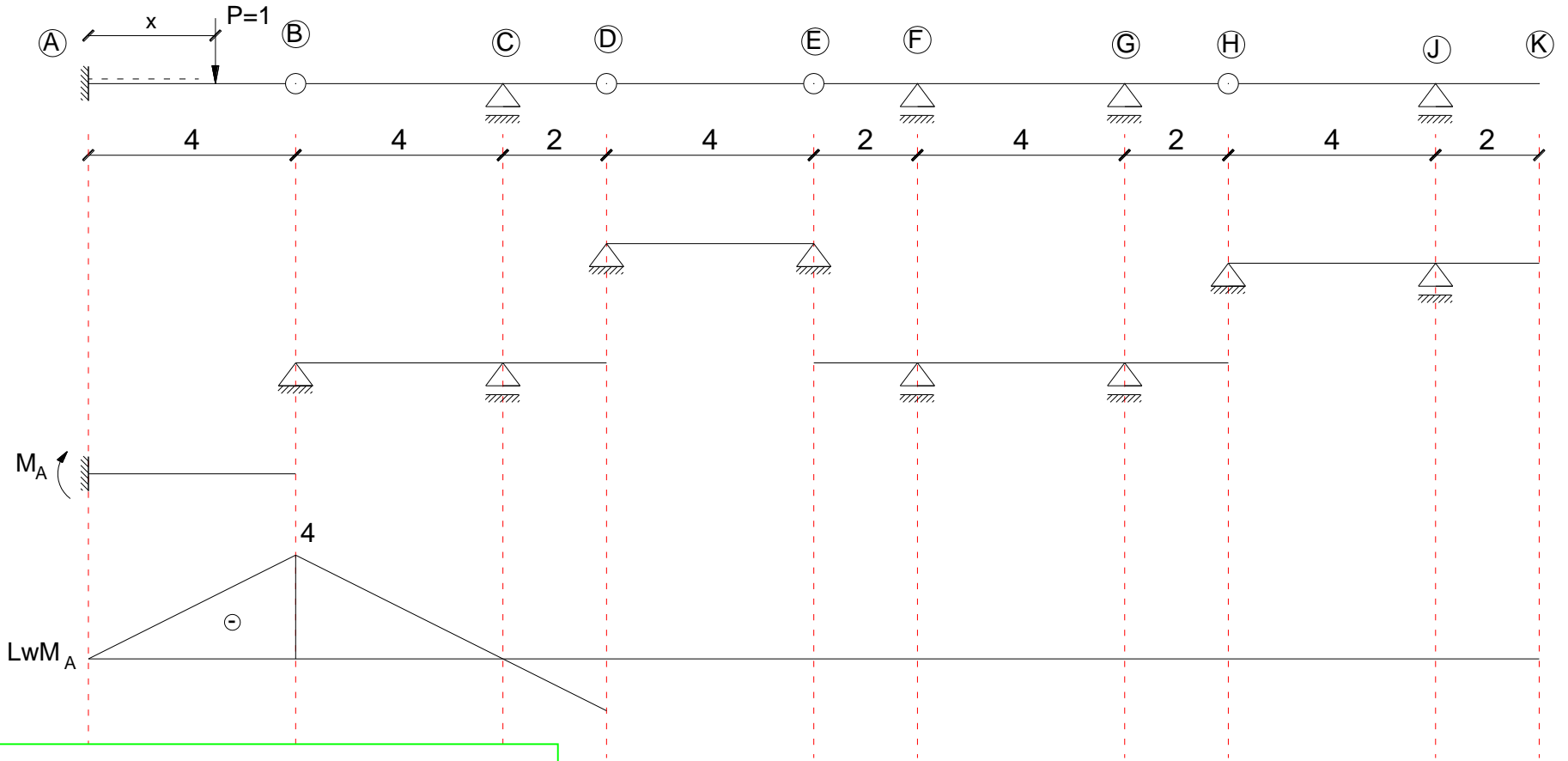
Linia wpływu momentu M_A



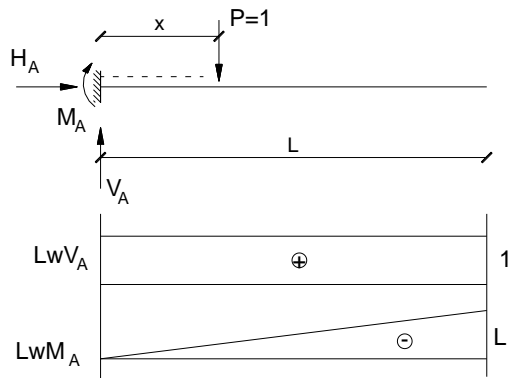
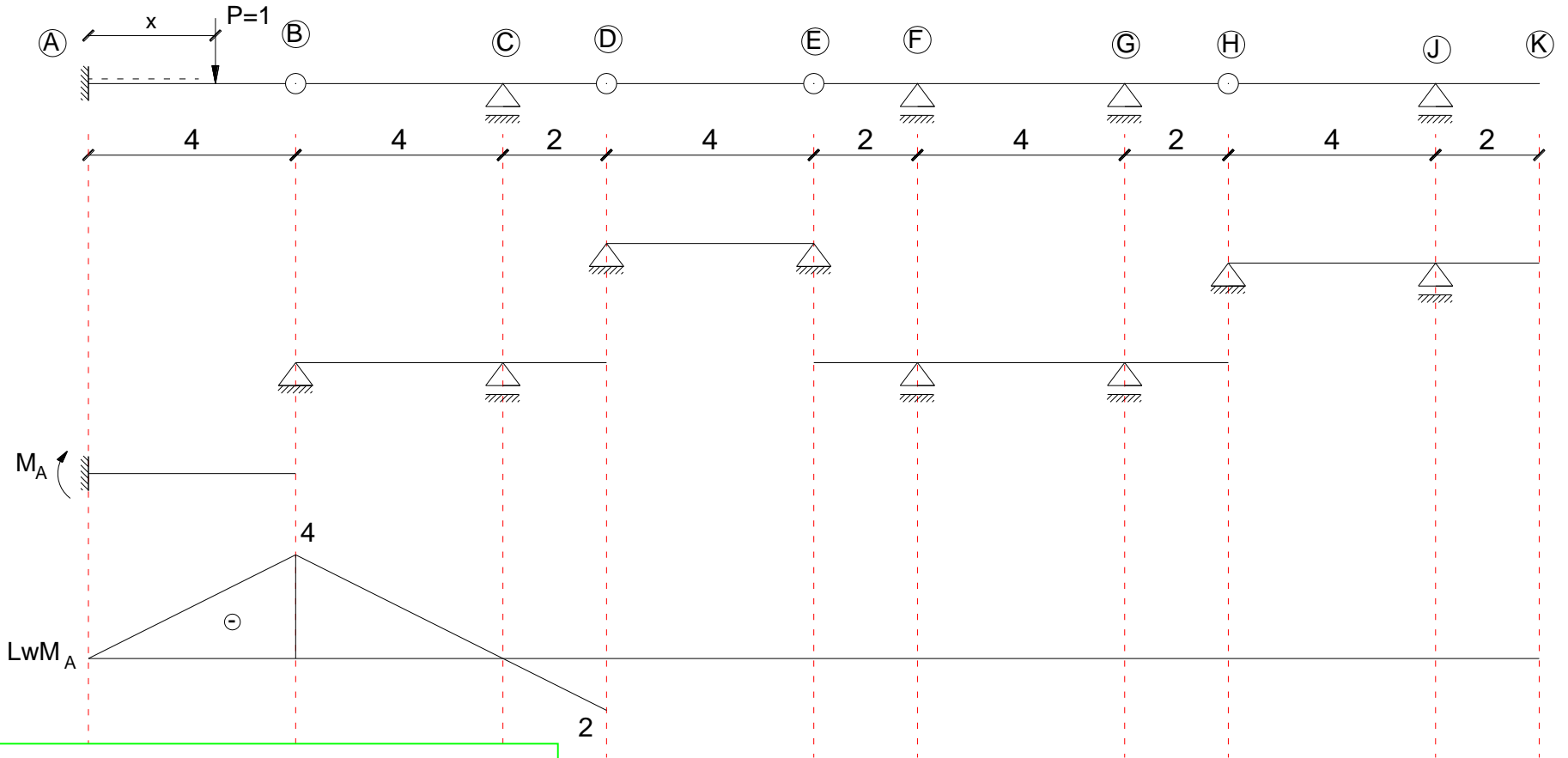
Linia wpływu momentu M_A



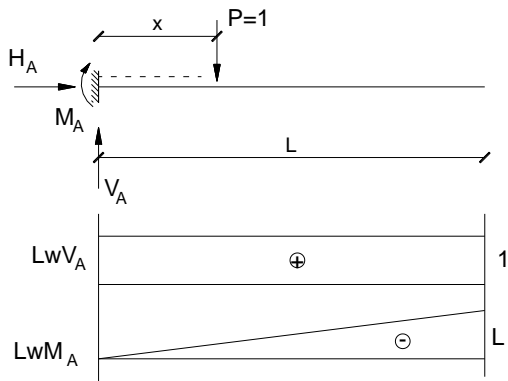
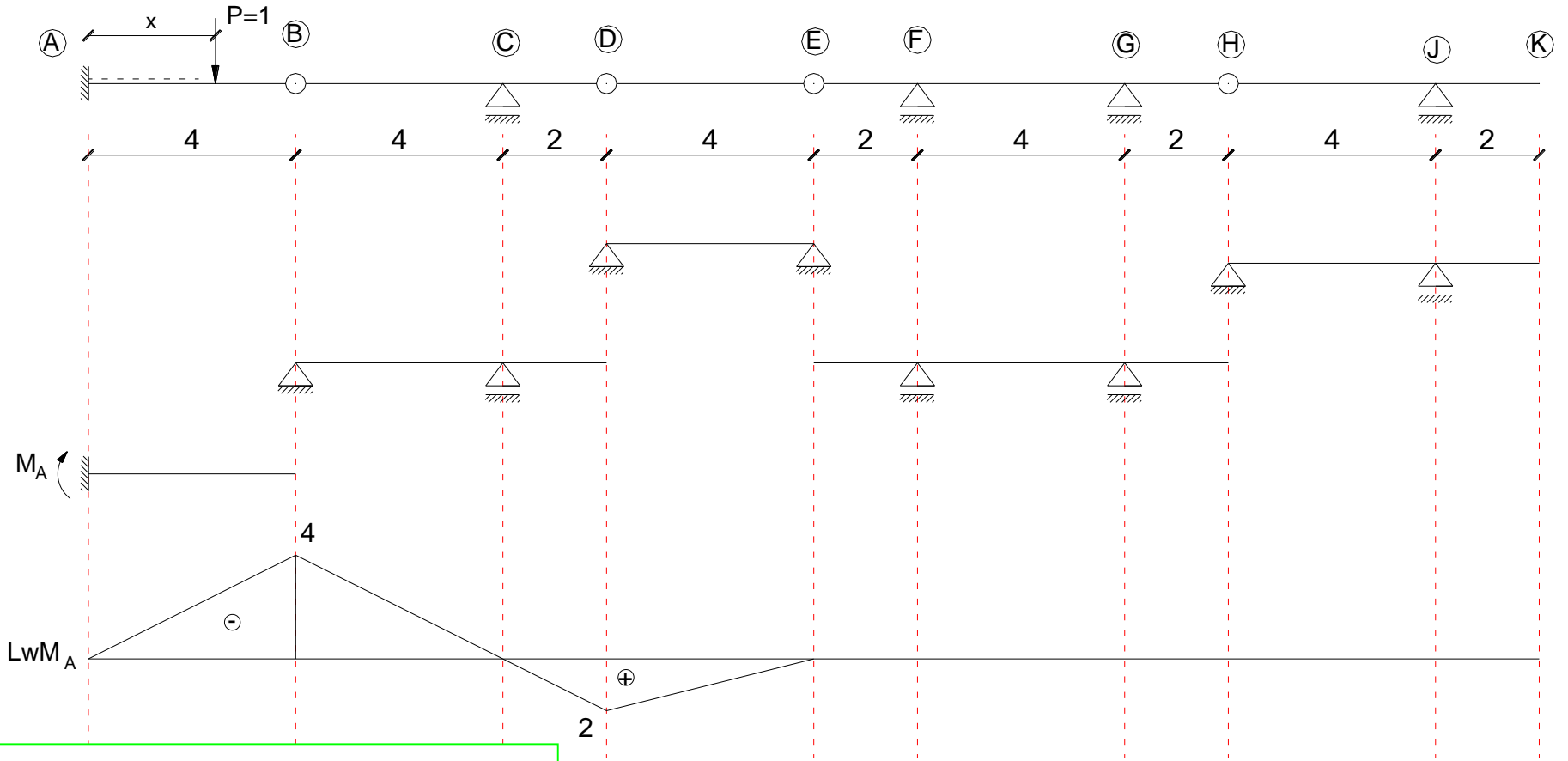
Linia wpływu momentu M_A



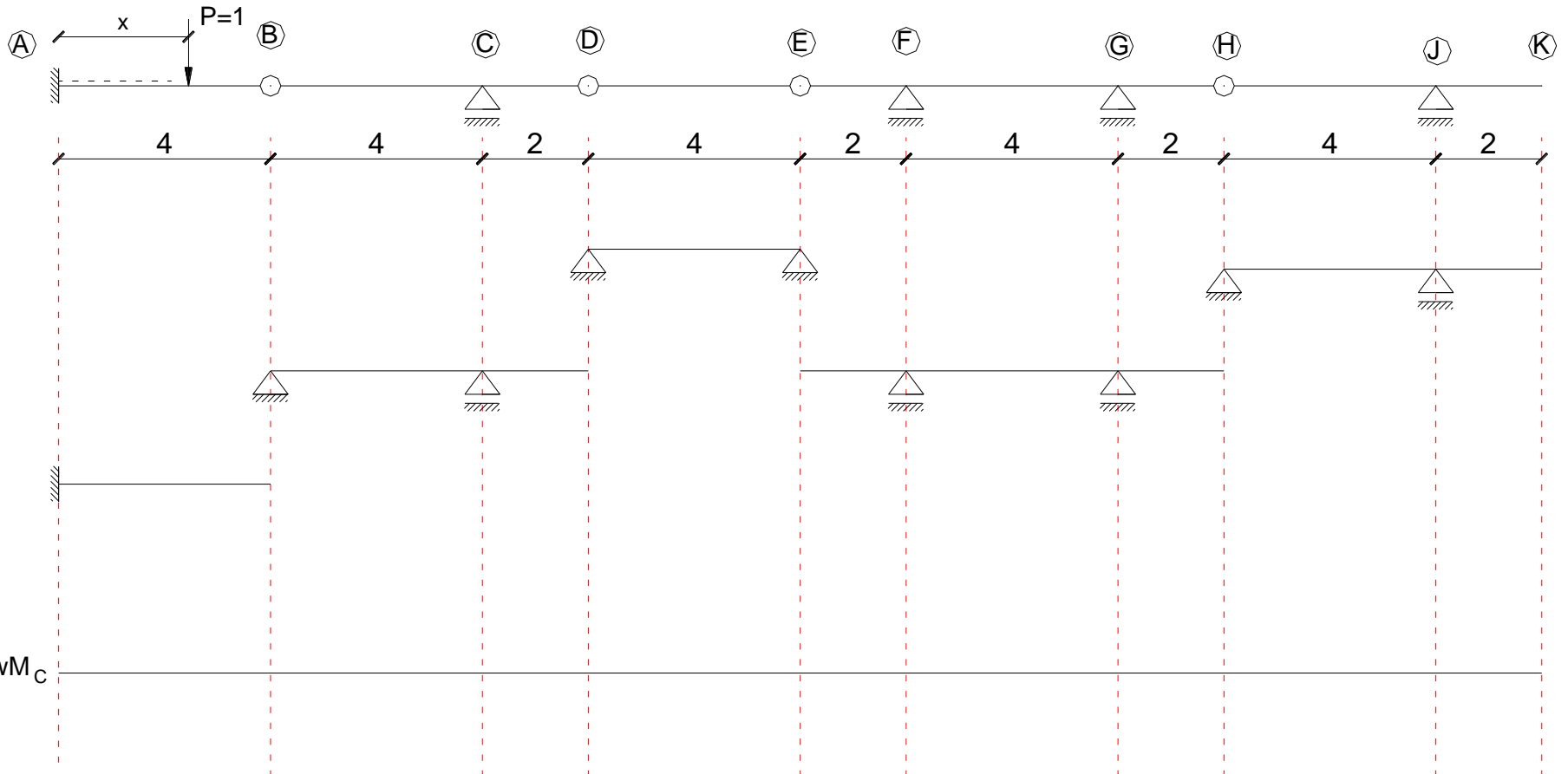
Linia wpływu momentu M_A



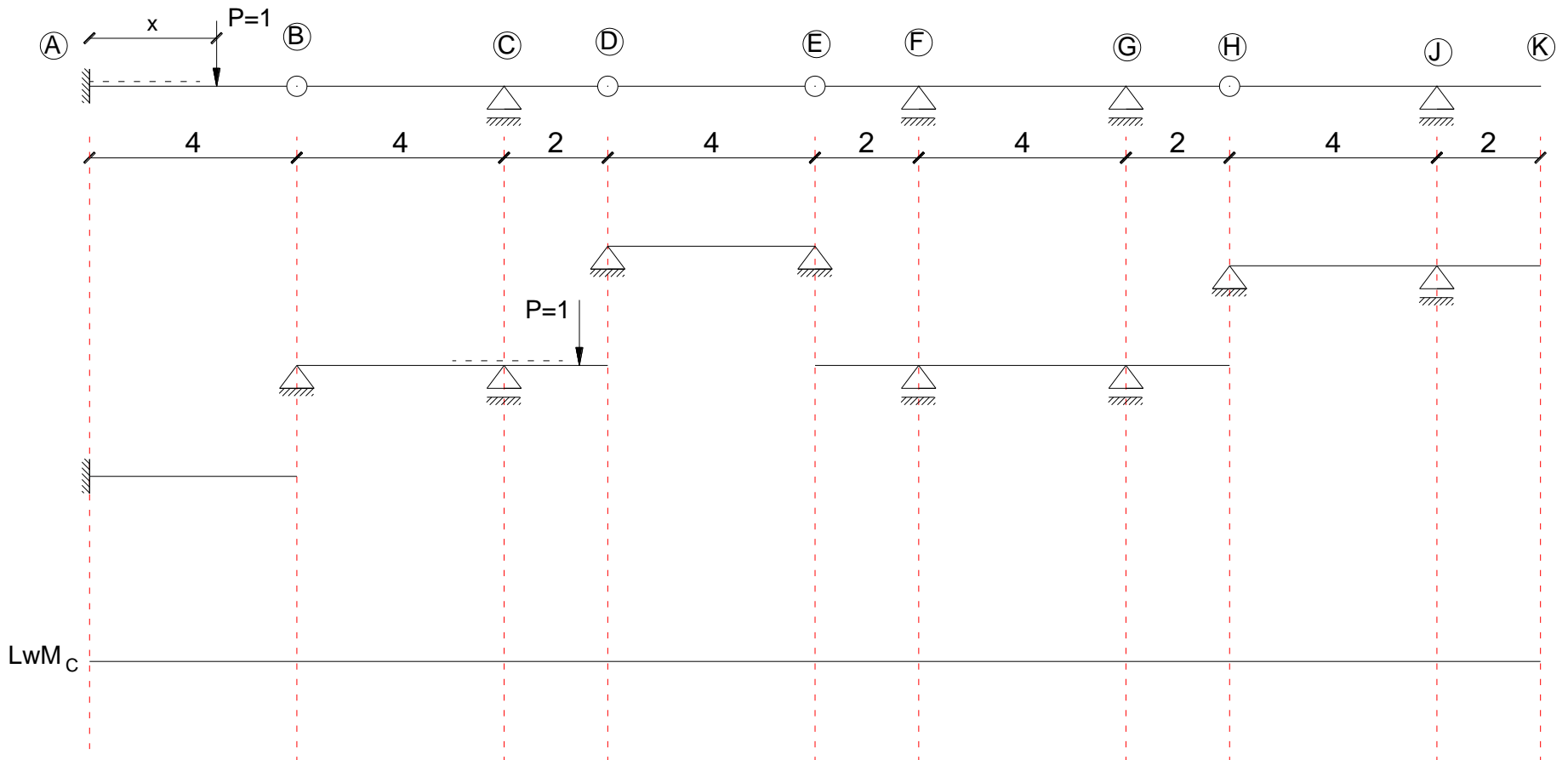
Linia wpływu momentu M_A



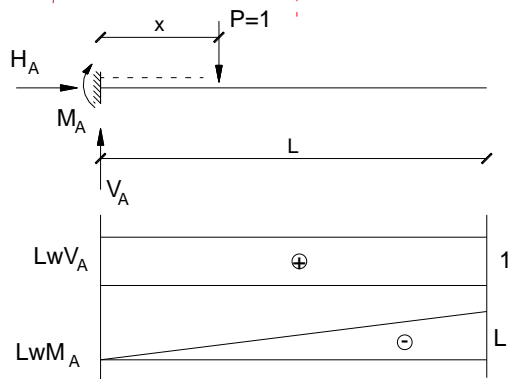
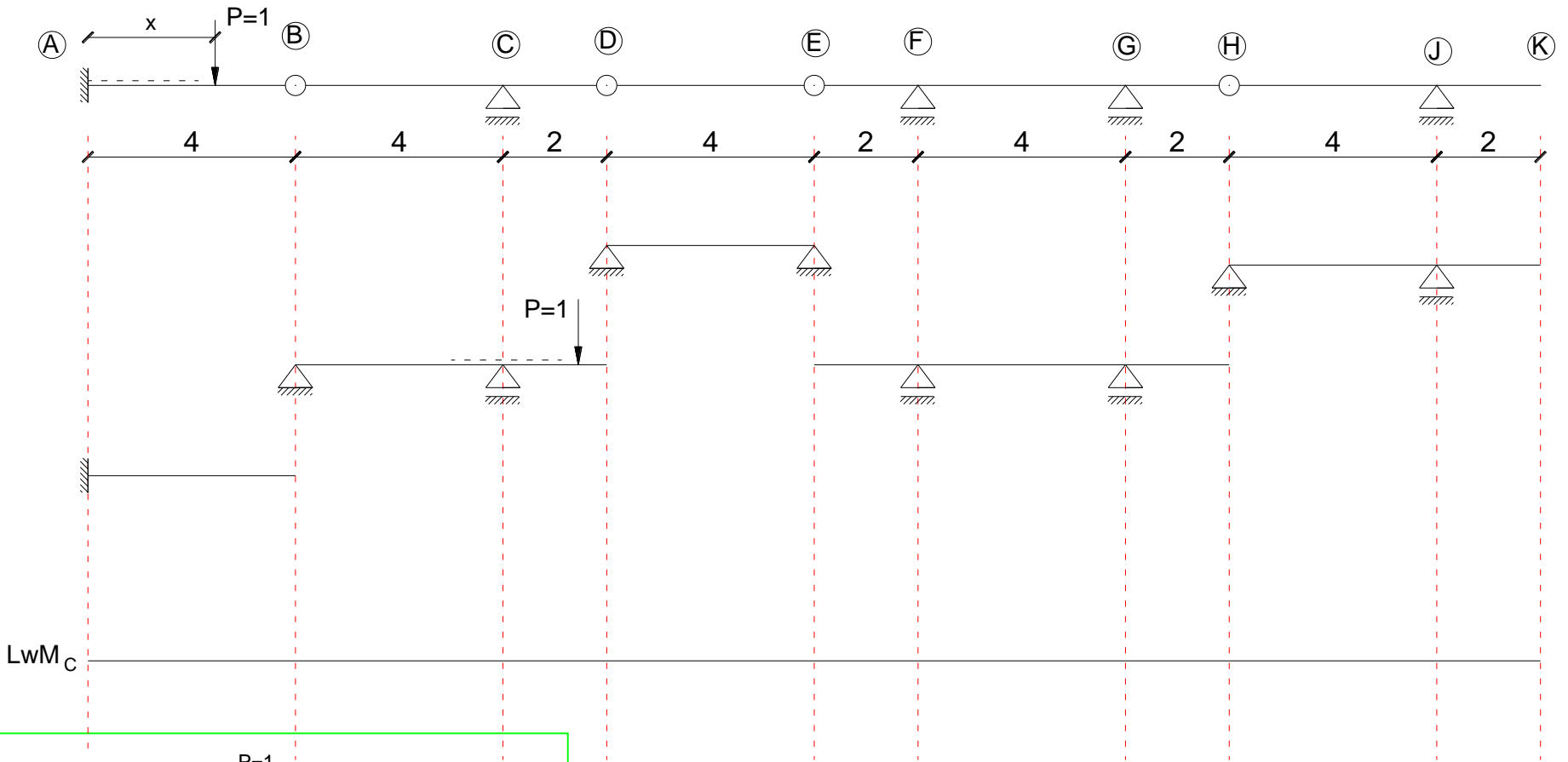
Linia wpływu momentu M_C



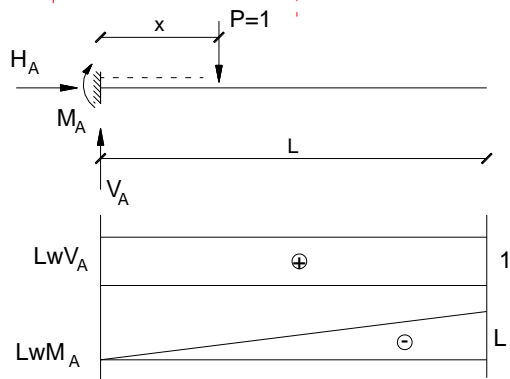
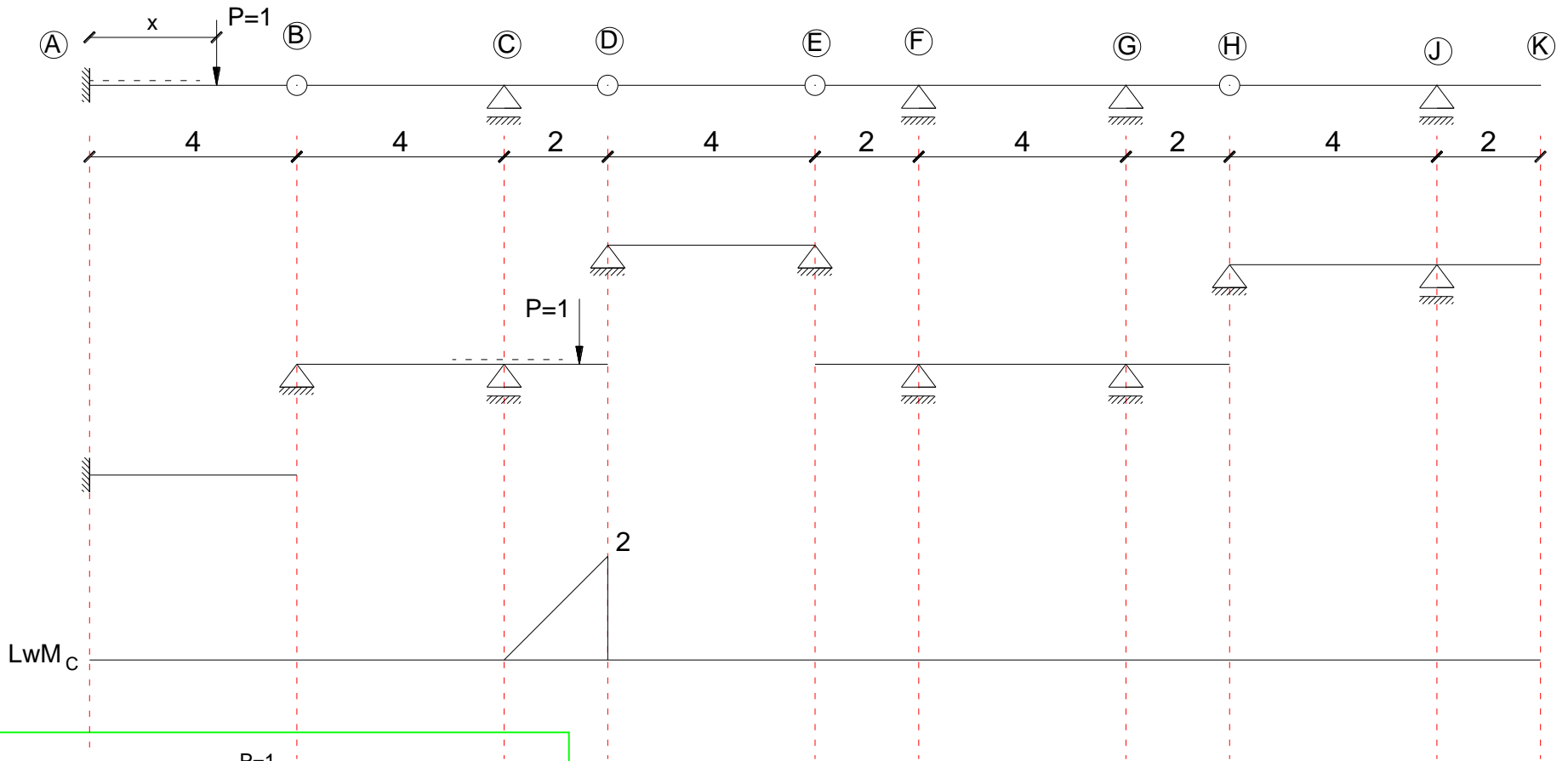
Linia wpływu momentu M_C



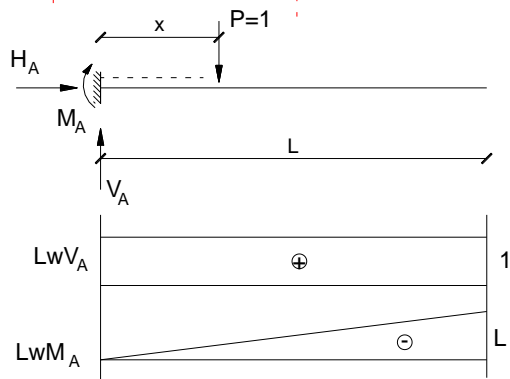
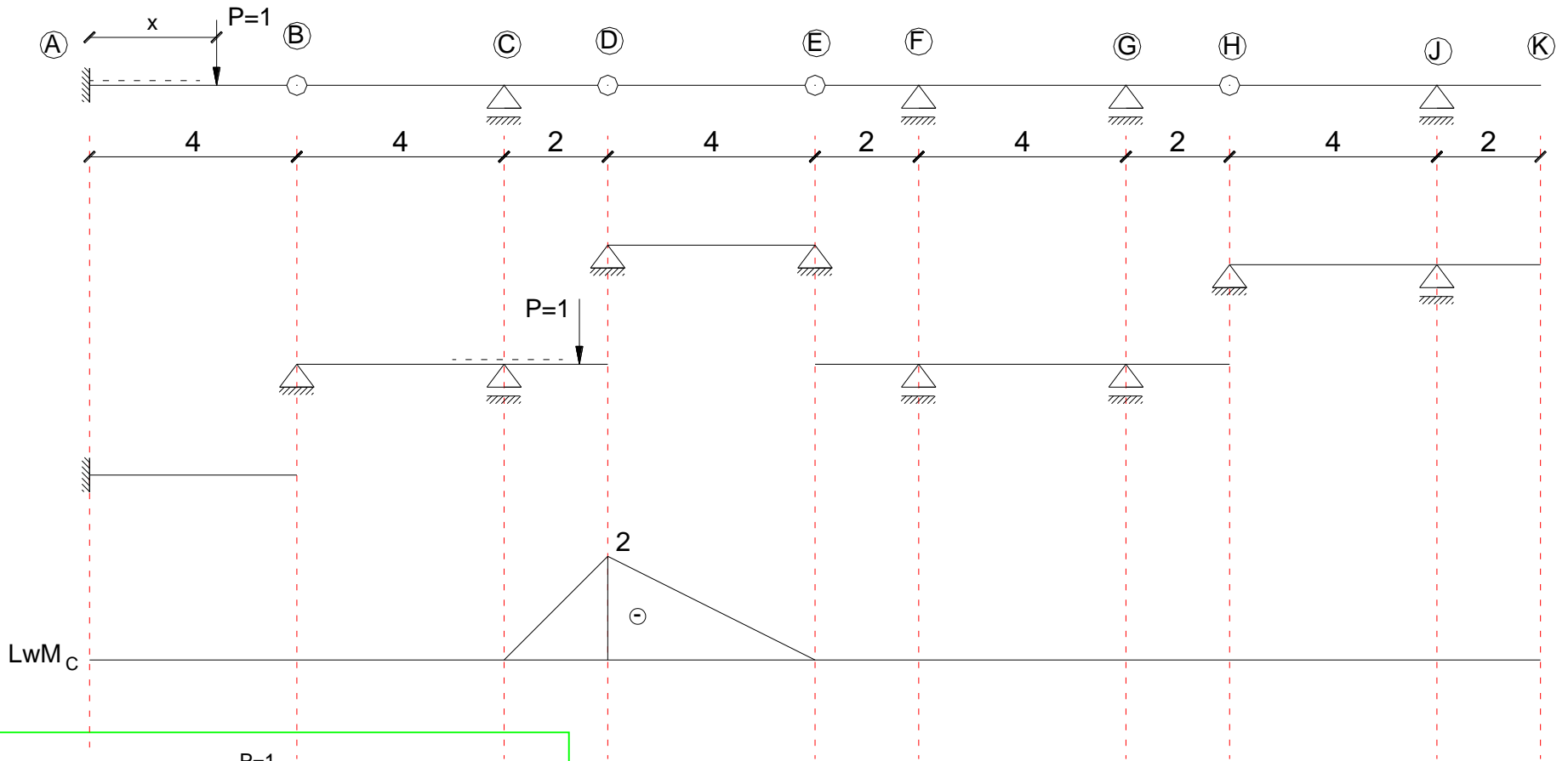
Linia wpływu momentu M_C



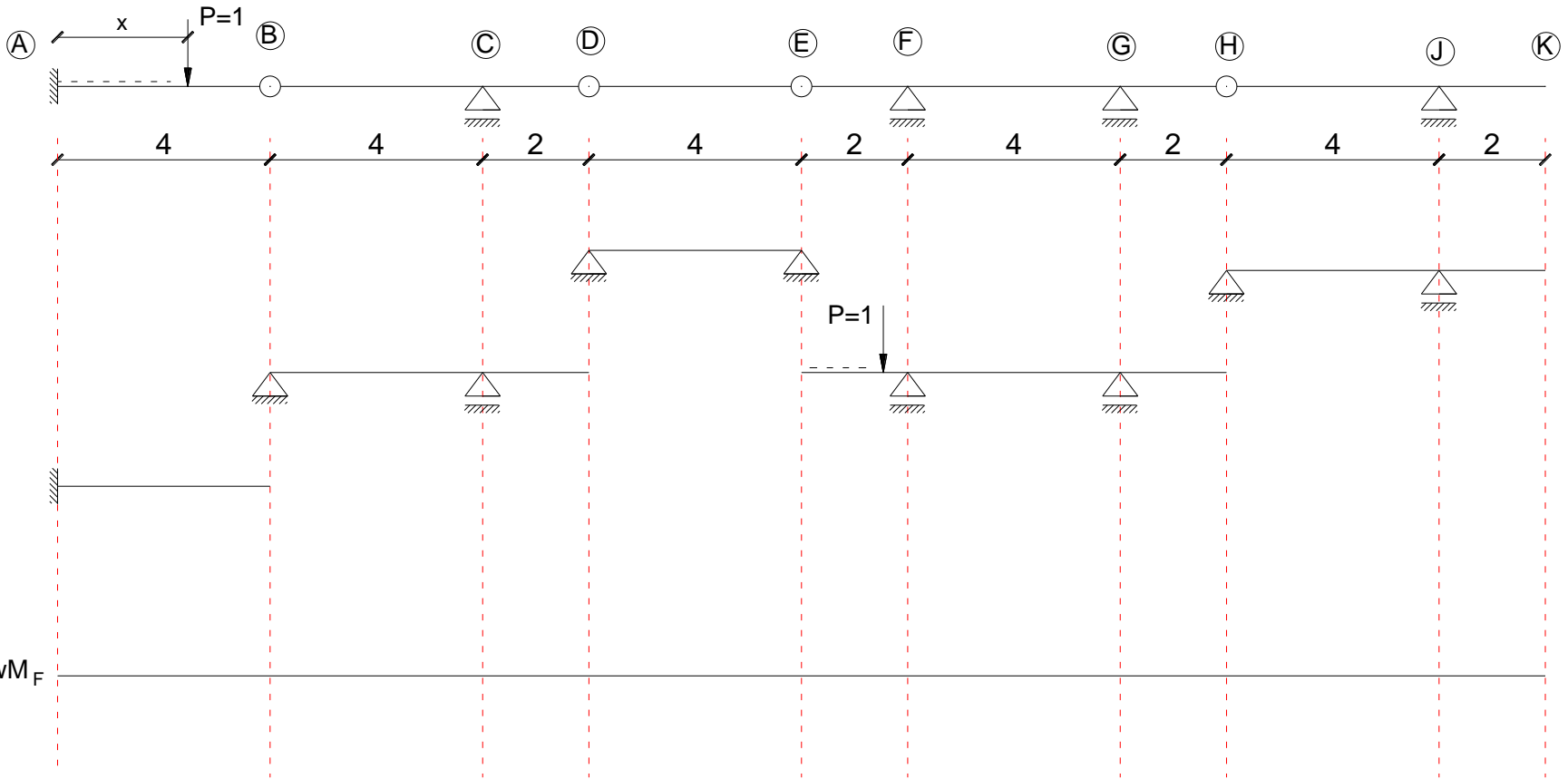
Linia wpływu momentu M_C



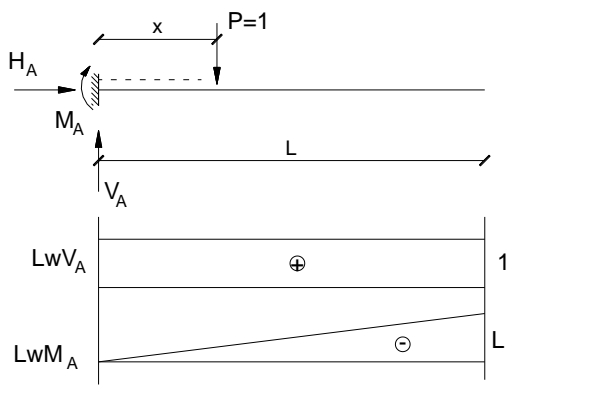
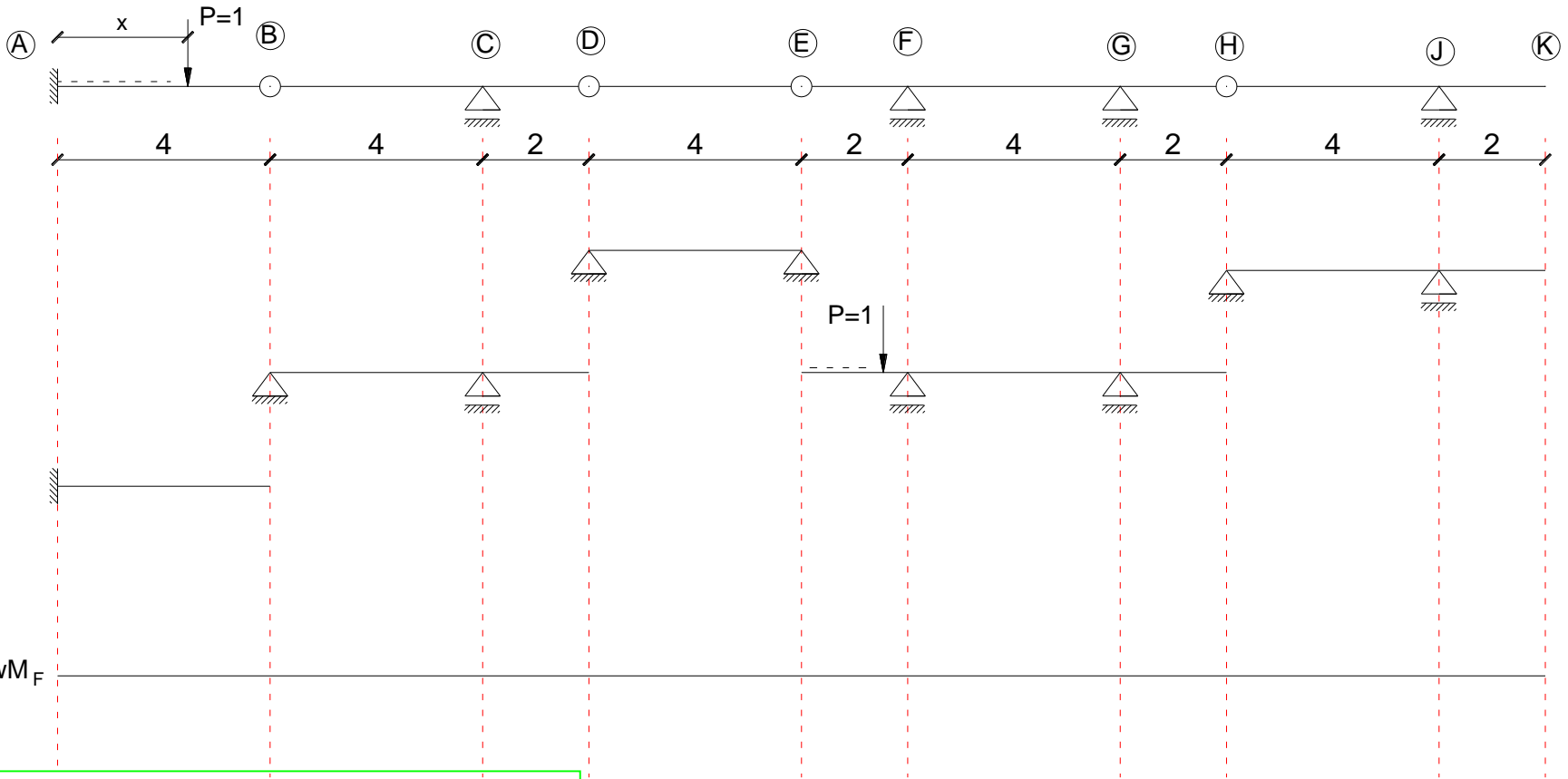
Linia wpływu momentu M_C



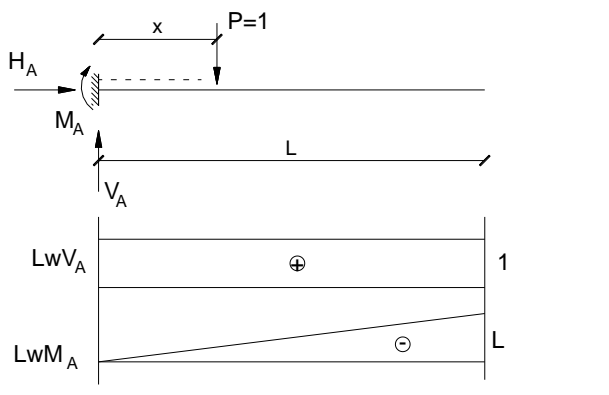
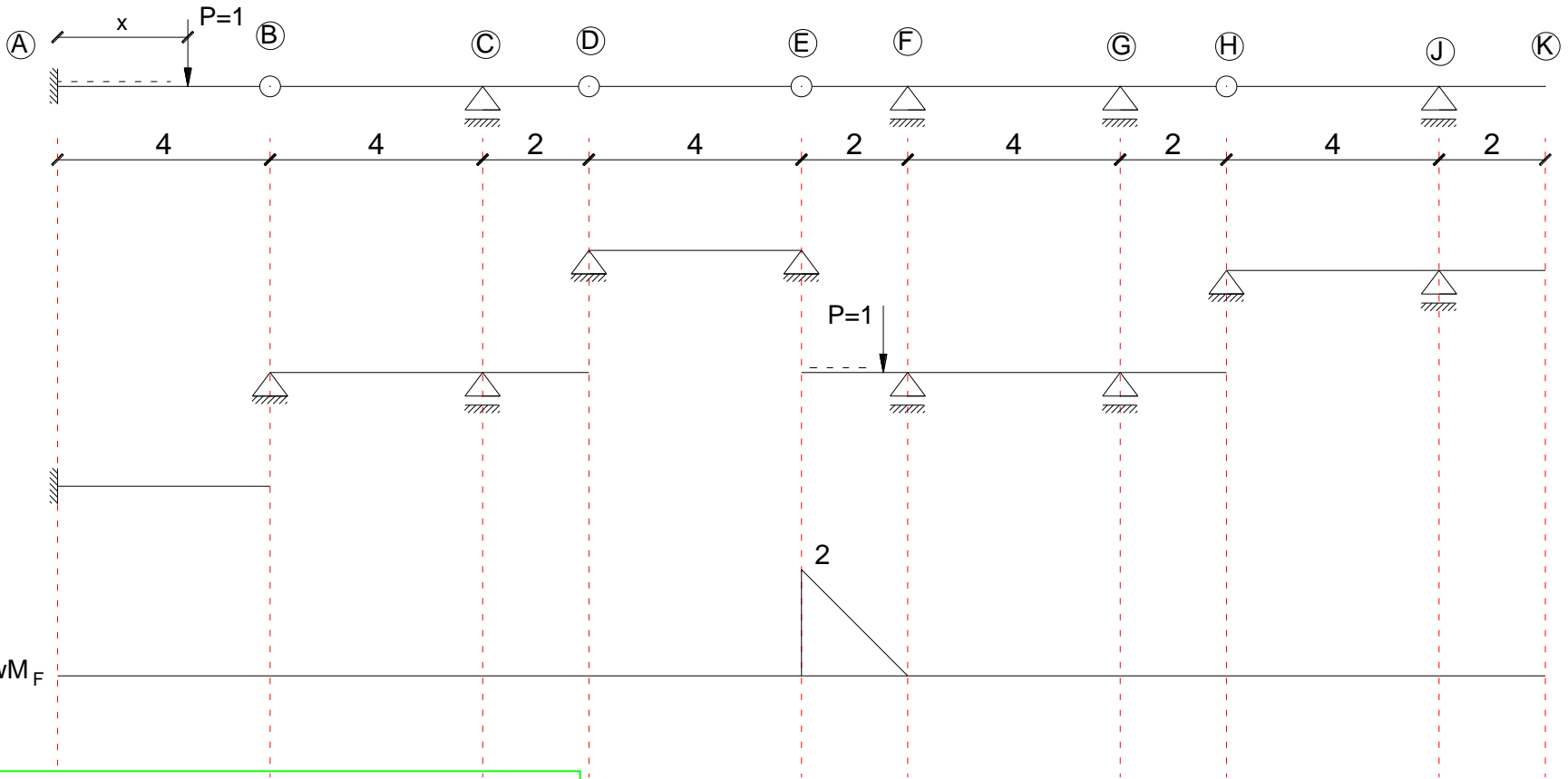
Linia wpływu momentu M_F



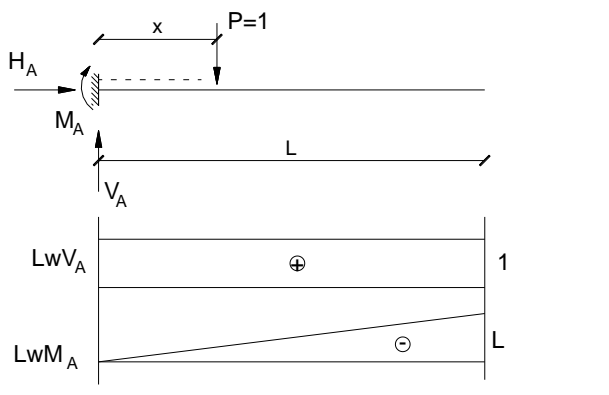
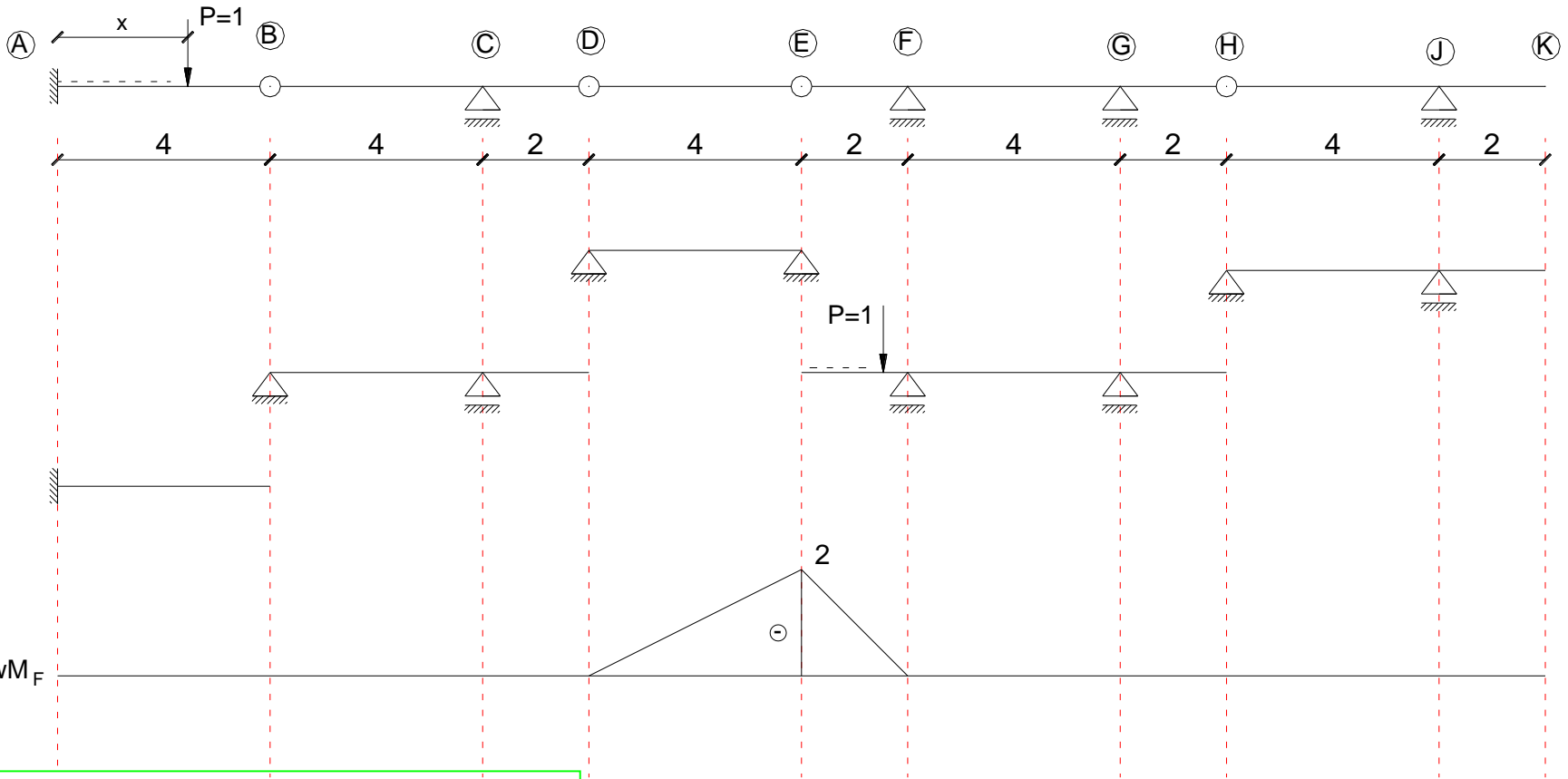
Linia wpływu momentu M_F



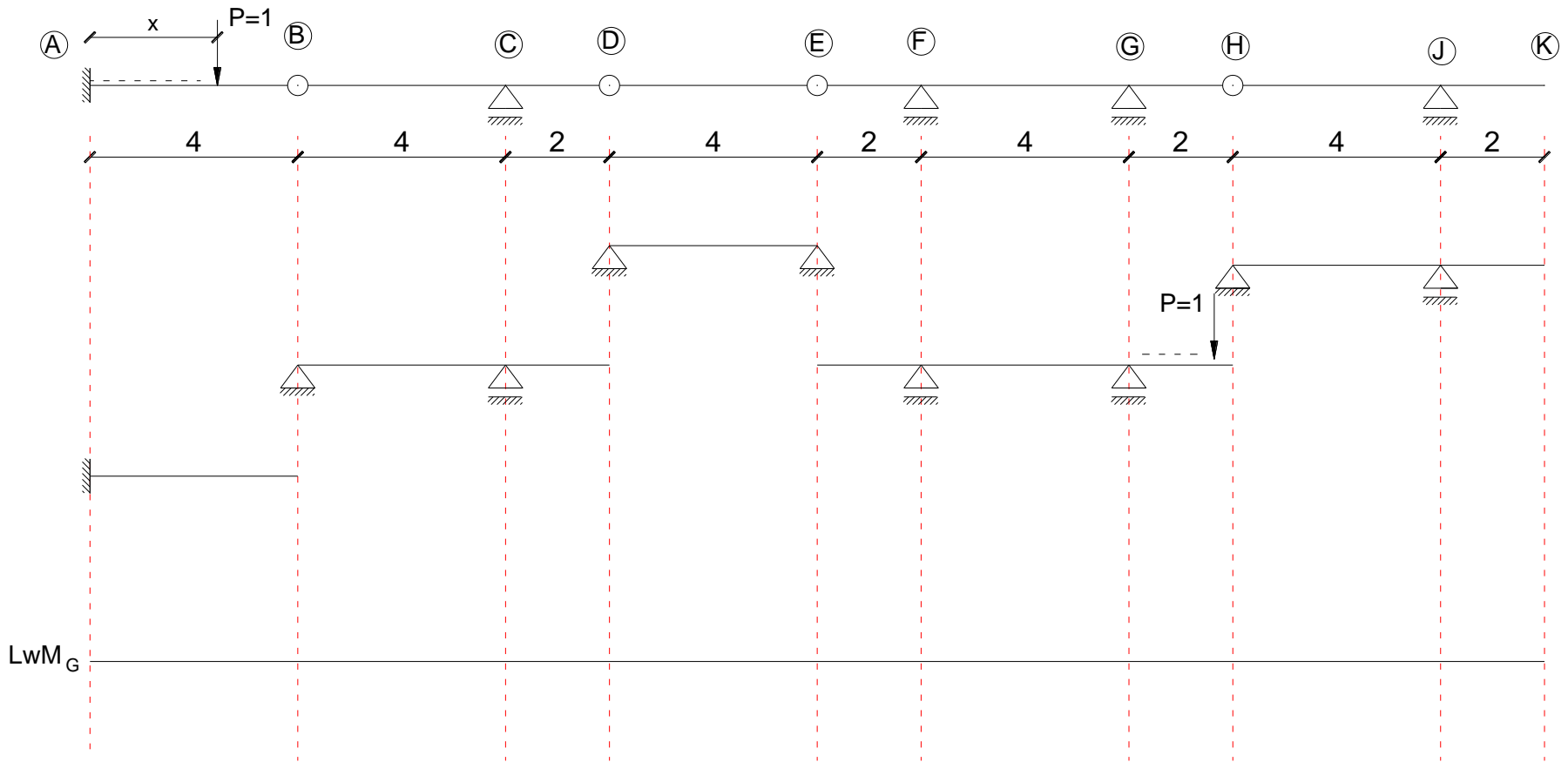
Linia wpływu momentu M_F



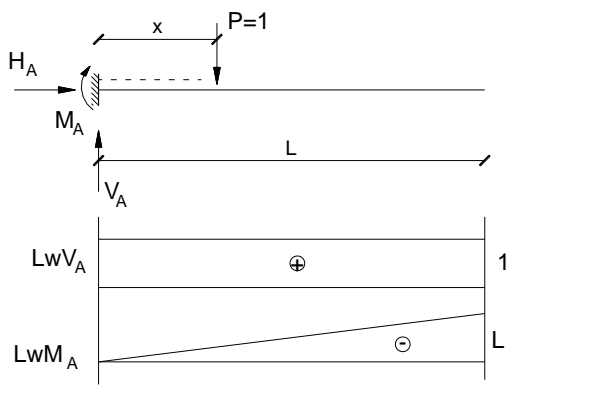
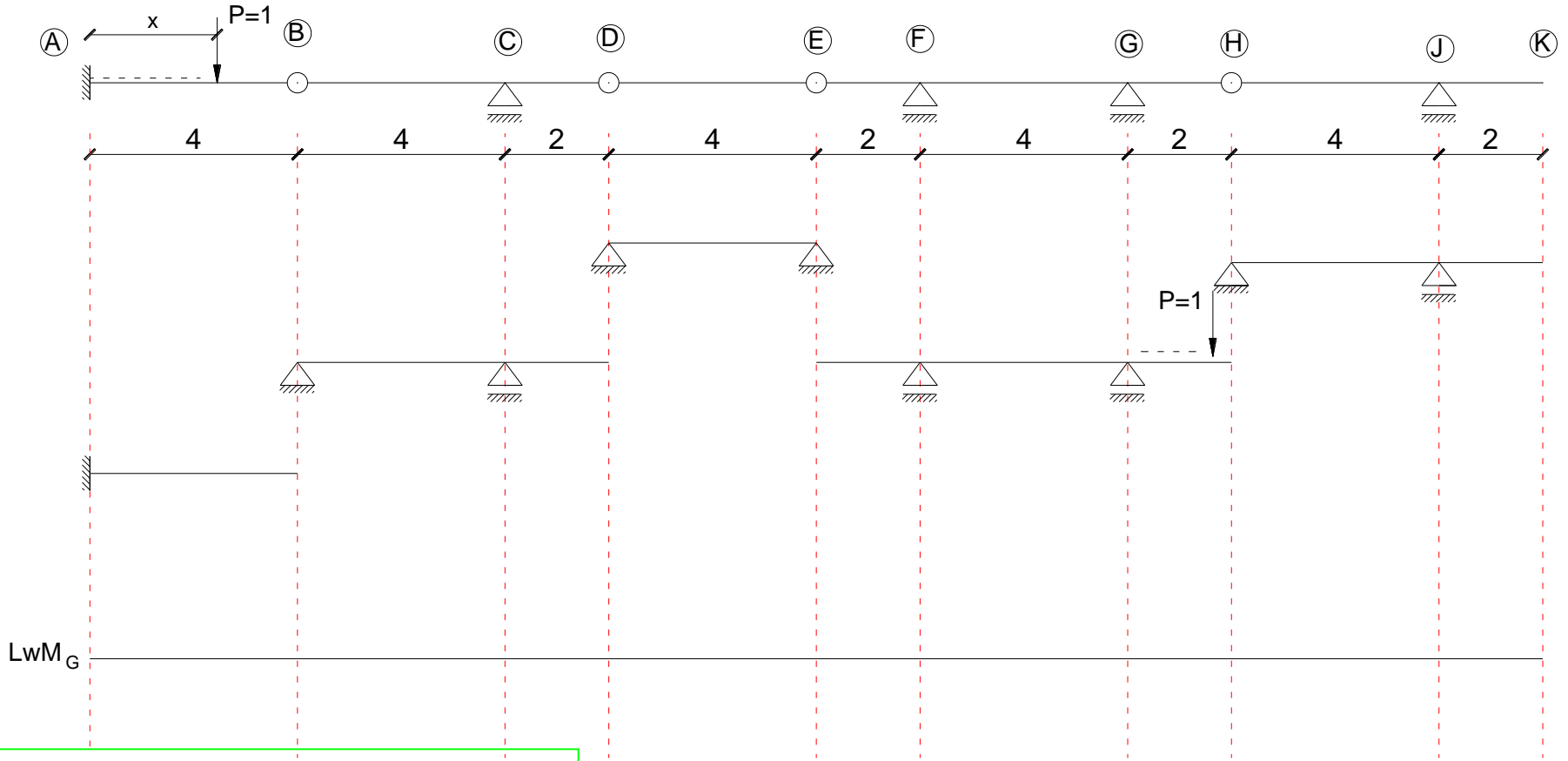
Linia wpływu momentu M_F



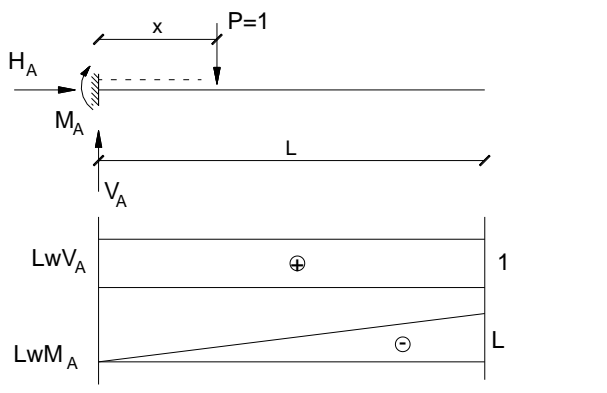
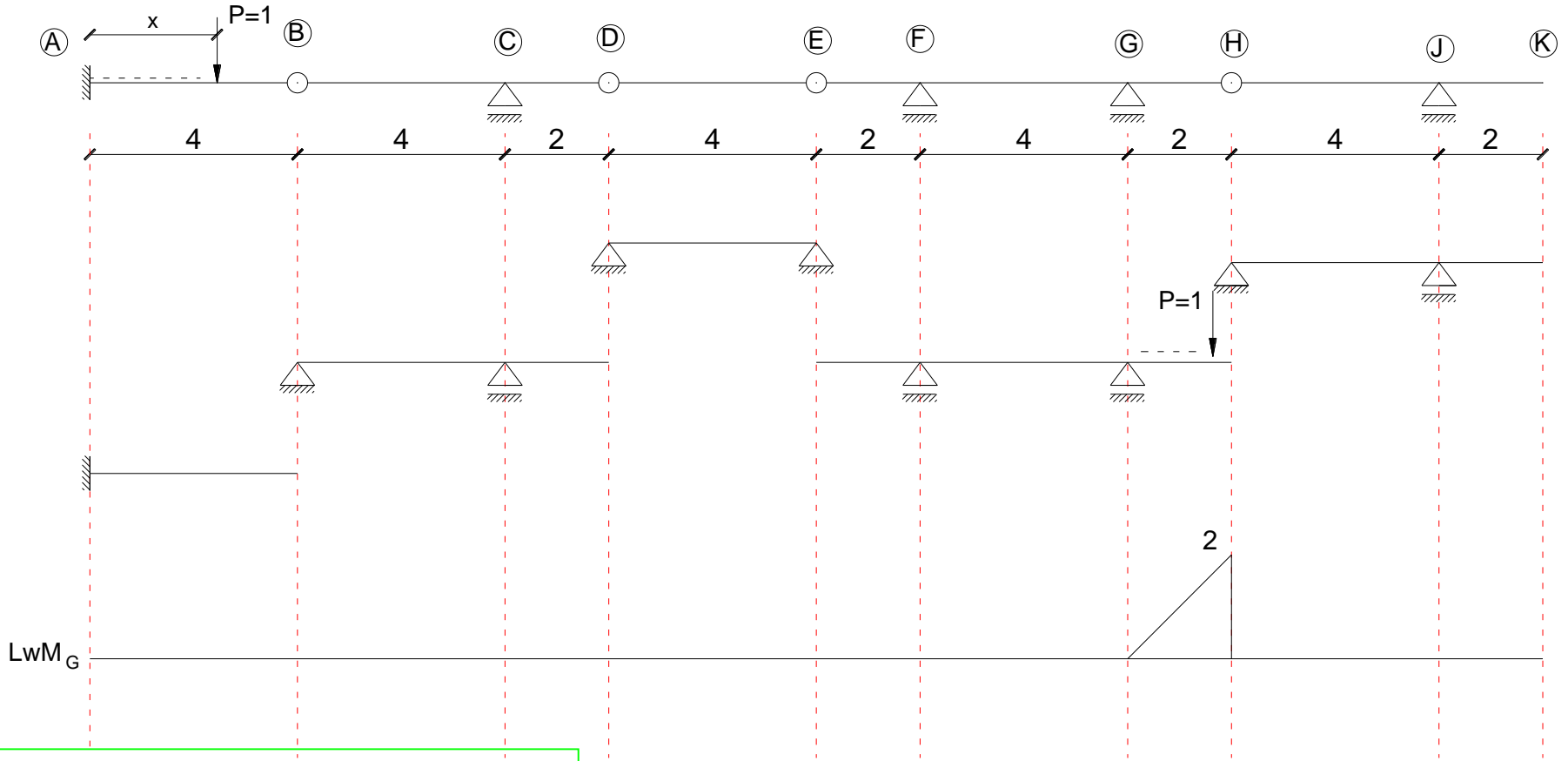
Linia wpływu momentu M_G



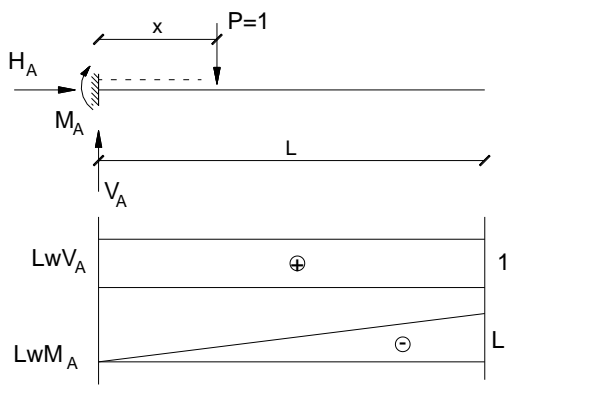
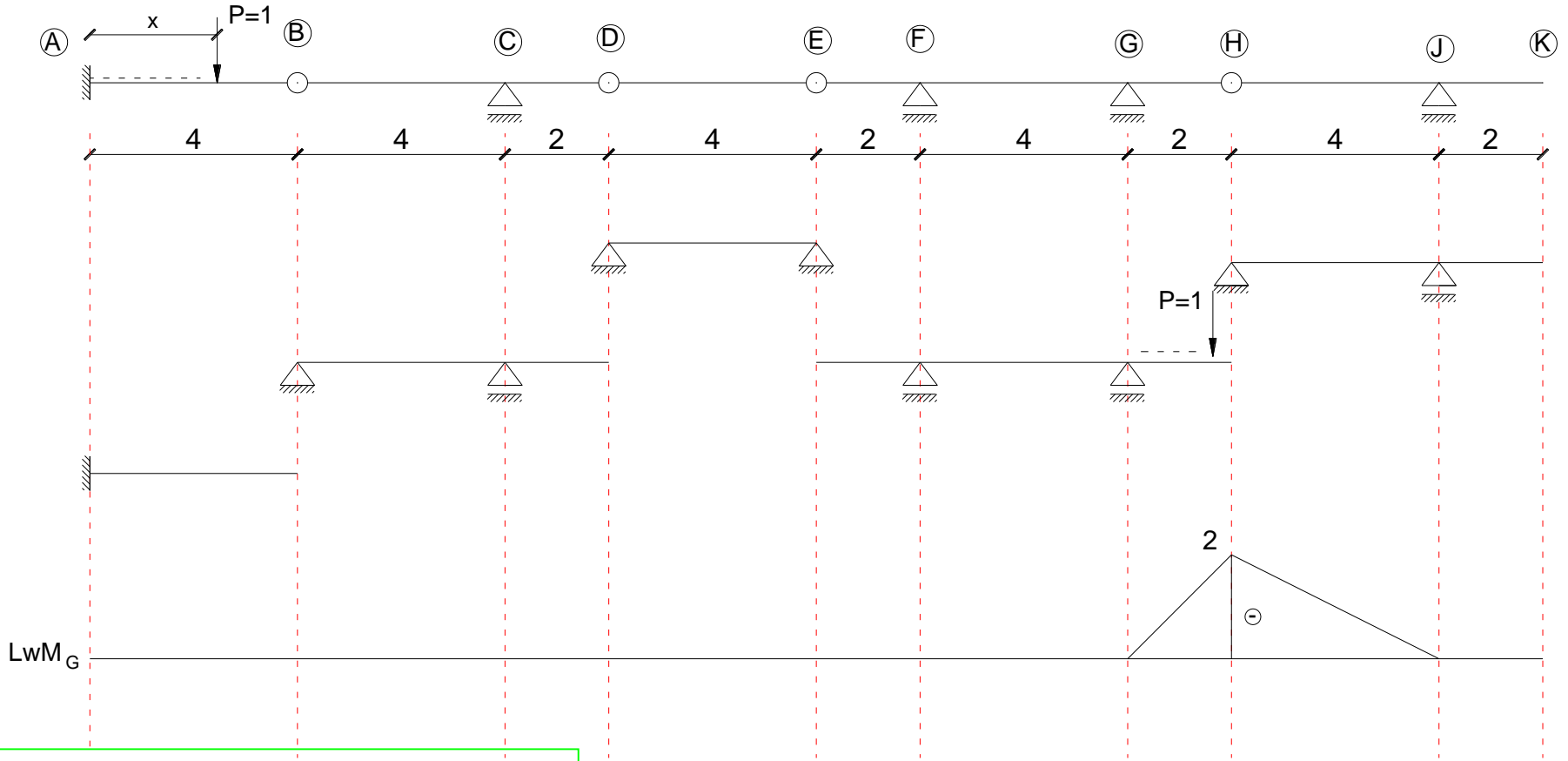
Linia wpływu momentu M_G



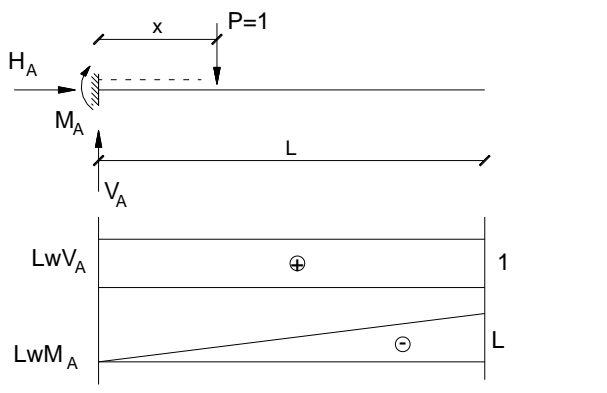
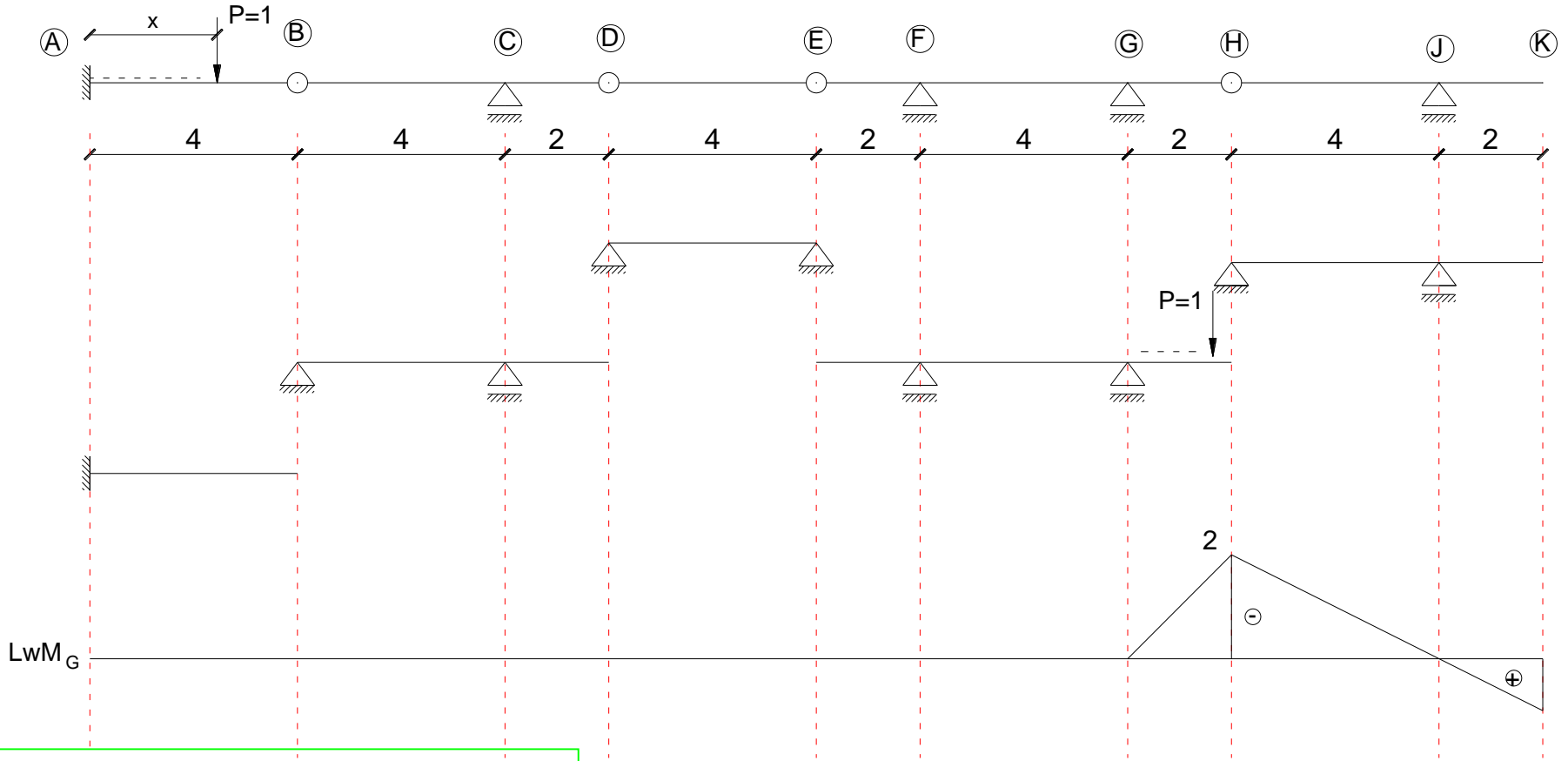
Linia wpływu momentu M_G



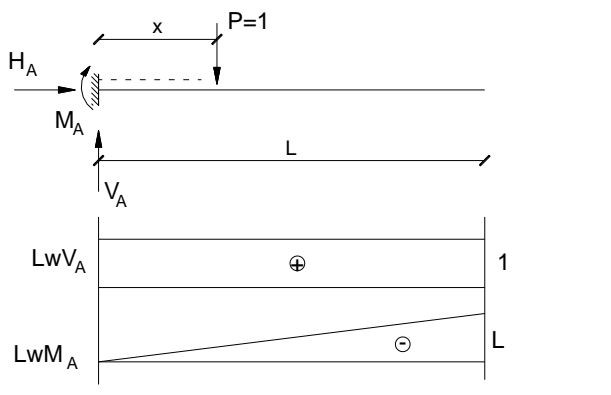
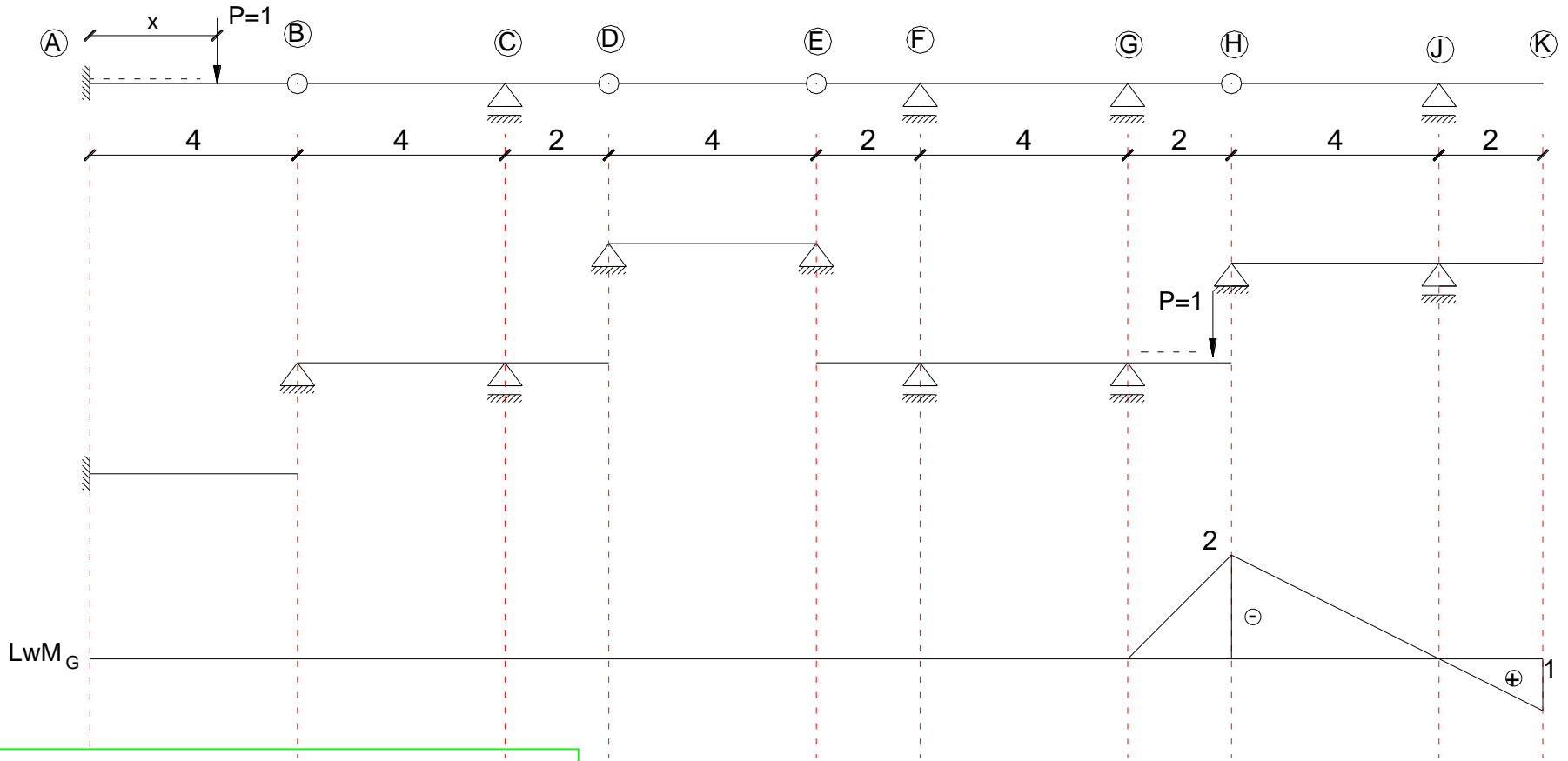
Linia wpływu momentu M_G



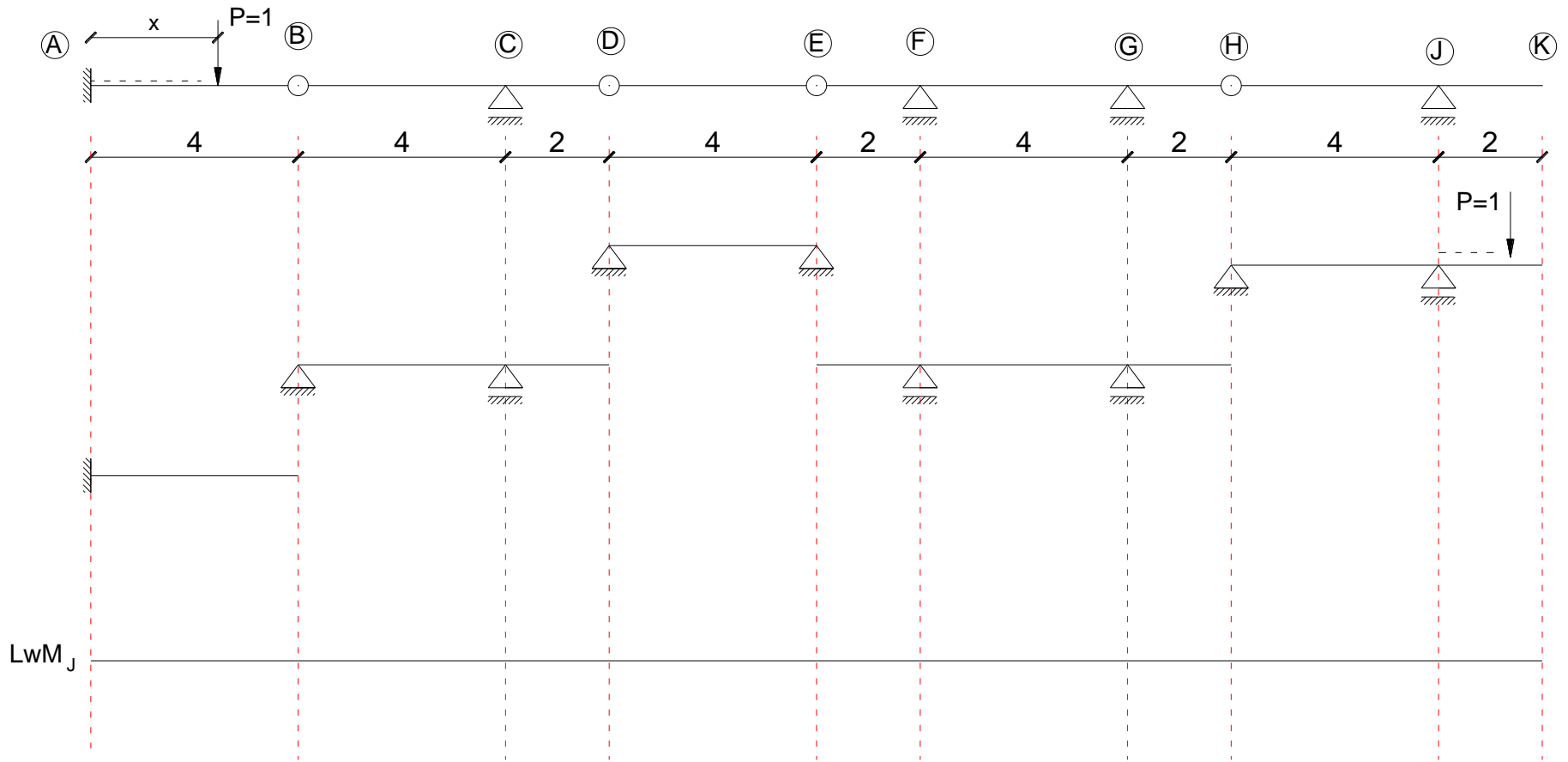
Linia wpływu momentu M_G



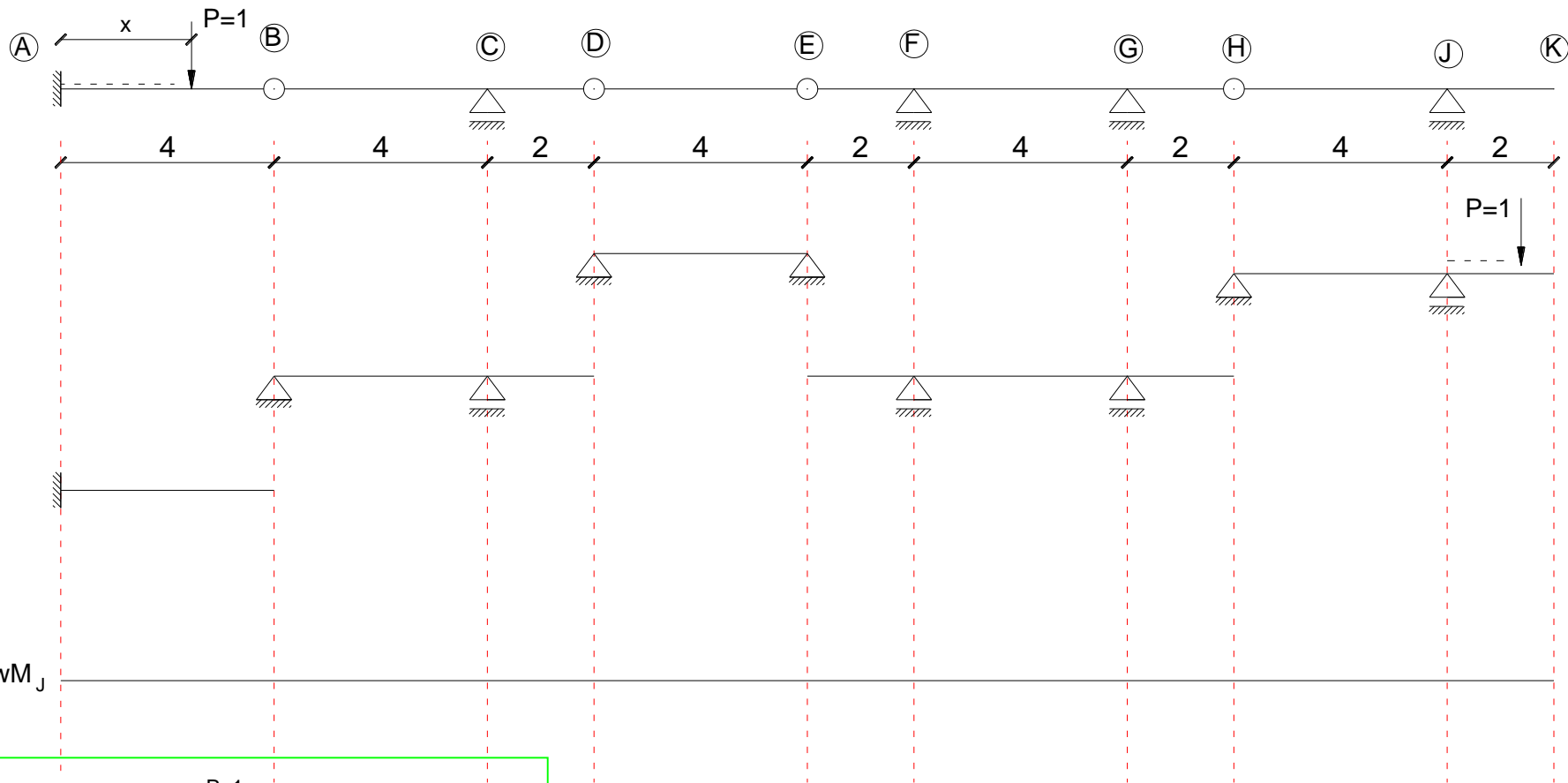
Linia wpływu momentu M_G



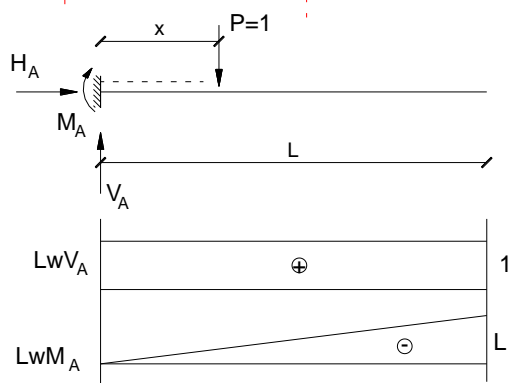
Linia wpływu momentu M_J



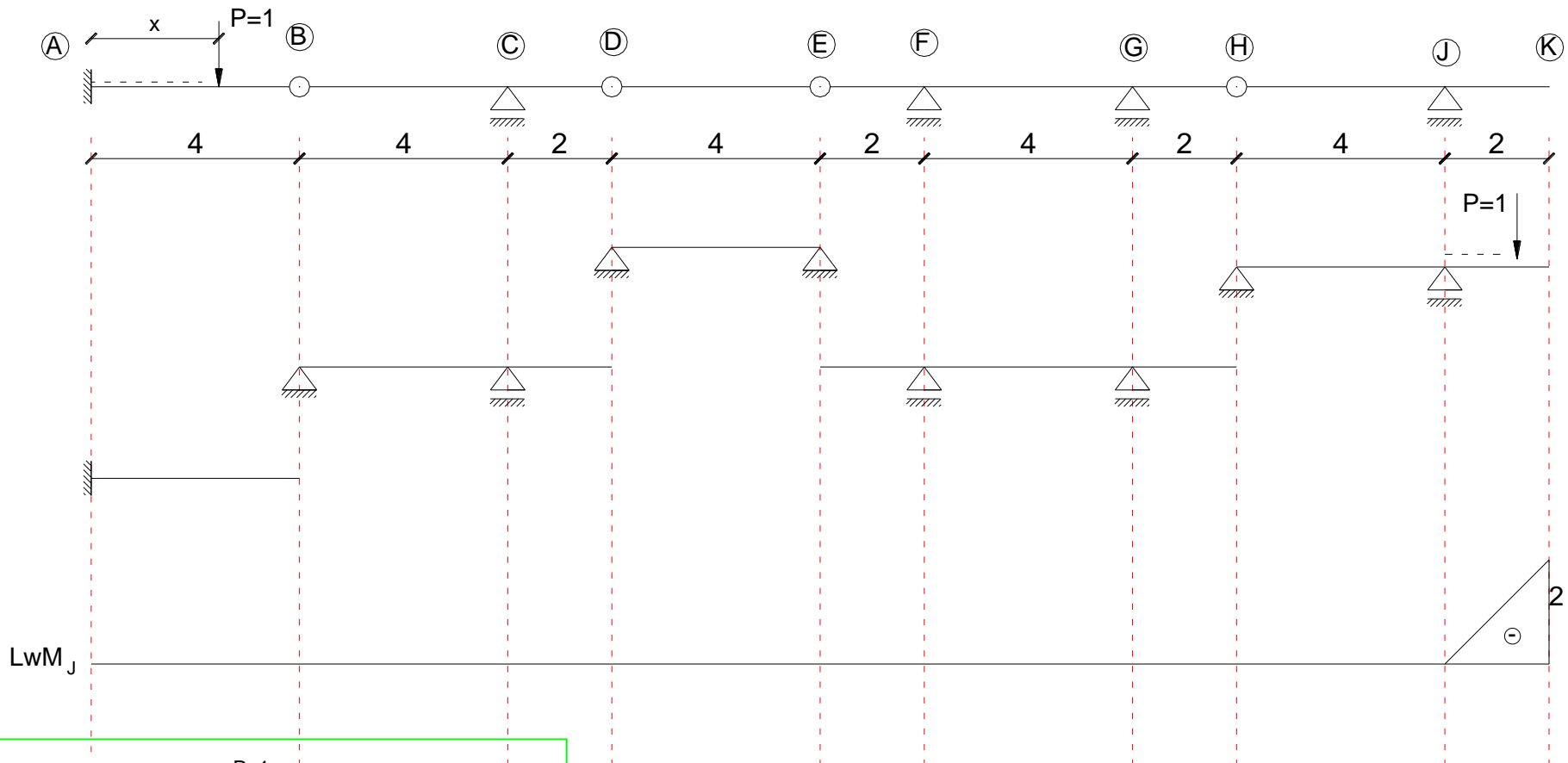
Linia wpływu momentu M_J



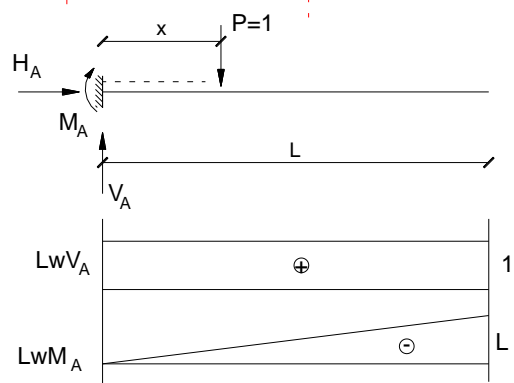
Lw M_J



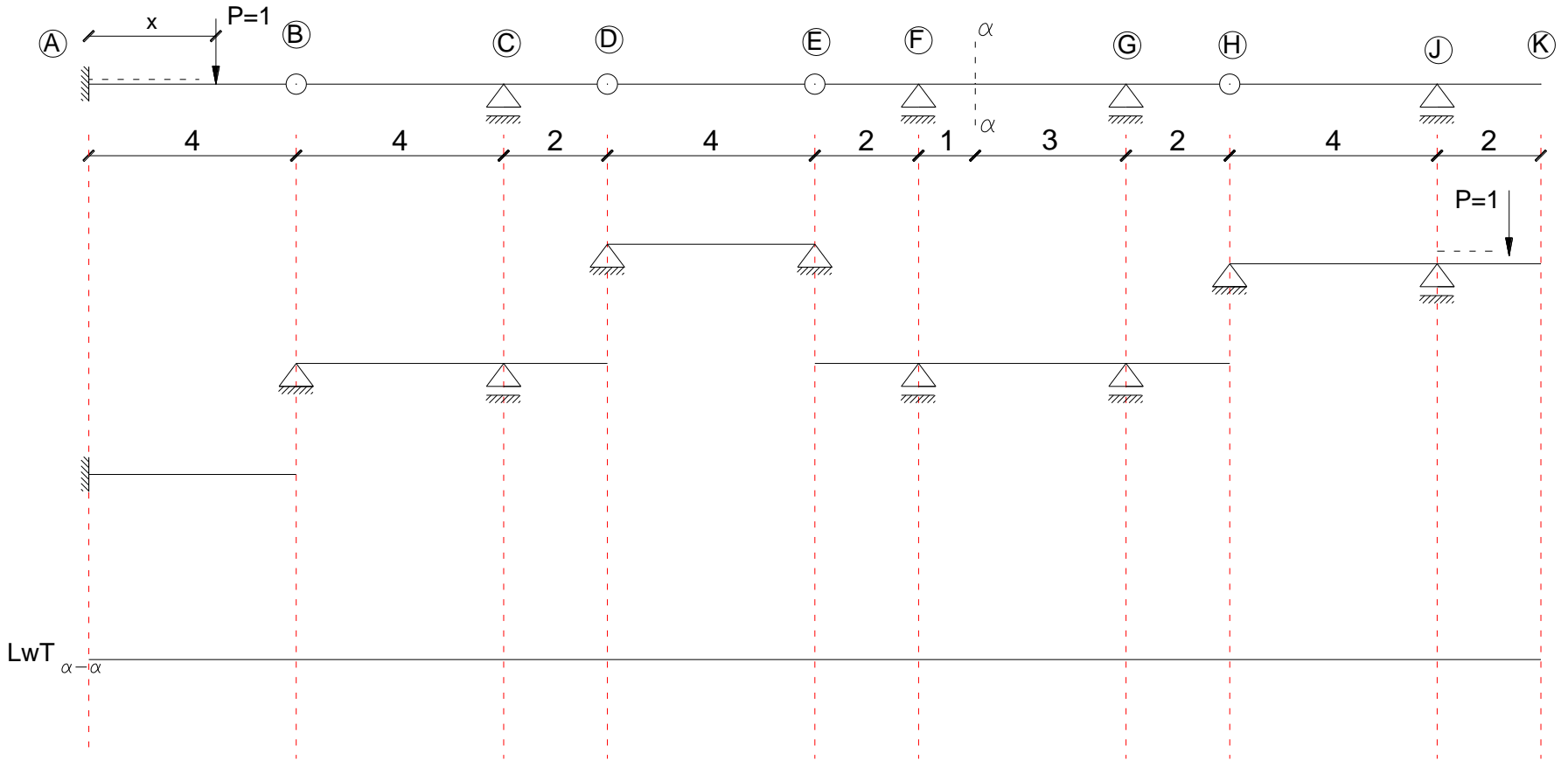
Linia wpływu momentu M_J



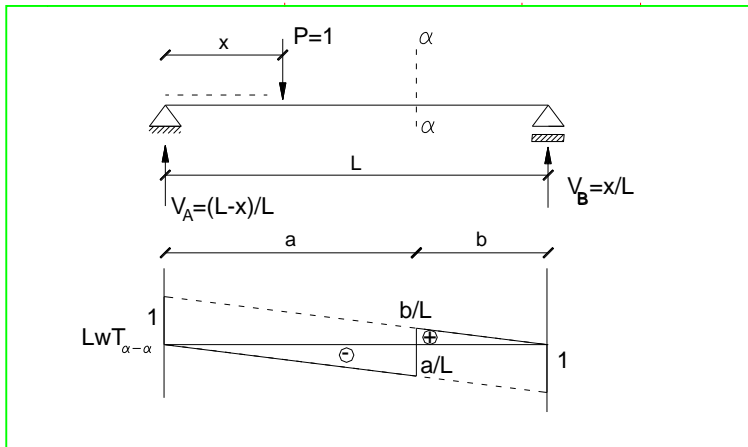
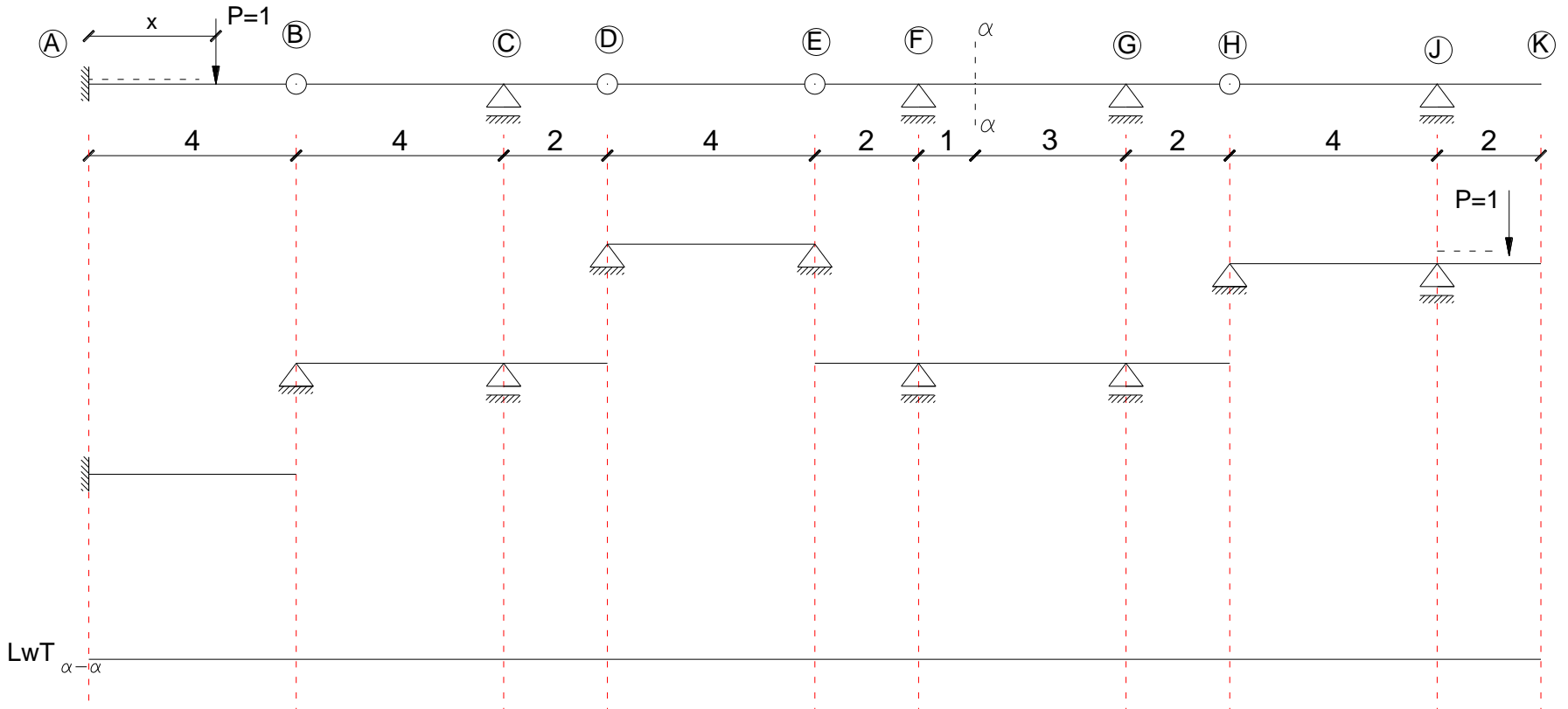
Lw M_J



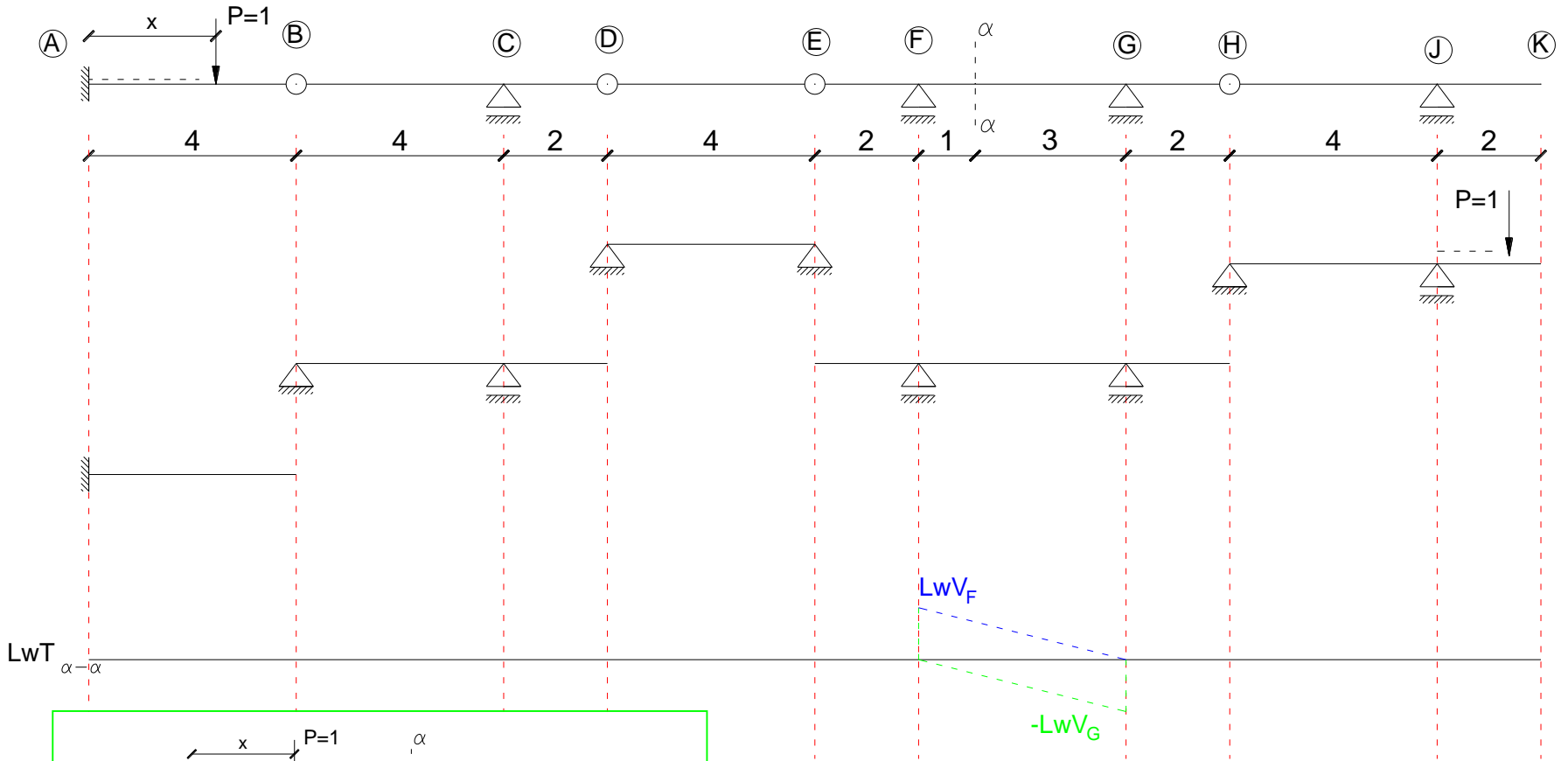
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



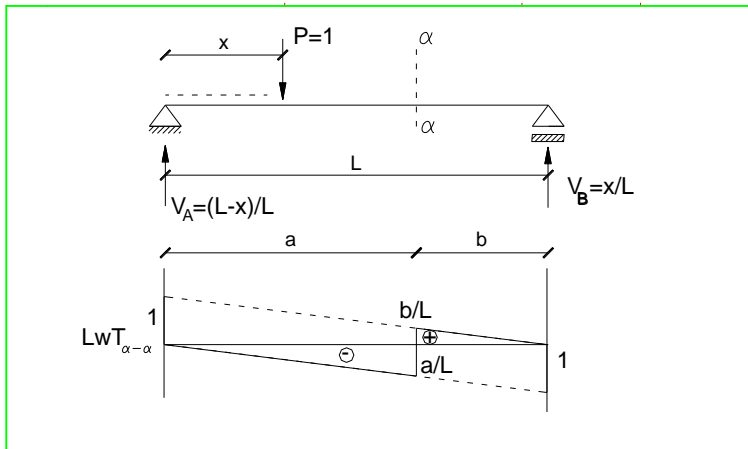
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



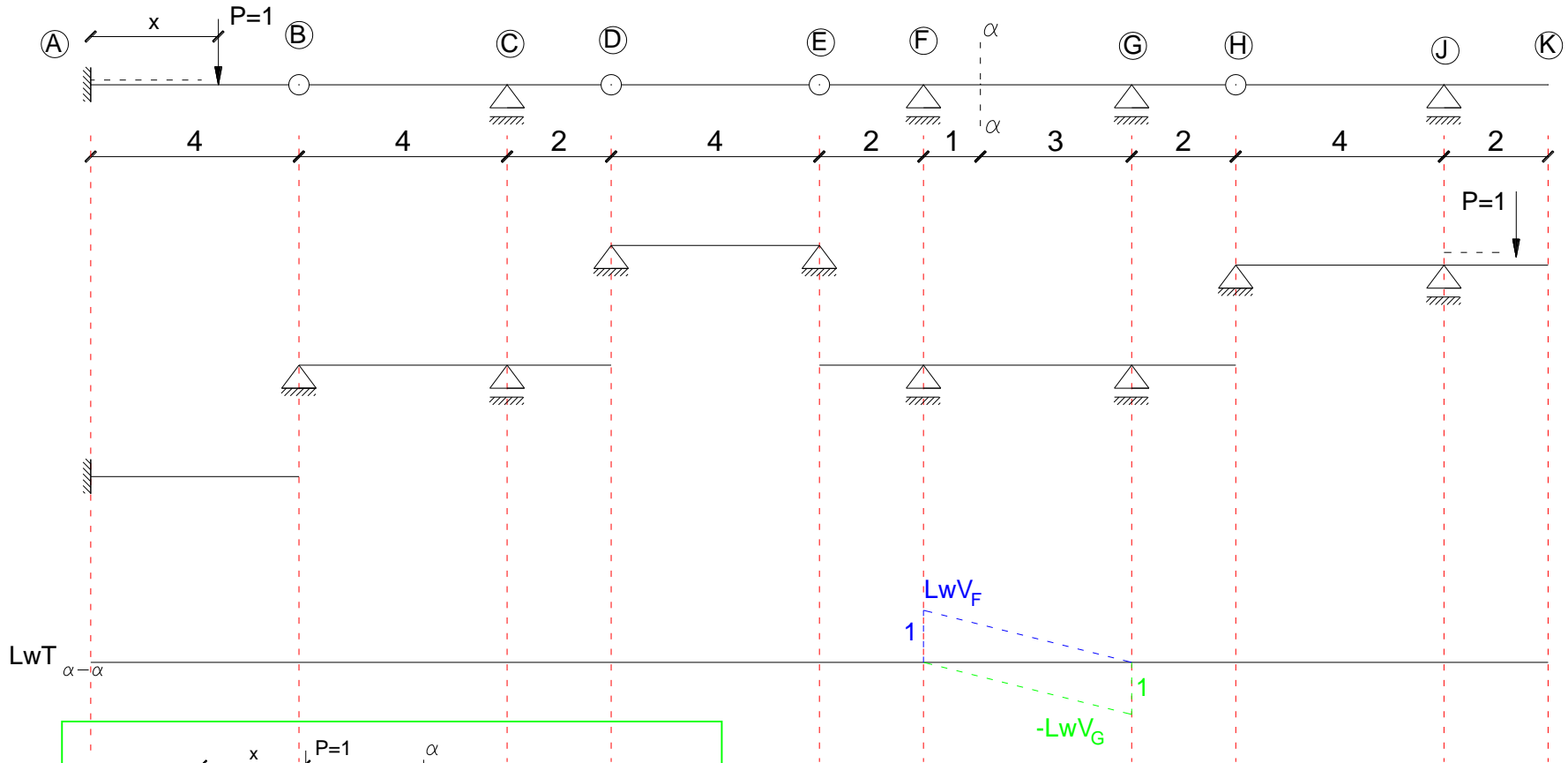
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



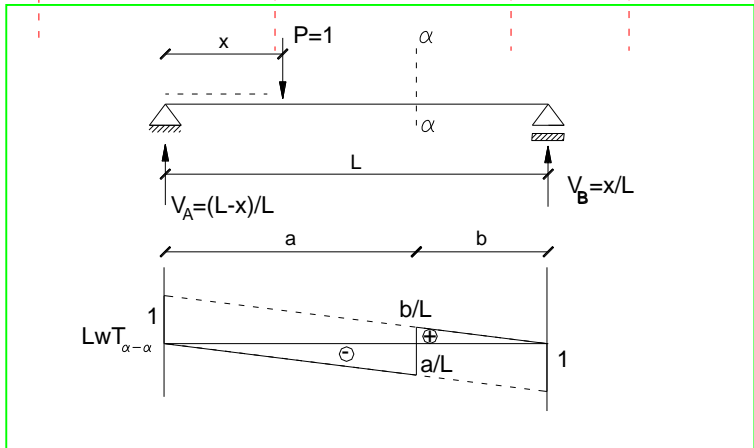
LwT
 $\alpha-\alpha$



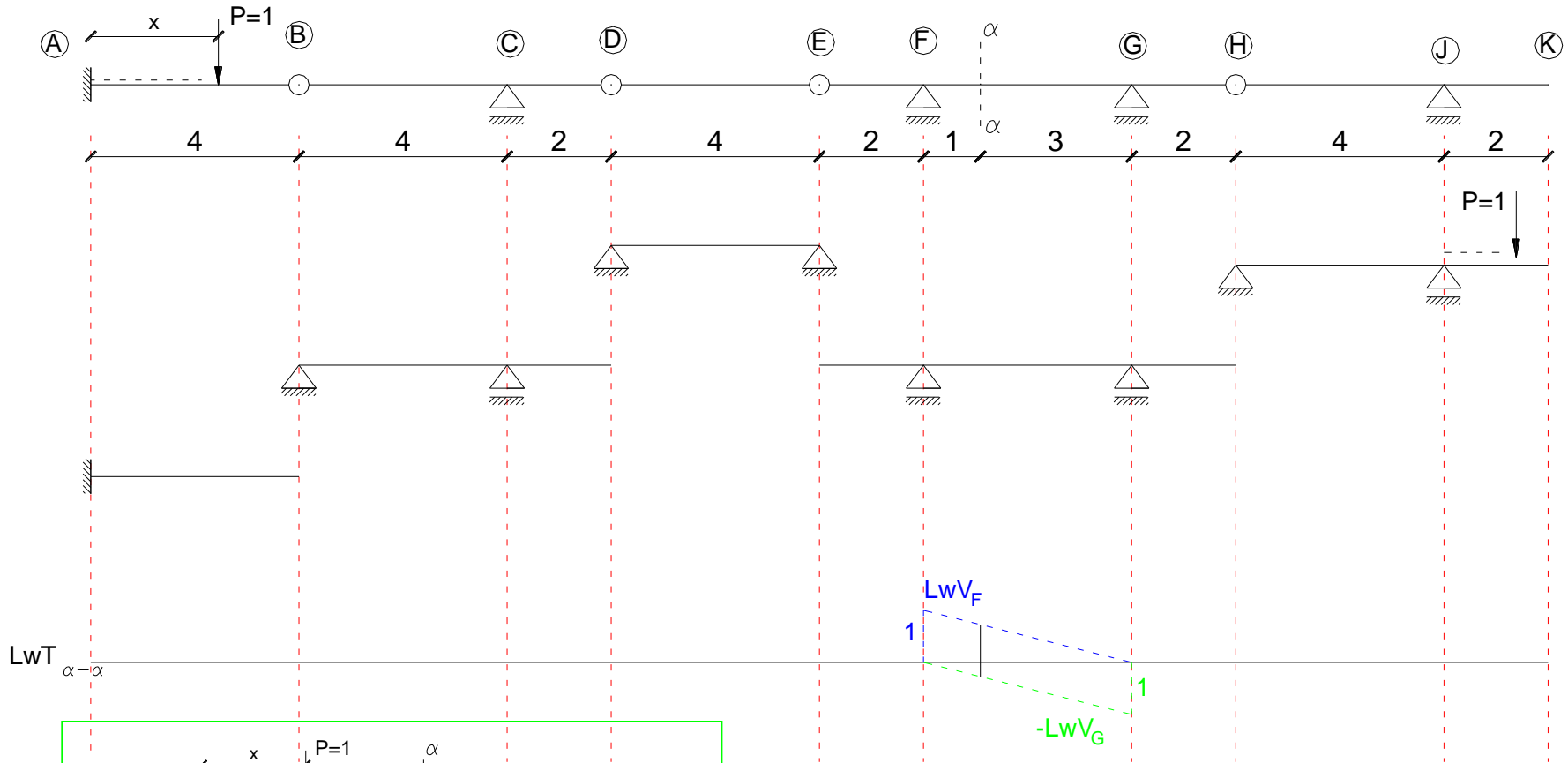
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



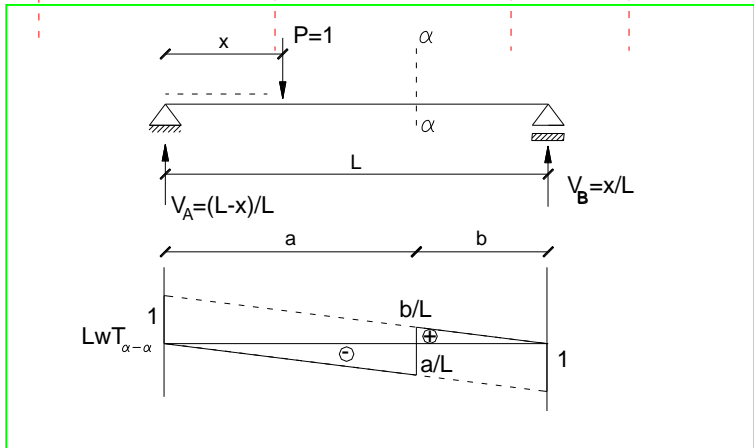
LwT $\alpha-\alpha$



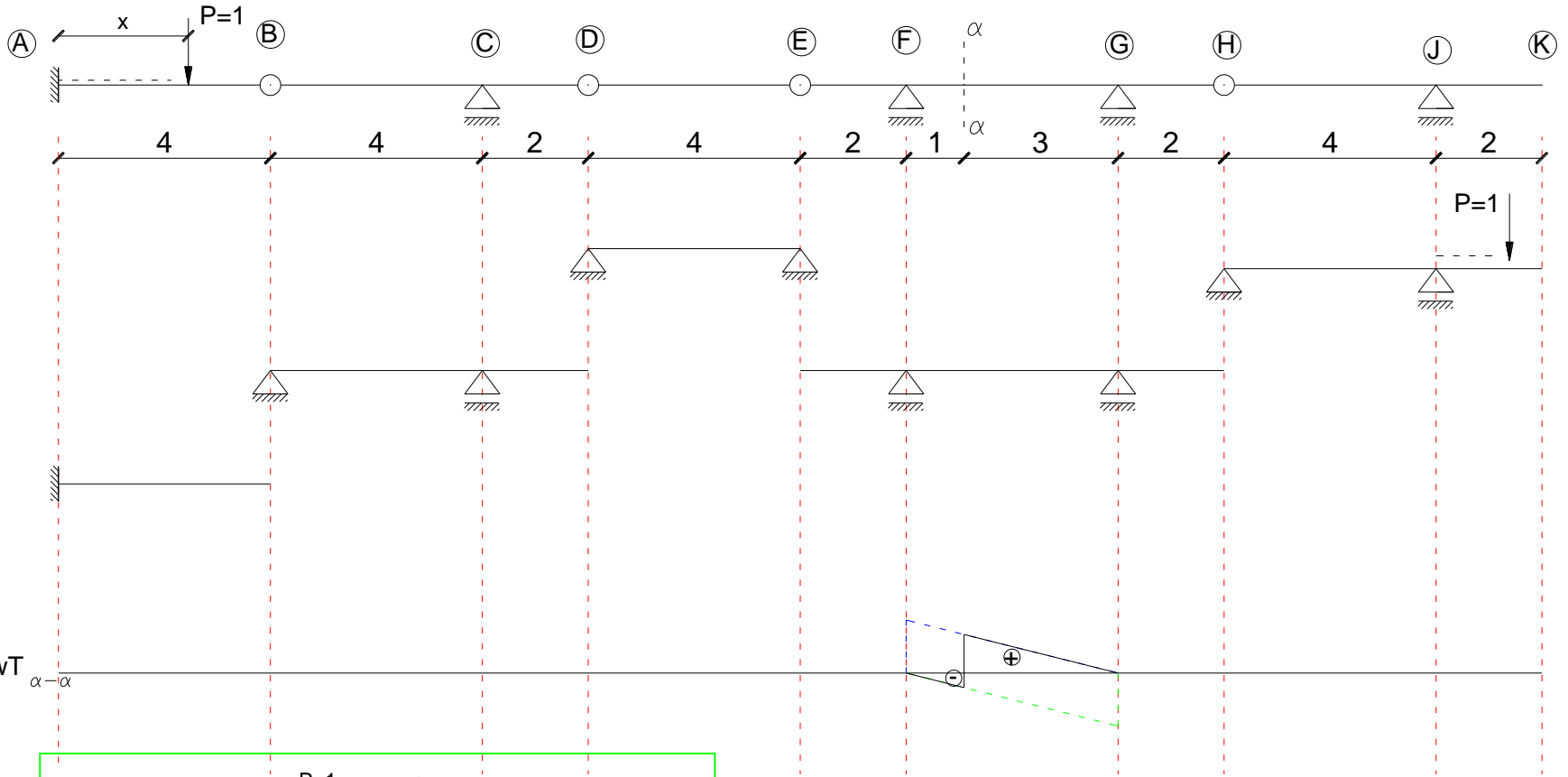
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



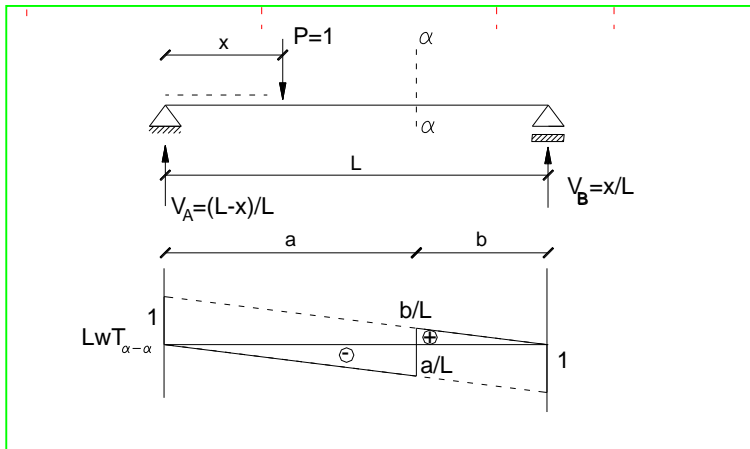
LwT
 $\alpha-\alpha$



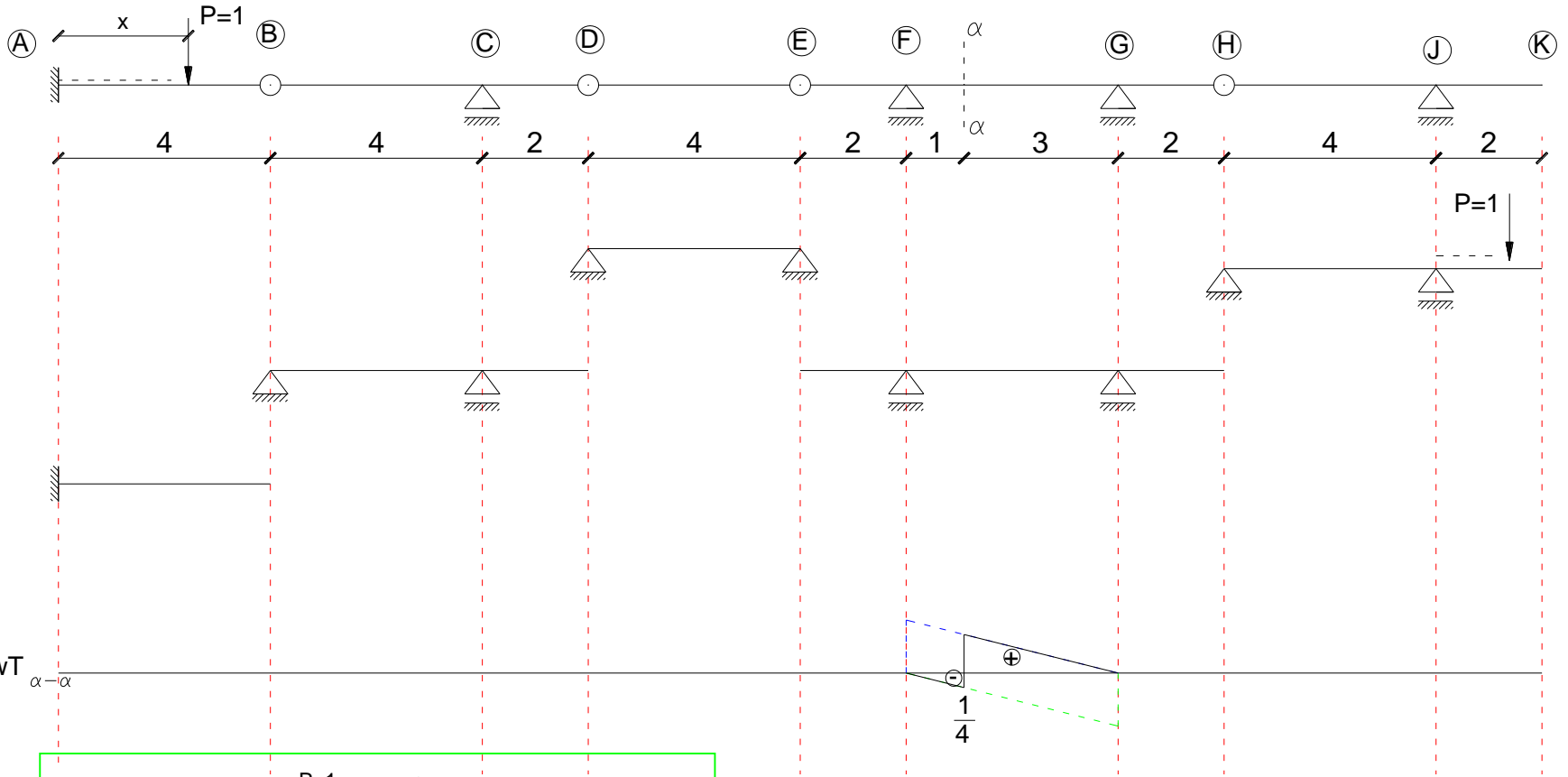
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



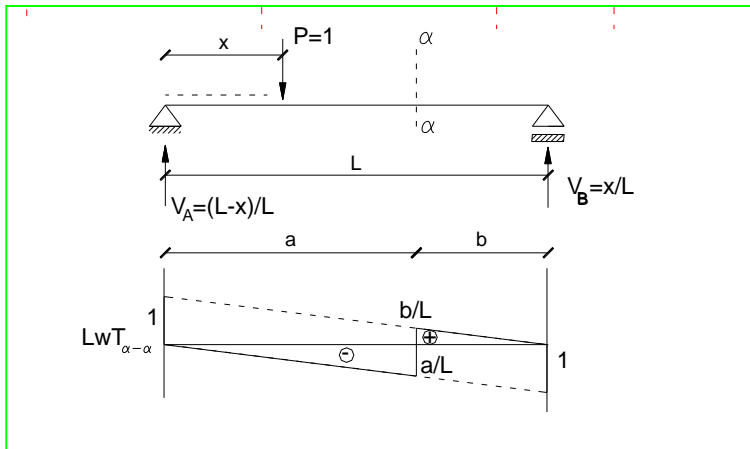
LwT $\alpha-\alpha$



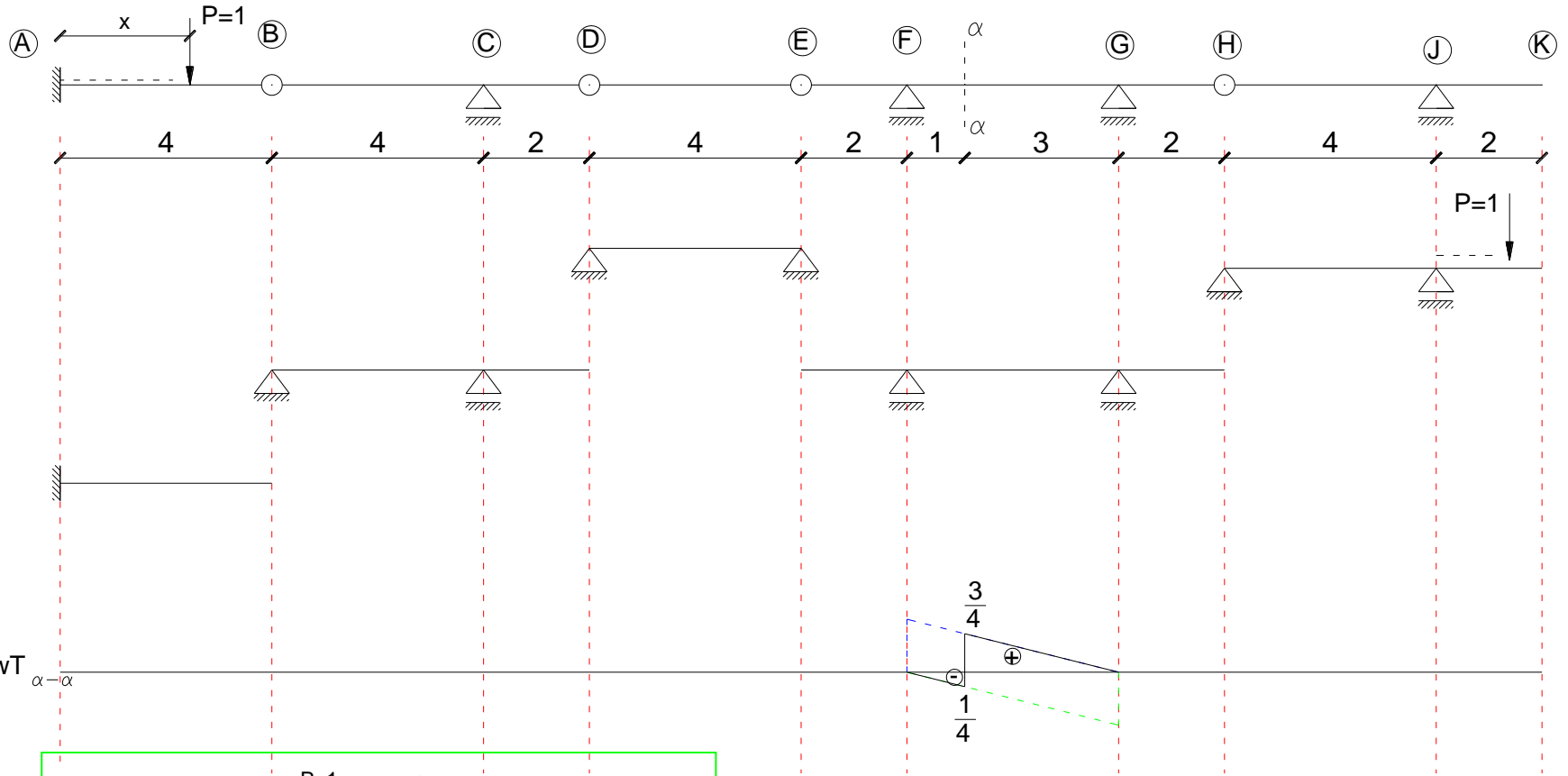
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



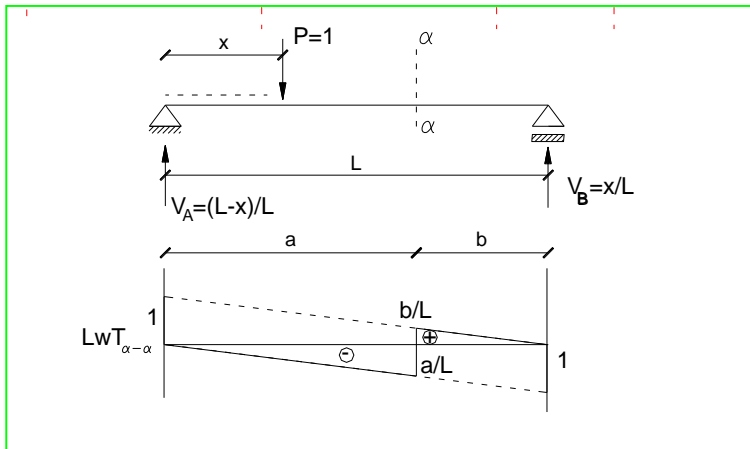
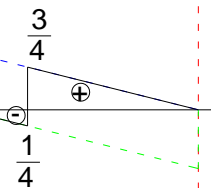
LwT $\alpha-\alpha$



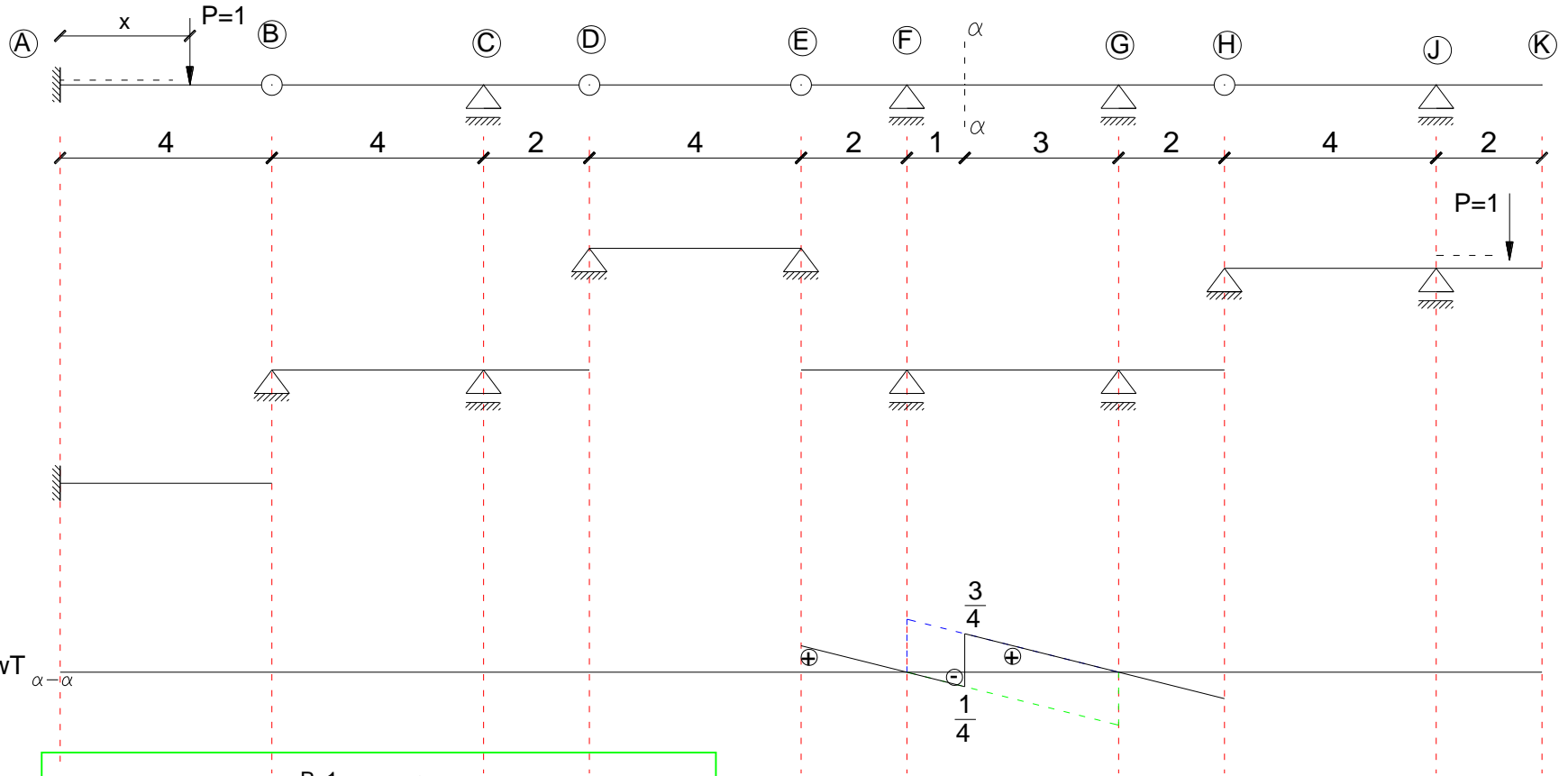
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



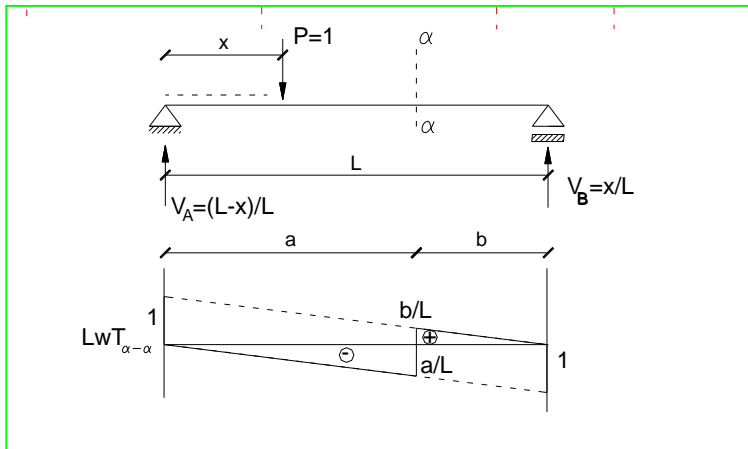
LwT $\alpha-\alpha$



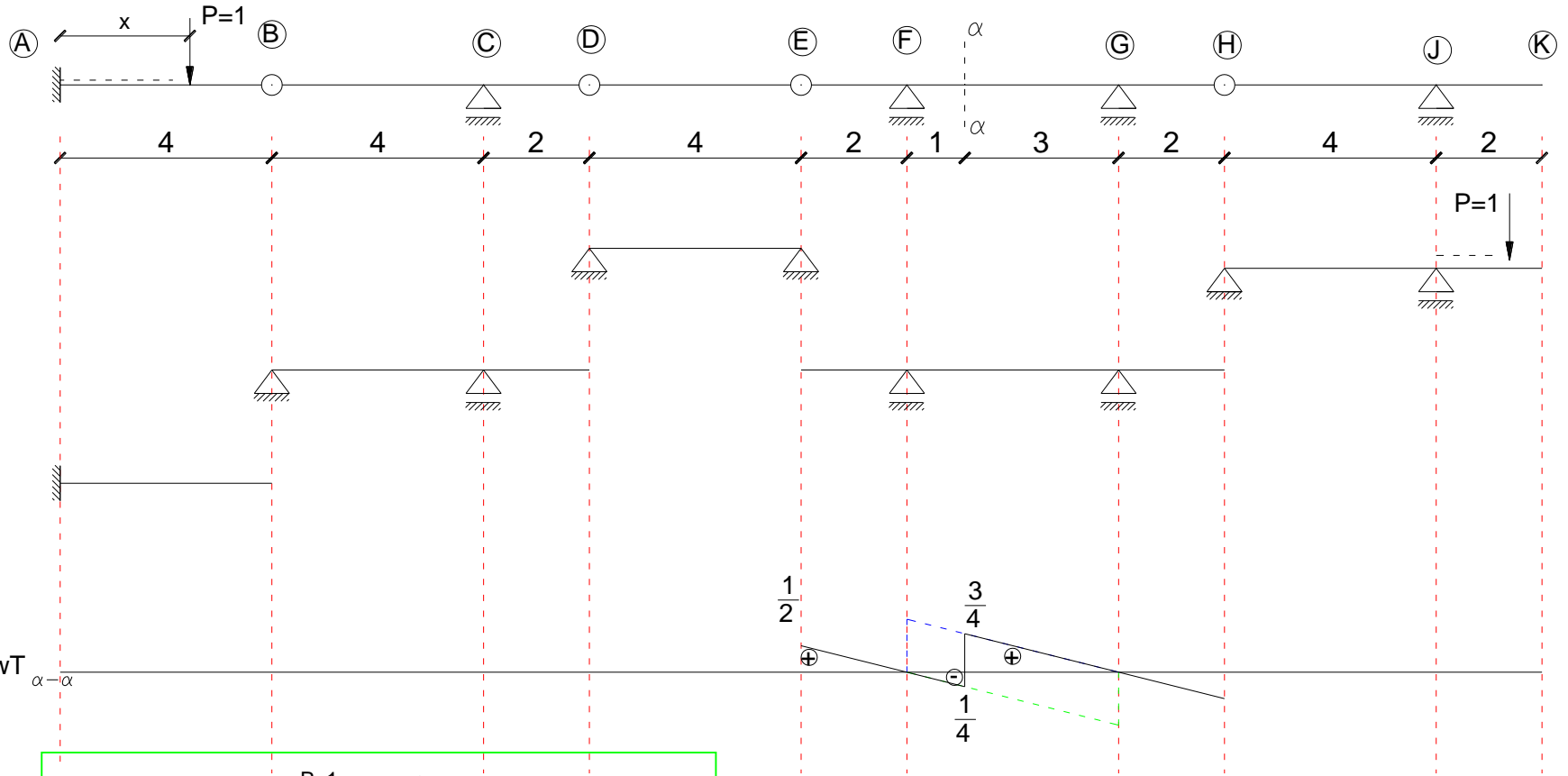
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



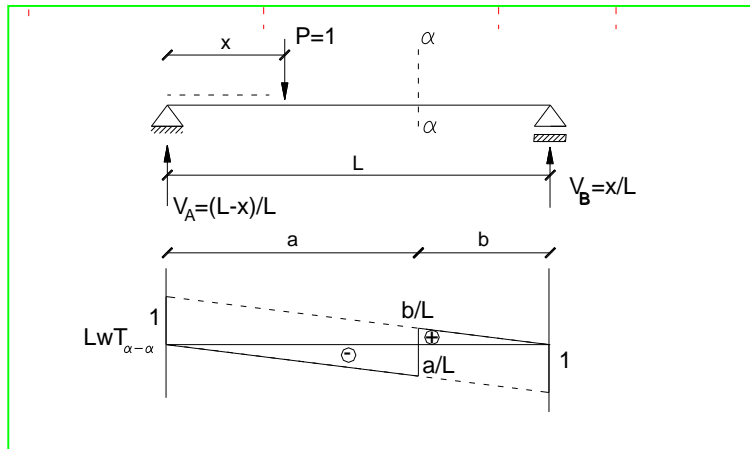
LwT $\alpha-\alpha$



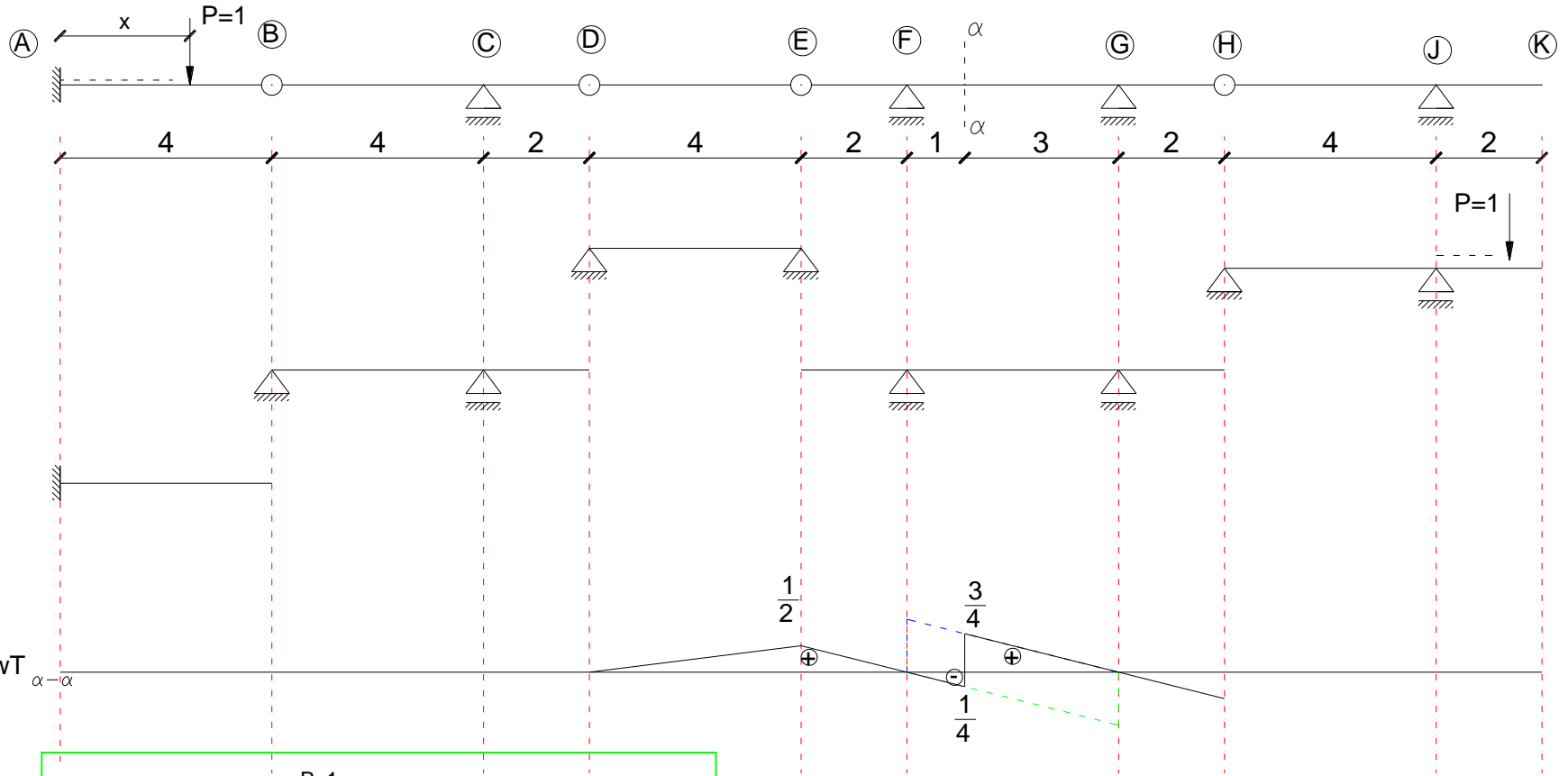
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



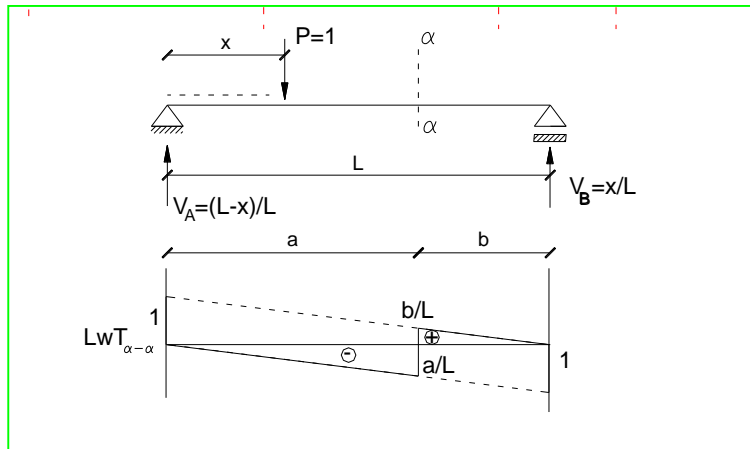
LwT $\alpha-\alpha$



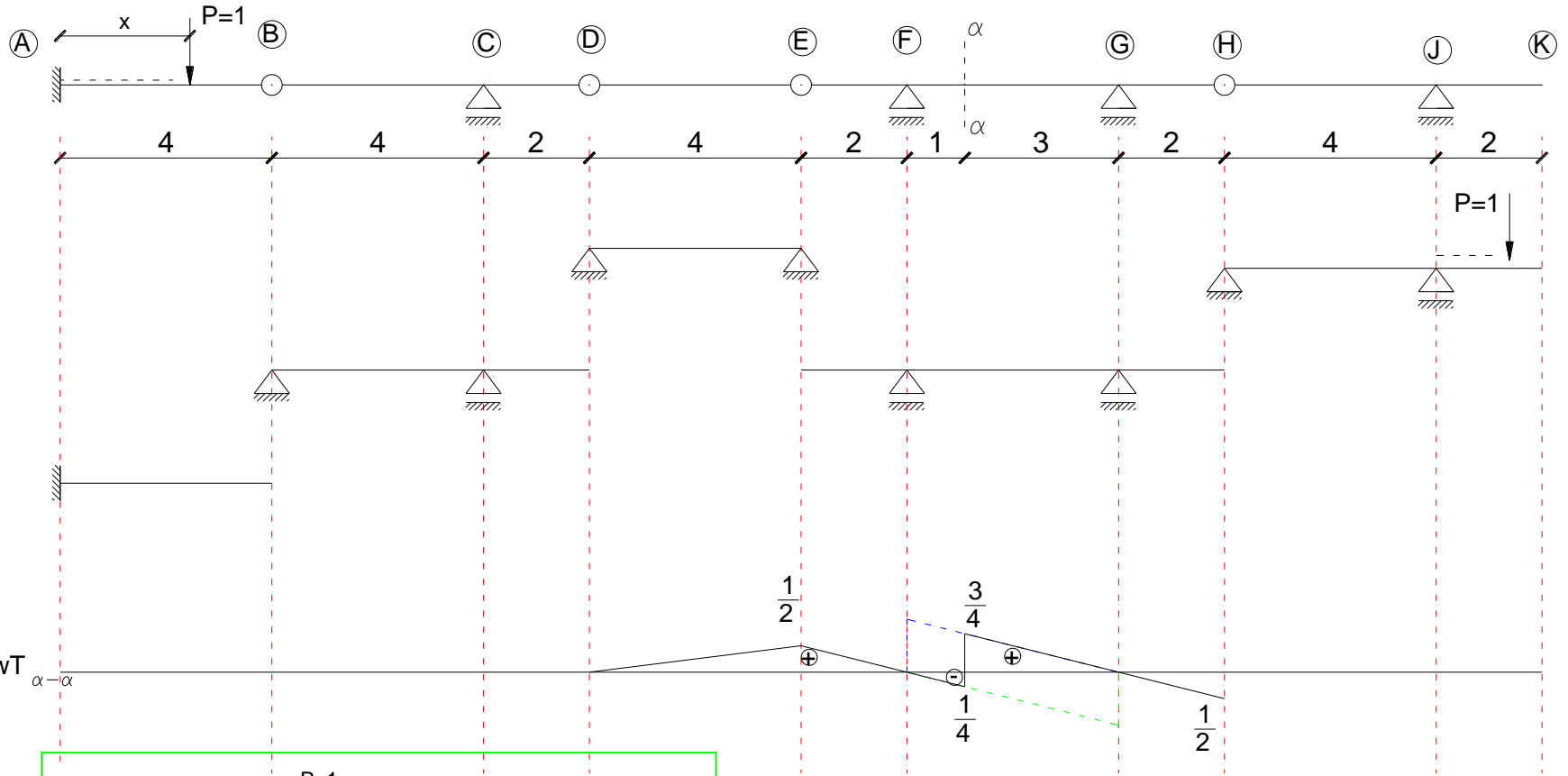
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



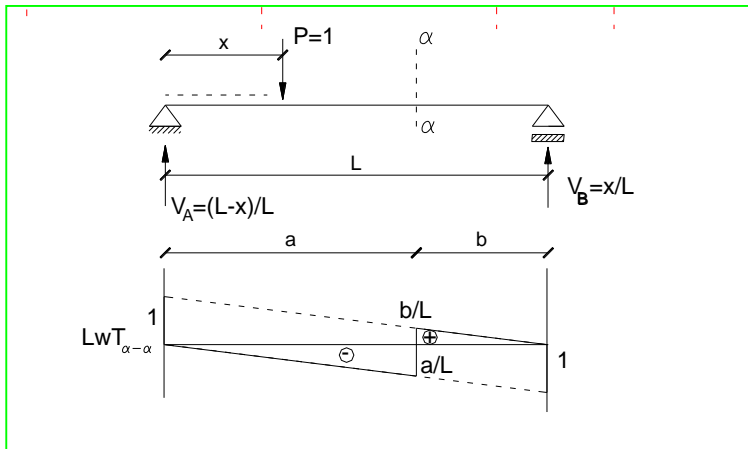
LwT $\alpha-\alpha$



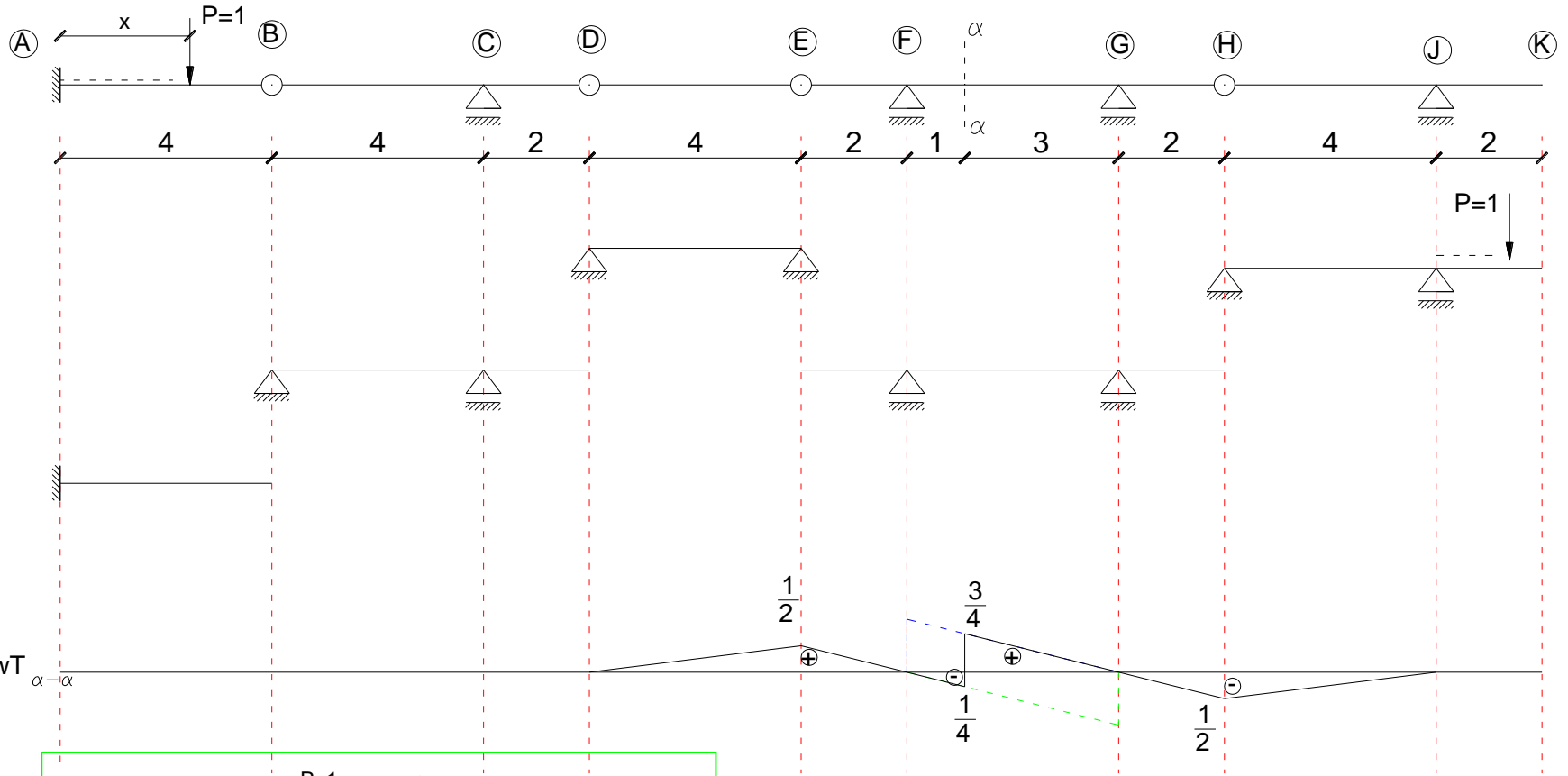
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



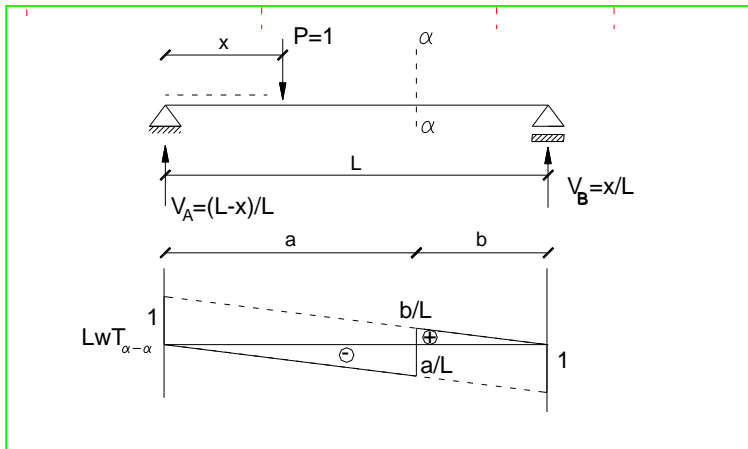
LwT $\alpha-\alpha$



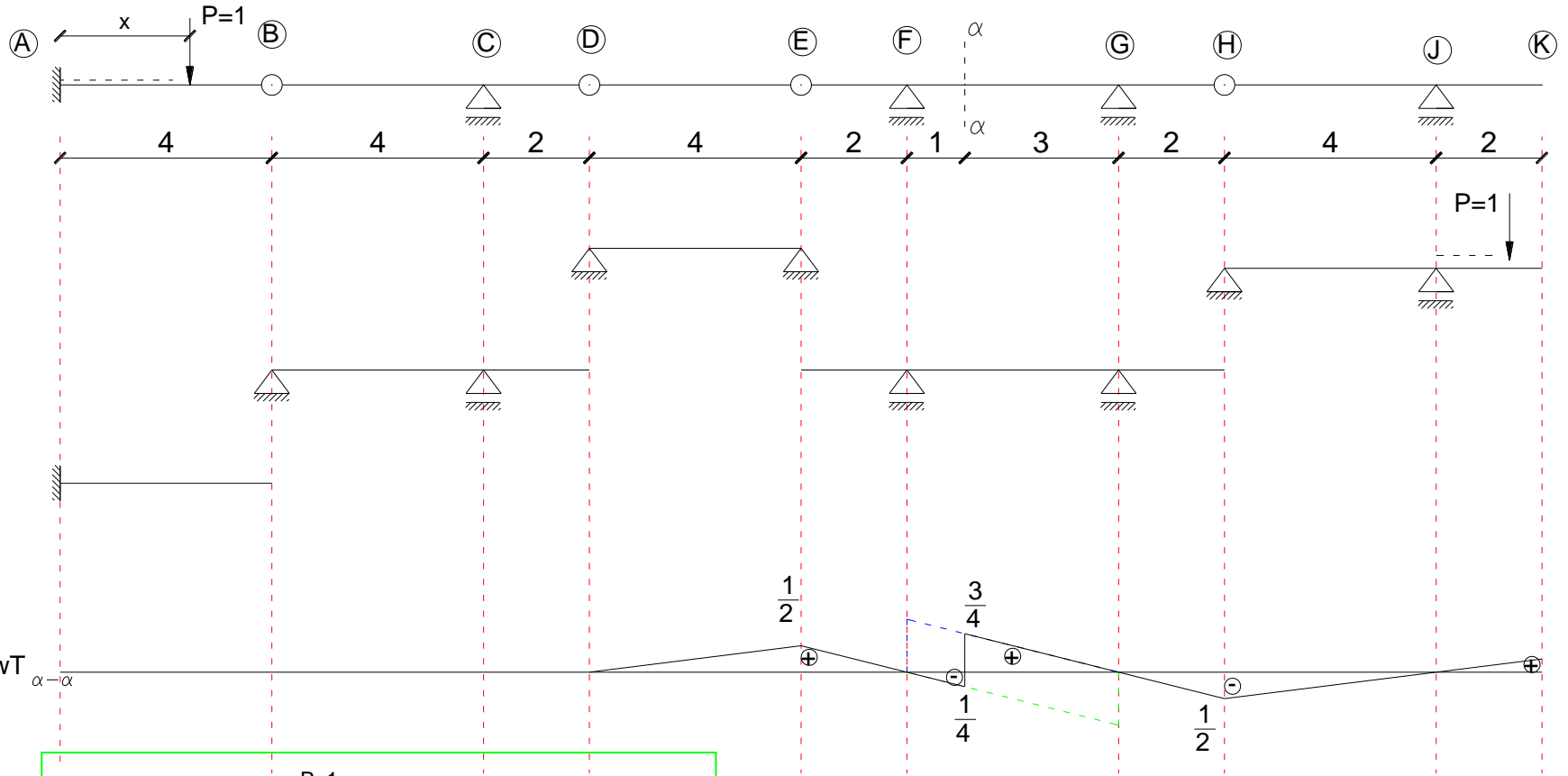
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



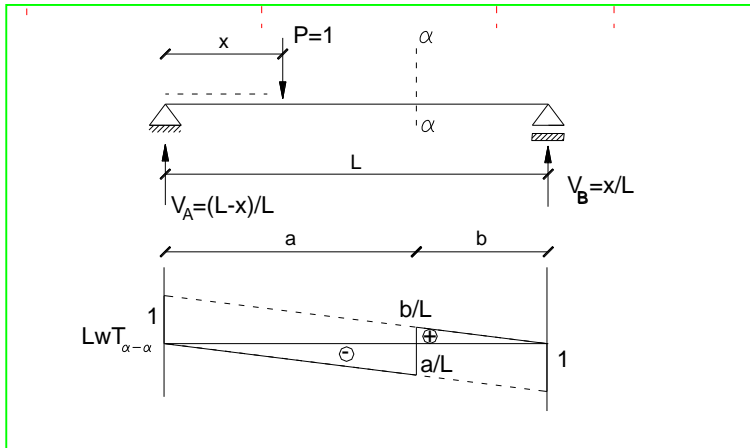
LwT $\alpha-\alpha$



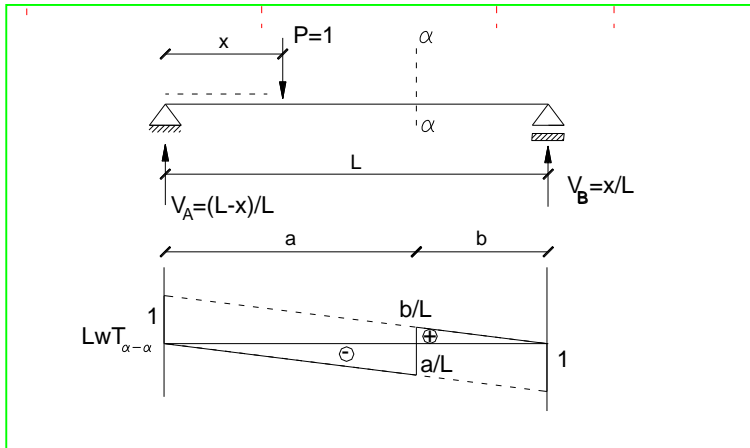
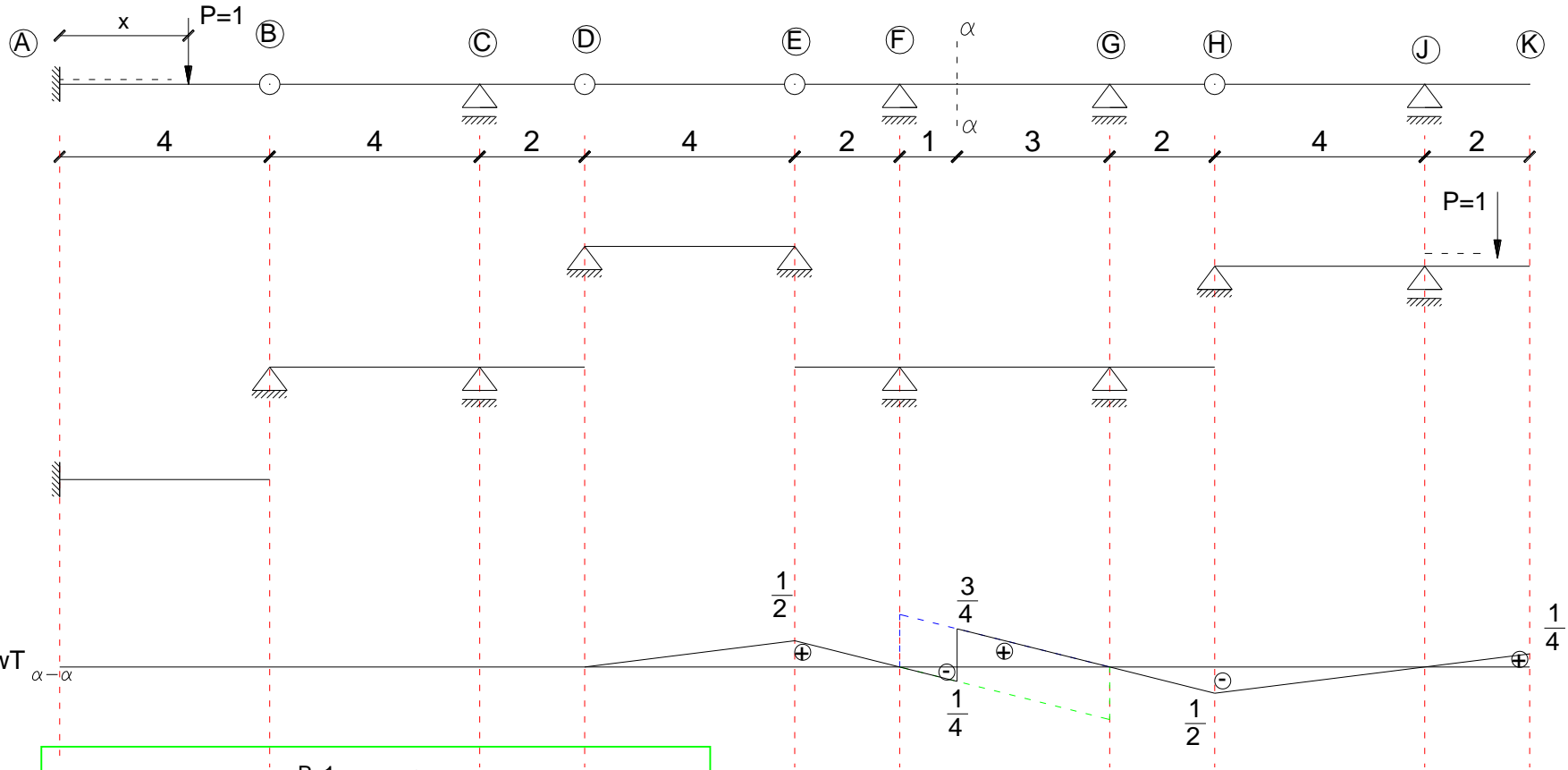
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



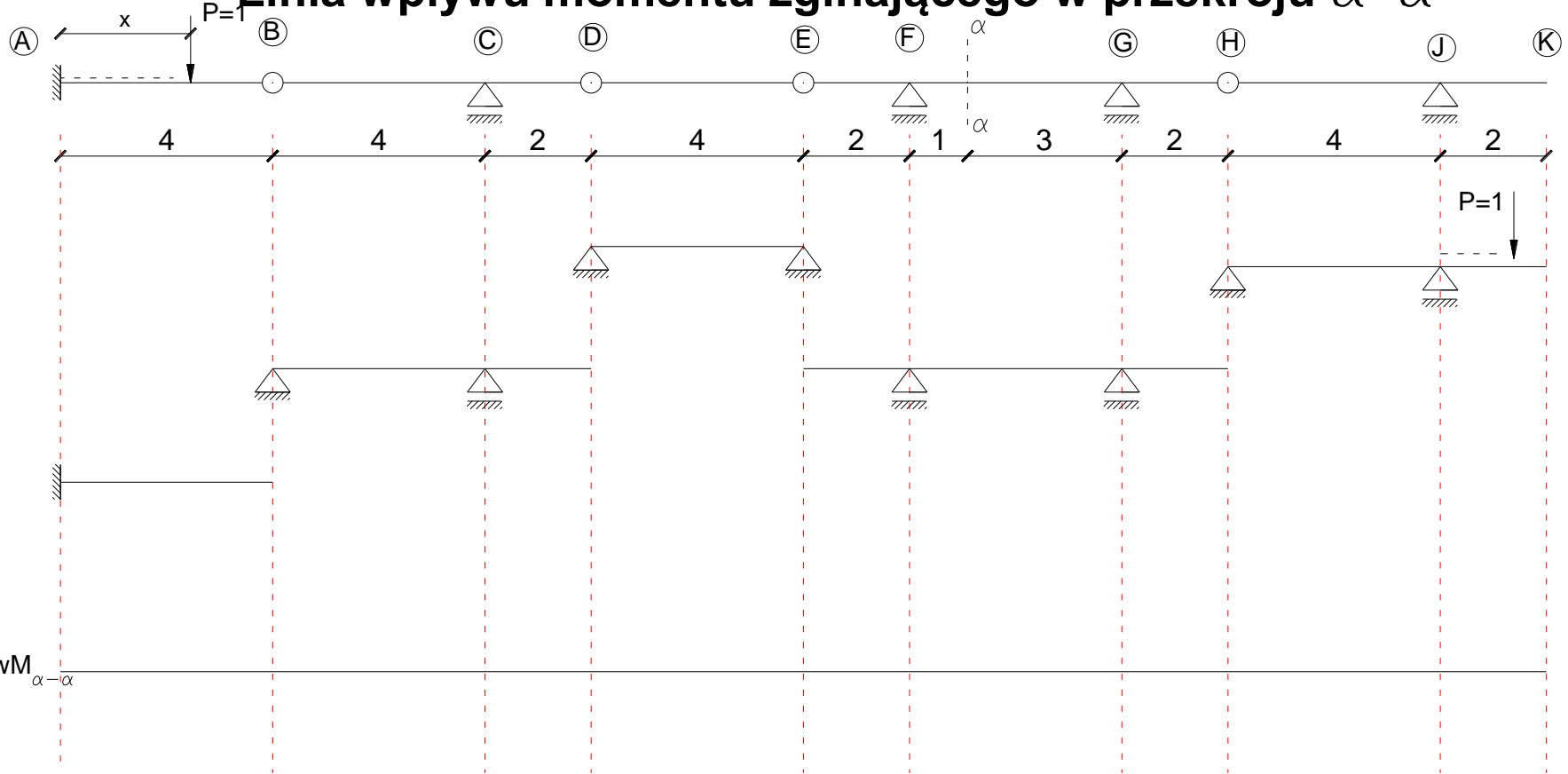
LwT $\alpha-\alpha$



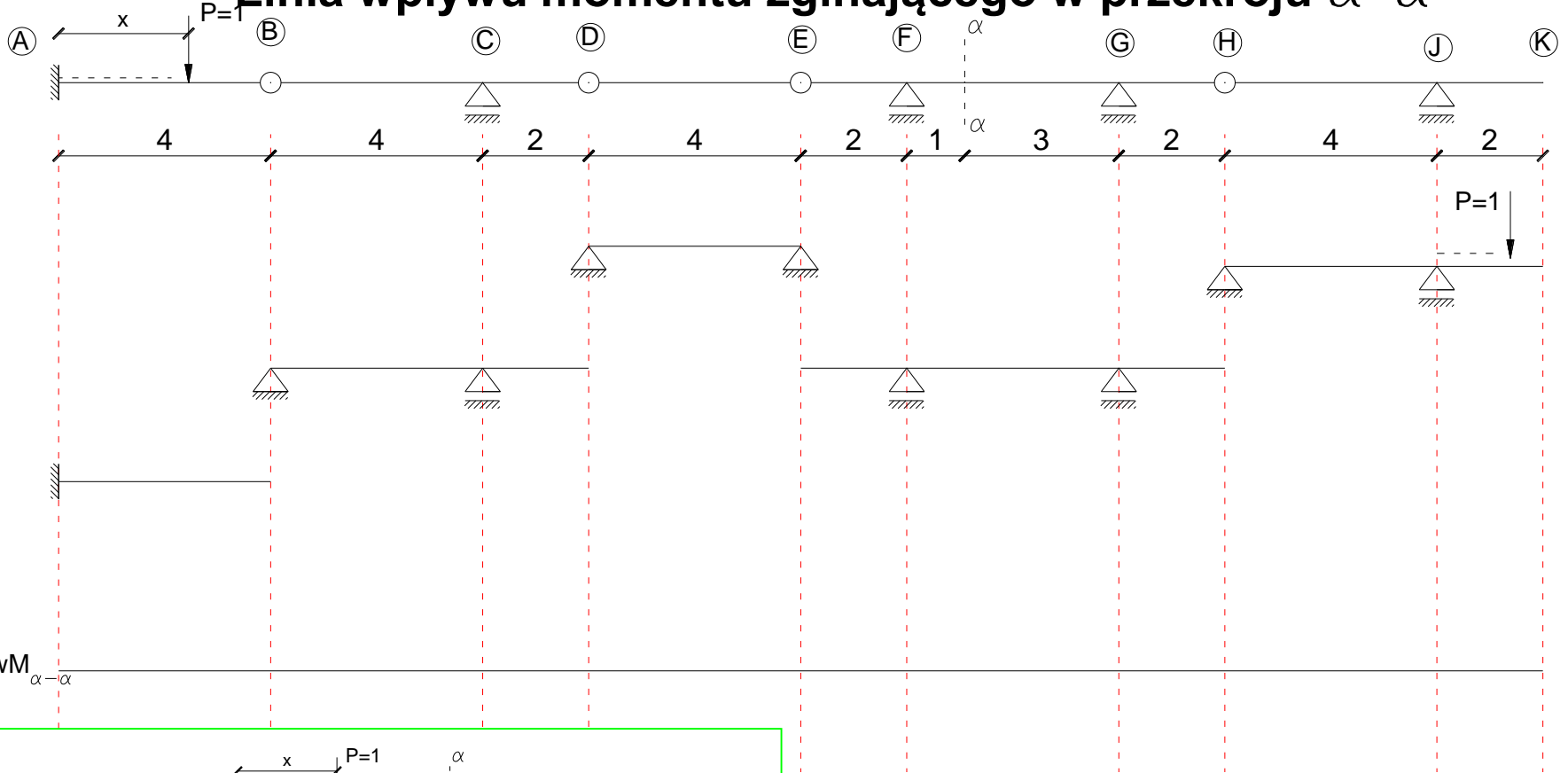
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\alpha-\alpha$



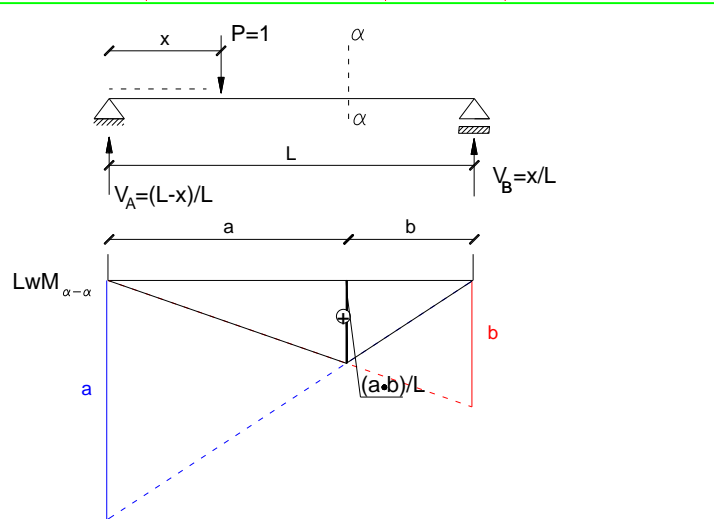
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



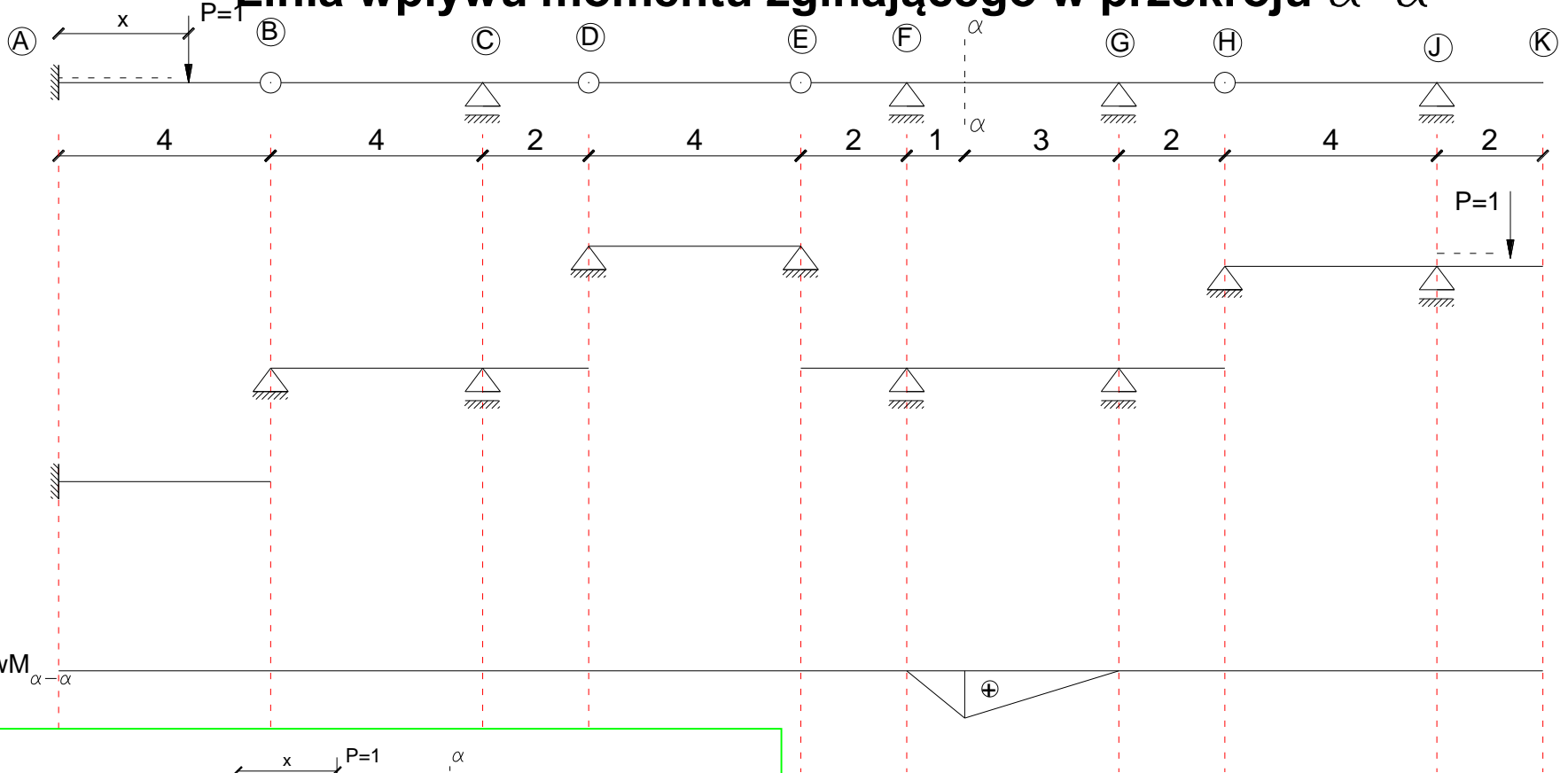
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



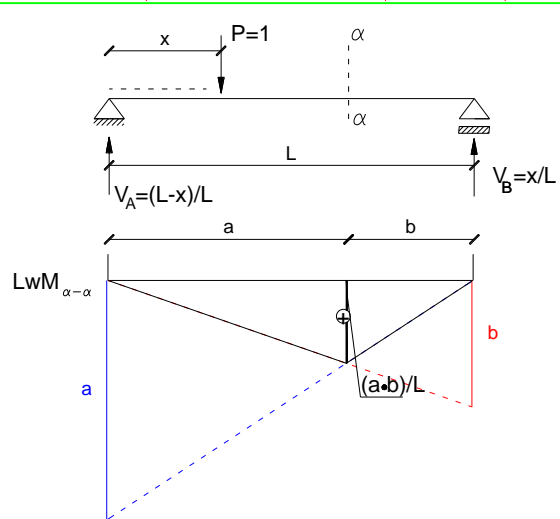
LwM _{$\alpha-\alpha$}



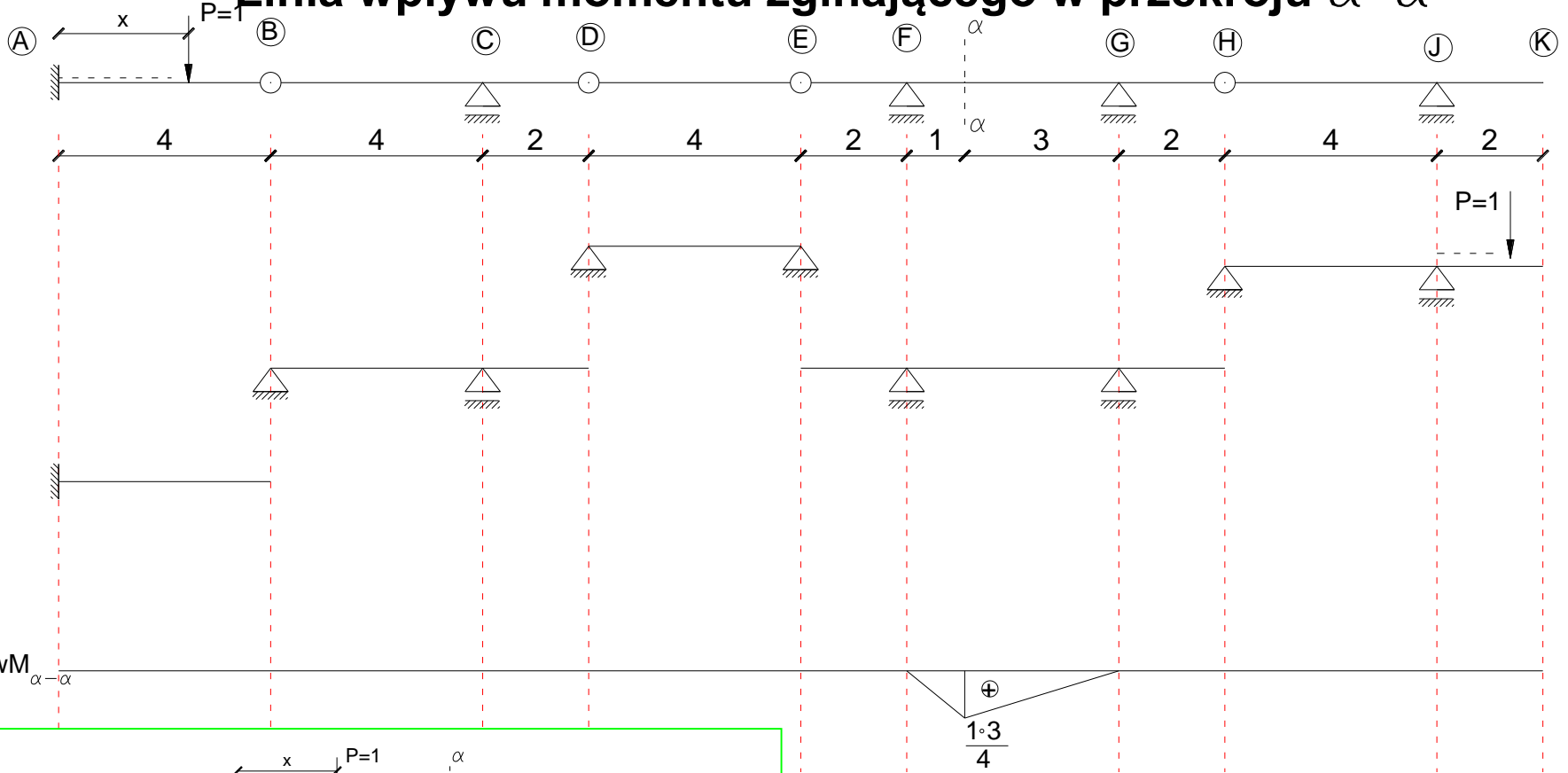
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



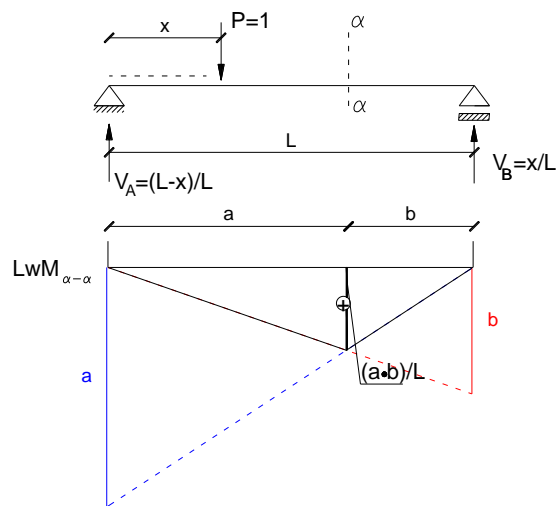
$LwM_{\alpha-\alpha}$



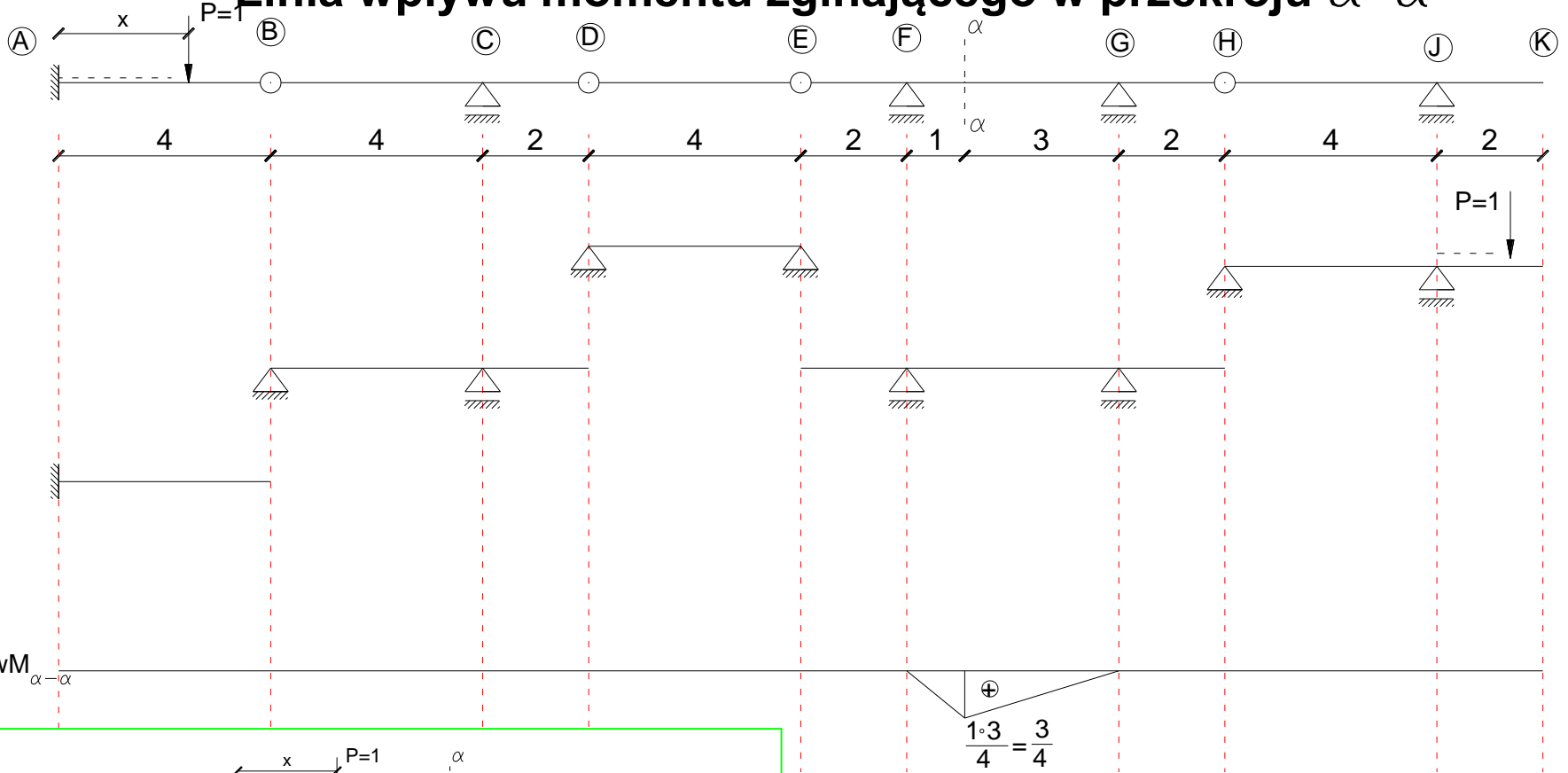
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



LwM $\alpha-\alpha$

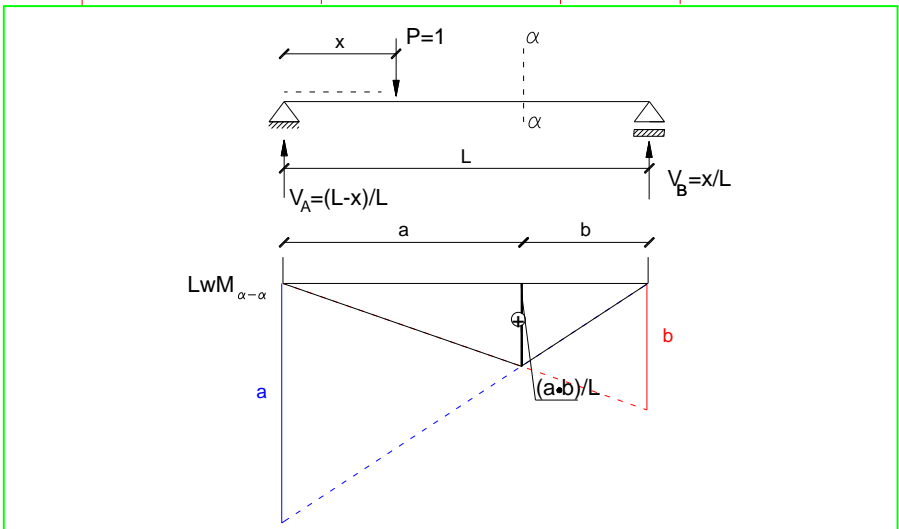


Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$

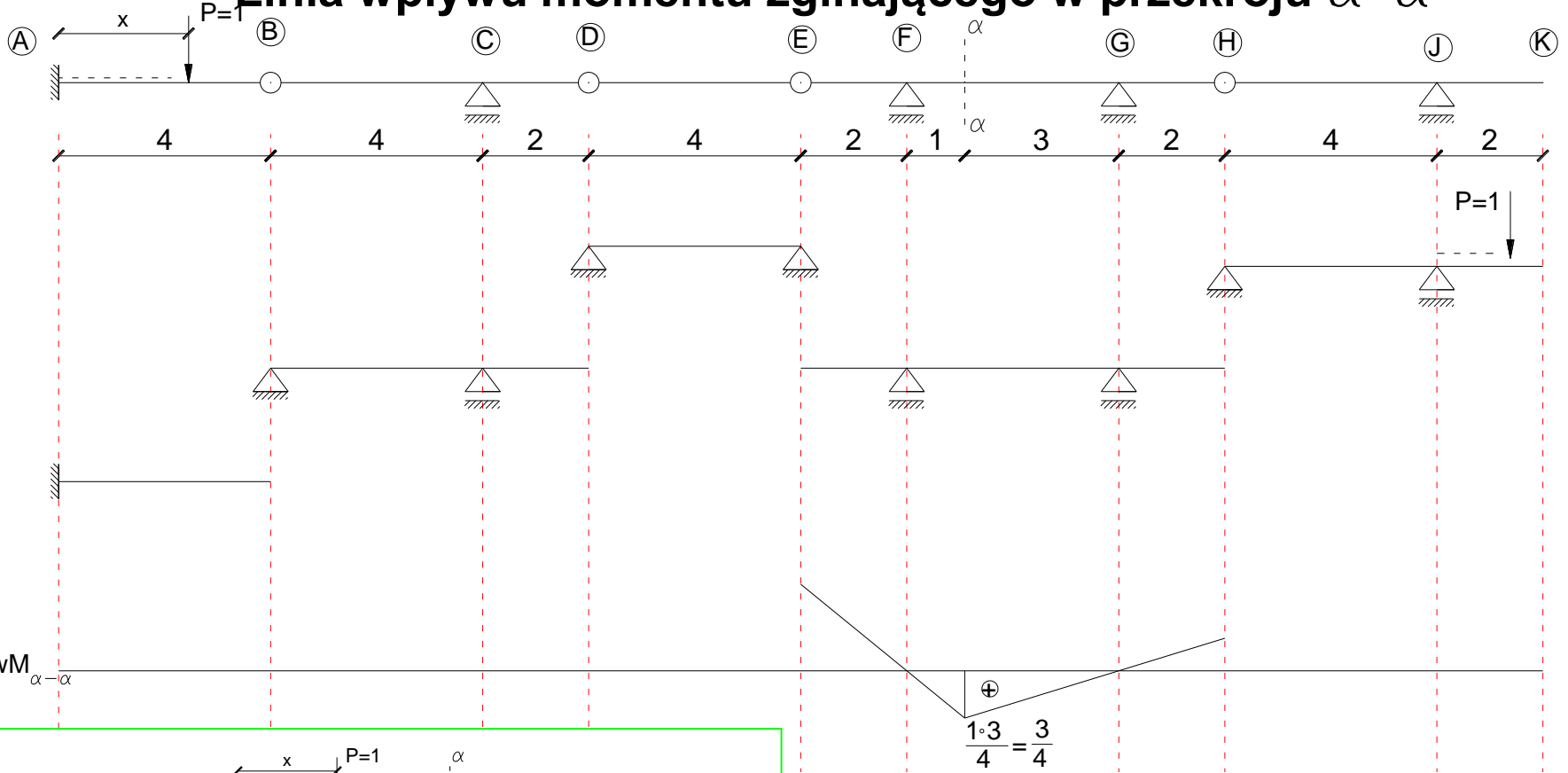


LwM $\alpha-\alpha$

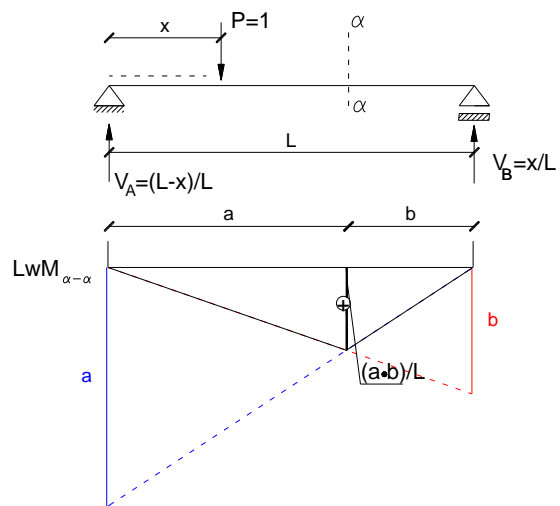
$$\frac{1 \cdot 3}{4} = \frac{3}{4}$$



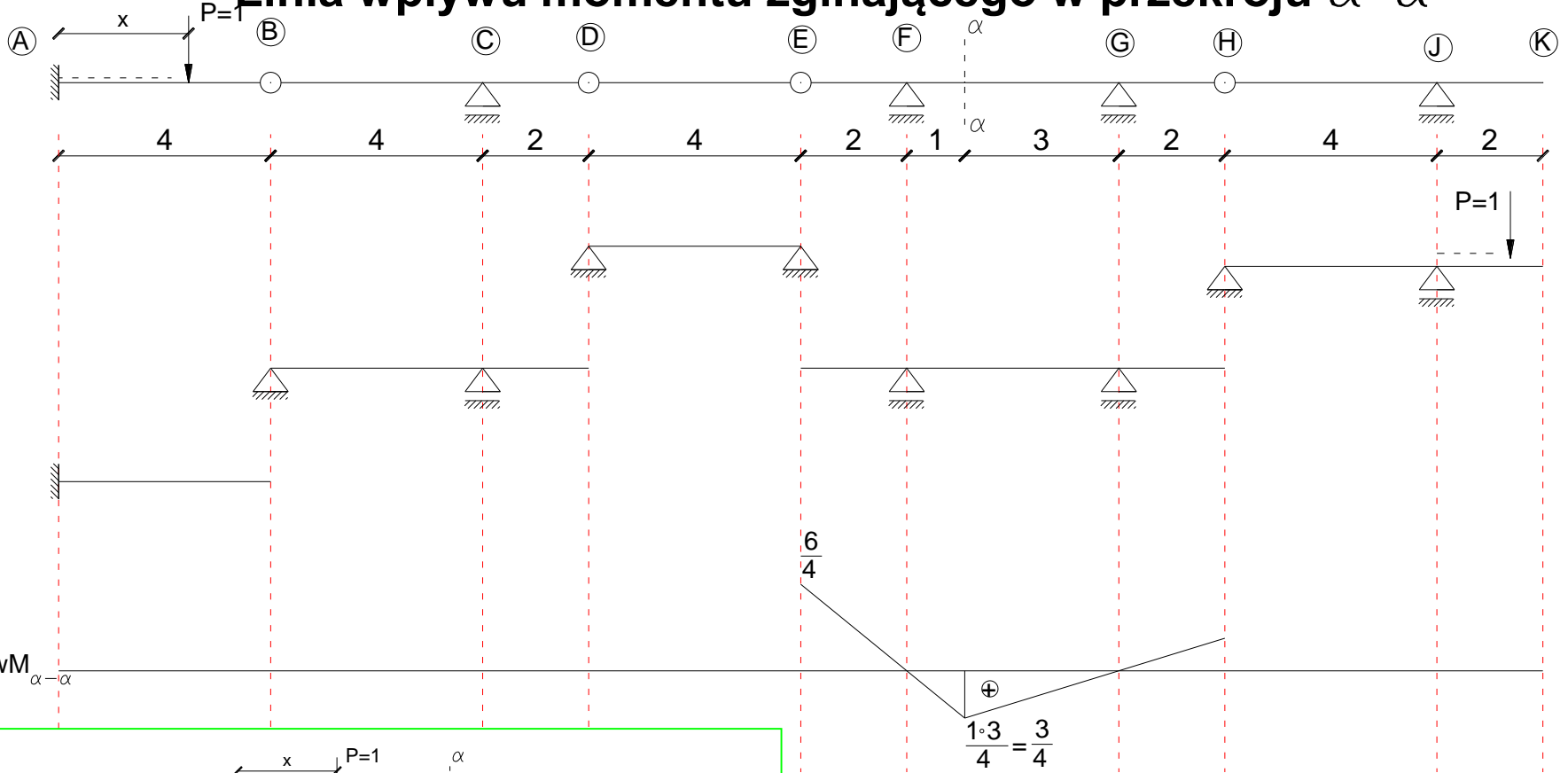
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



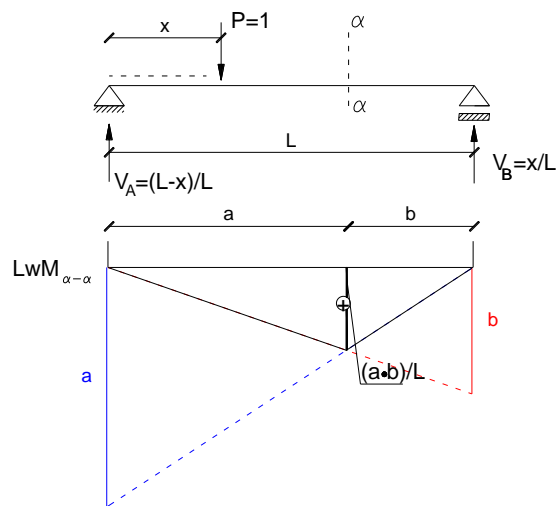
LwM $\alpha-\alpha$



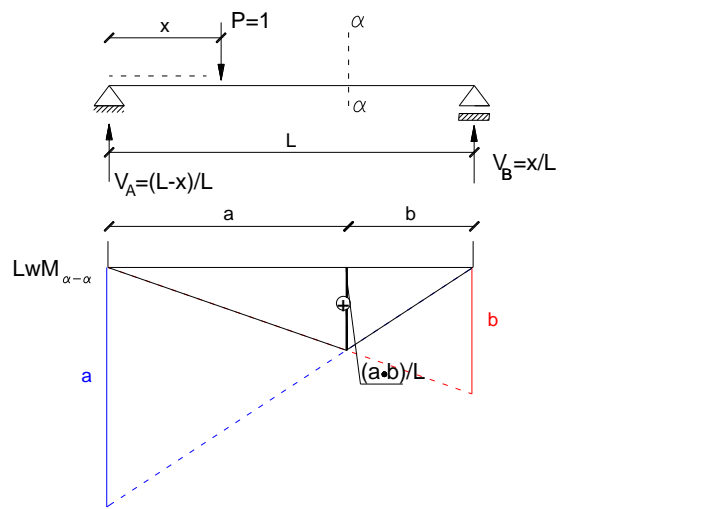
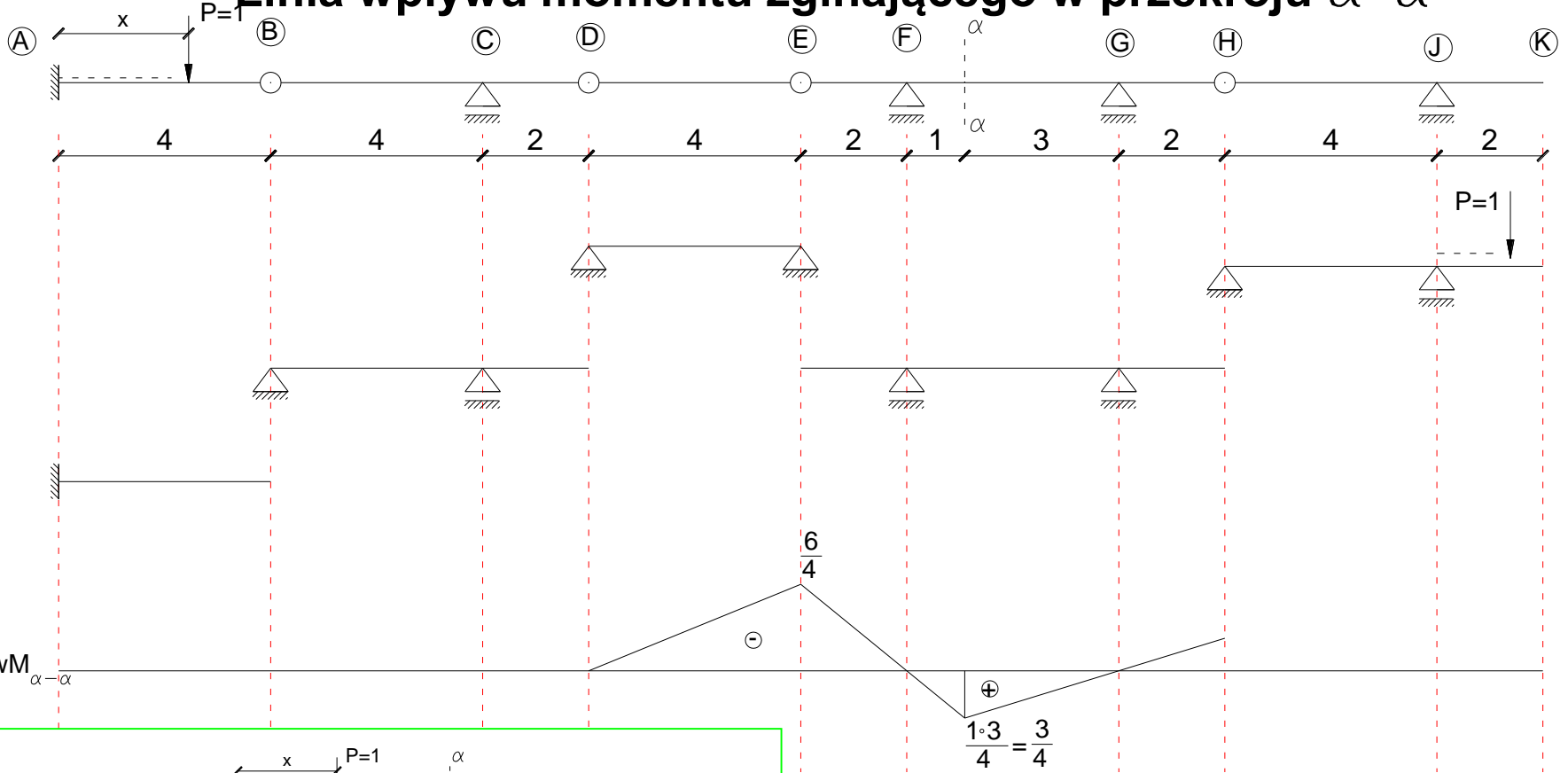
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



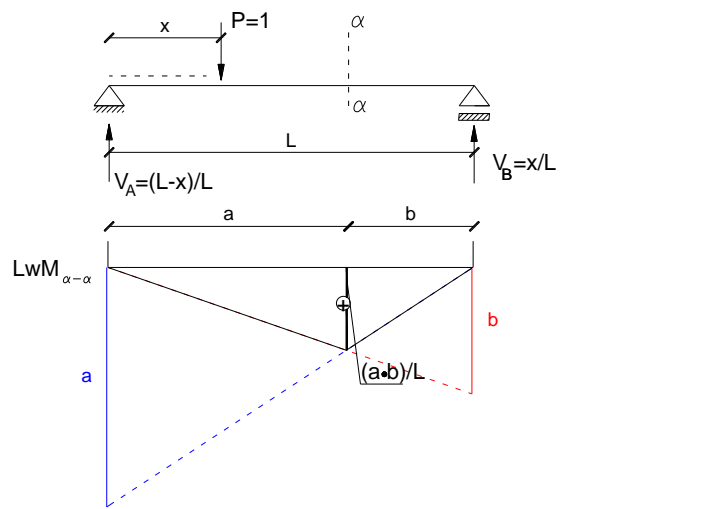
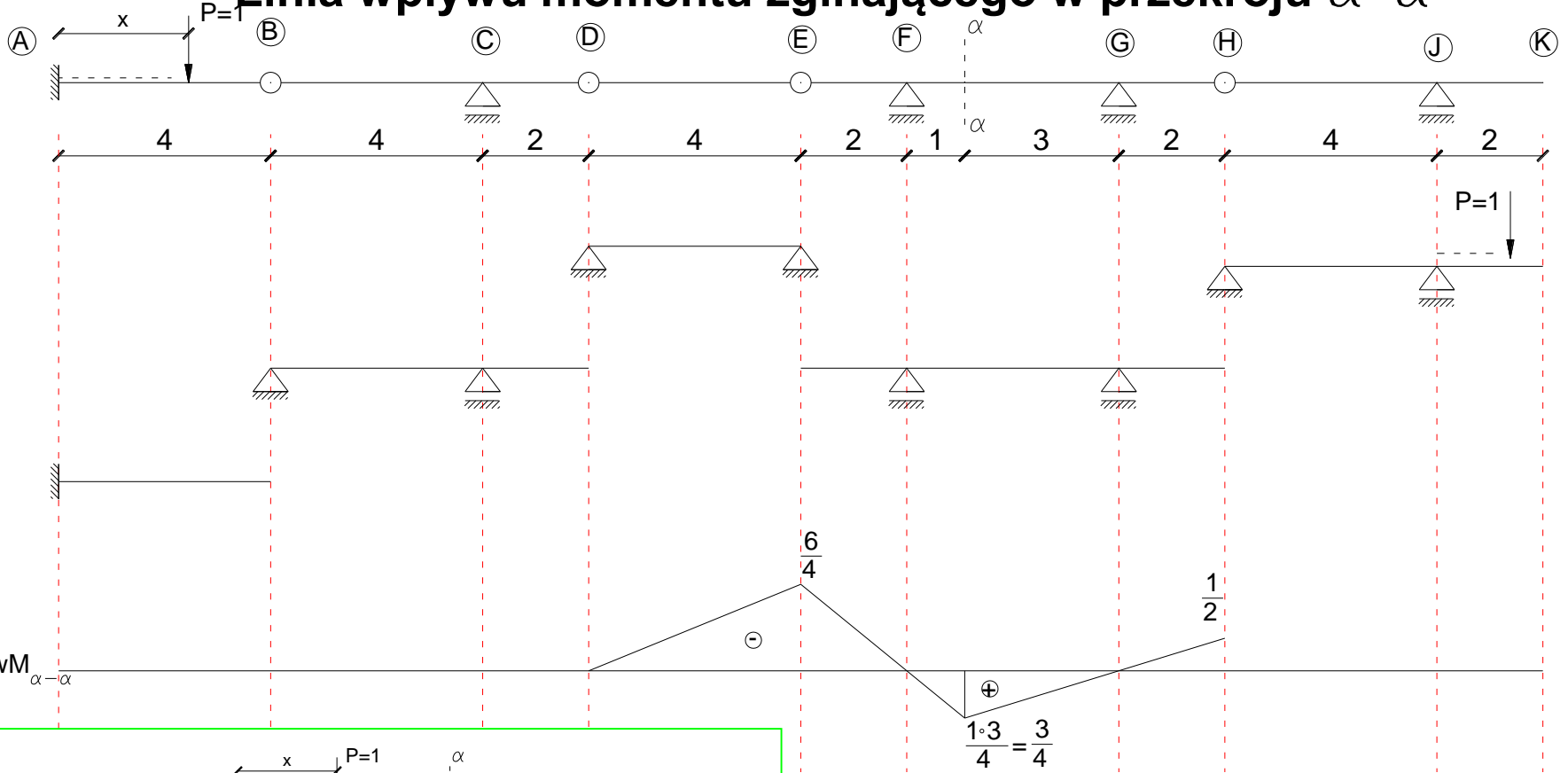
LwM $\alpha-\alpha$



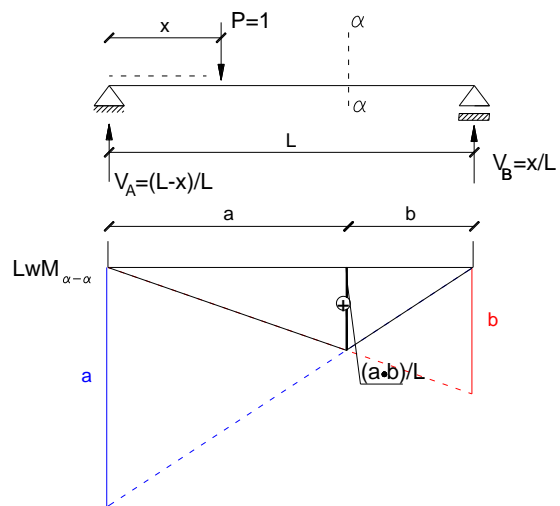
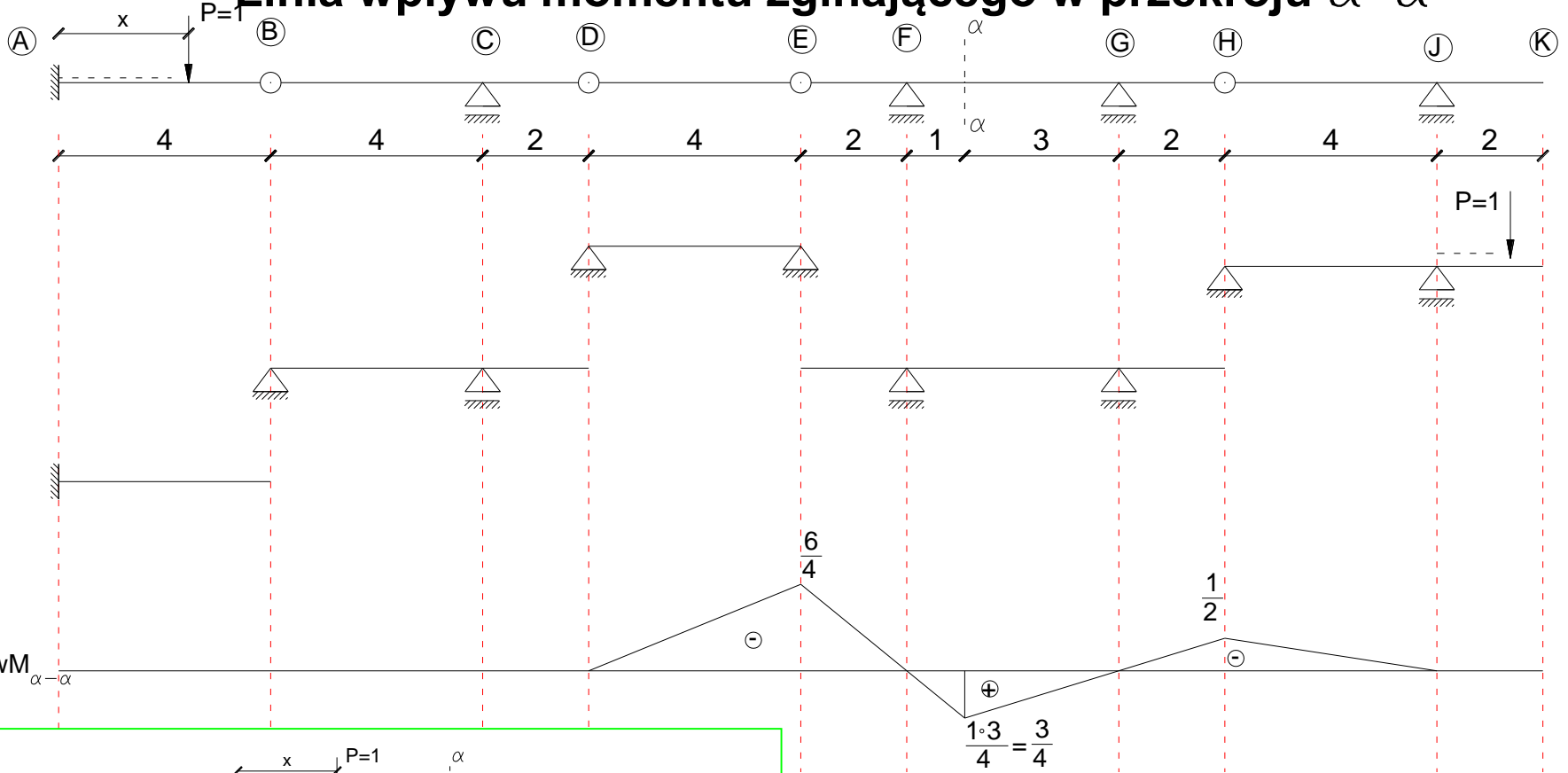
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



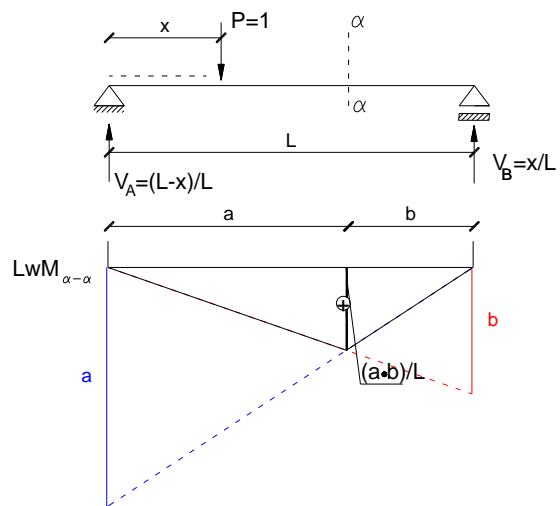
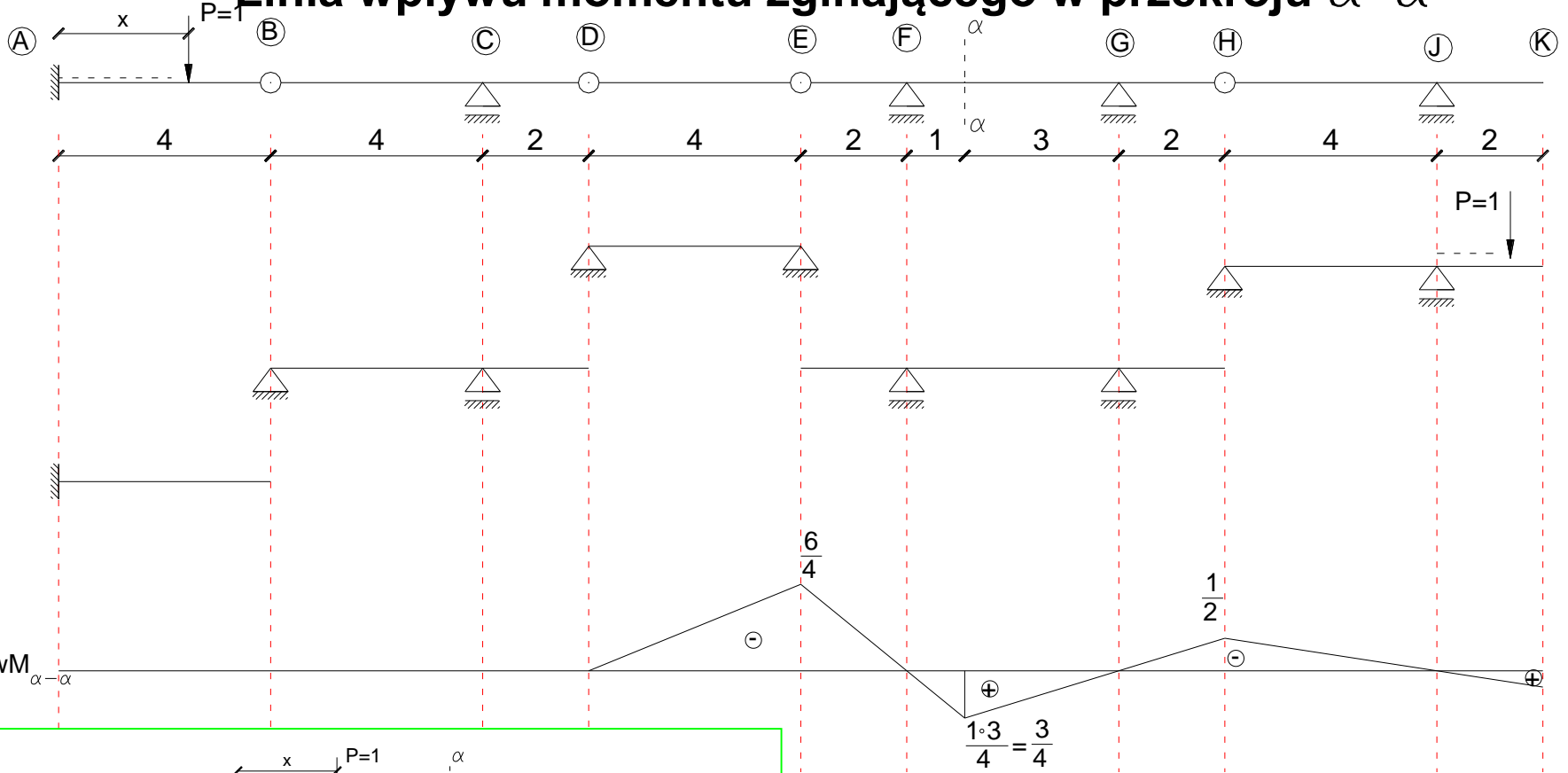
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



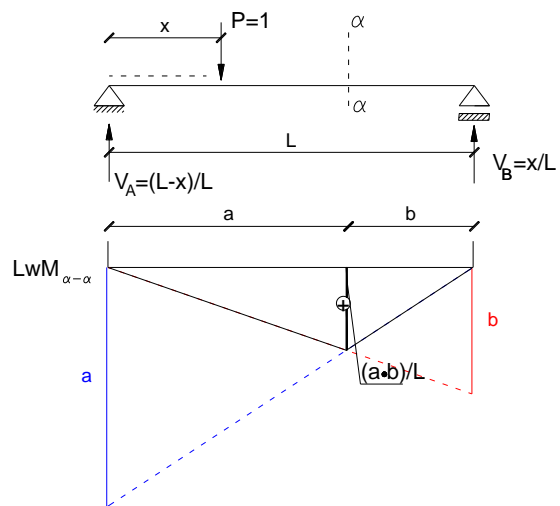
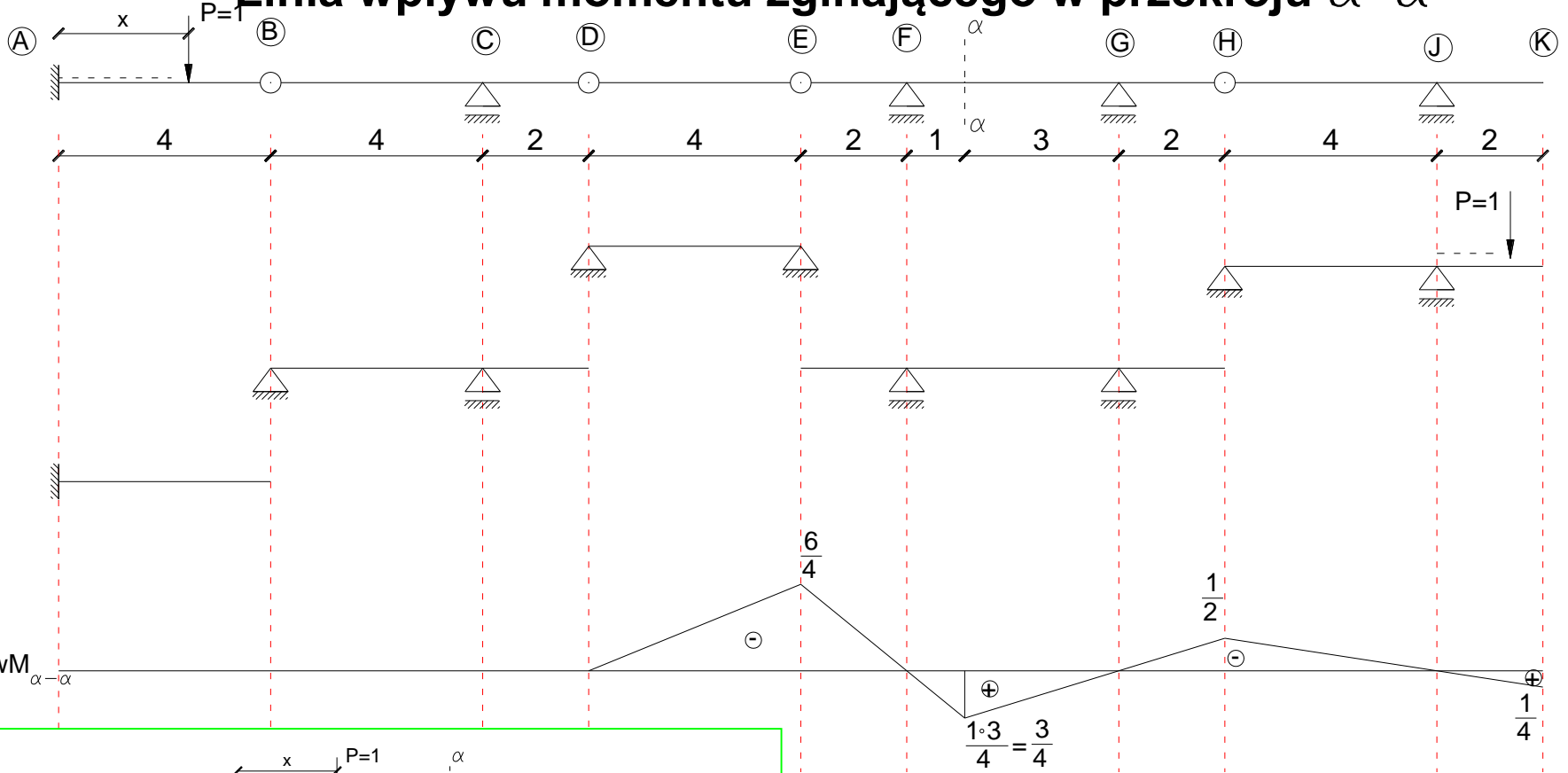
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



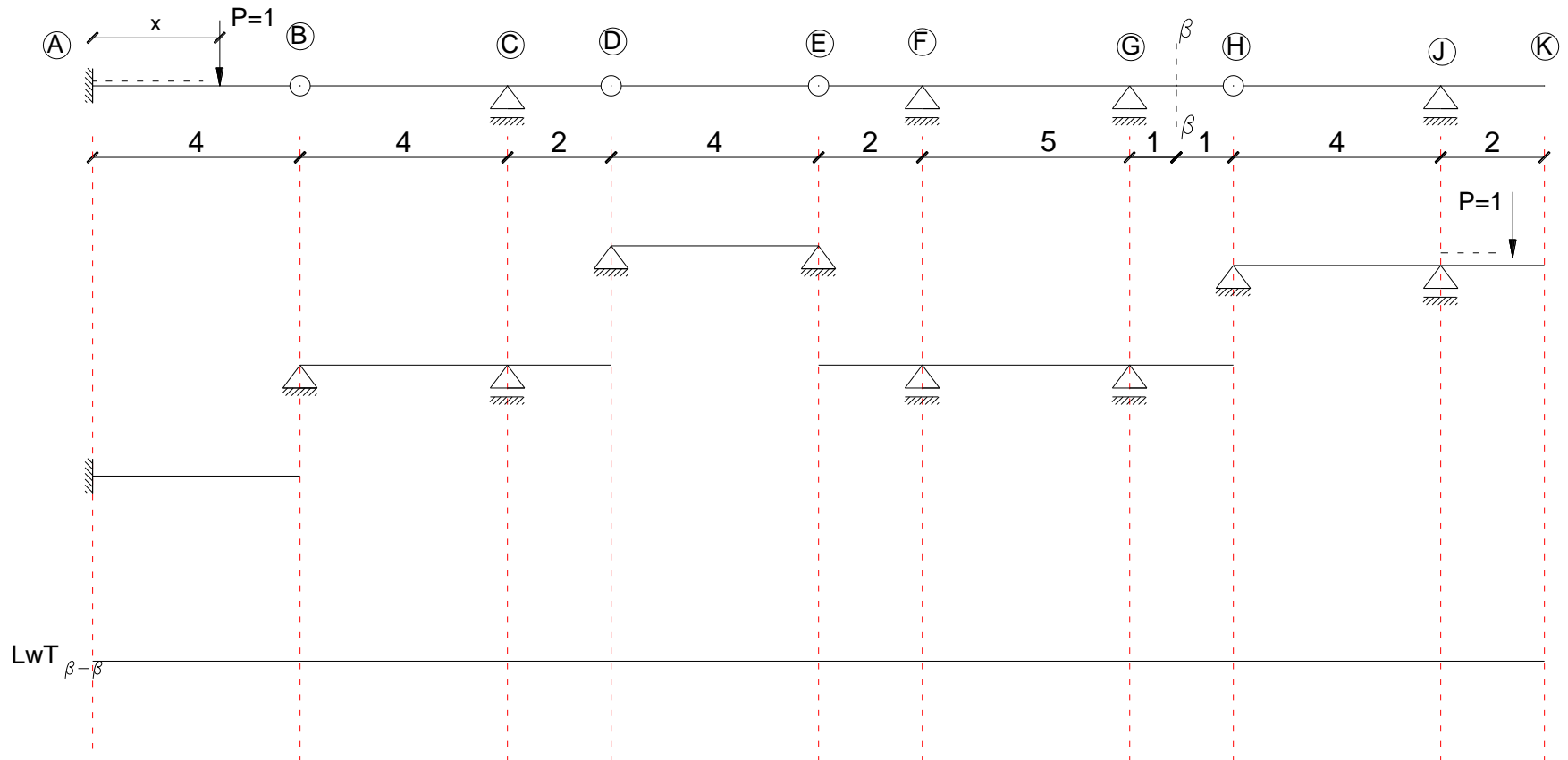
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



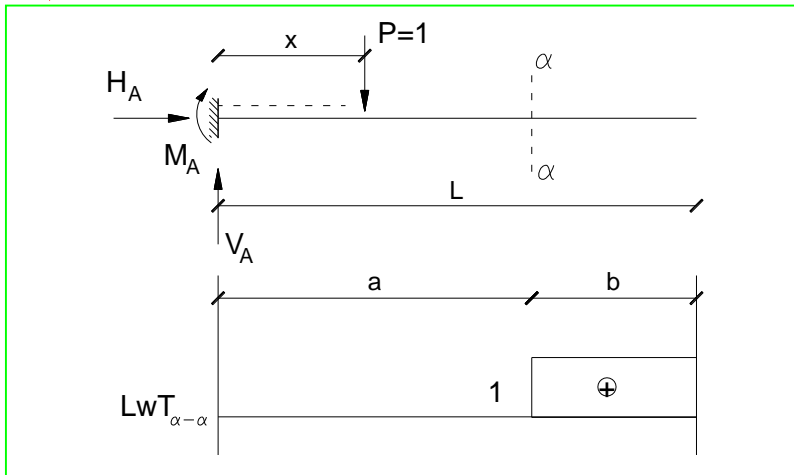
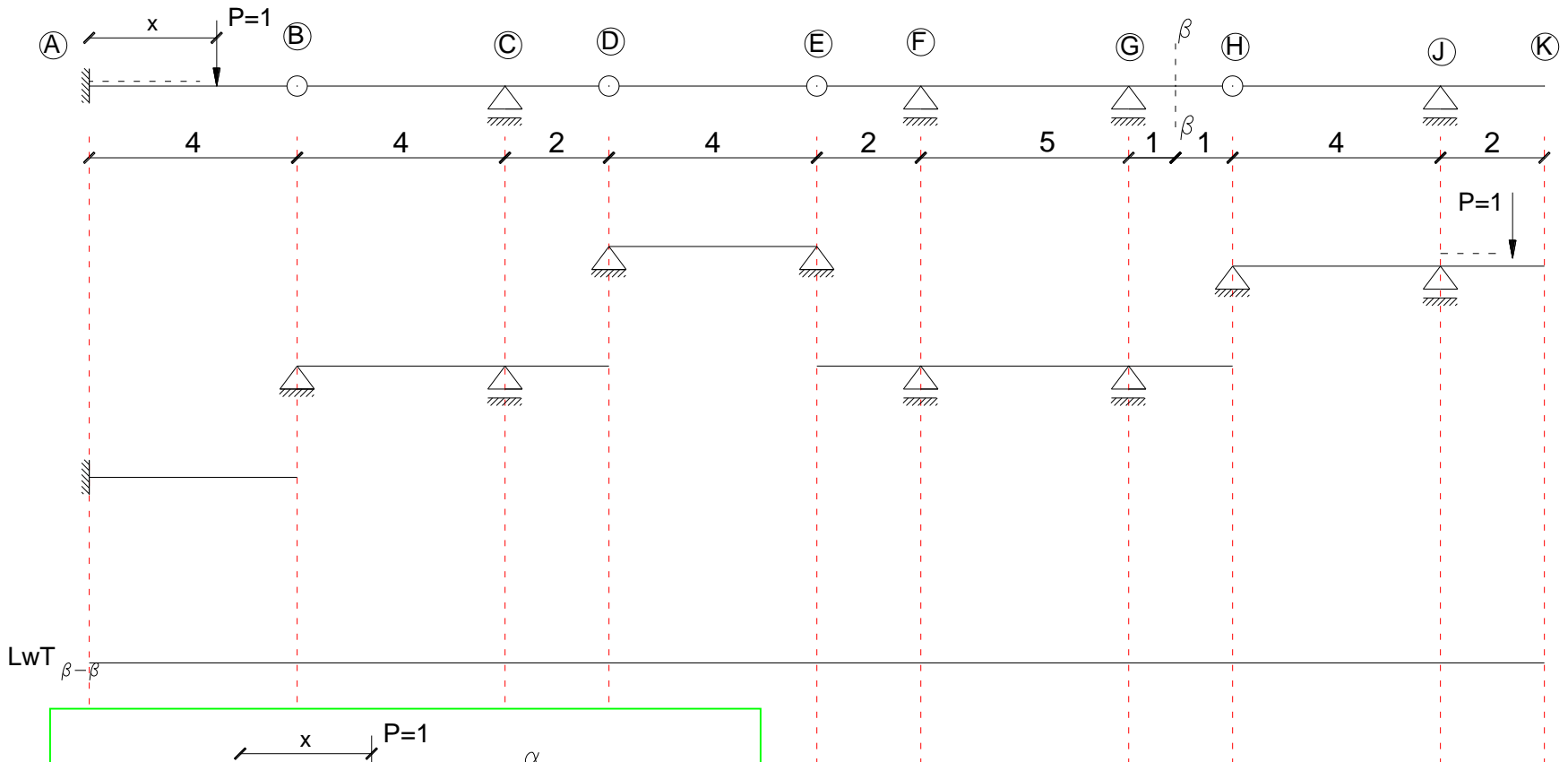
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\alpha-\alpha$



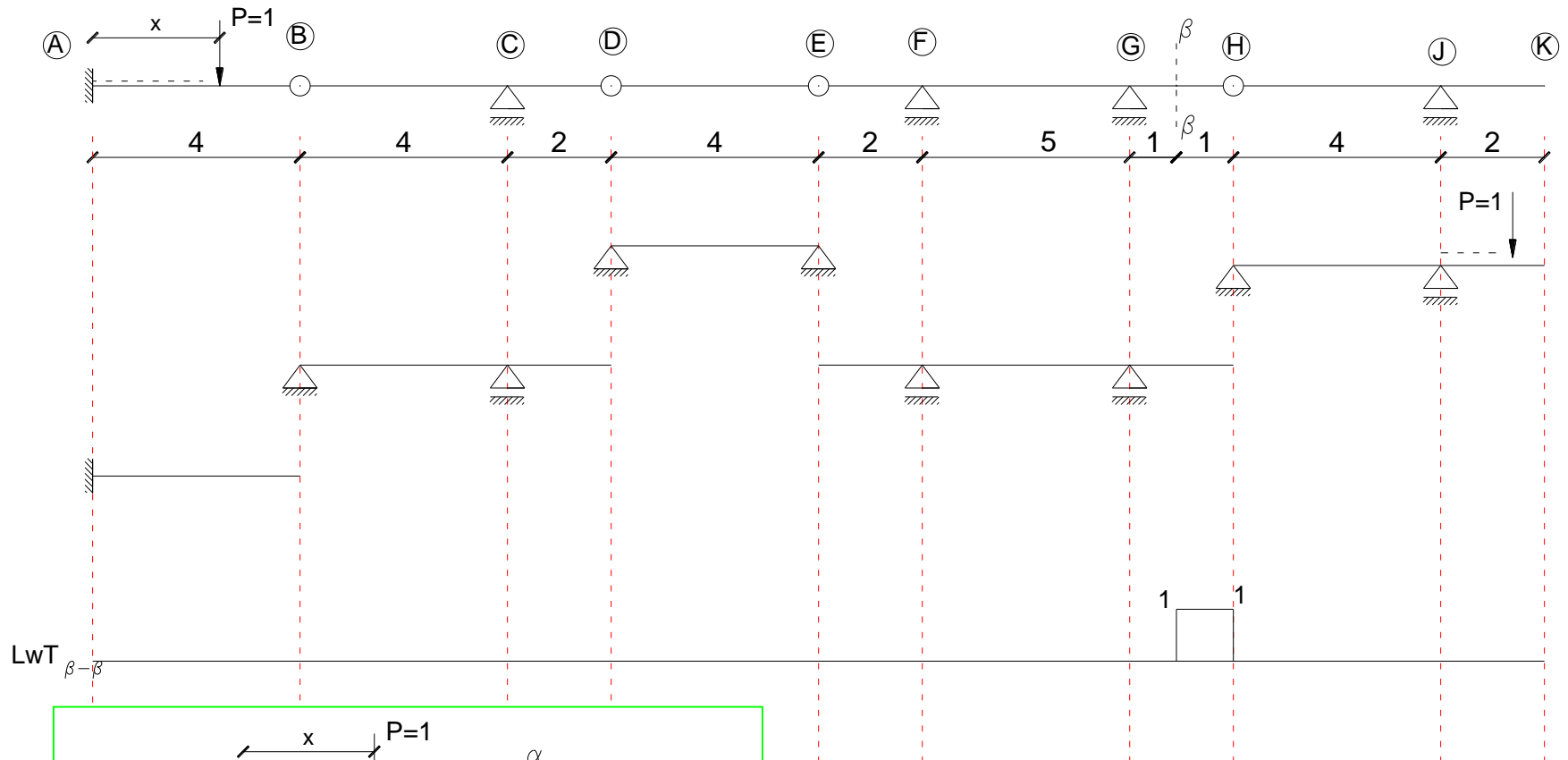
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$



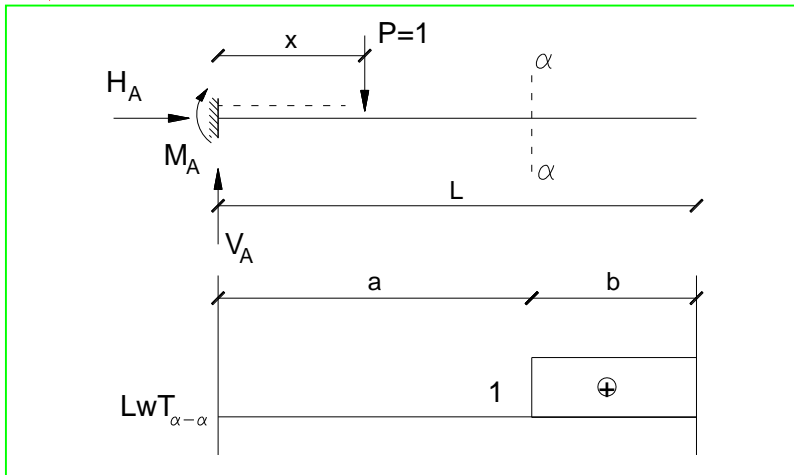
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$



Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$

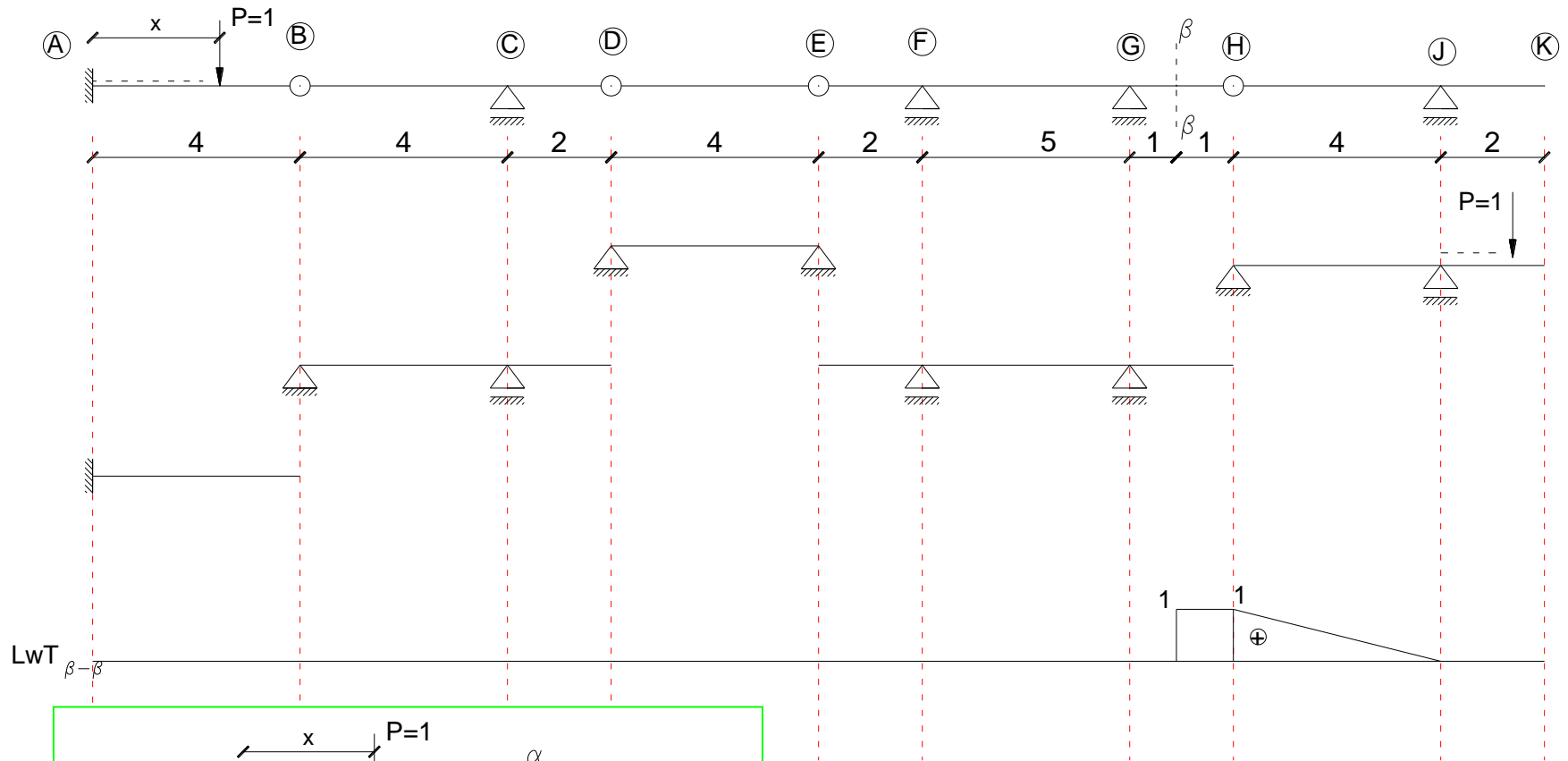


LWT $\beta-\beta$

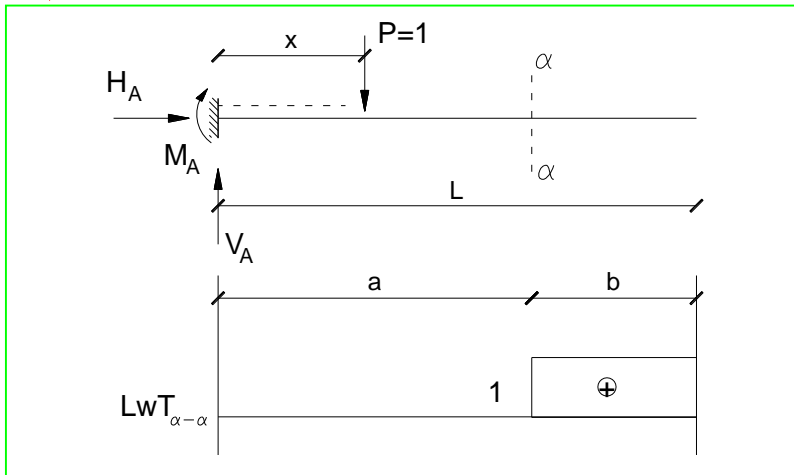


LWT $\alpha-\alpha$

Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$

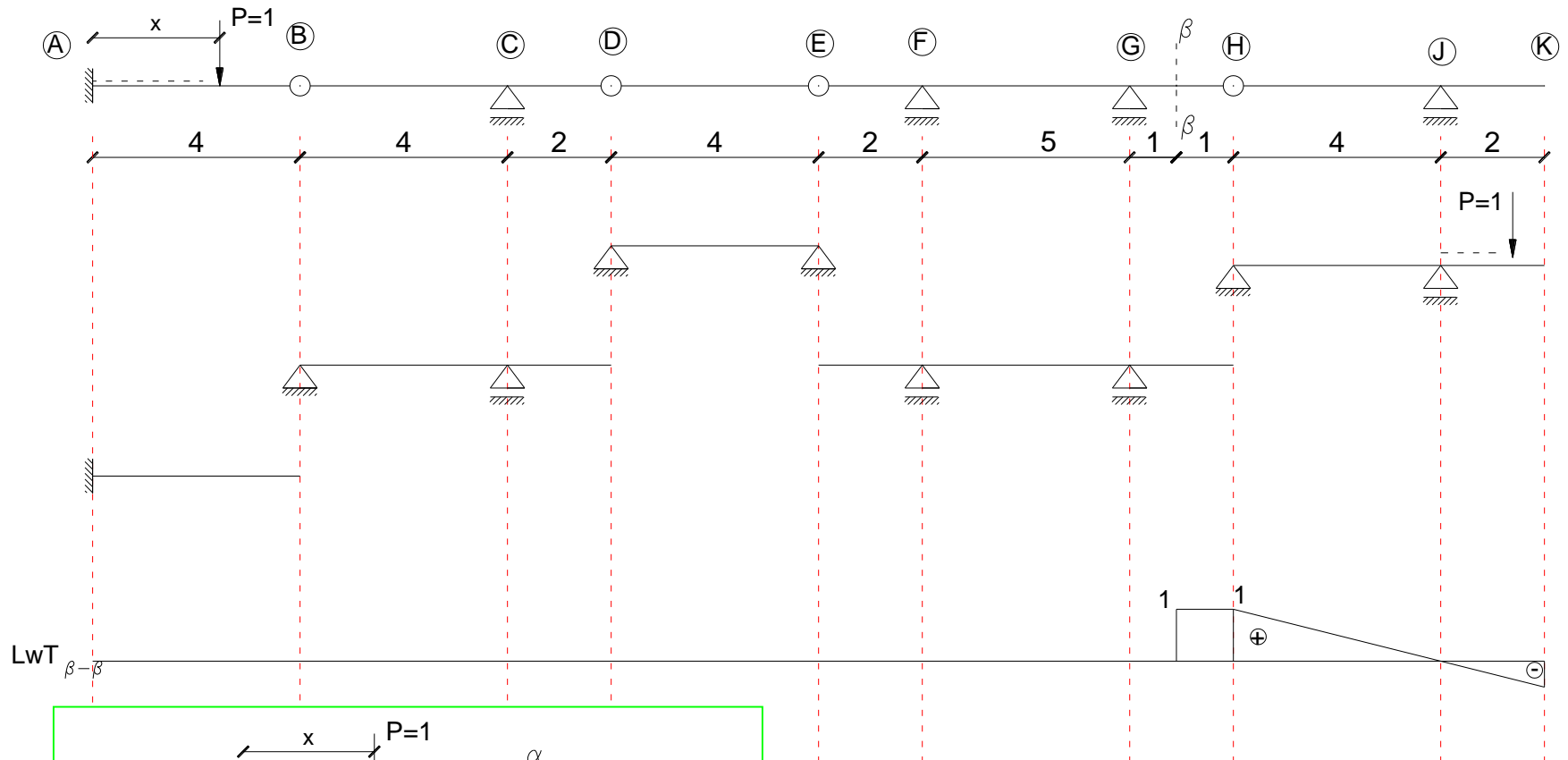


LWT $\beta-\beta$

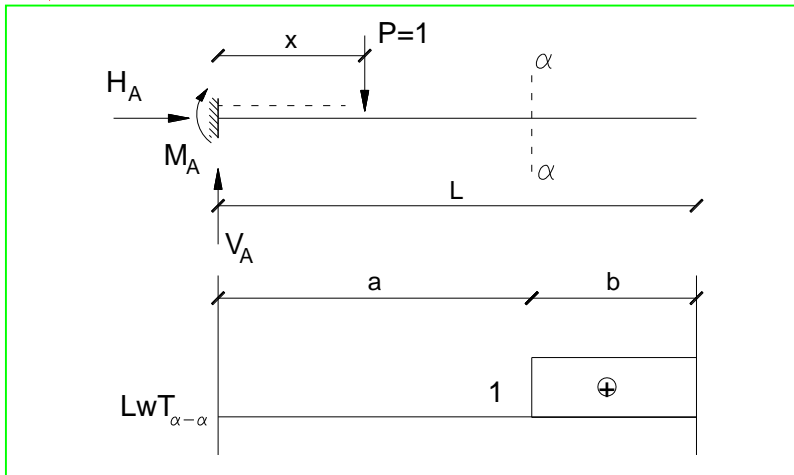


LWT $\alpha-\alpha$

Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$

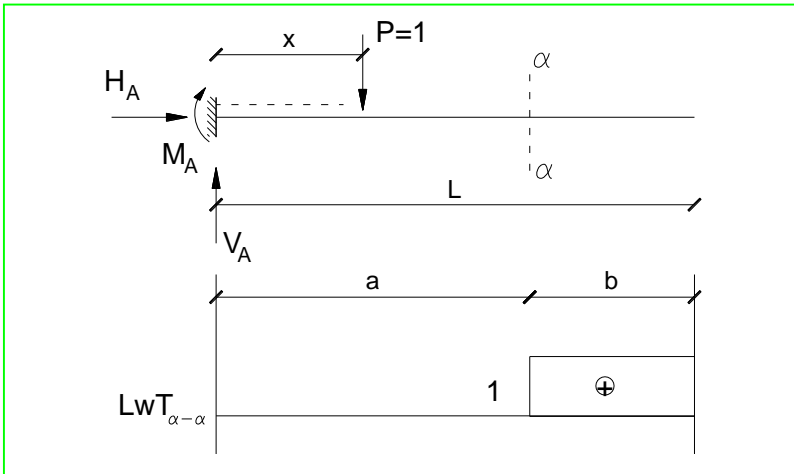
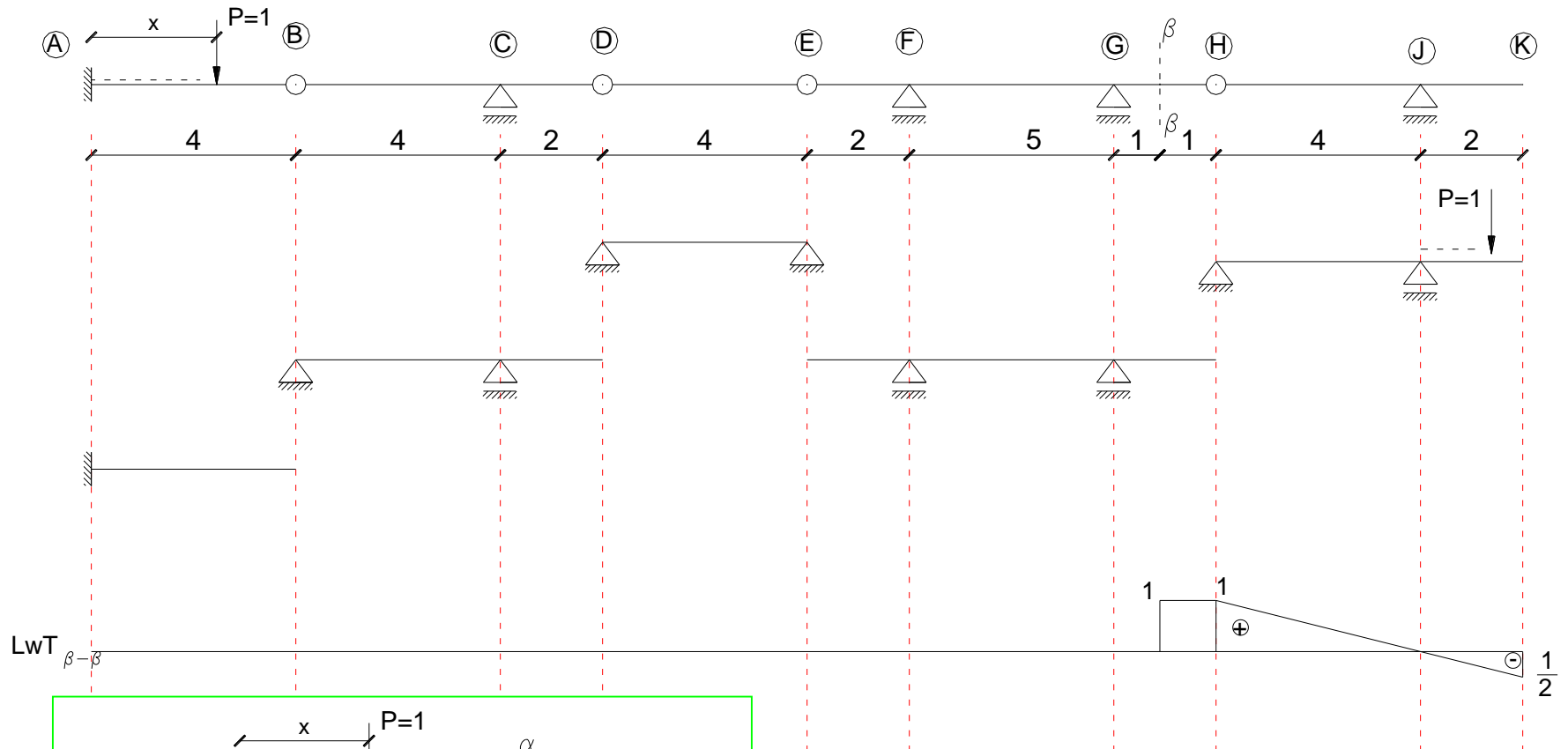


LWT $\beta-\beta$

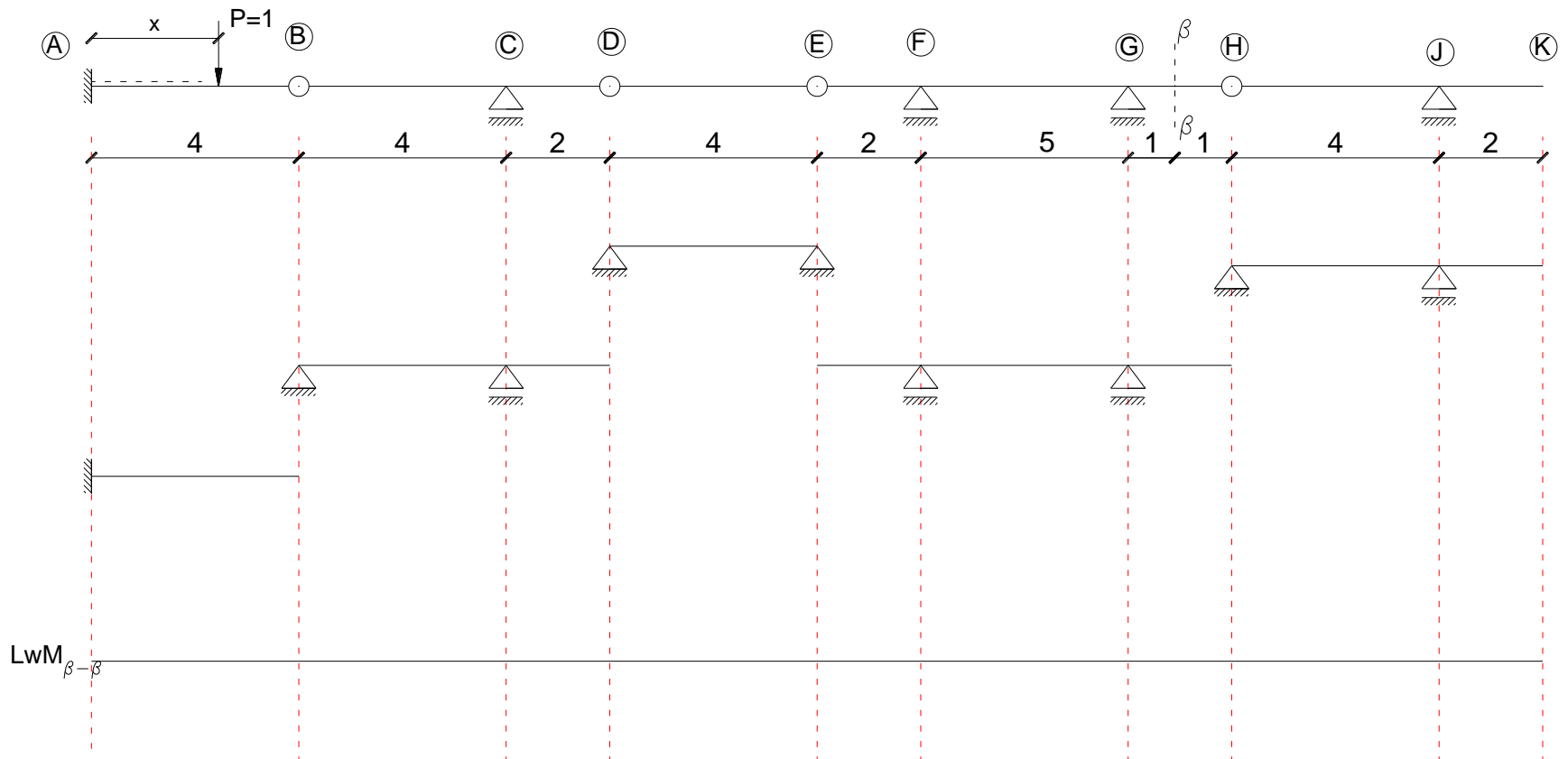


LWT $\alpha-\alpha$

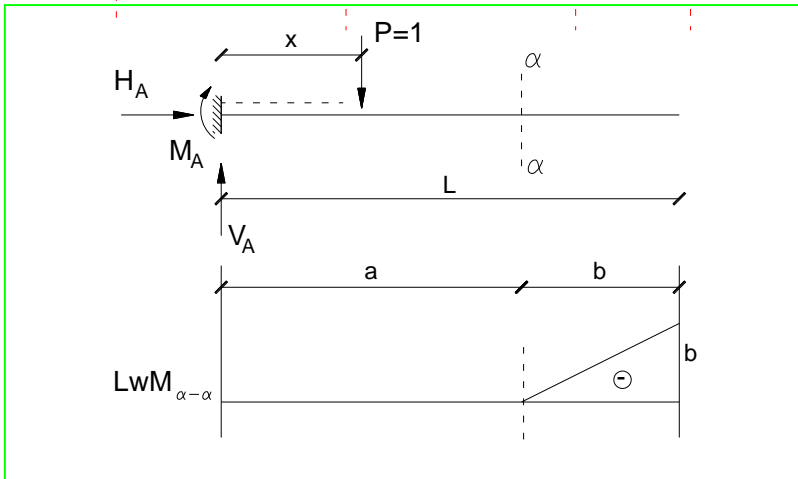
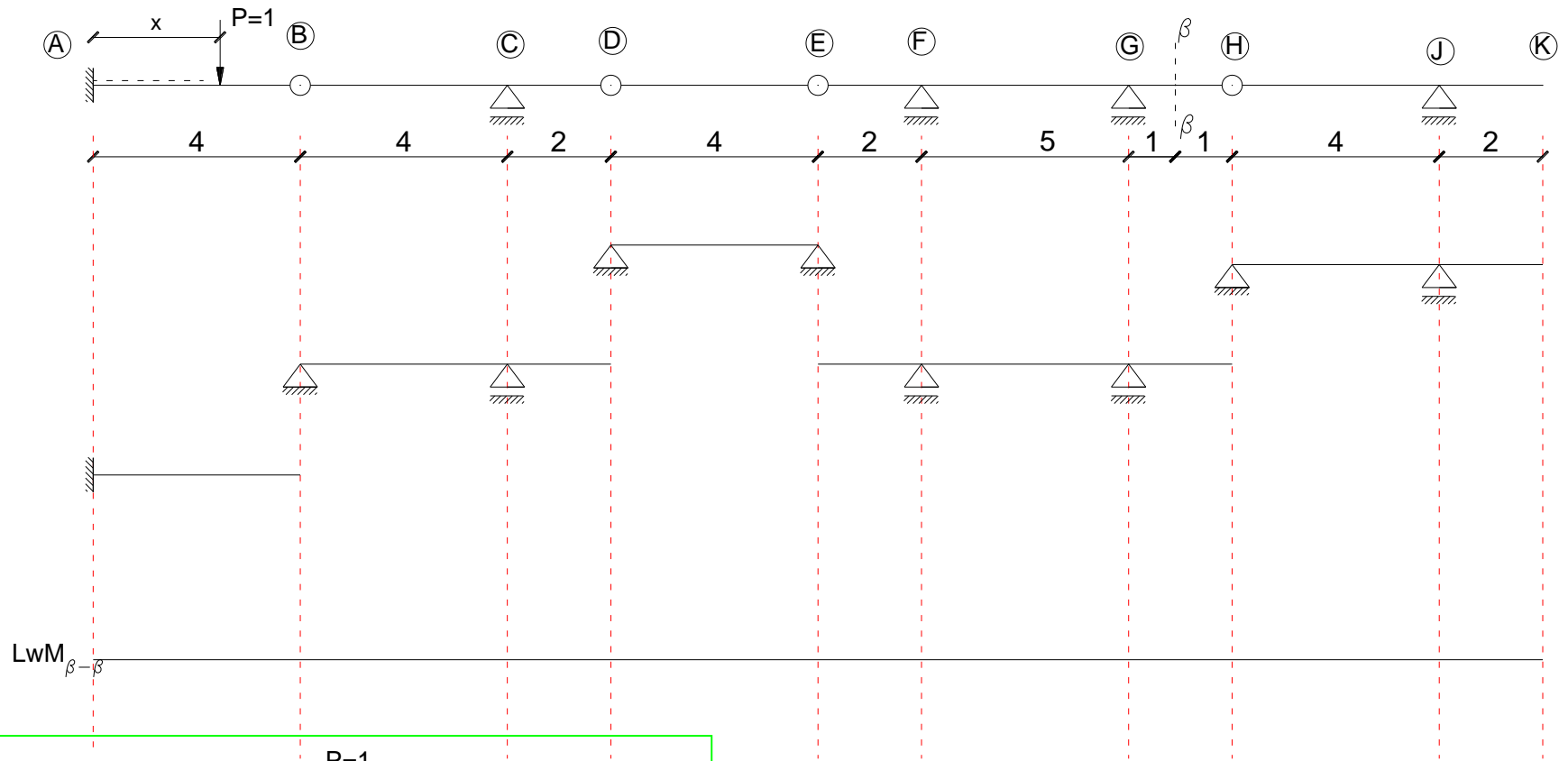
Linia wpływu siły tnącej w przekroju $\beta-\beta$



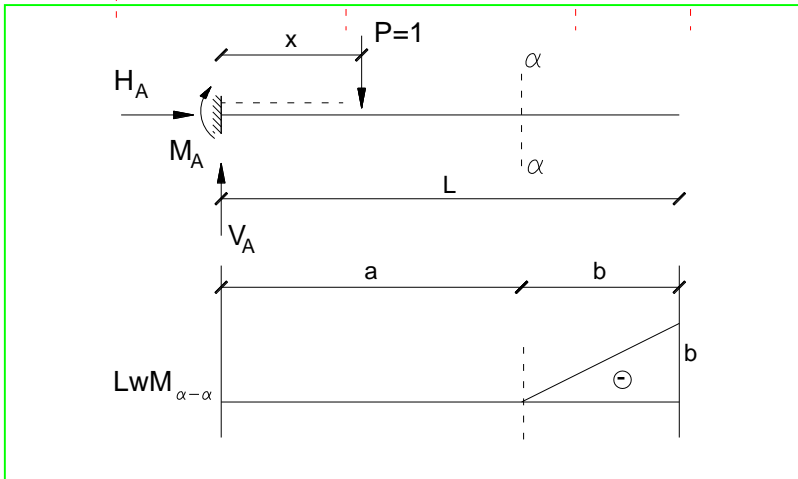
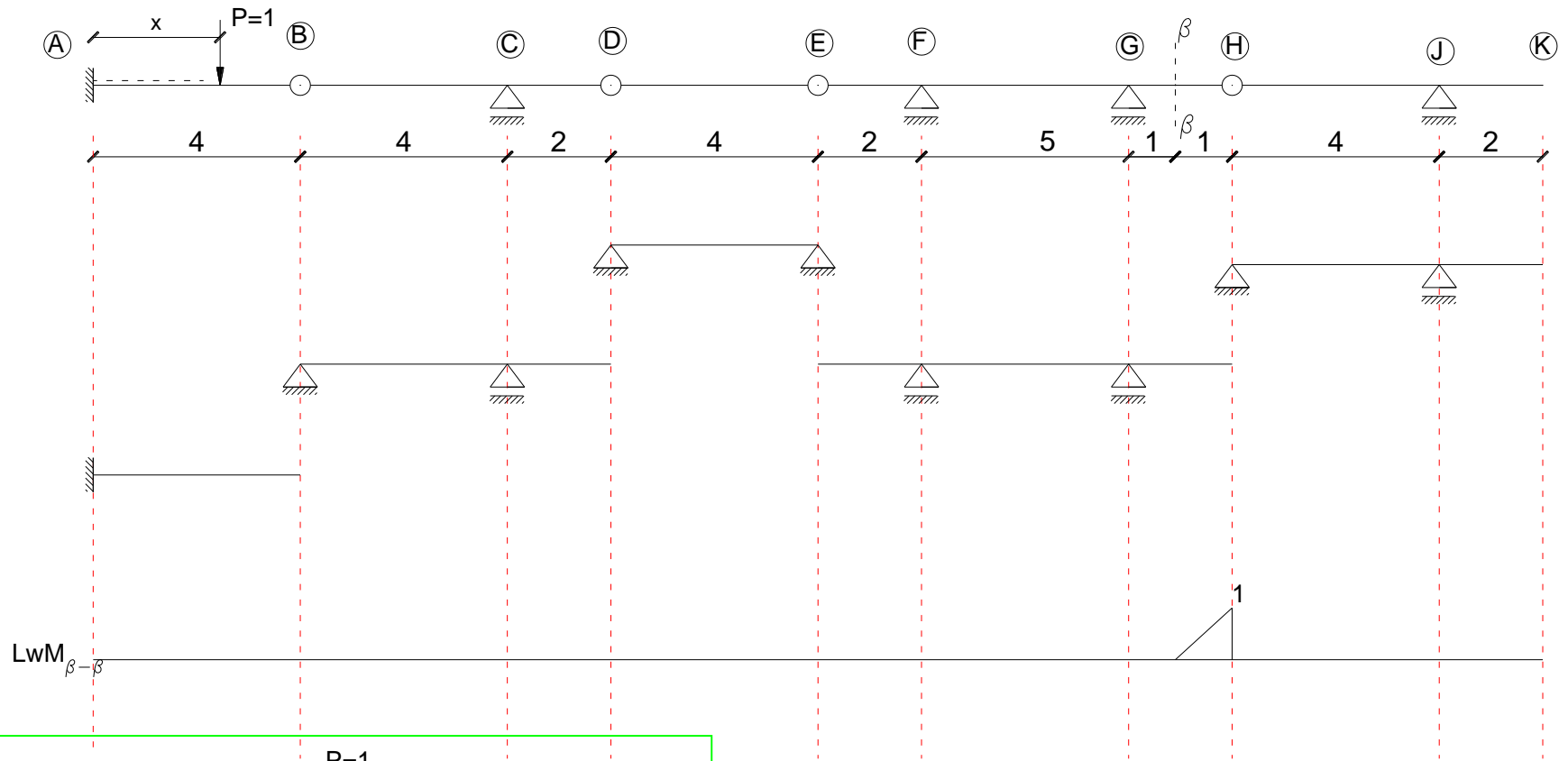
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



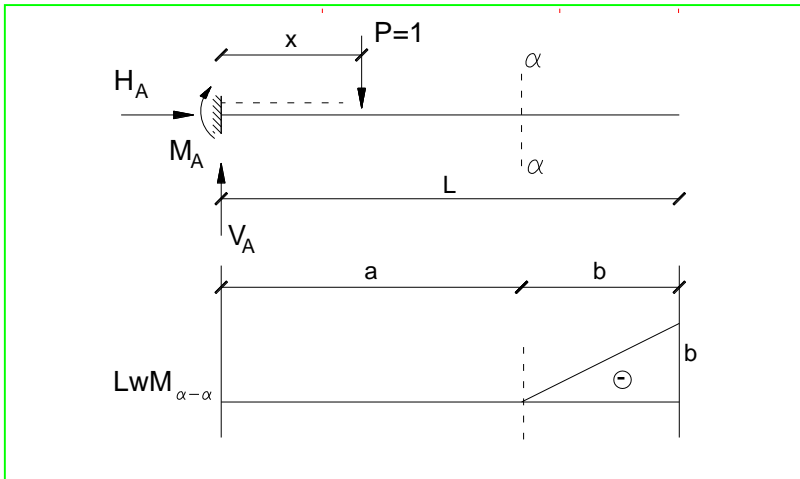
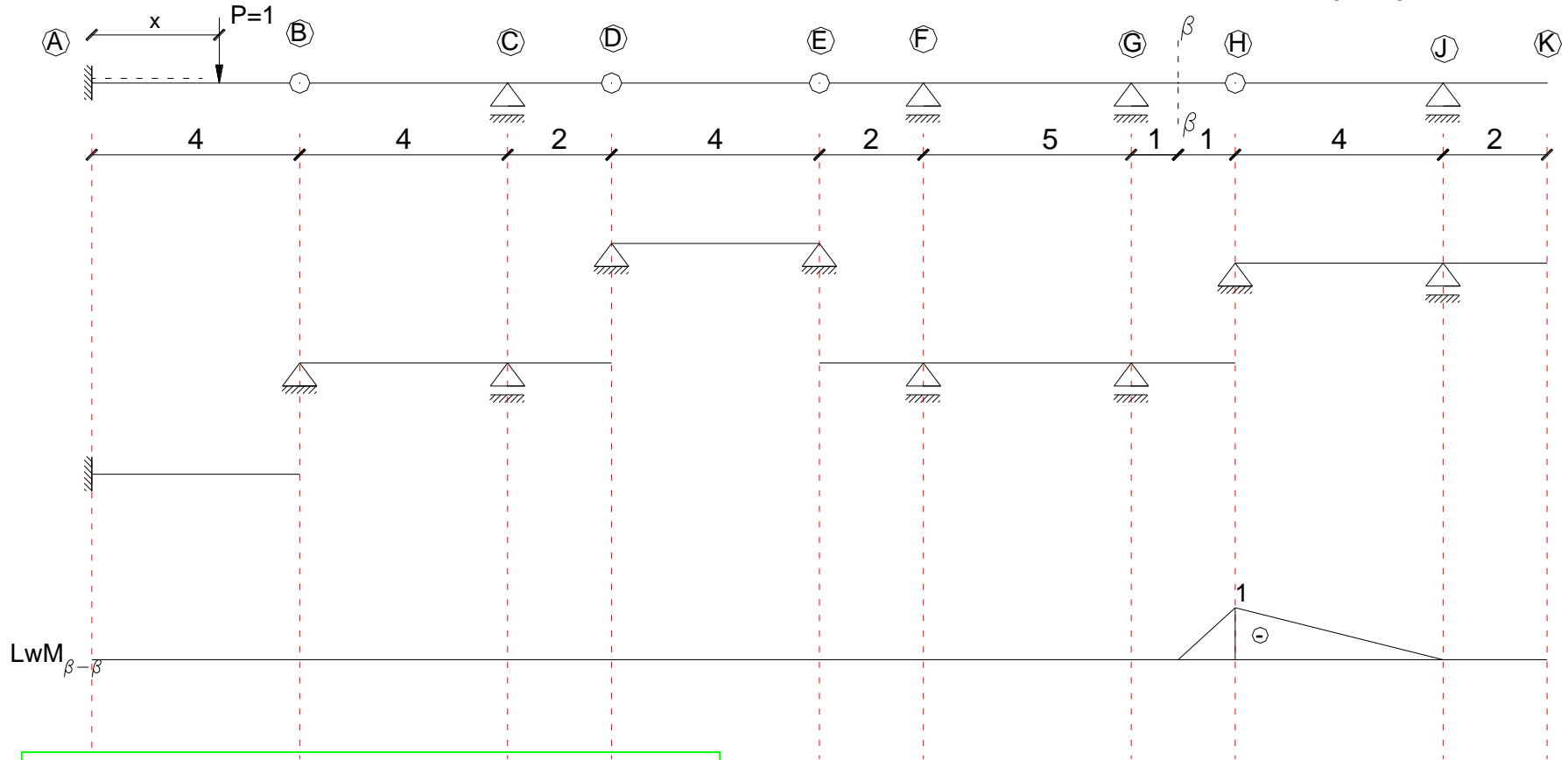
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



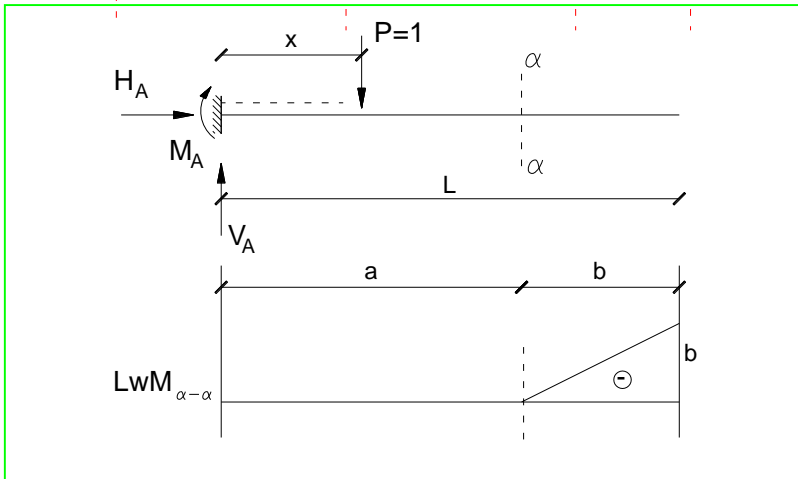
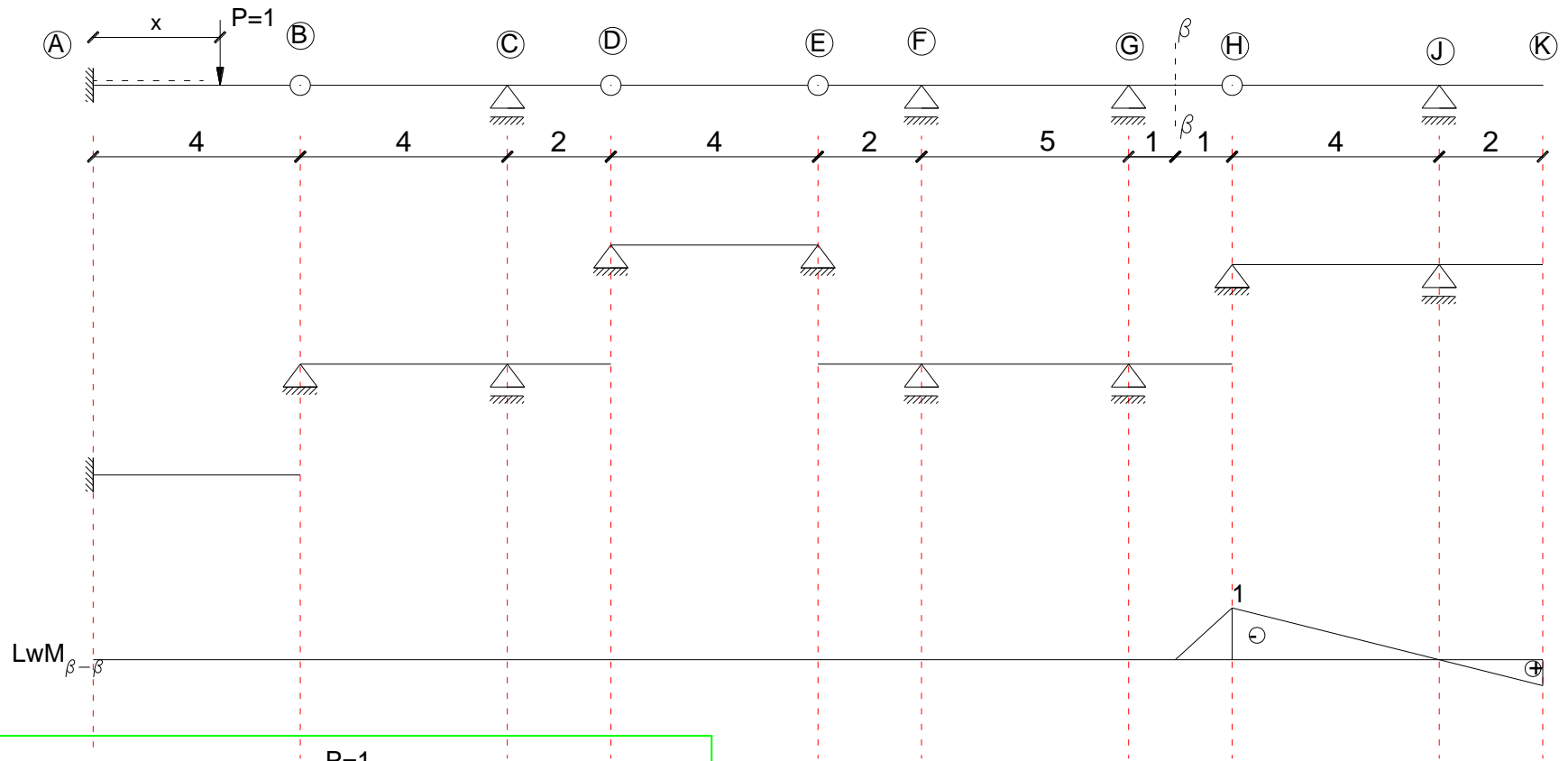
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



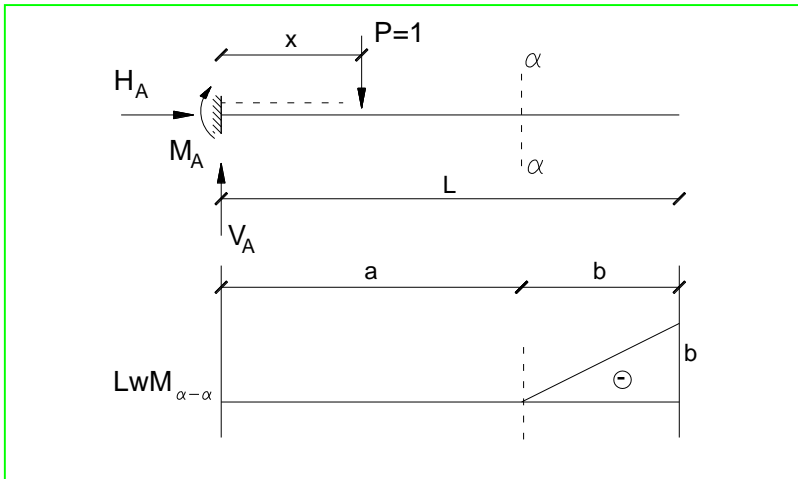
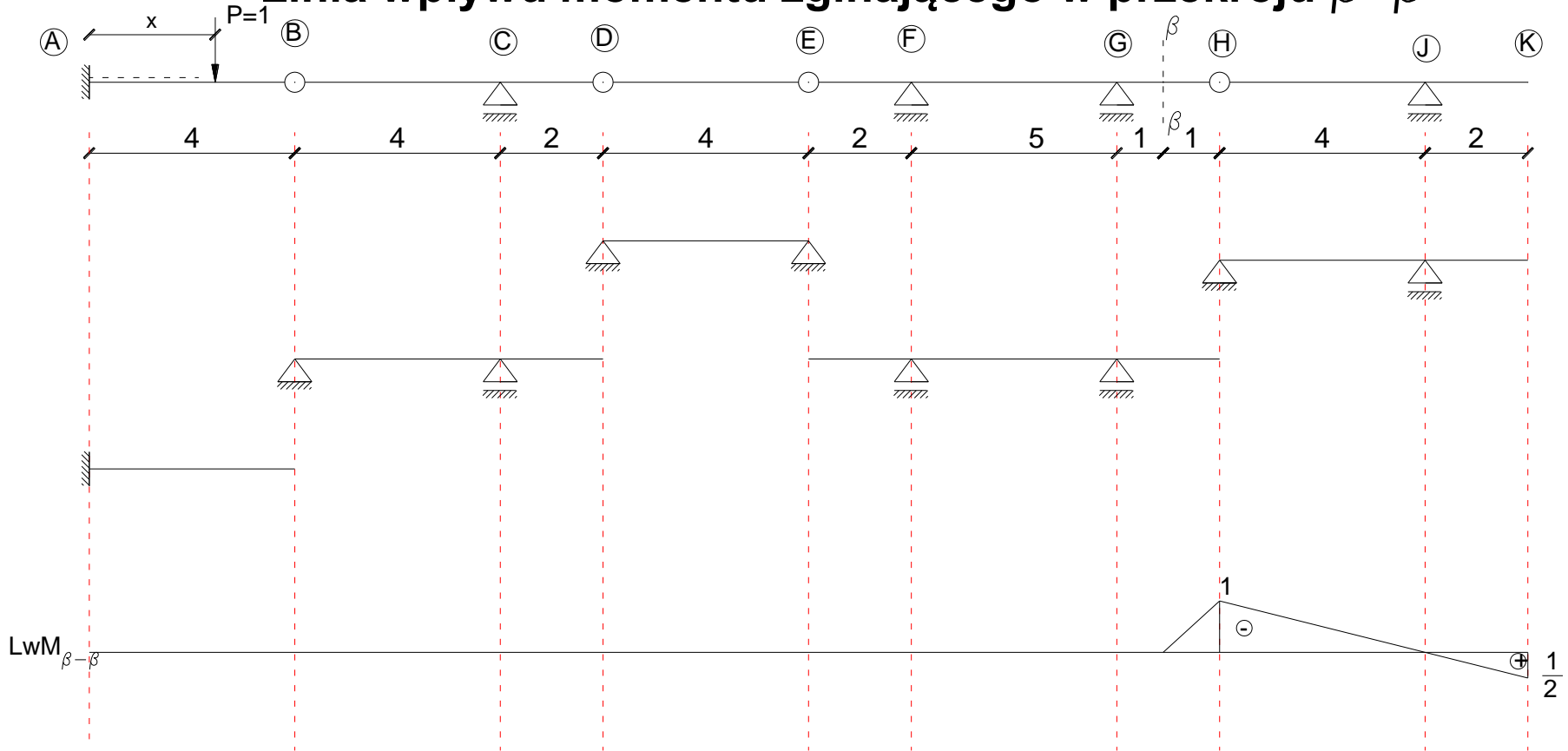
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



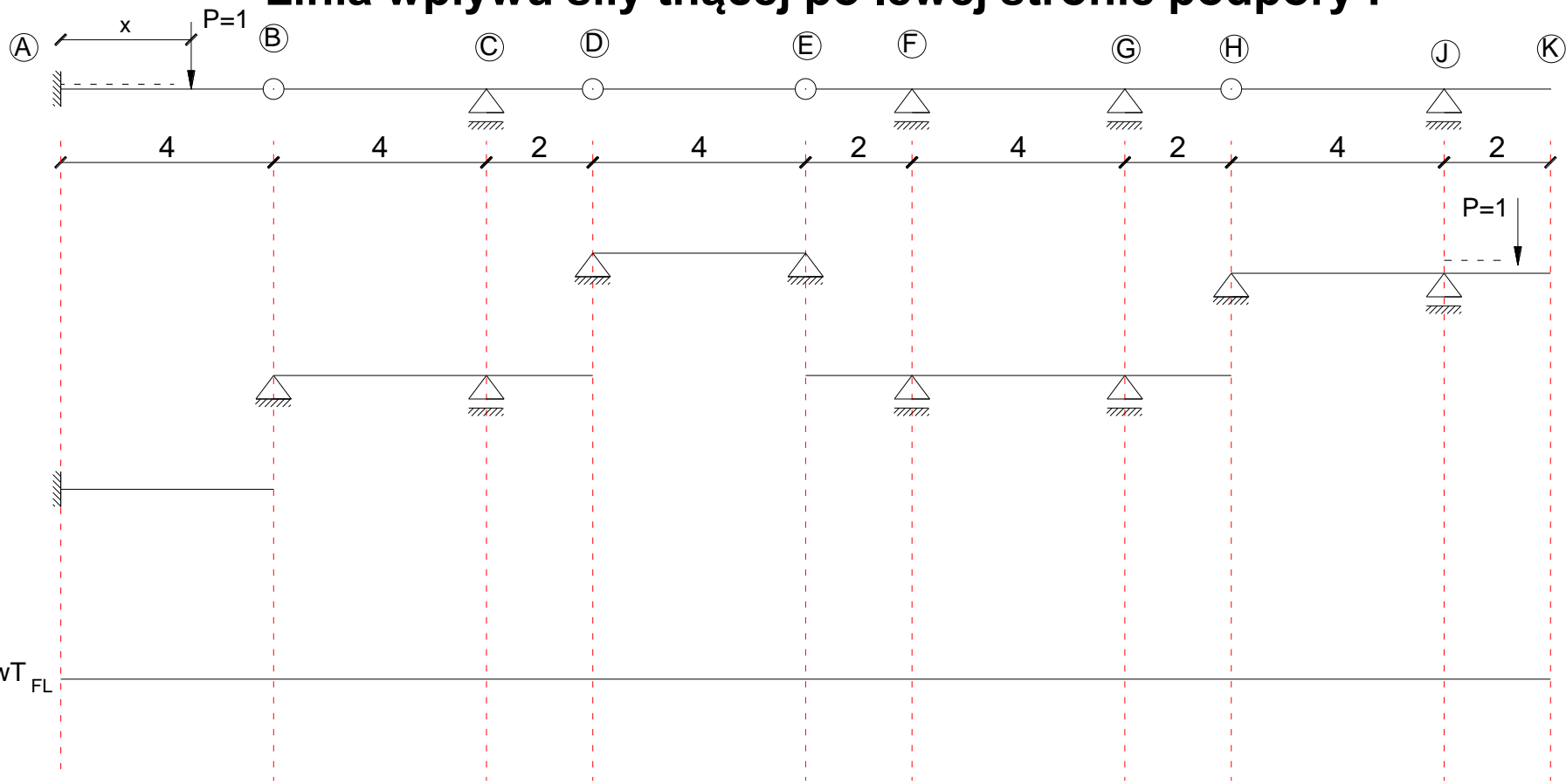
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



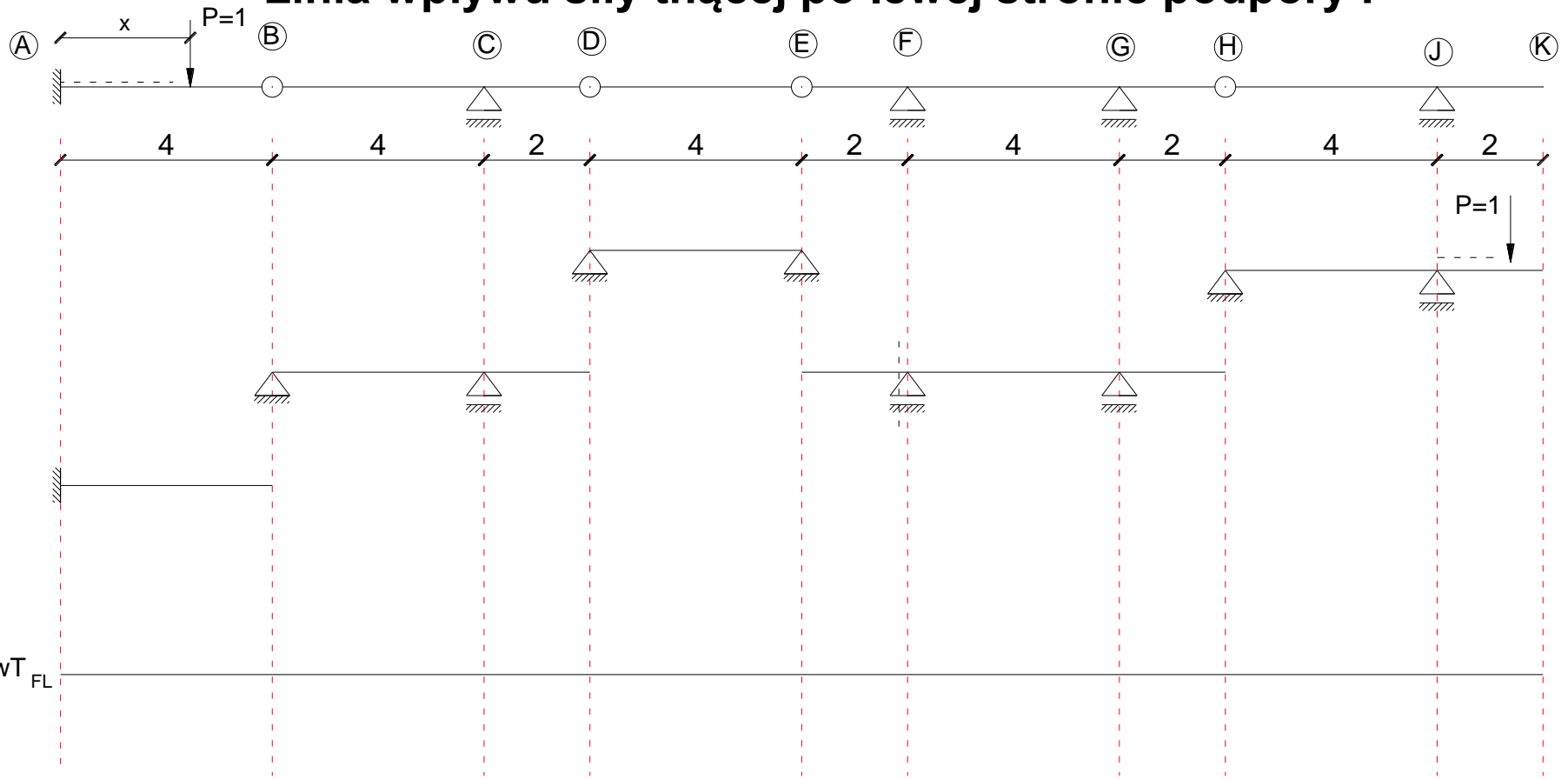
Linia wpływu momentu zginającego w przekroju $\beta-\beta$



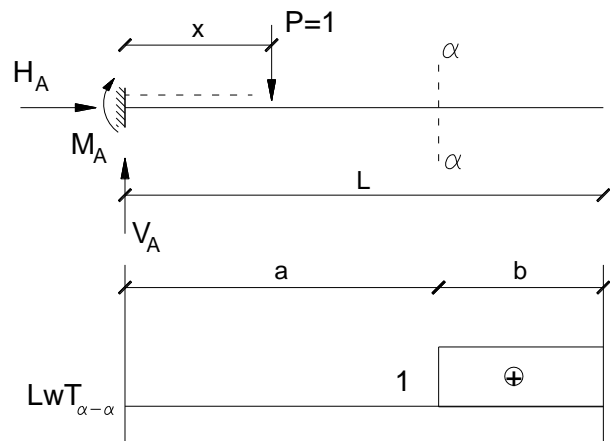
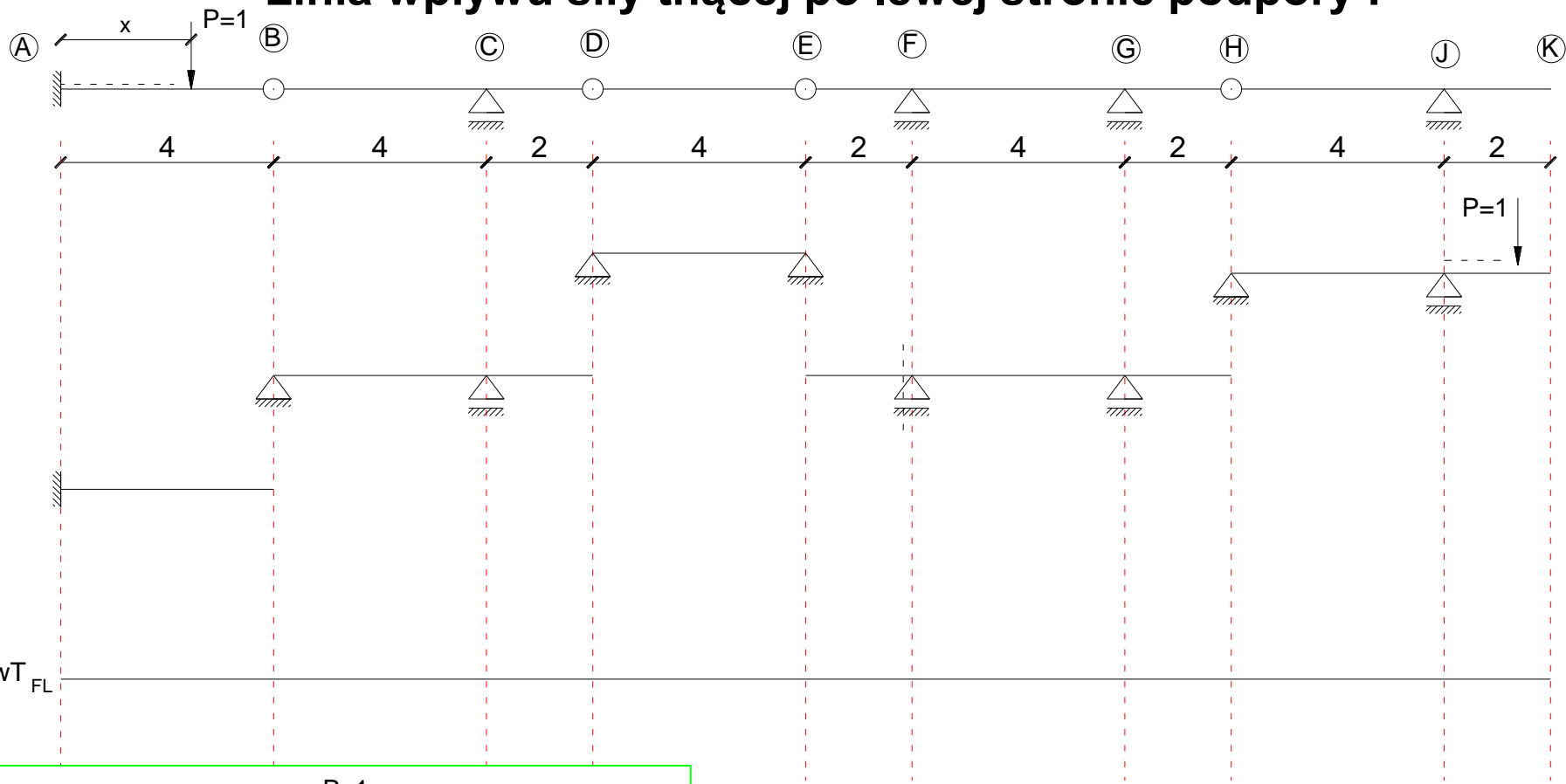
Linia wpływu siły tnącej po lewej stronie podpory F



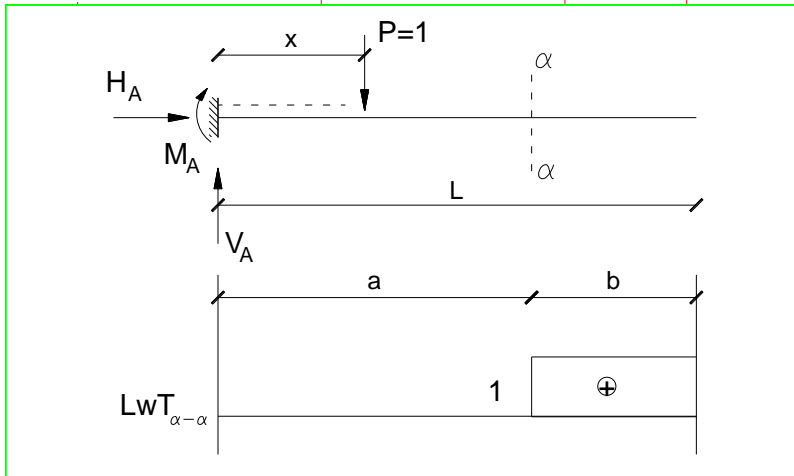
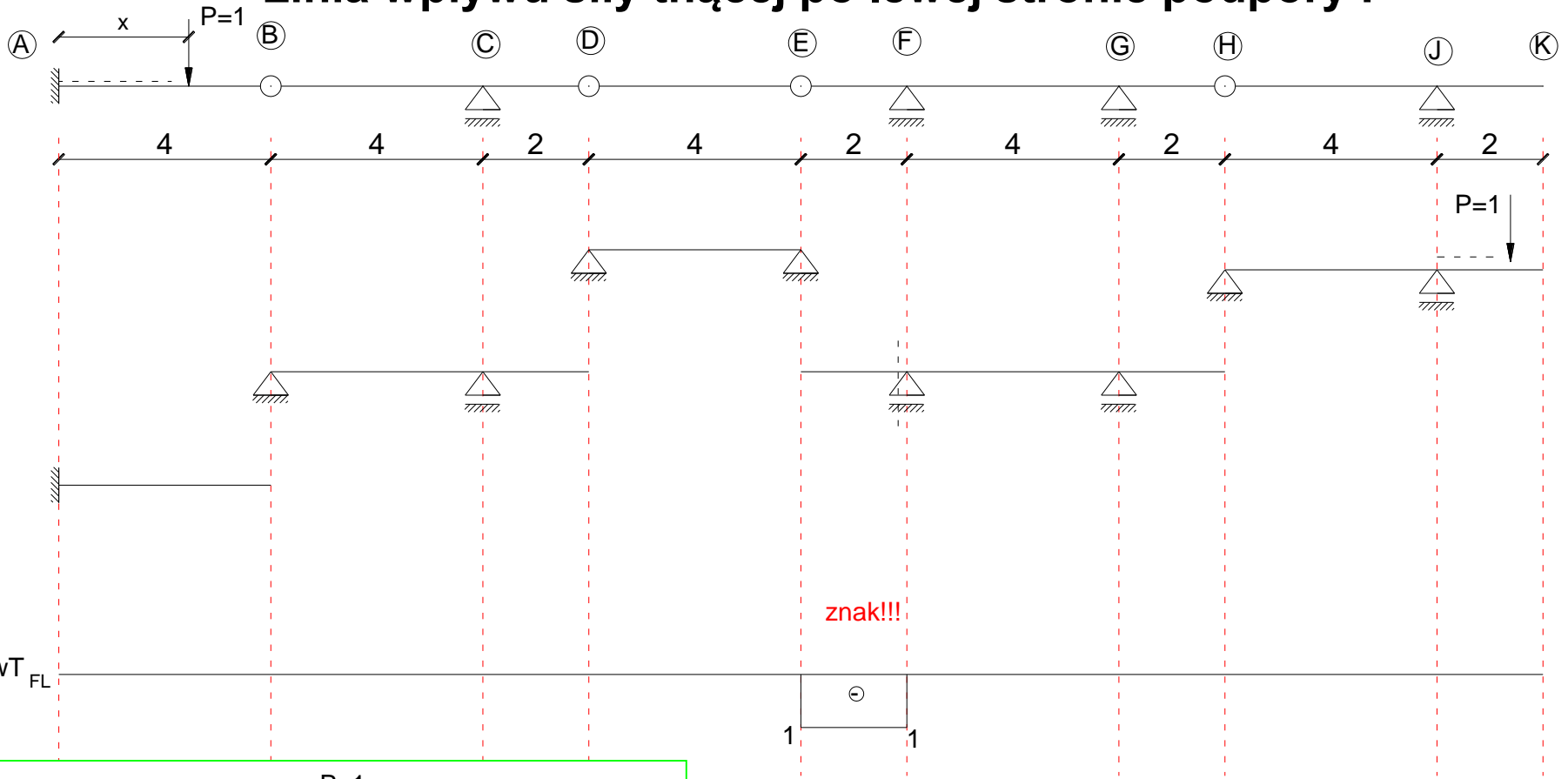
Linia wpływu siły tnącej po lewej stronie podpory F



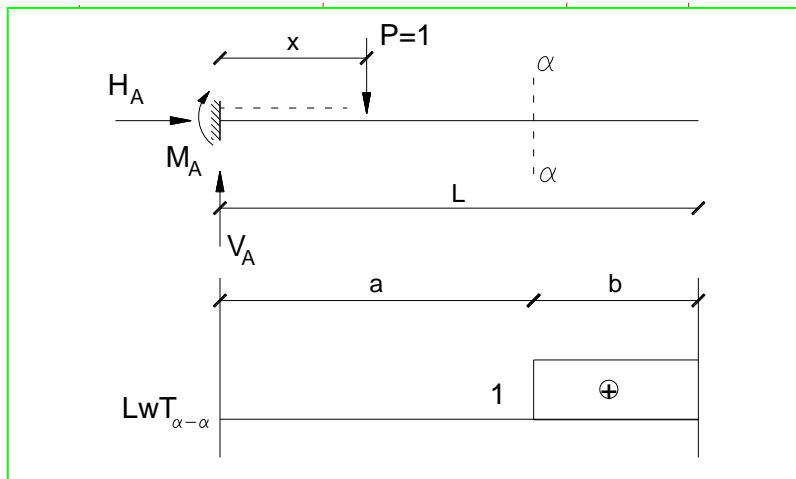
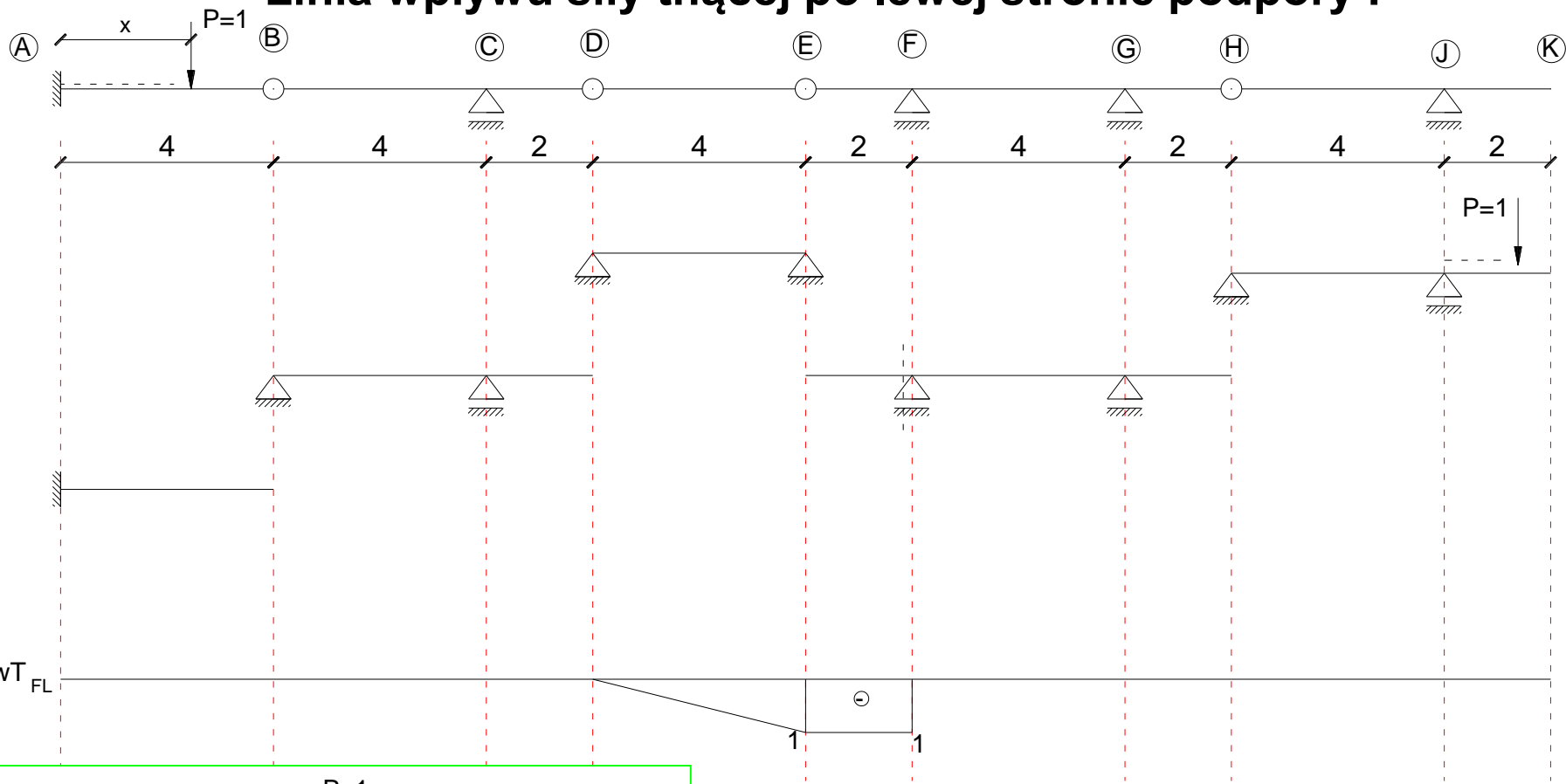
Linia wpływu siły tnącej po lewej stronie podpory F



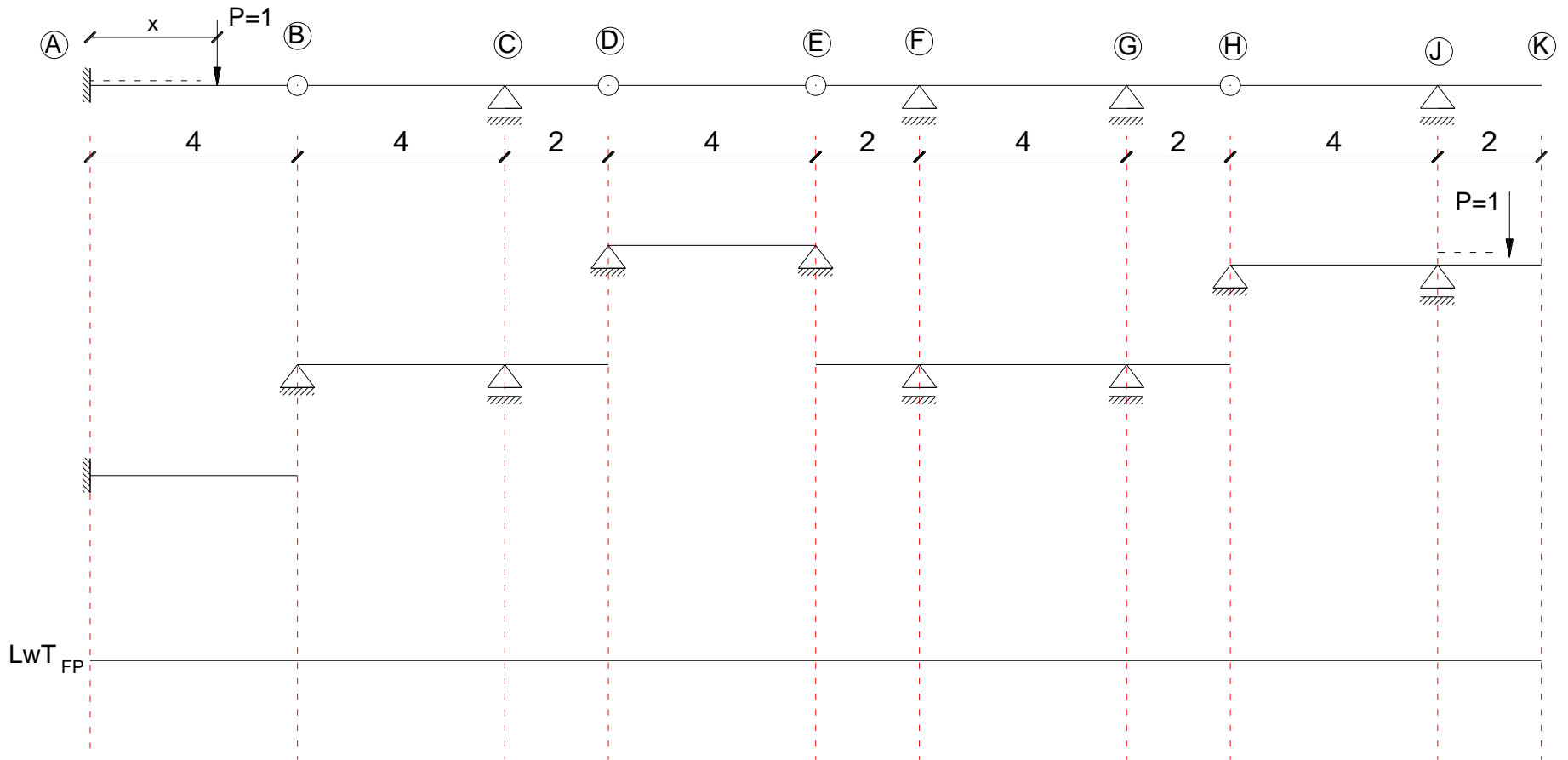
Linia wpływu siły tnącej po lewej stronie podpory F



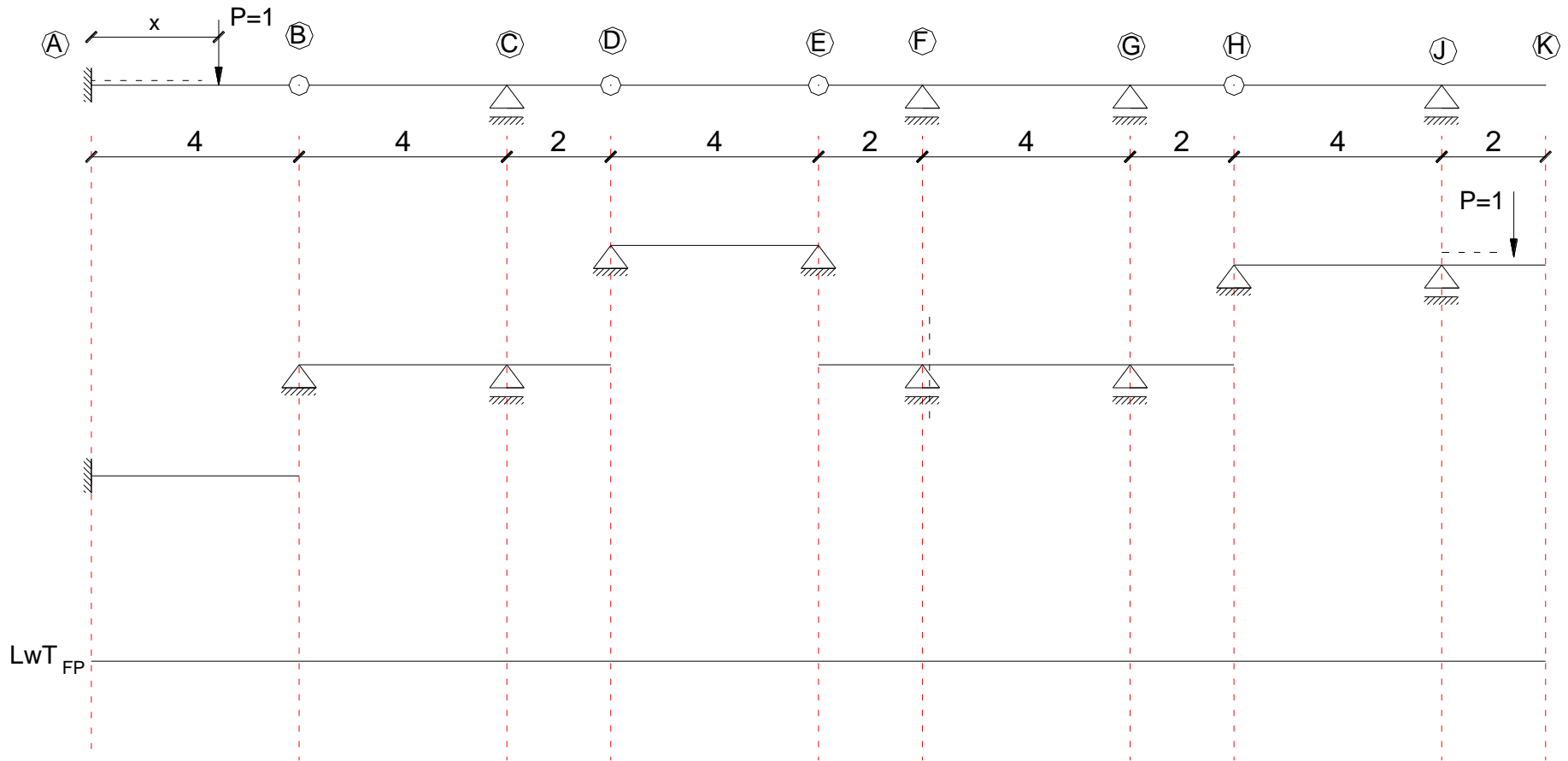
Linia wpływu siły tnącej po lewej stronie podpory F



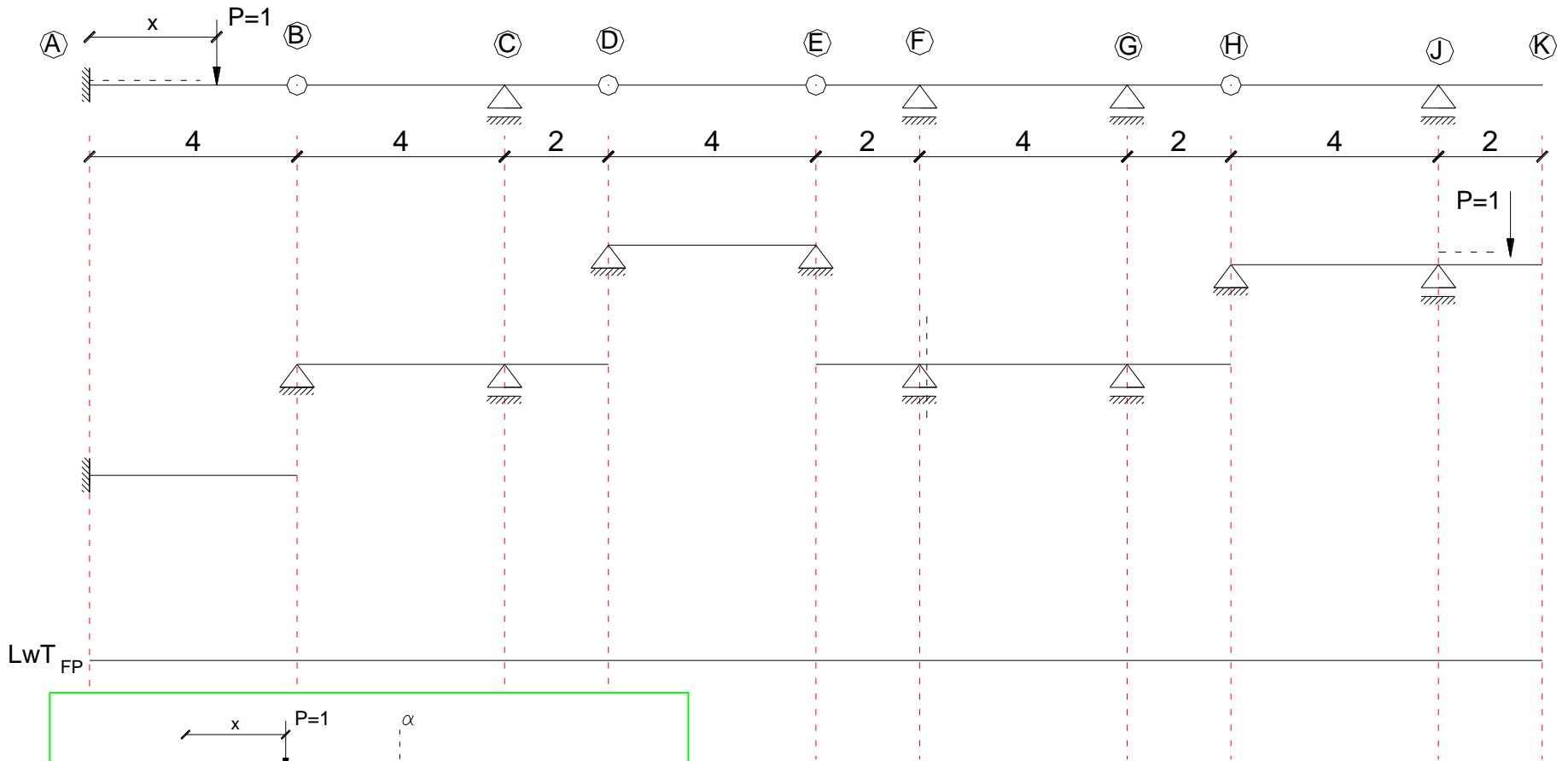
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



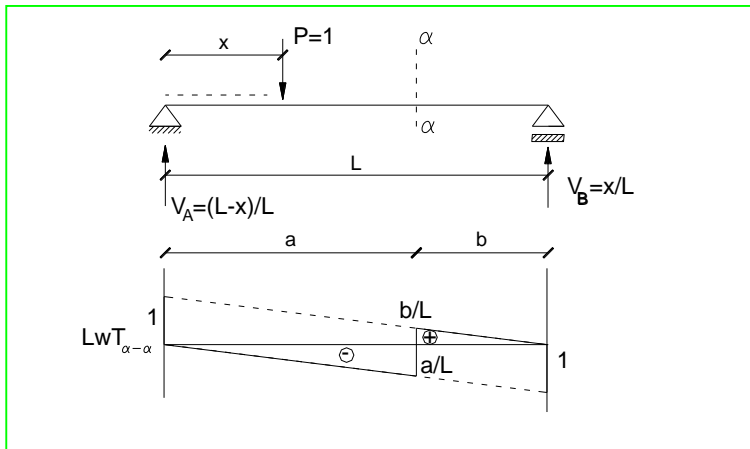
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



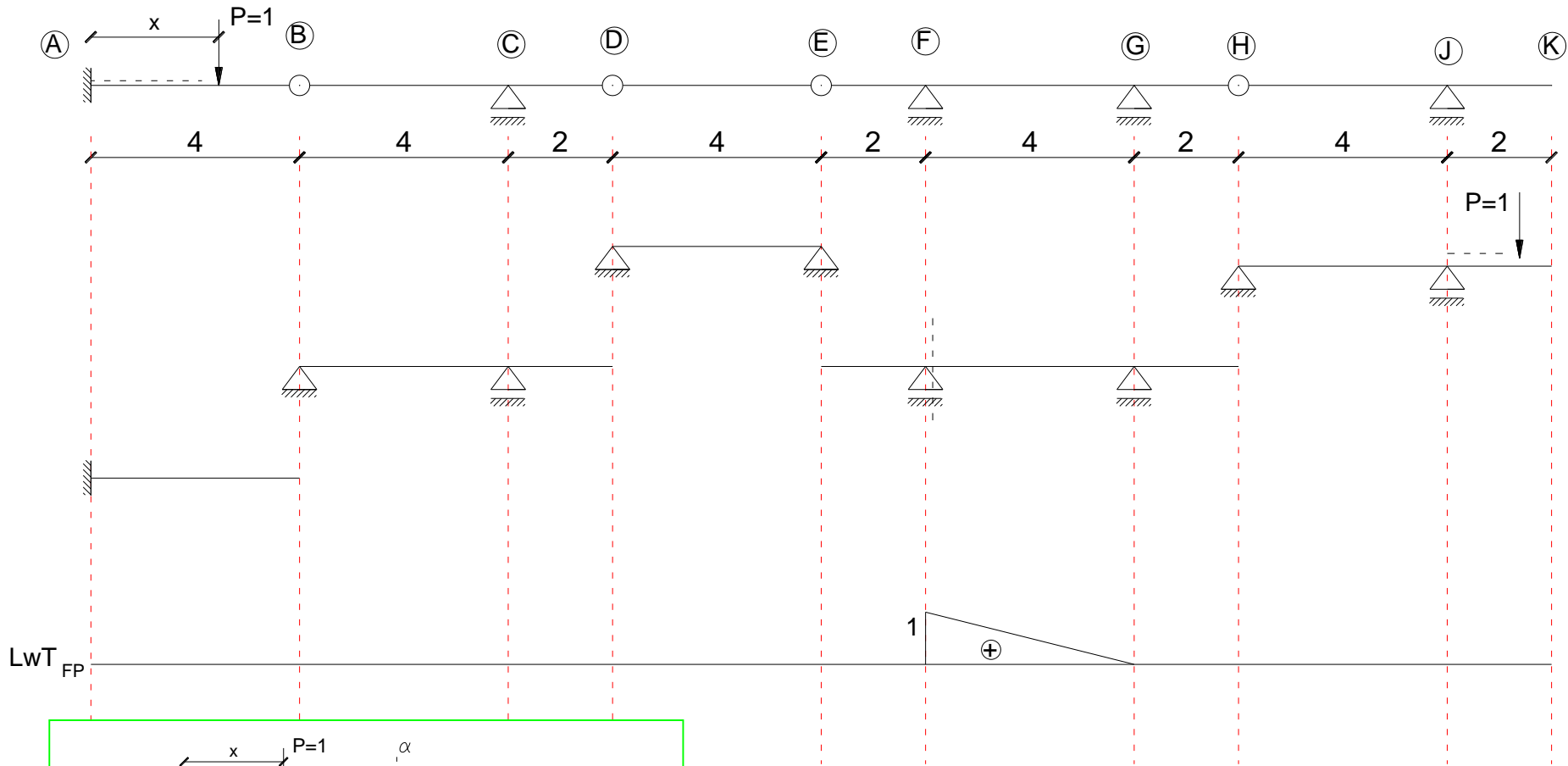
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



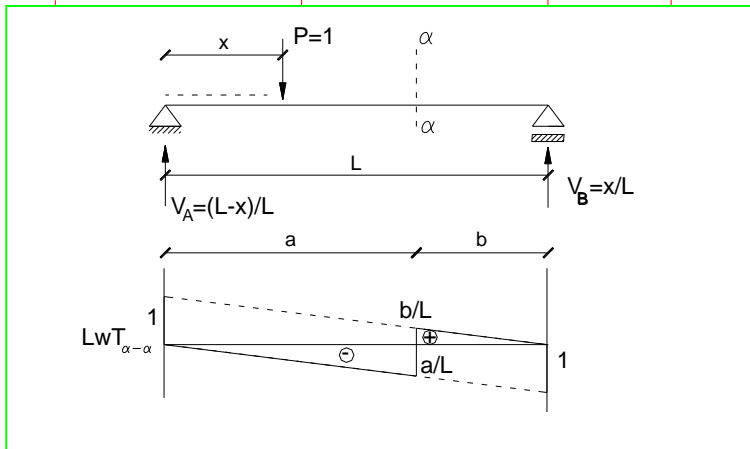
LWT_{FP}



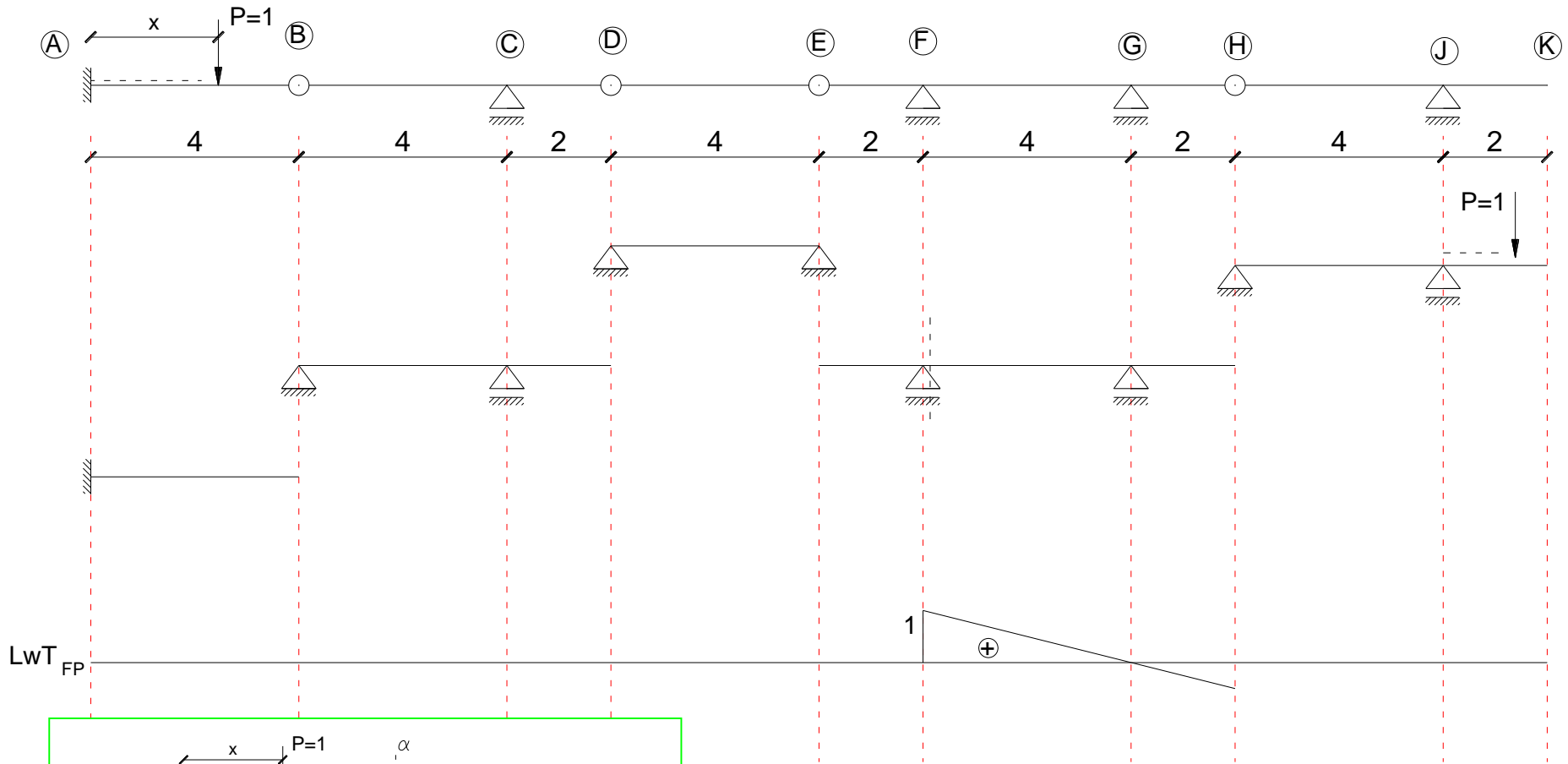
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



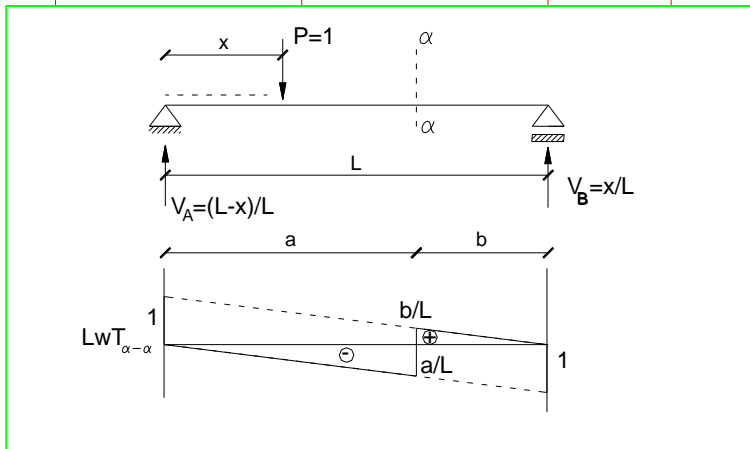
LWT_{FP}



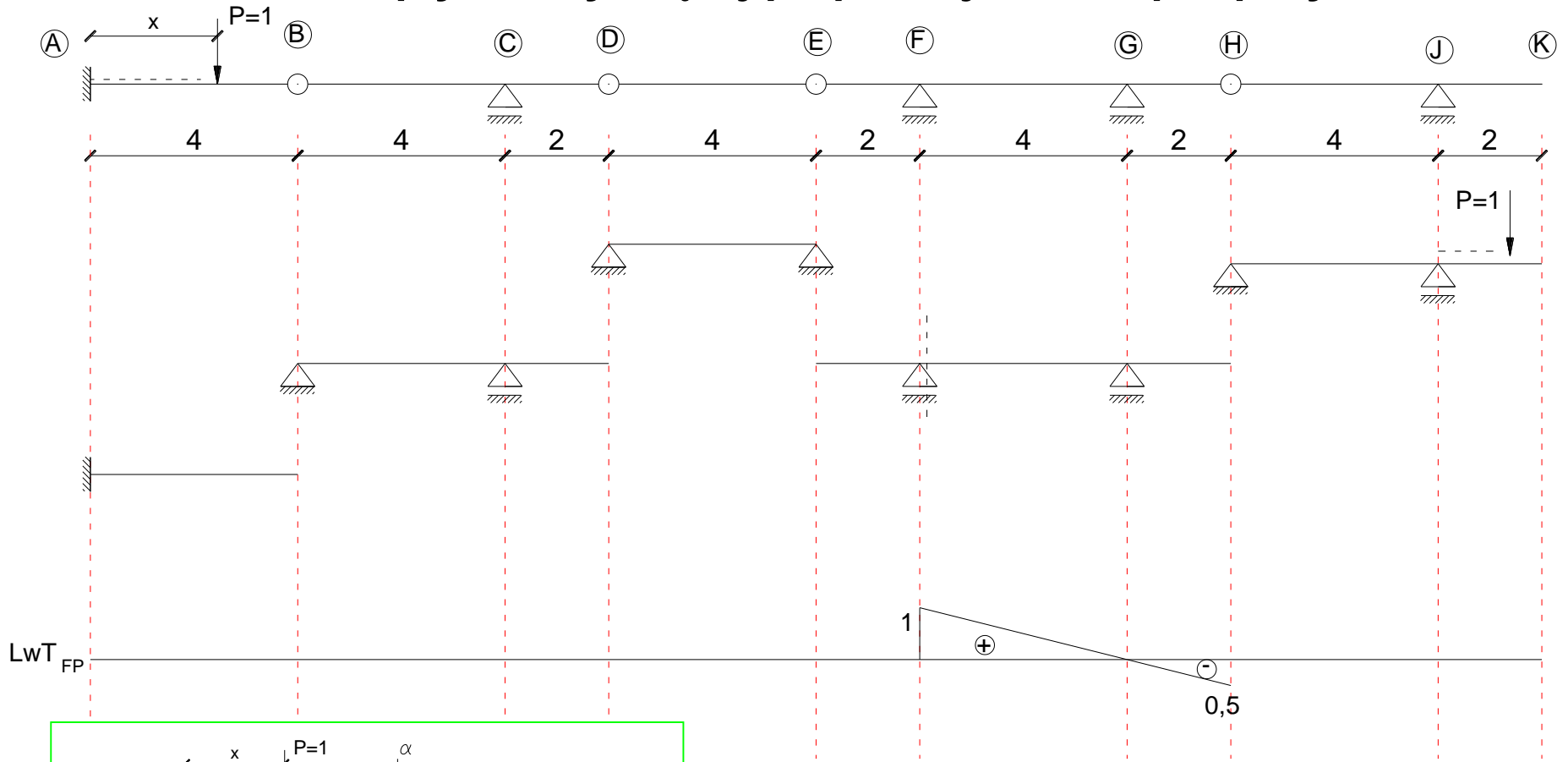
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



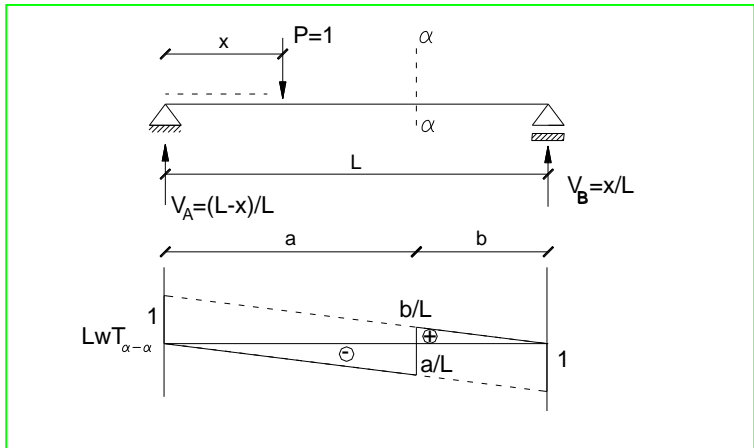
LWT_{FP}



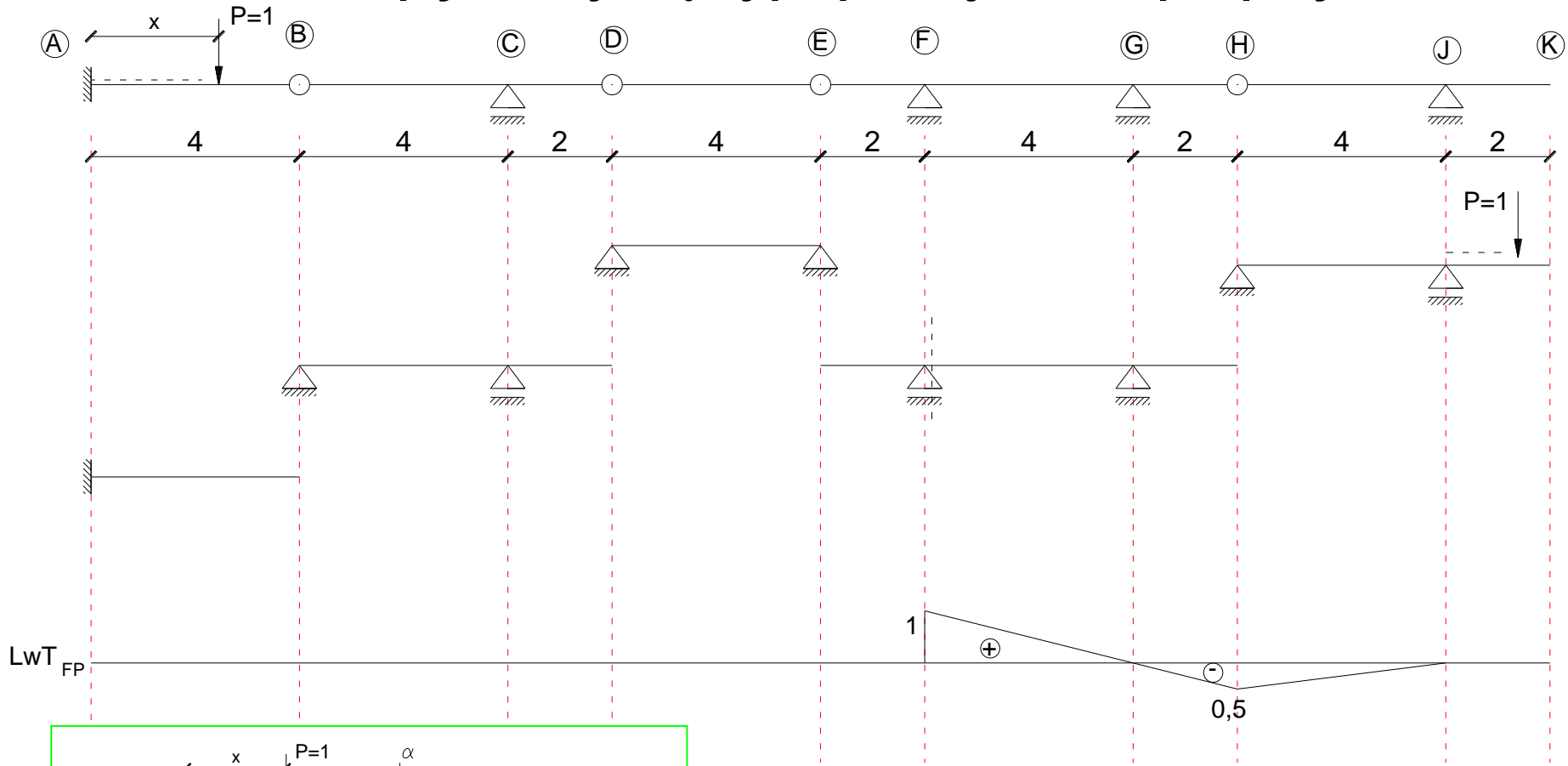
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



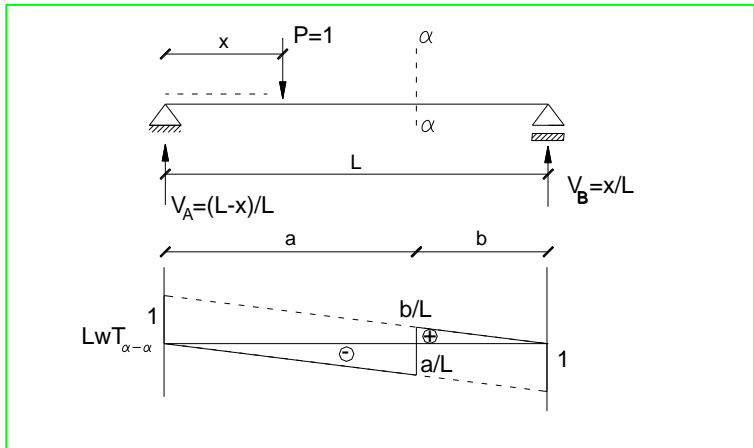
LWT_{FP}



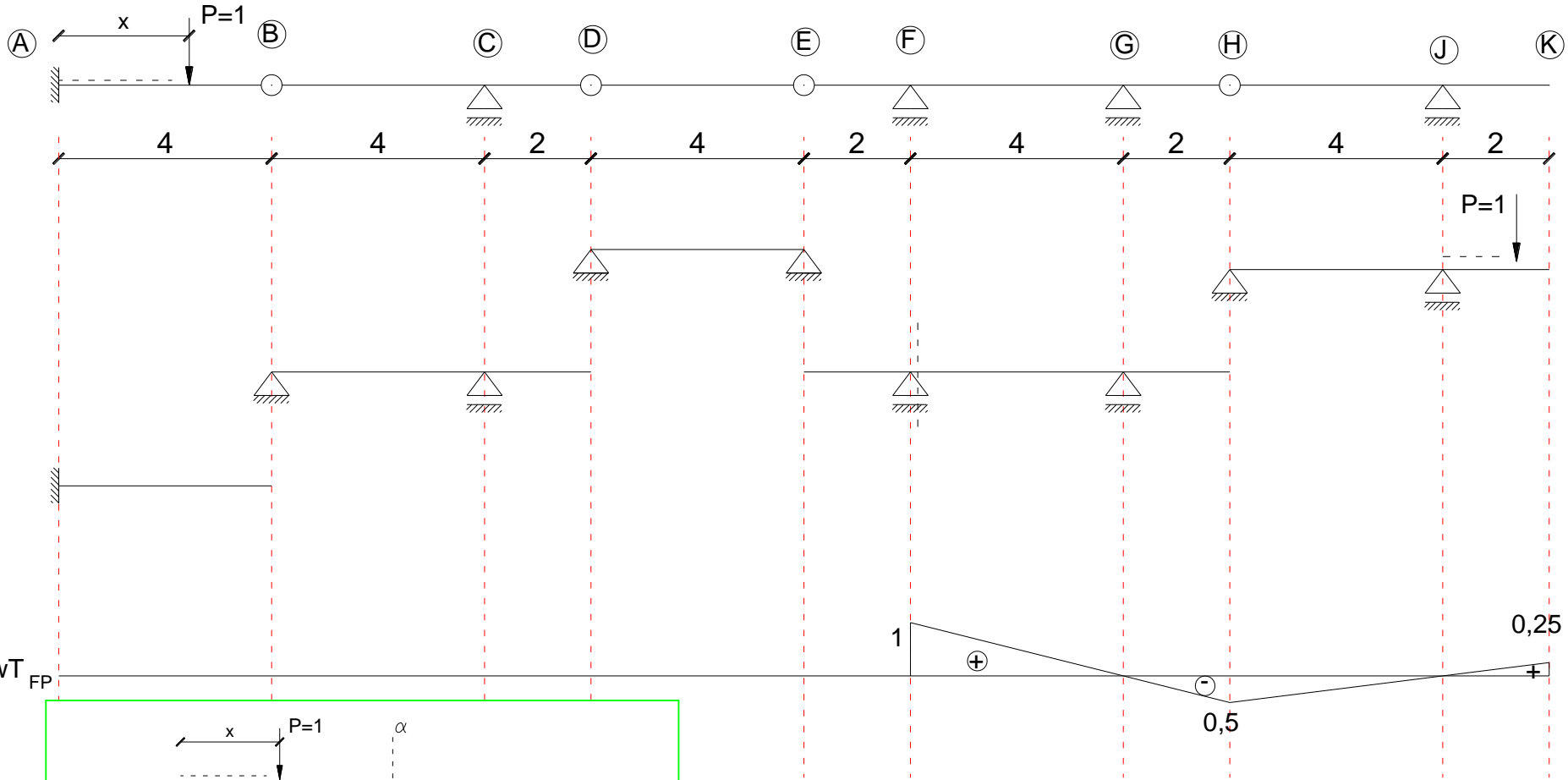
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



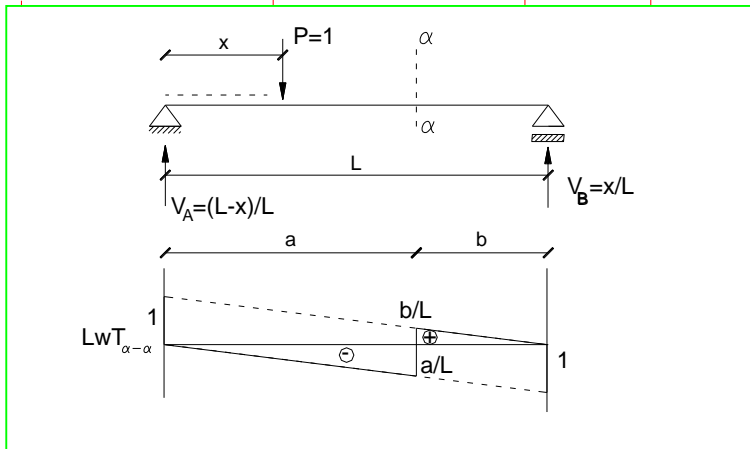
LWT_{FP}



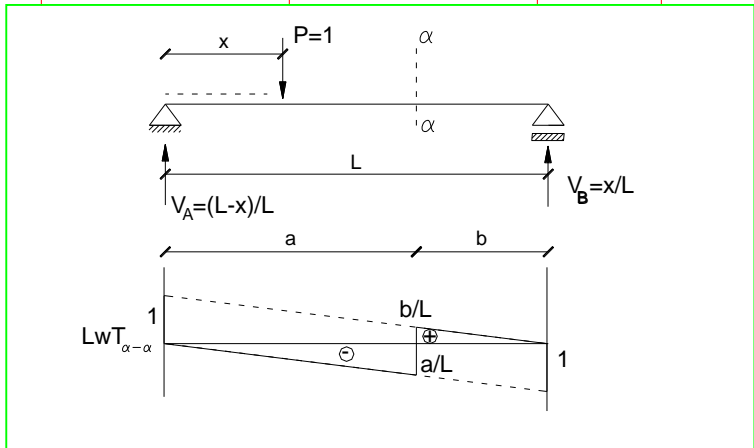
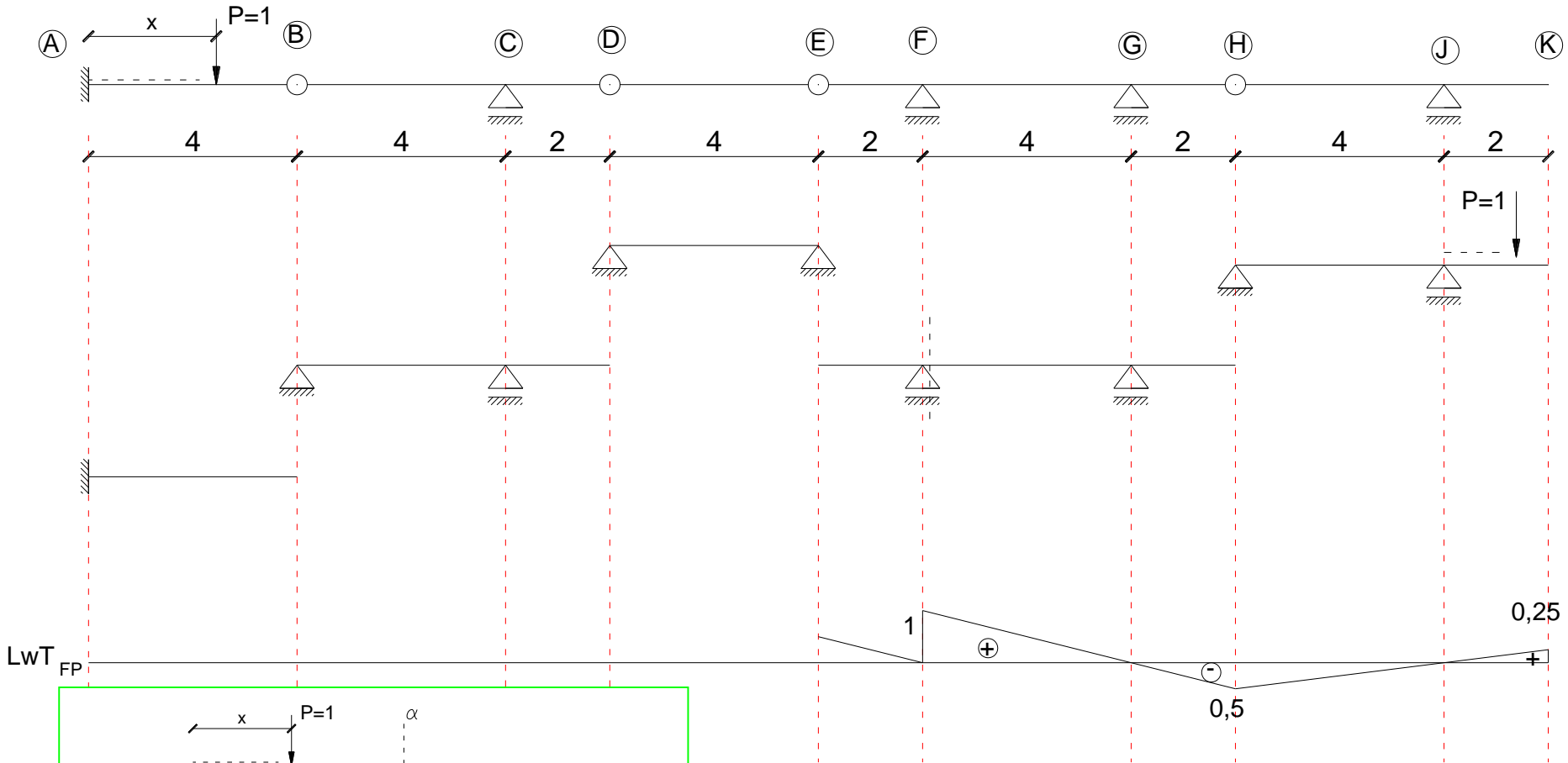
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



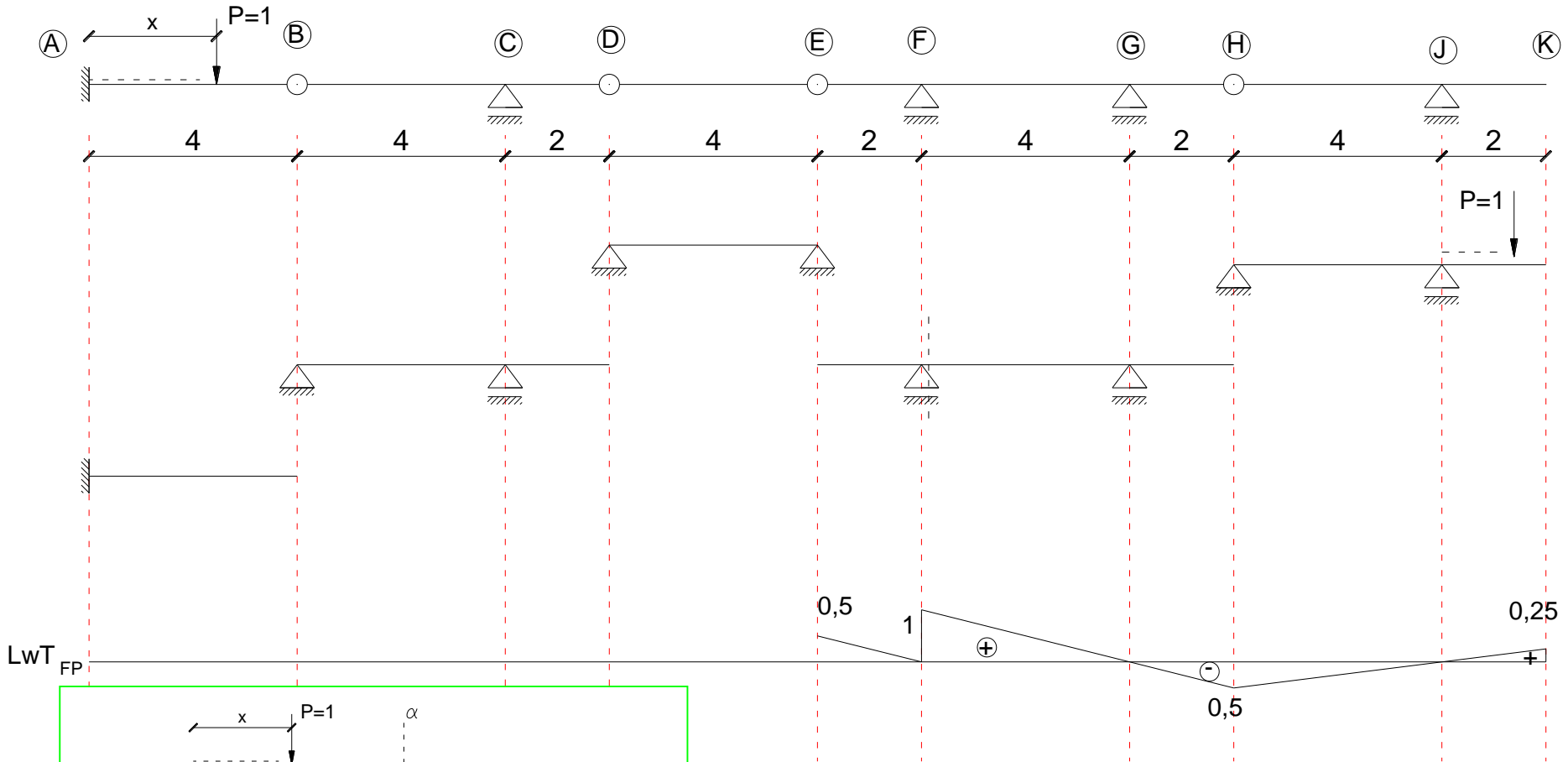
LWT_{FP}



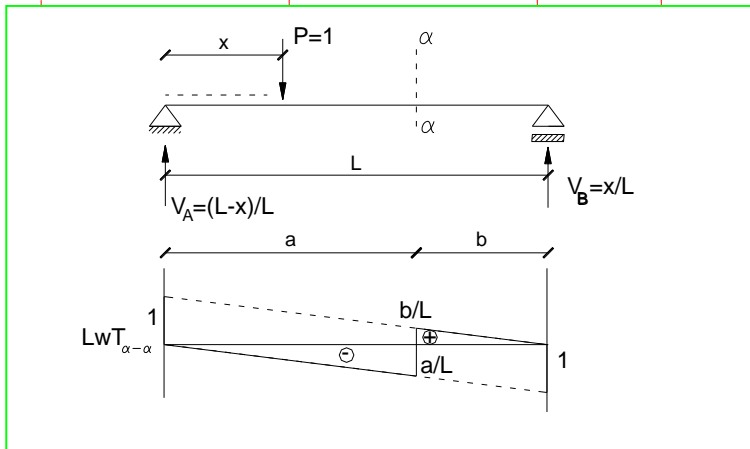
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



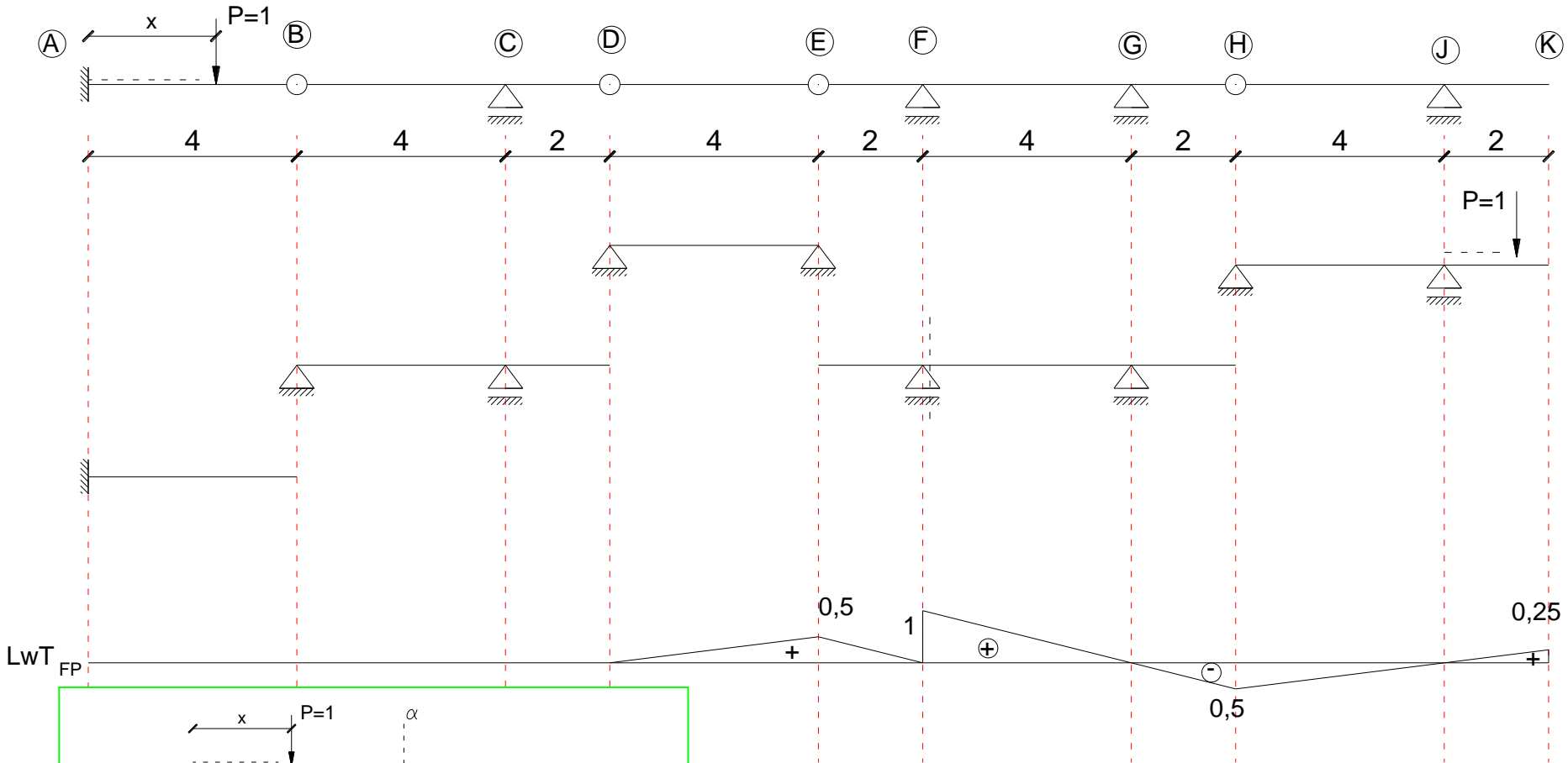
Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



LWT
FP



Linia wpływu siły tnącej po prawej stronie podpory F



LWT_{FP}

