

Budowa linii wpływu reakcji i sił wewnętrznych w belkach ciągłych metodą kinematyczną

Metoda kinematyczna – pozwala szybko wyznaczyć linię wpływu danej wielkości statycznej dla układu statycznie niewyznaczalnego.

Tworzymy szkic linii wpływu danej wielkości statycznej, która przyjmuje przebieg analogiczny do odkształcenia belki od jednostkowego przemieszczenia zadanego na kierunku działania danej wielkości.

Budując linię wpływu siły tnącej lub reakcji w postaci siły skupionej dokonujemy przesunięcia liniowego wzdłuż kierunku działania siły.

Budując linię wpływu momentu wymuszamy obrót o jednostkowy kąt (o kąty, których suma tangensów jest równa jeden).

Tok postępowania przy wyznaczaniu linii wpływu metodą kinematyczną:

- dla danej belki ciągłej odrzucamy więz w miejscu występowania danej wielkości statycznej, której linii wpływu sporządzamy.
- wymuszamy jednostkowe przemieszczenie (obrót lub przesunięcie) wzdłuż kierunku działania danej wielkości statycznej.
- rysujemy odkształcenie układu, które tworzy szkic linii wpływu.
- rzędne linii ugięcia odpowiadające wartościom sił od jednostkowego obciążenia będą rzędnymi szukanej linii wpływu.

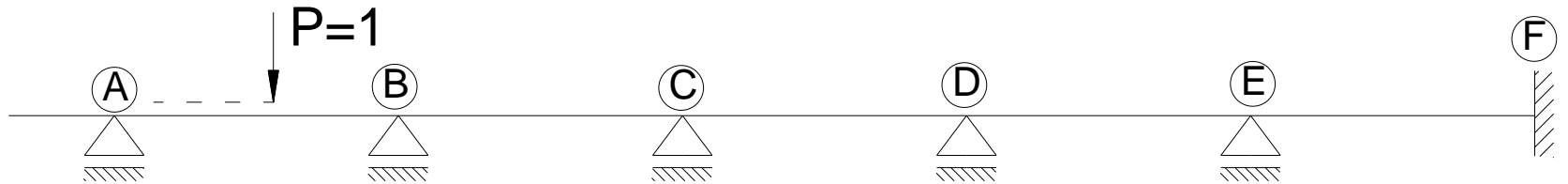
Zalety metody:

- łatwość szkicowania przebiegu linii wpływu bez konieczności obliczania rzędnych, co pozwala określić maksymalną i minimalną wartość danej wielkości od obciążeń zewnętrznych.

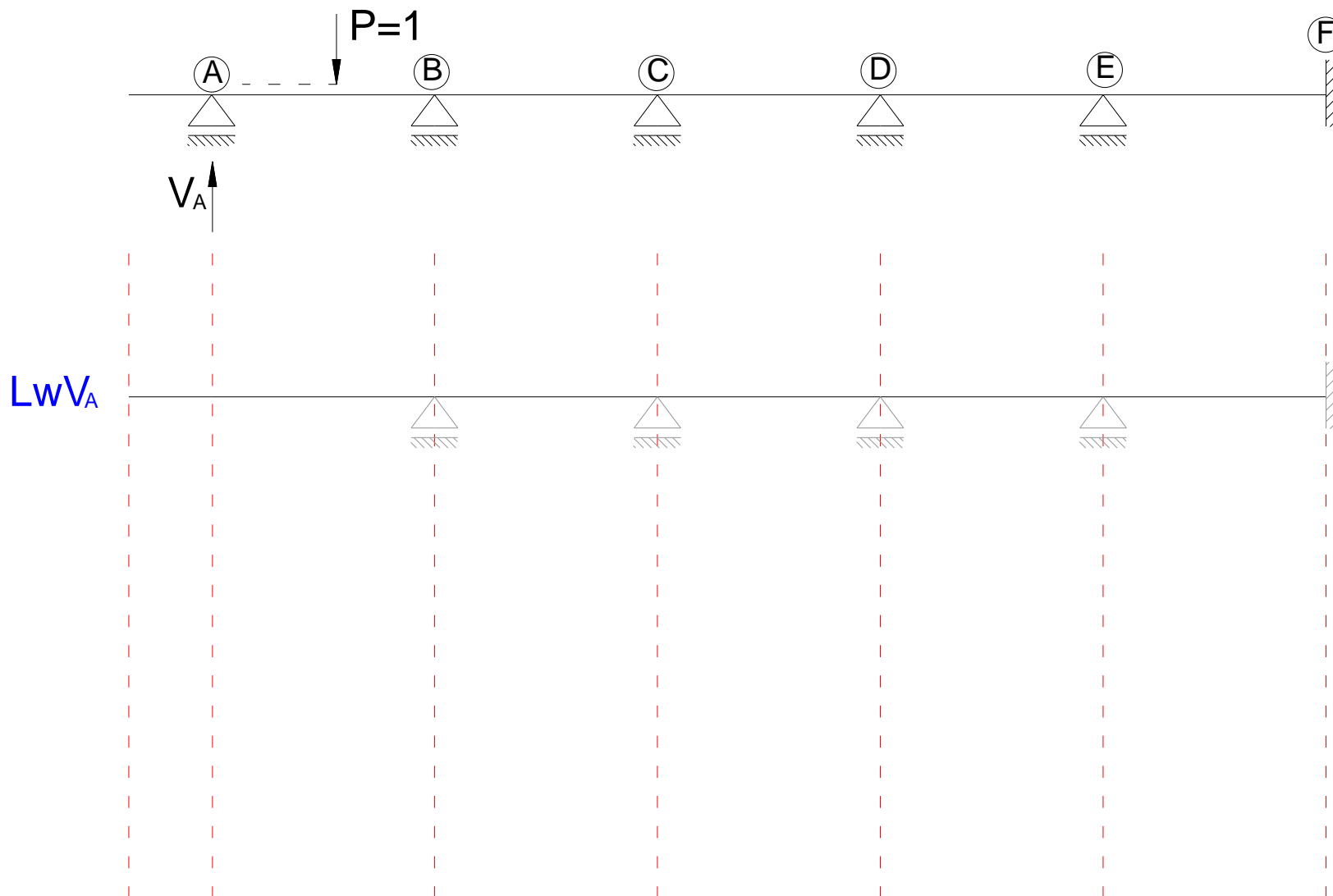
Liczenie rzędnych linii wpływu:

- rozwiązujemy belkę ciągłą metodą sił lub metodą przemieszczeń od obciążenia w postaci jednostkowej siły skupionej w miejscu szukanej rzędnej.

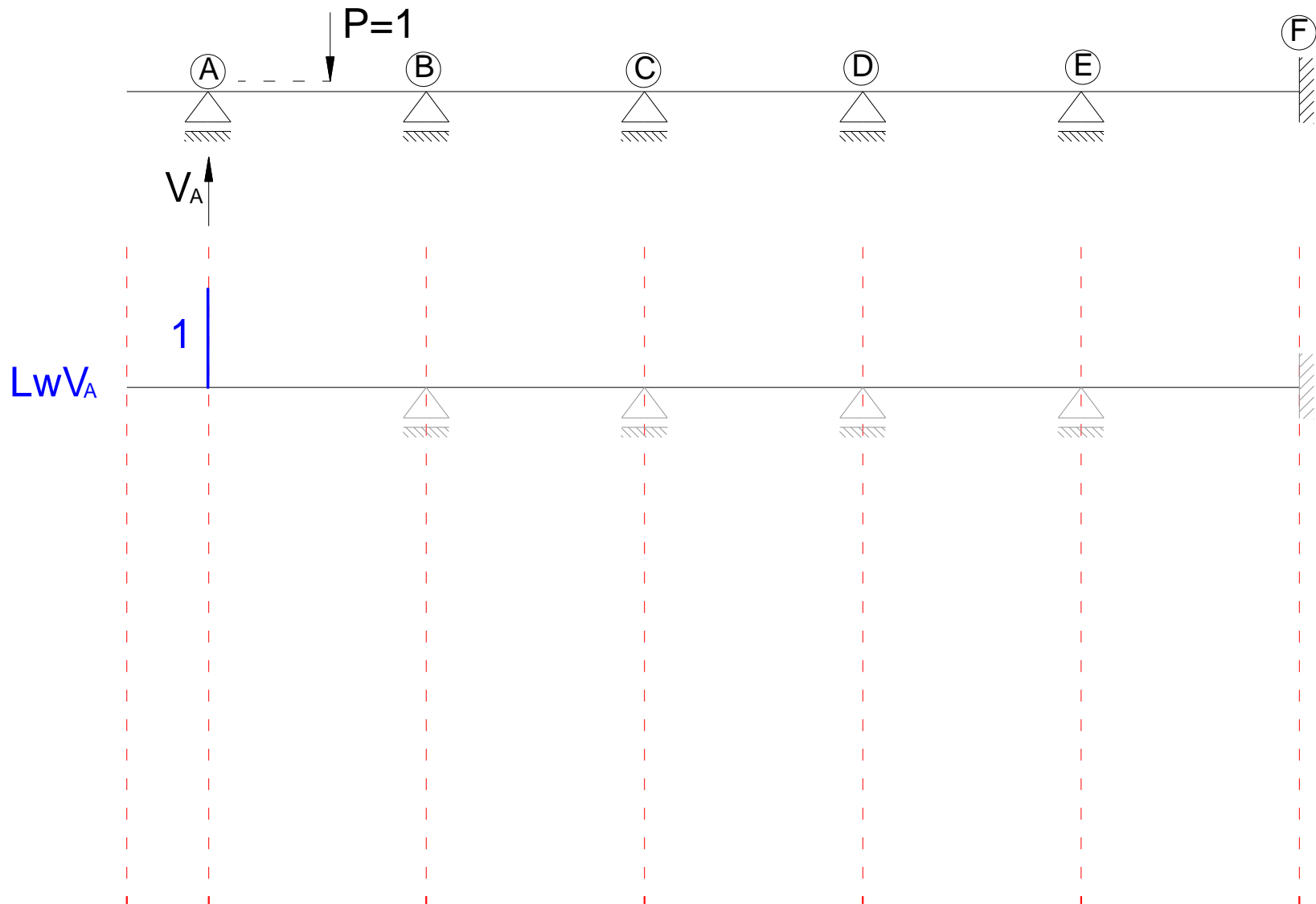
Zadanie 1. Naskicuj linie wpływu wybranych wielkości metodą kinematyczną.



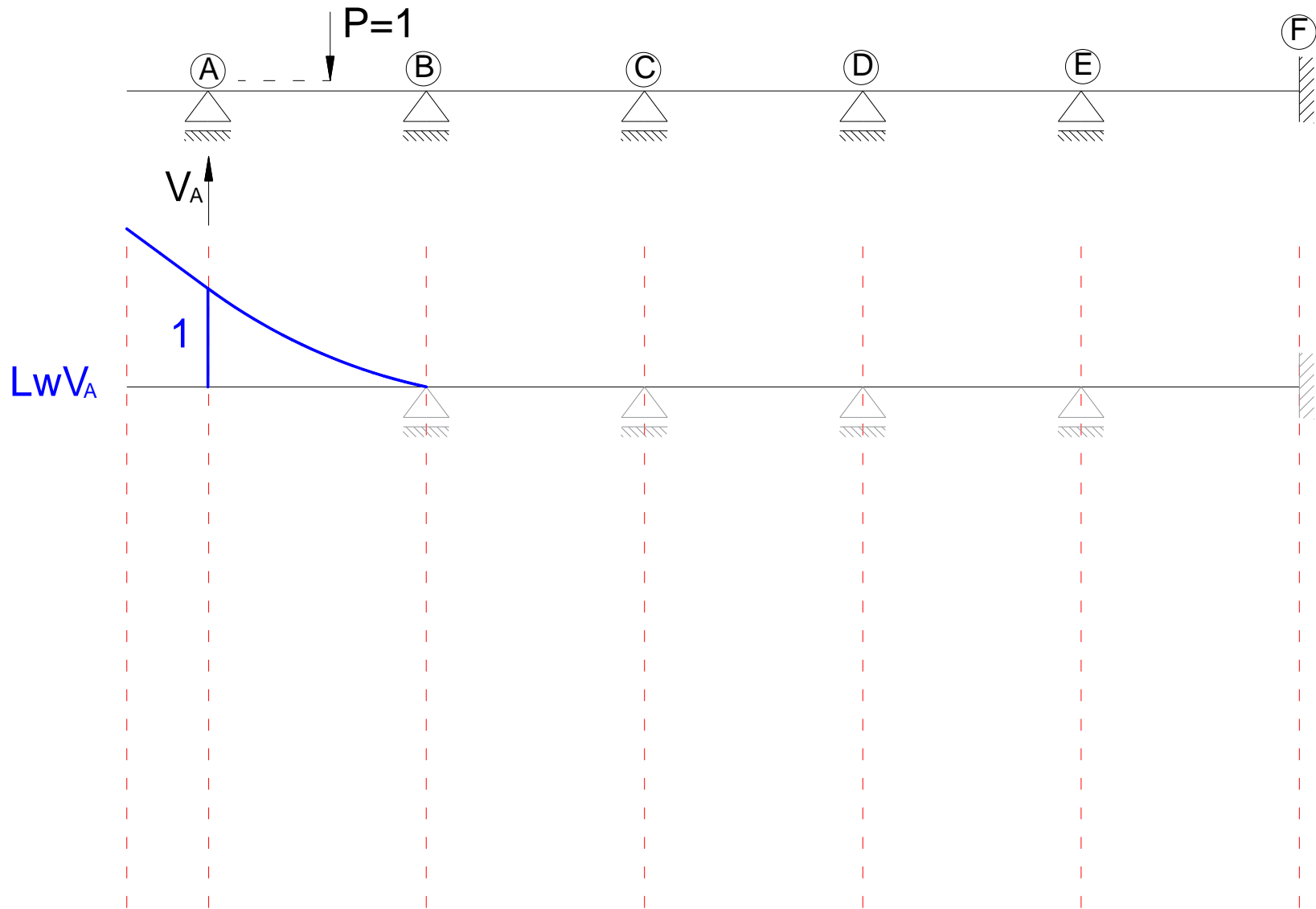
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



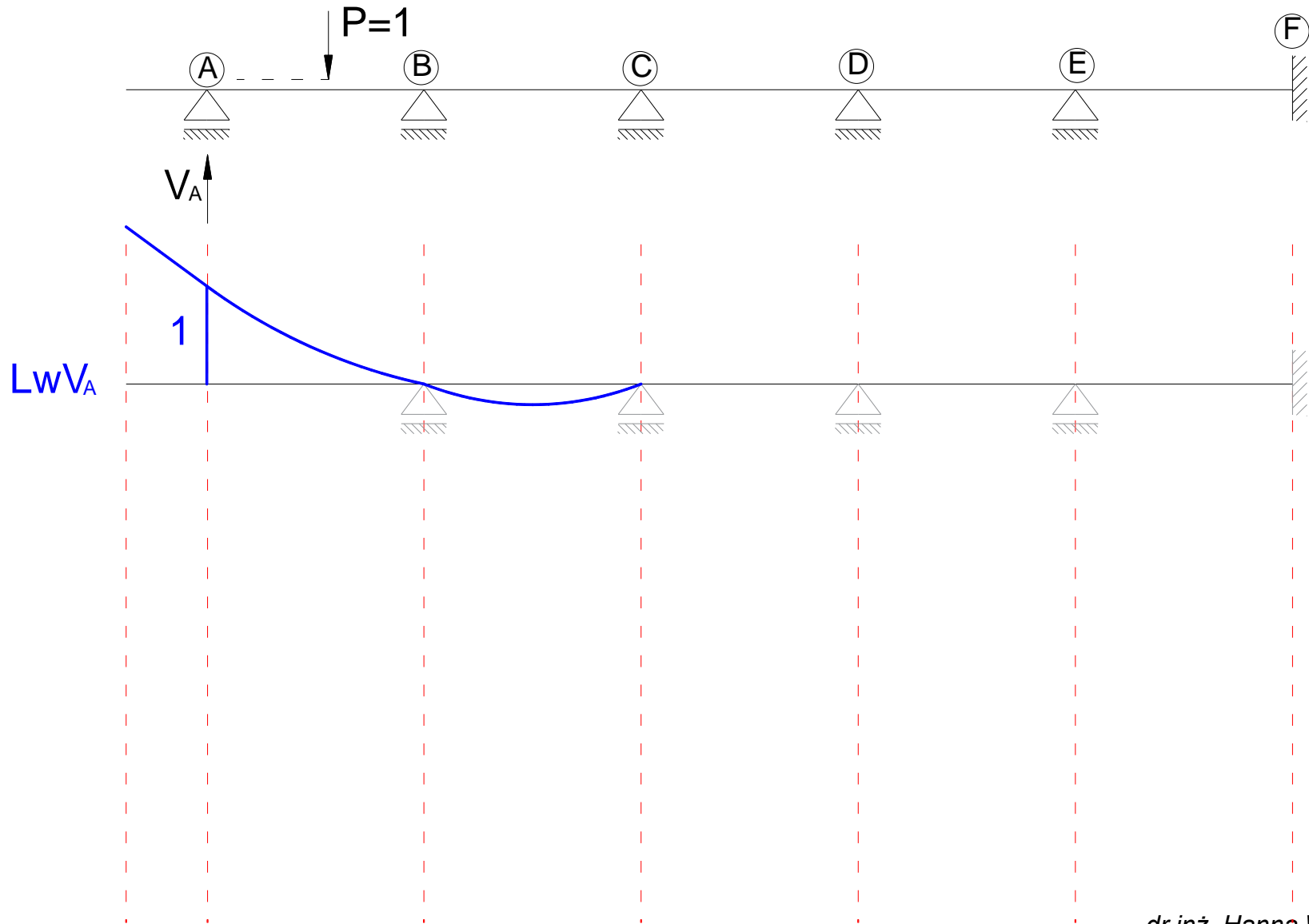
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



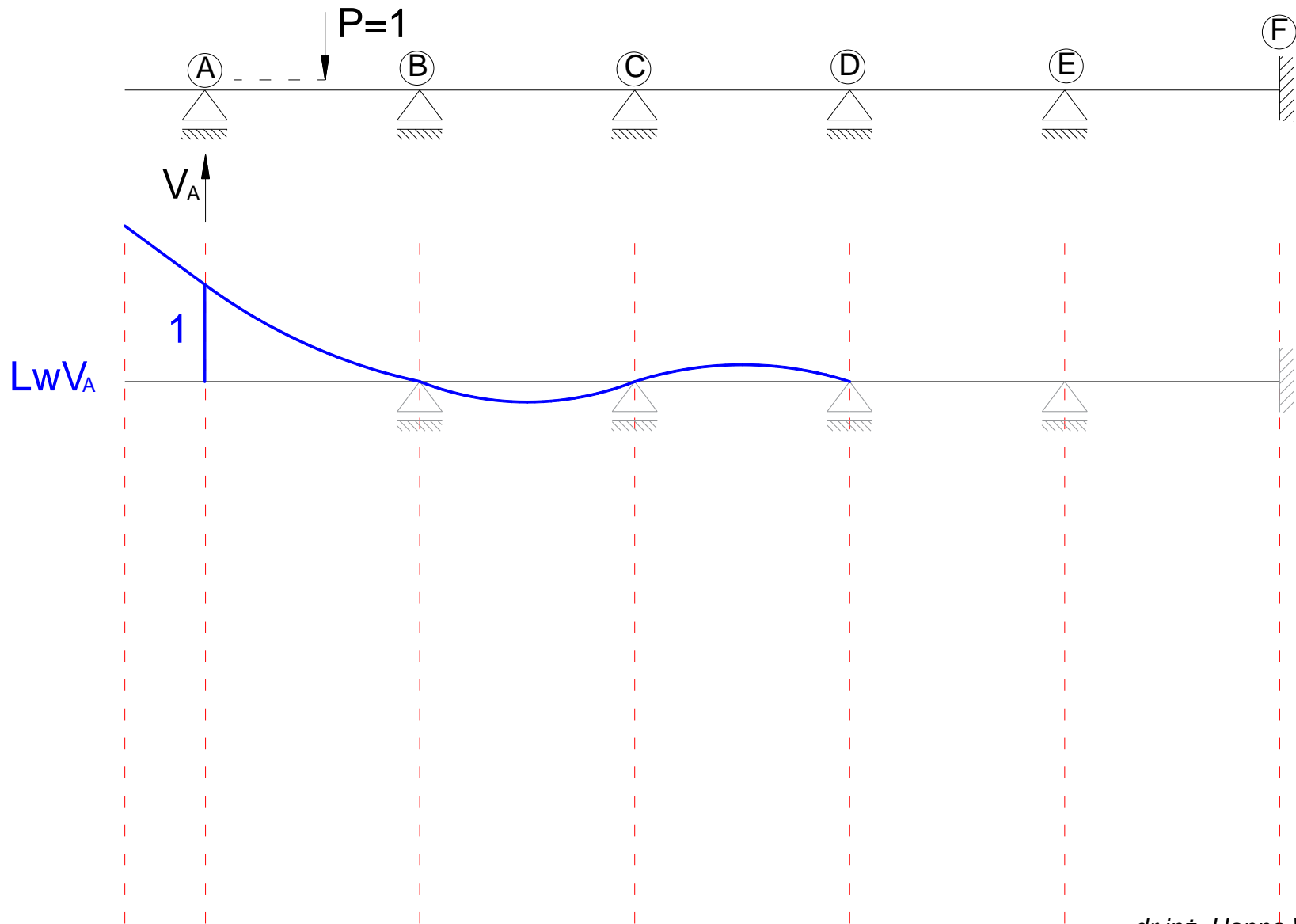
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



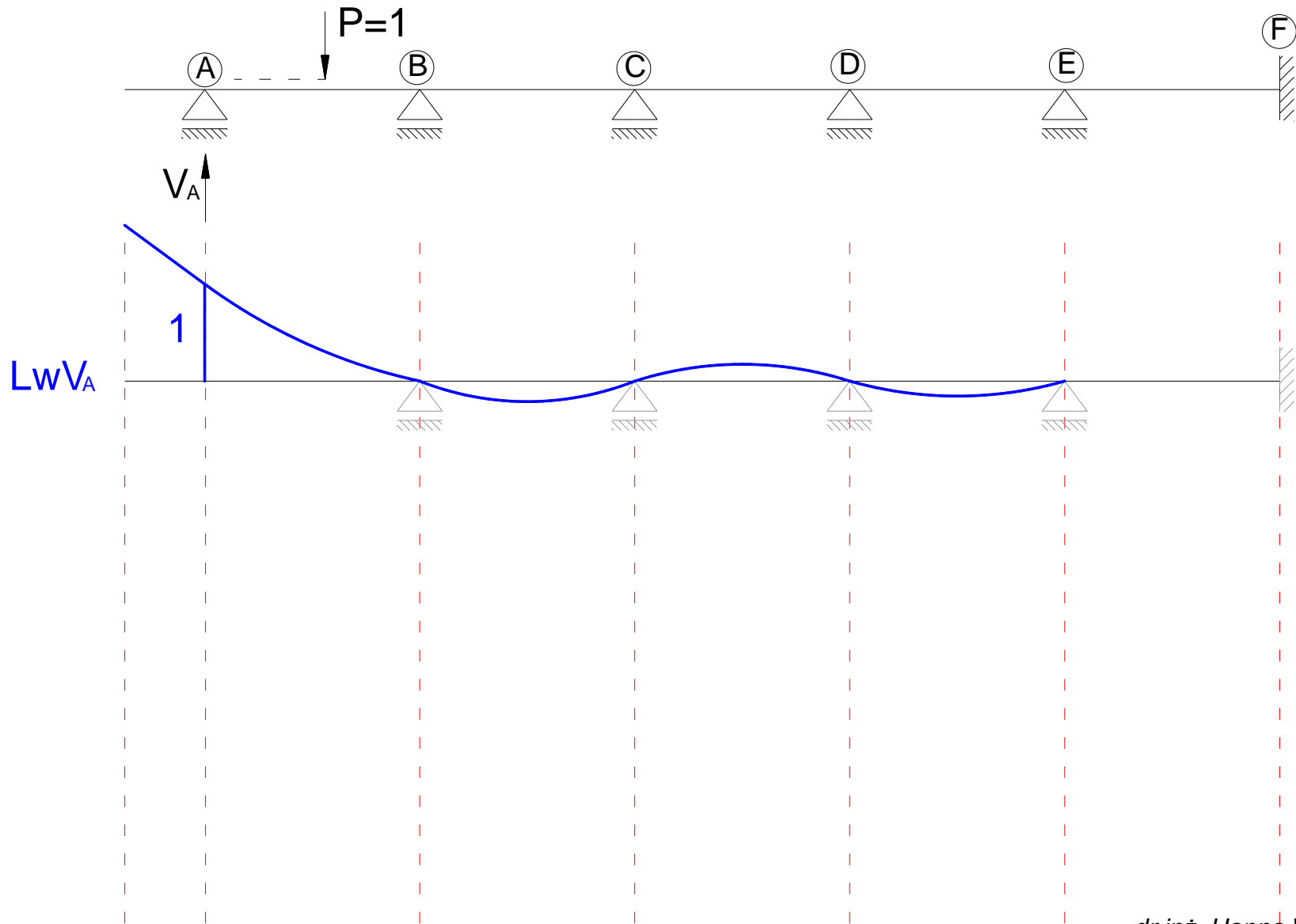
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



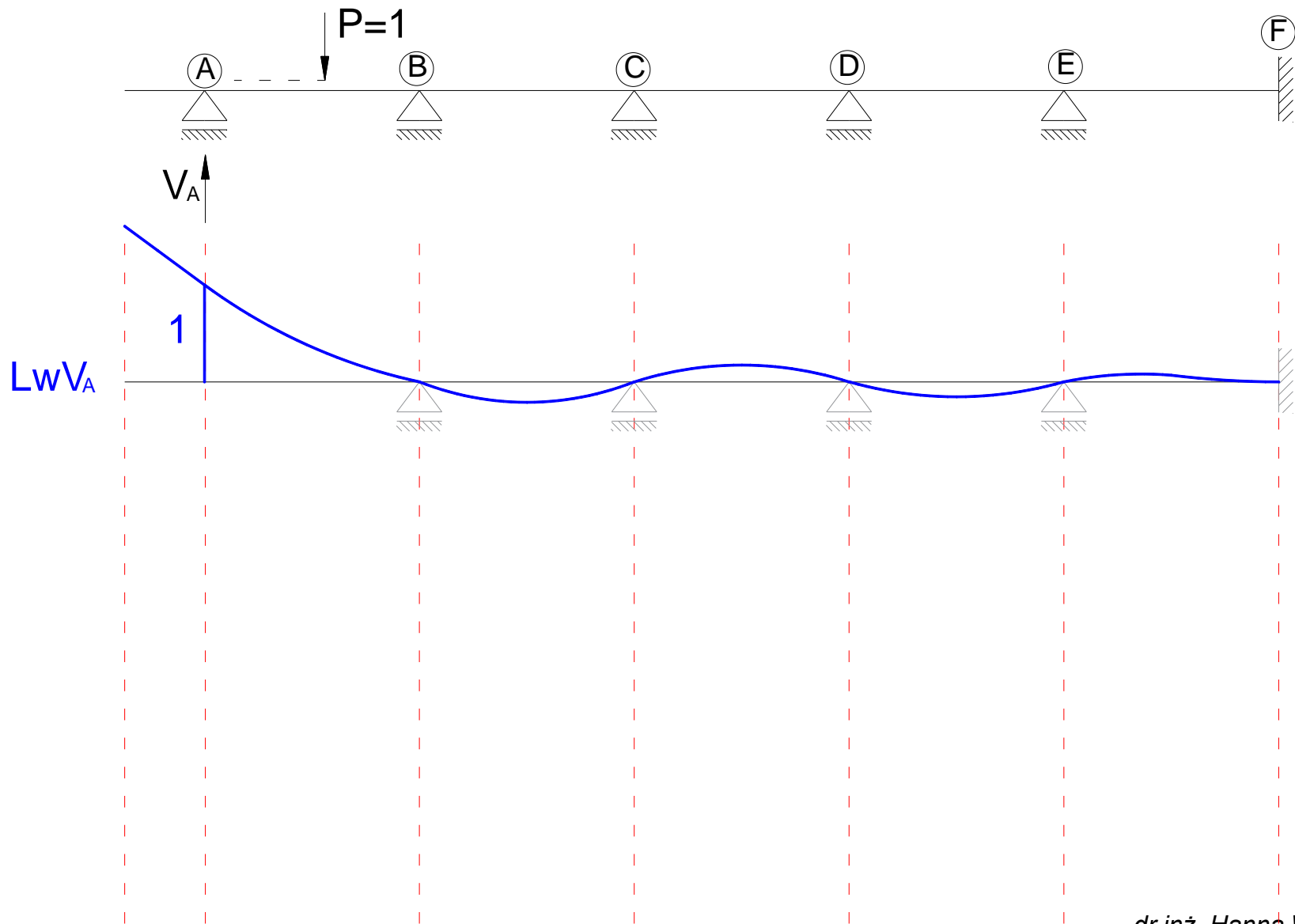
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



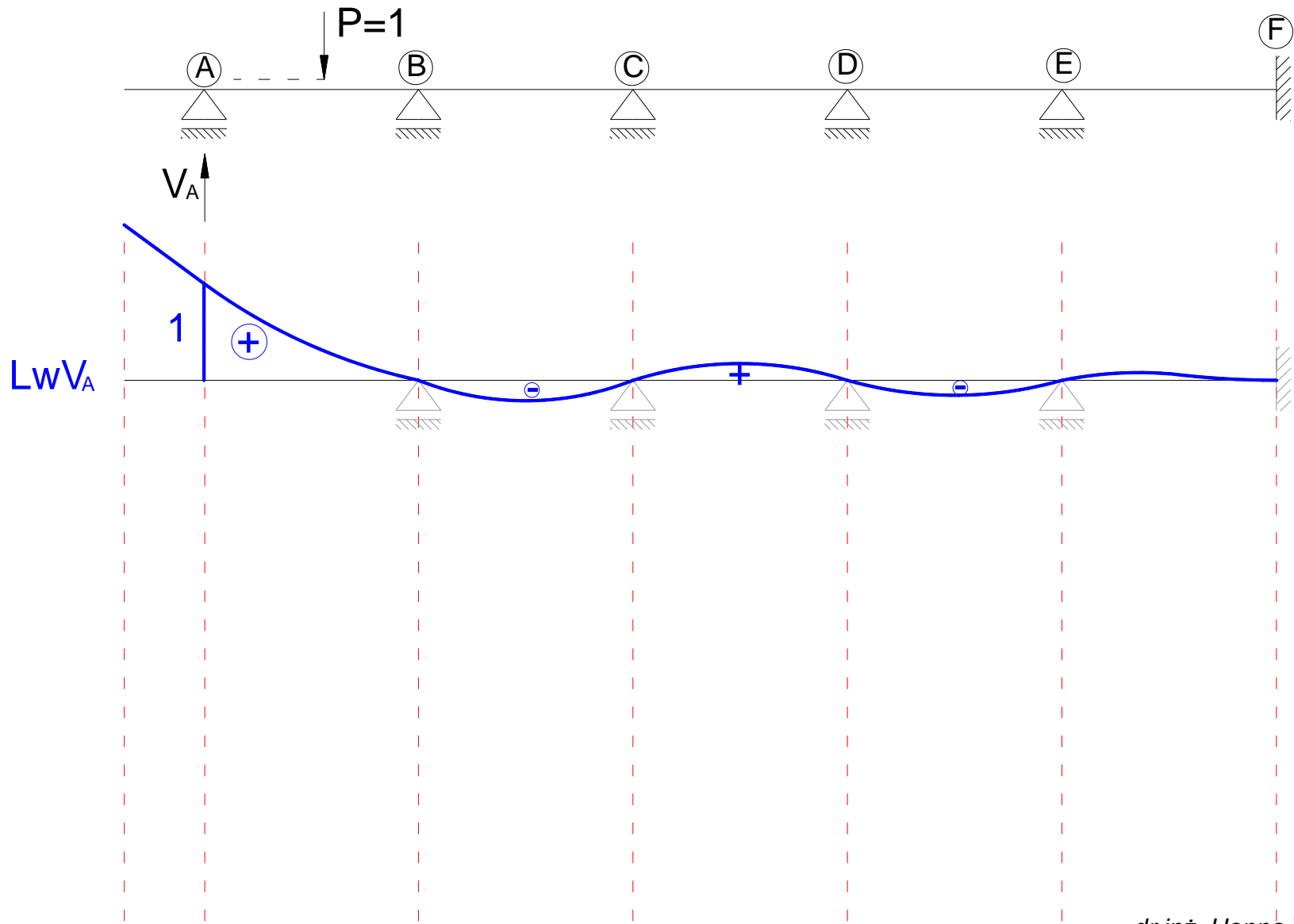
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



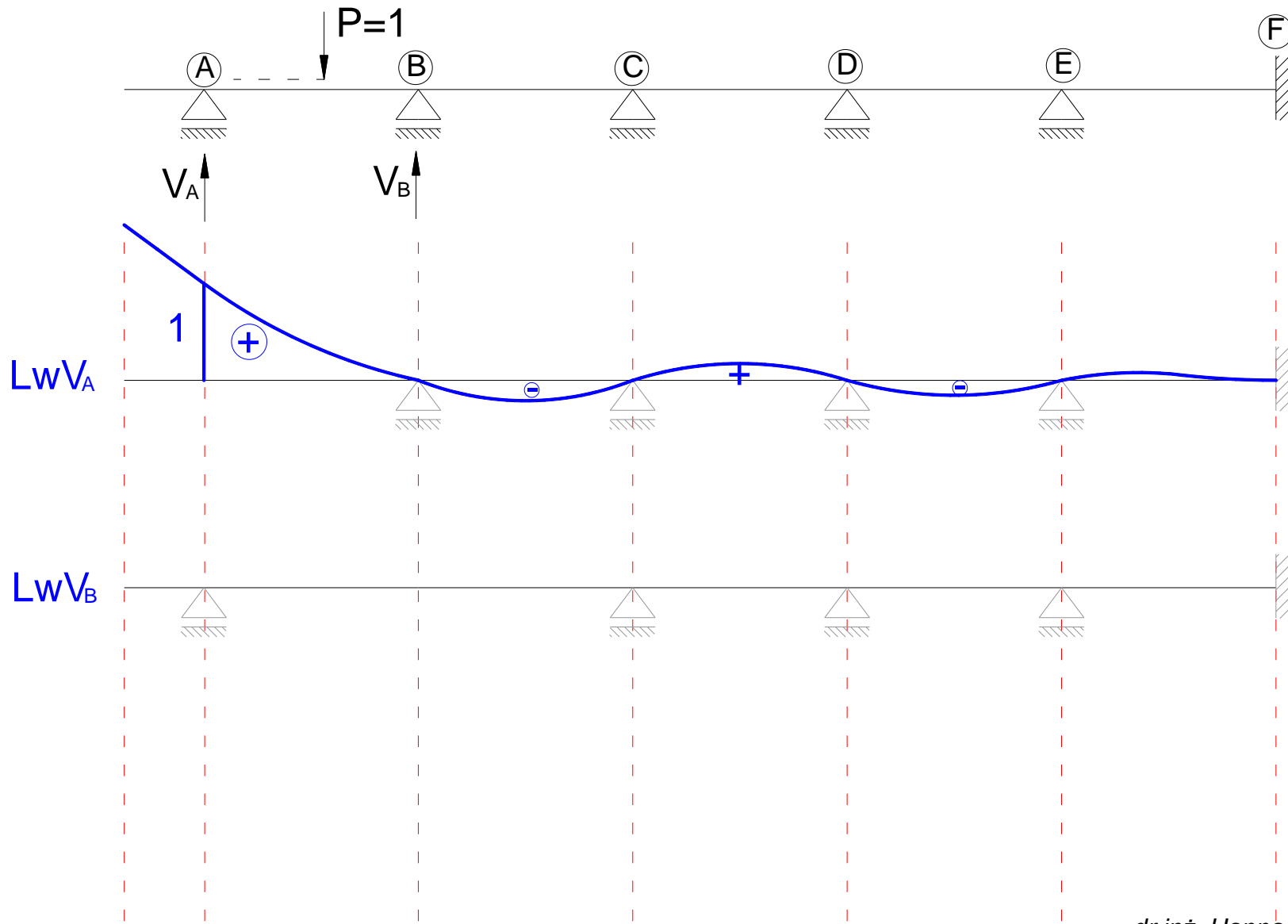
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



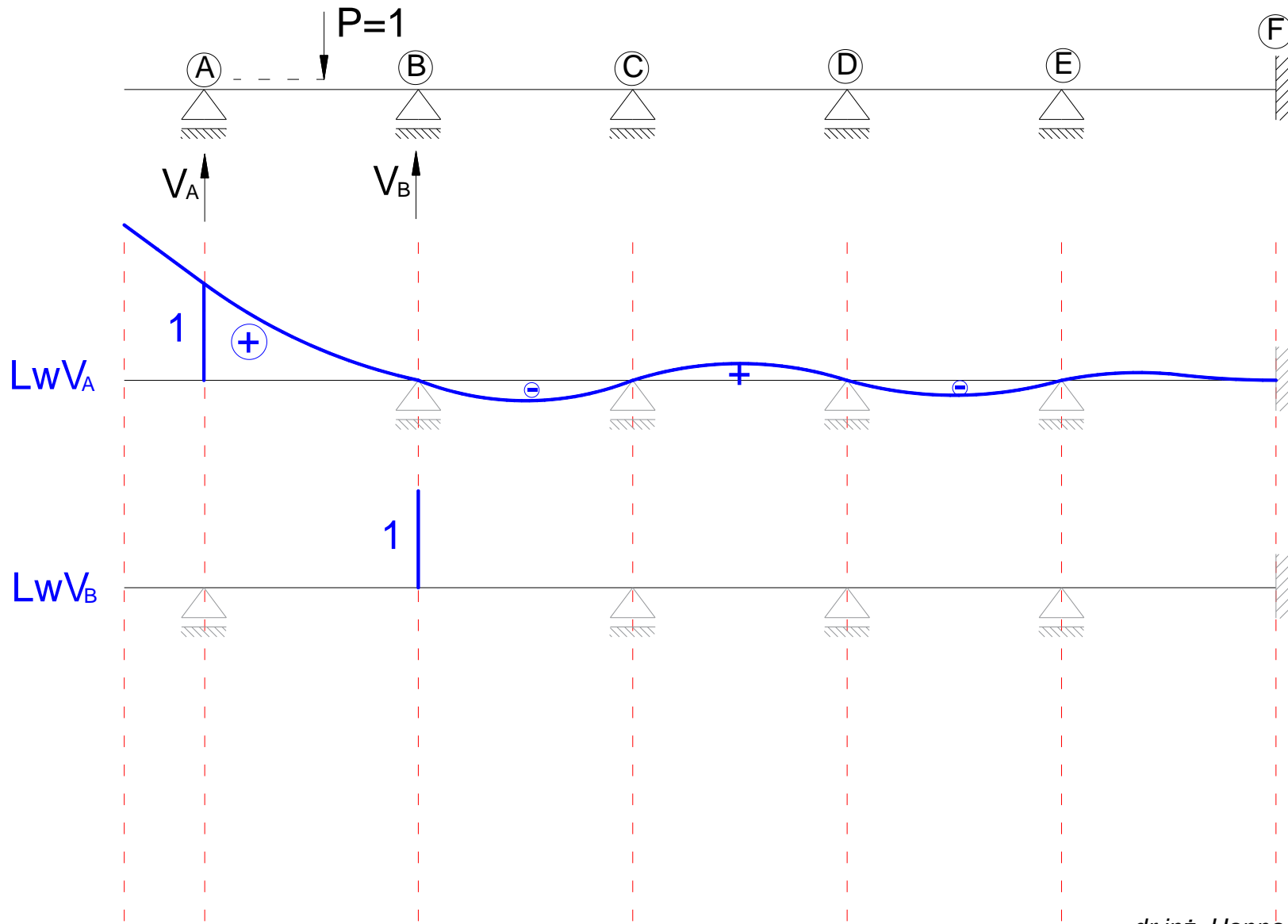
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



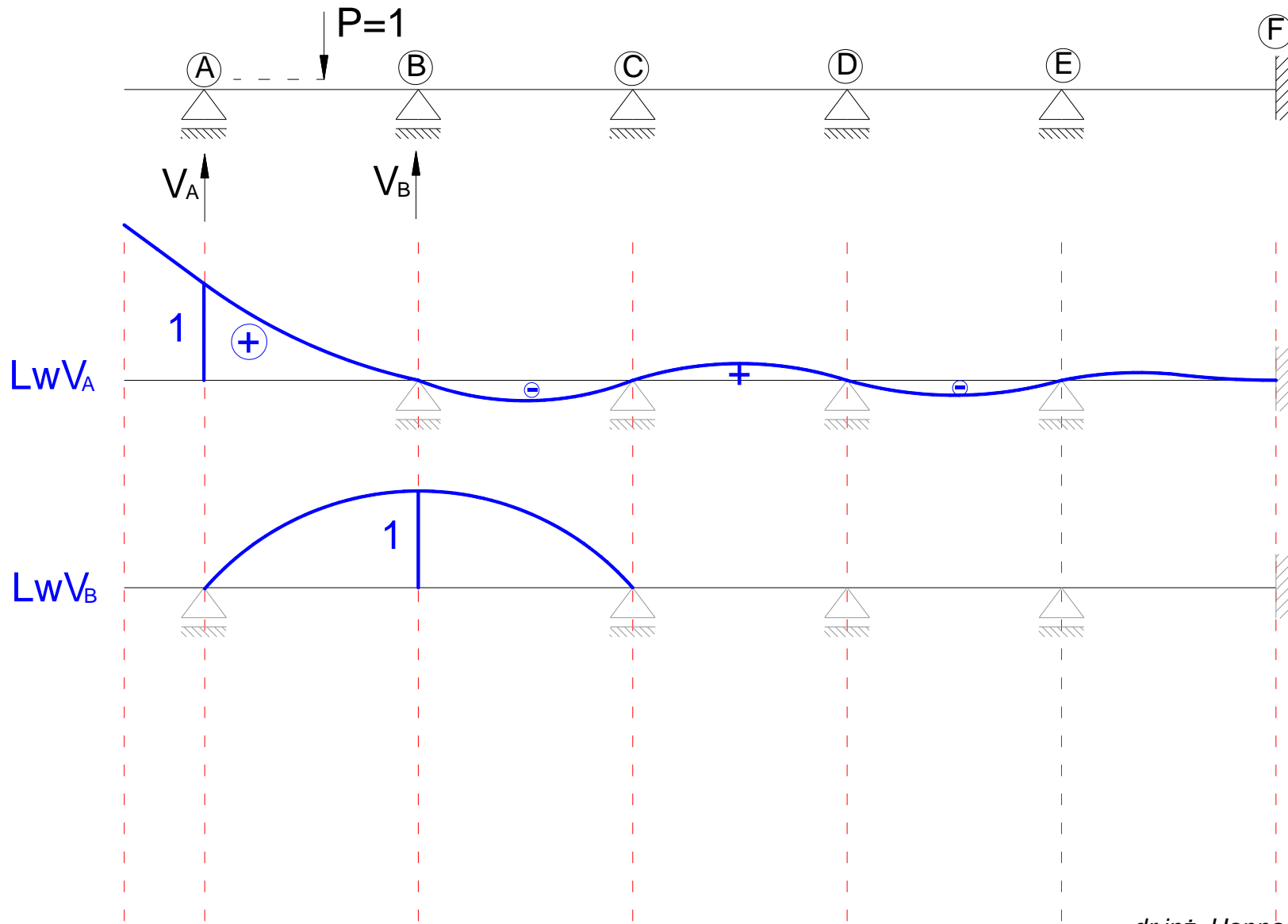
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



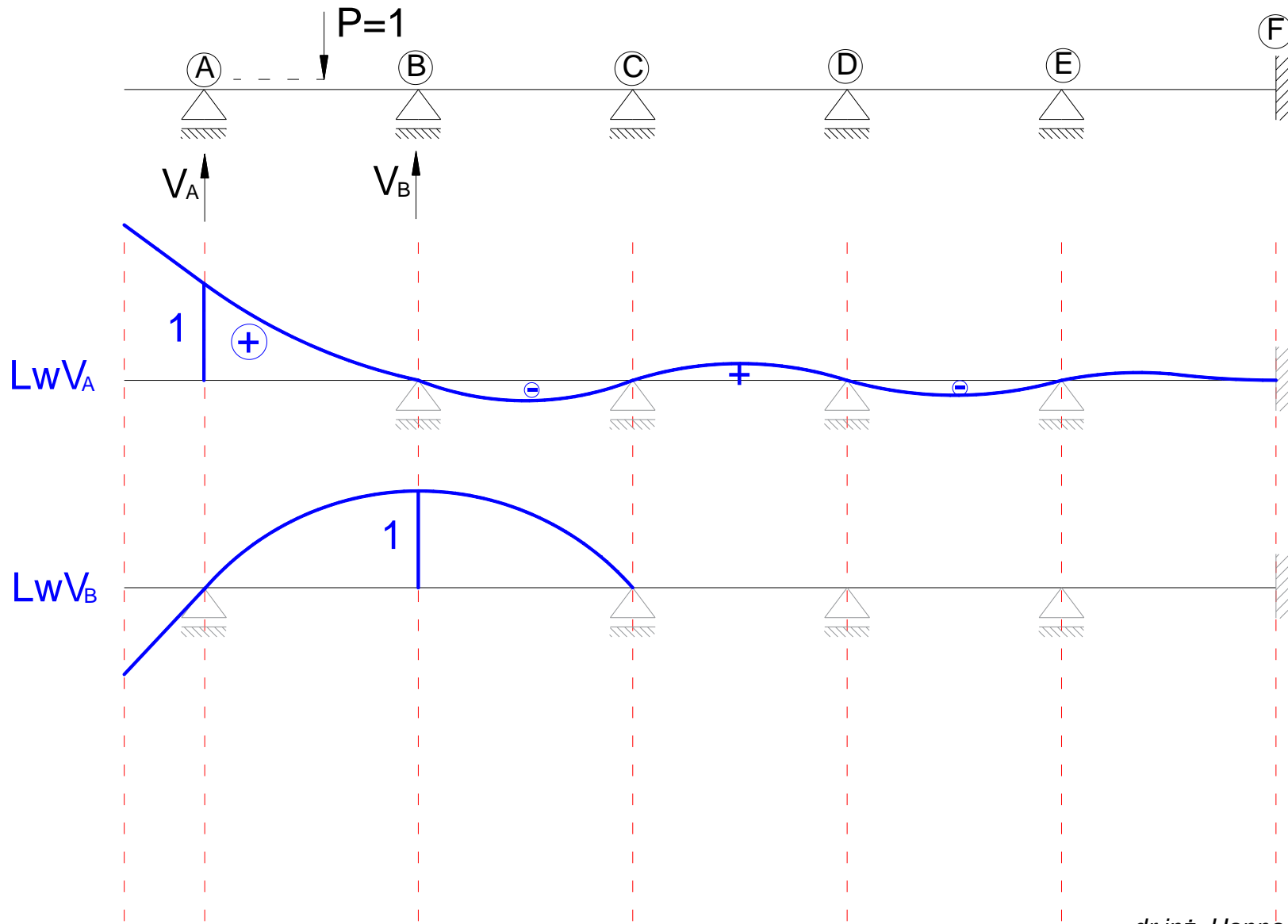
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



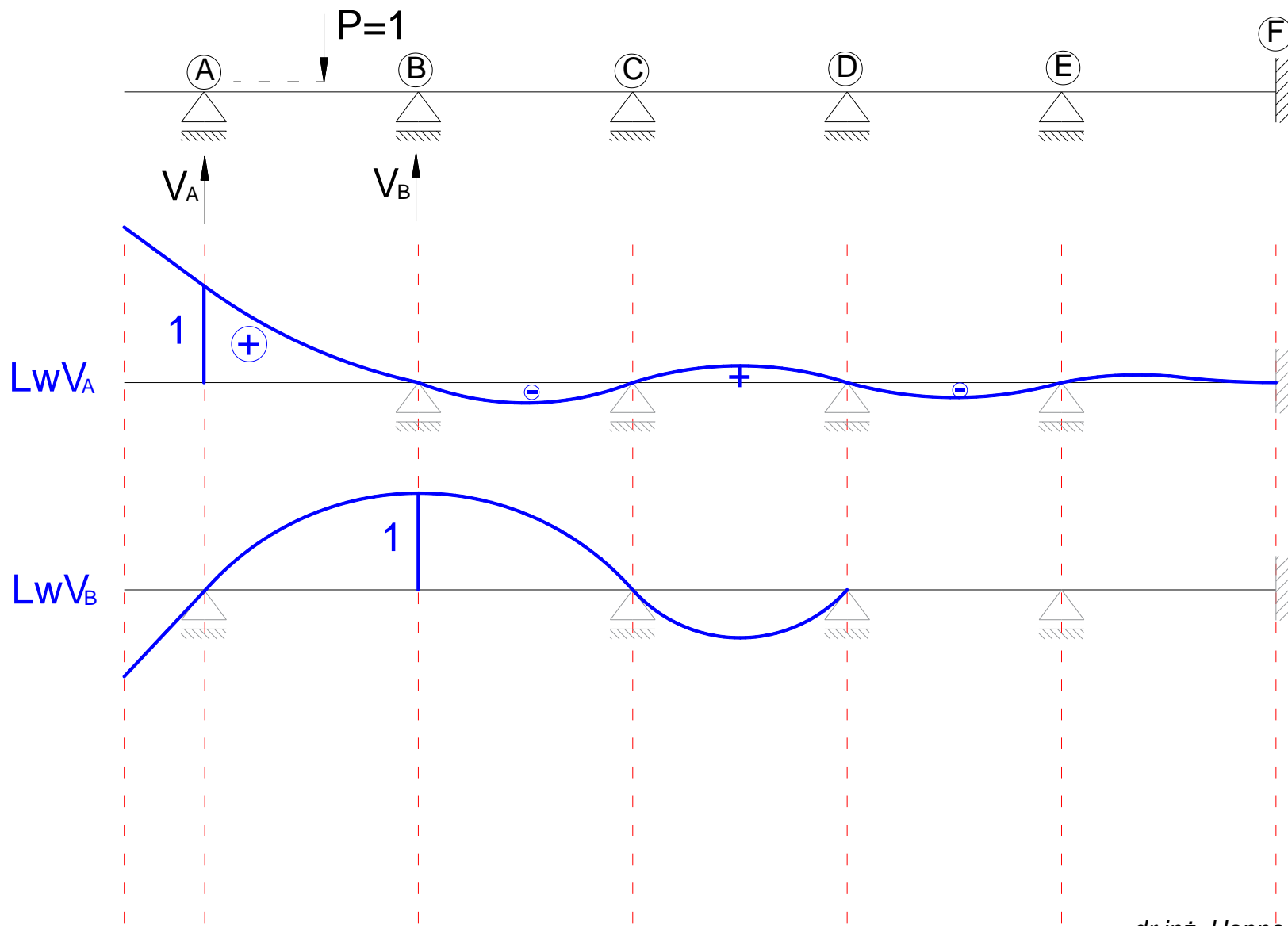
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



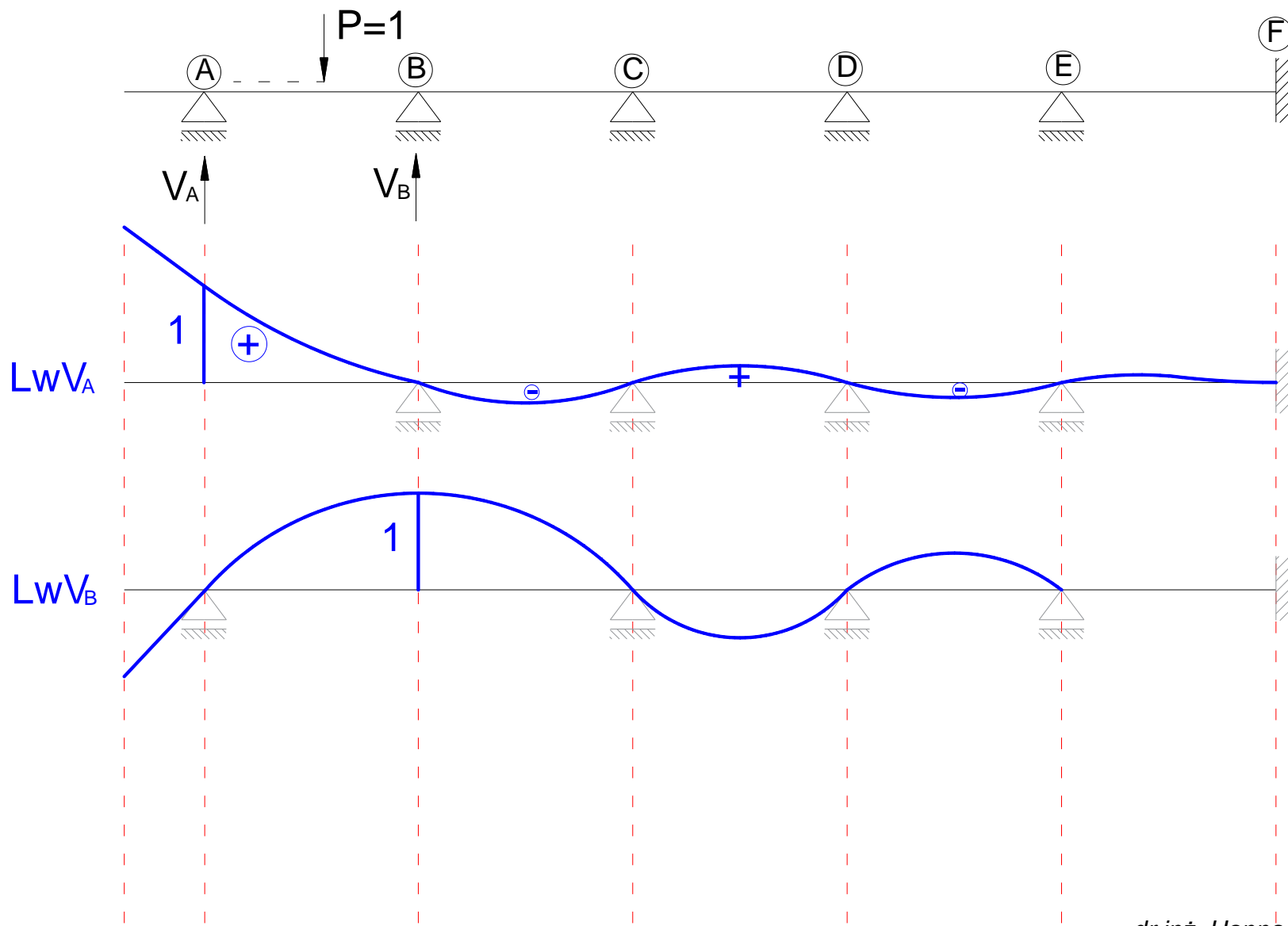
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



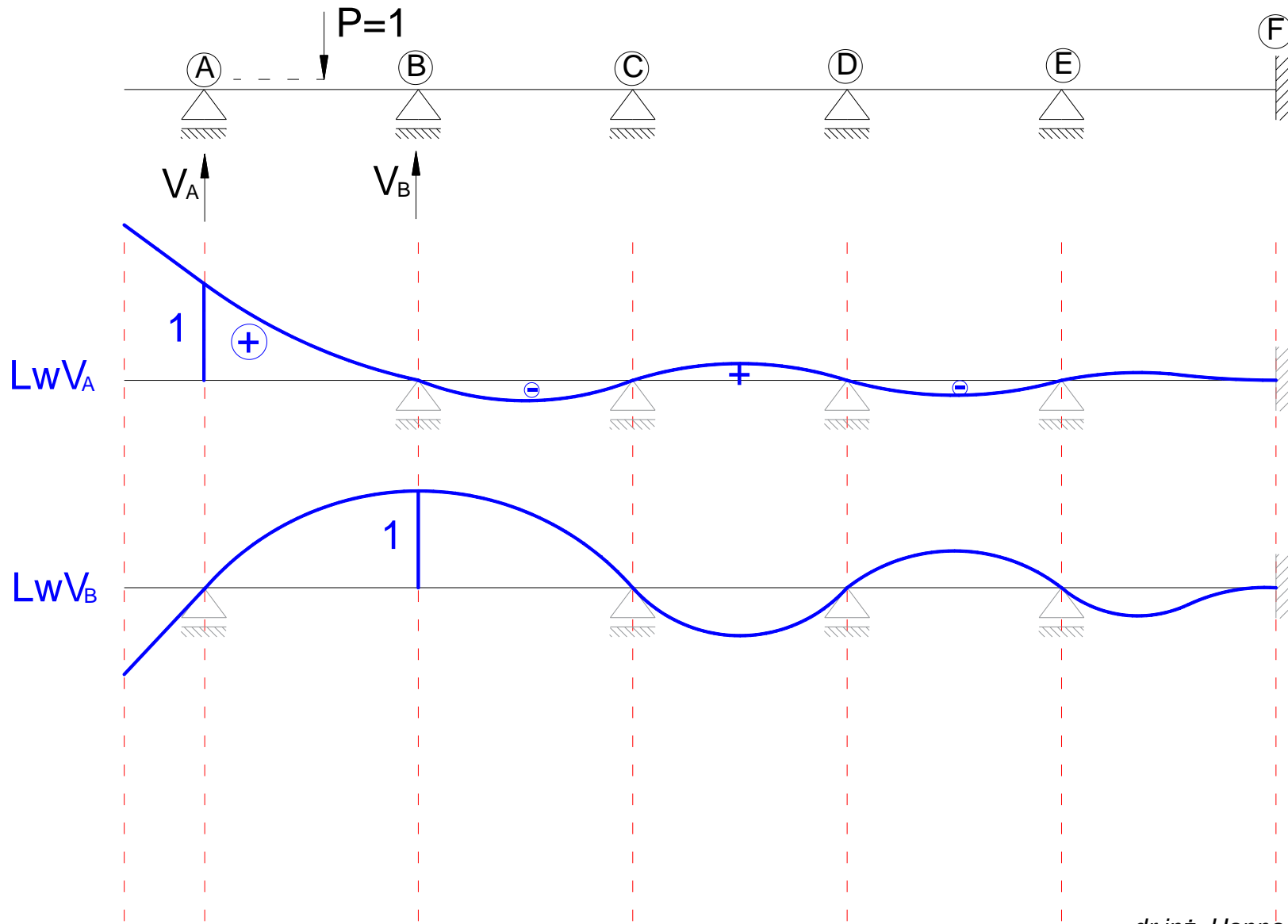
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



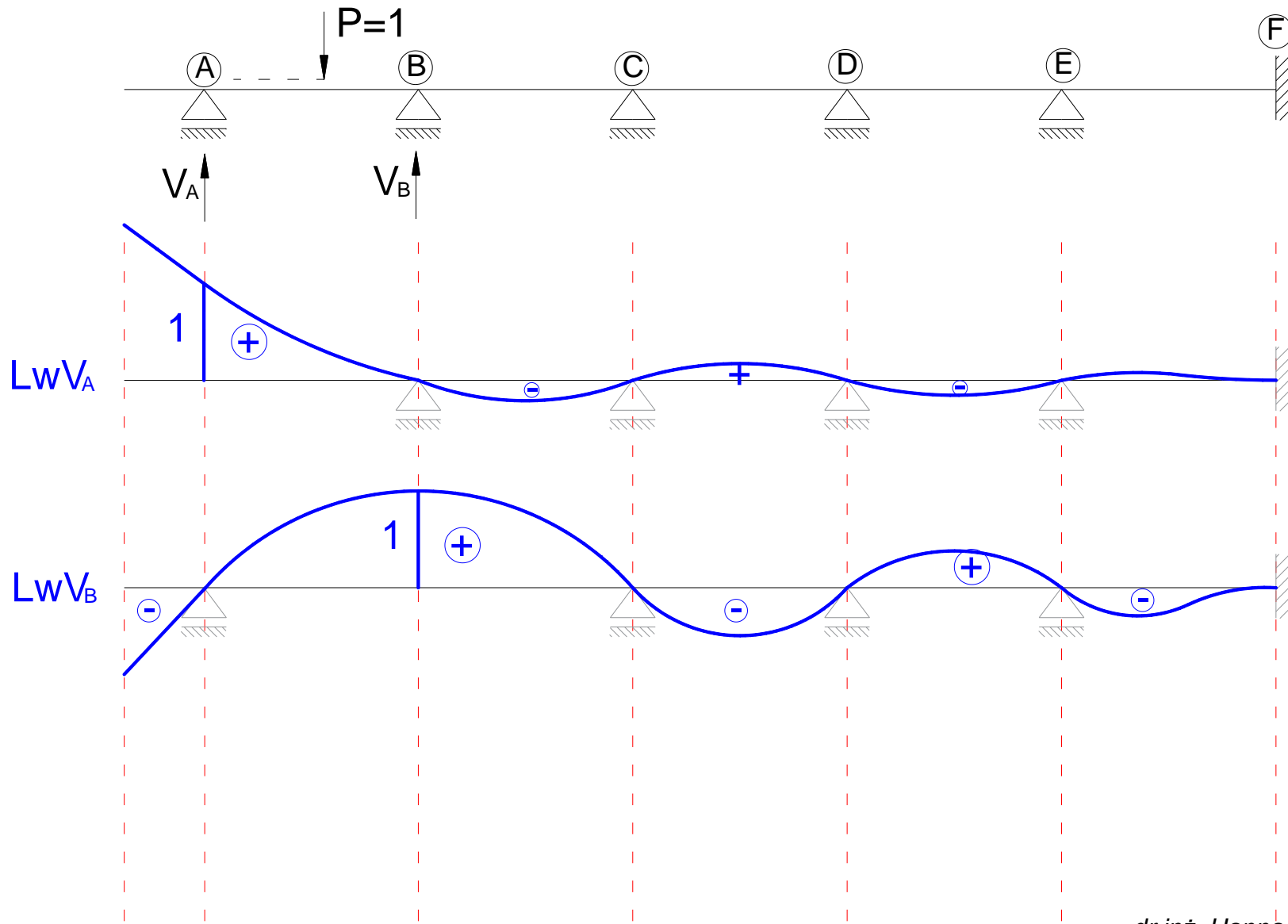
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



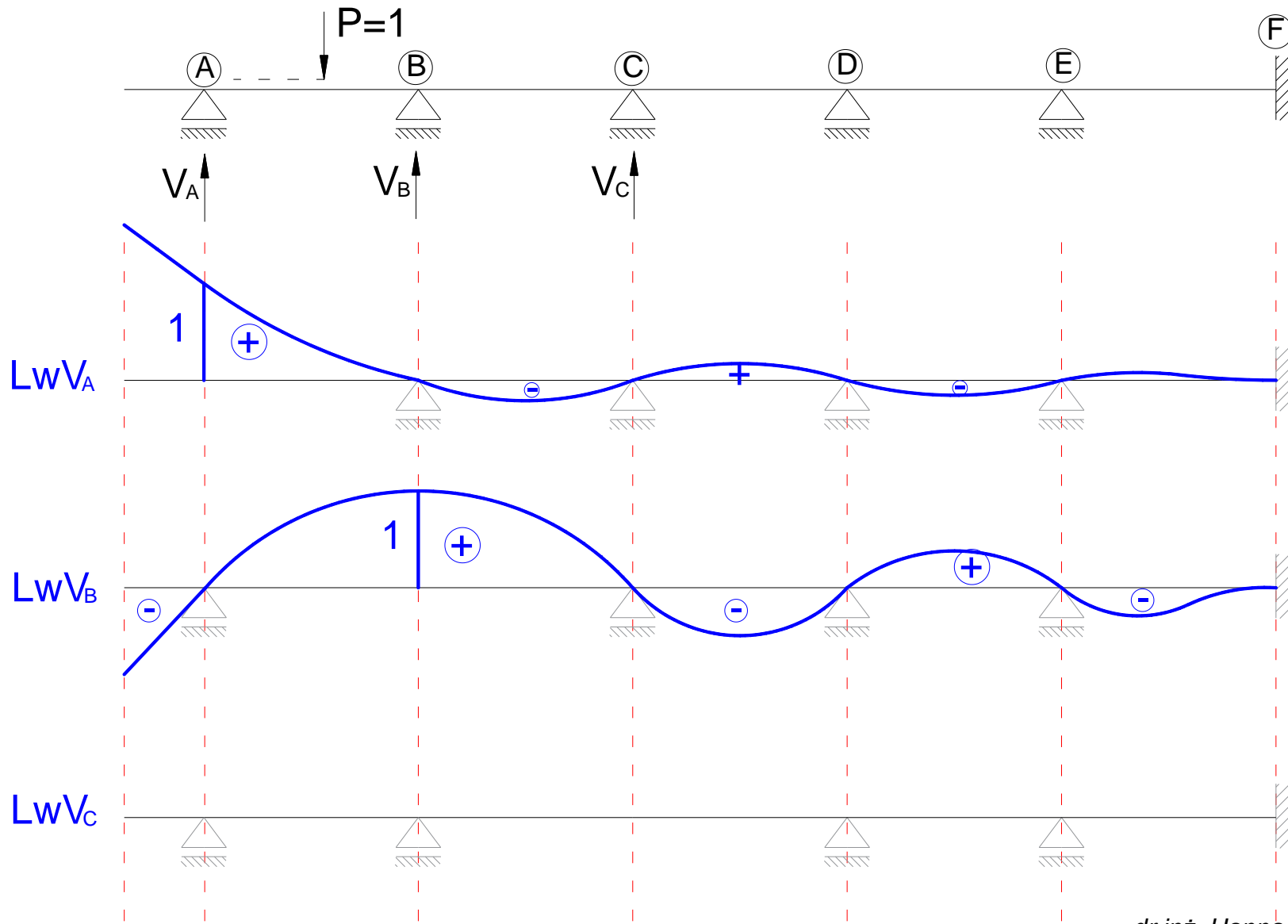
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



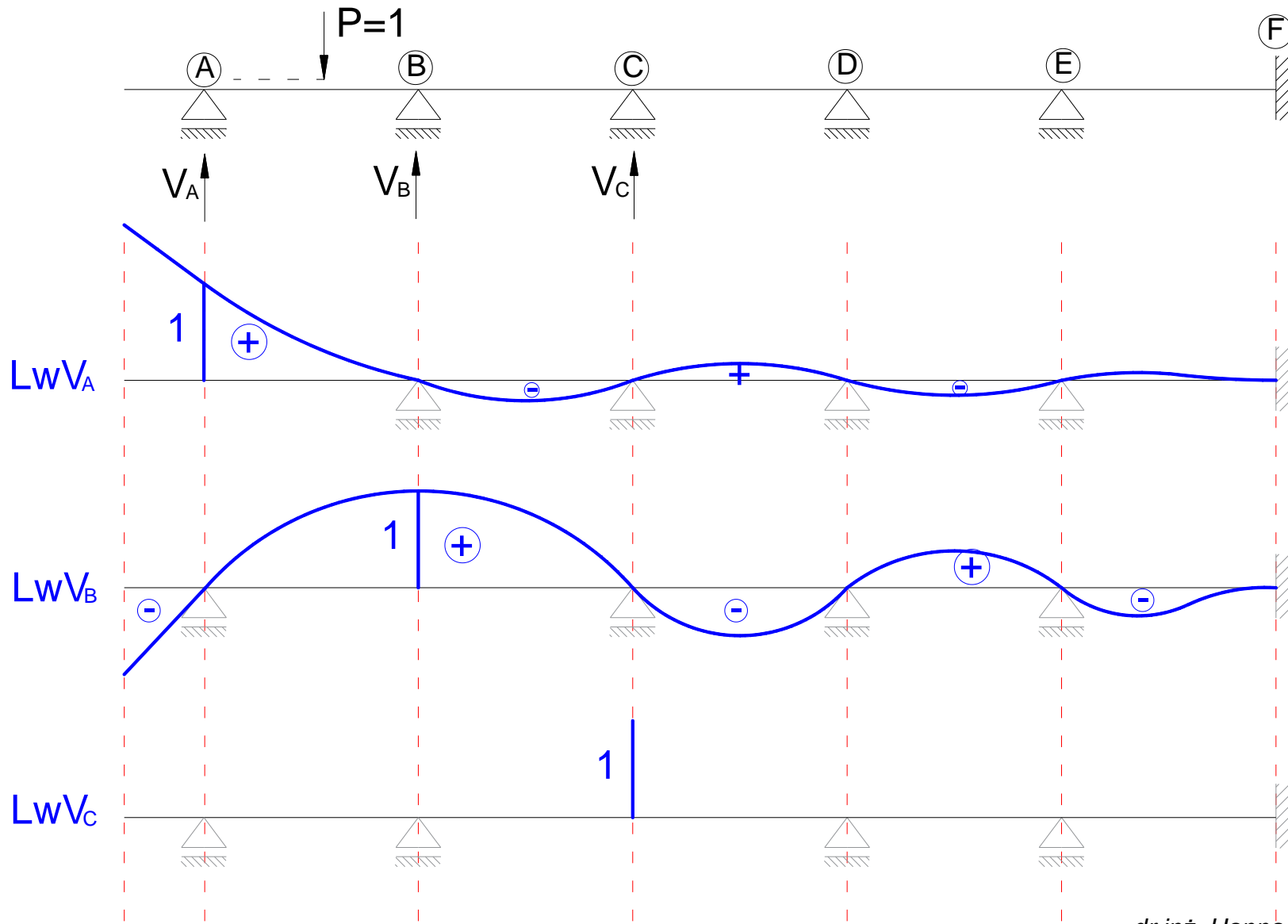
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



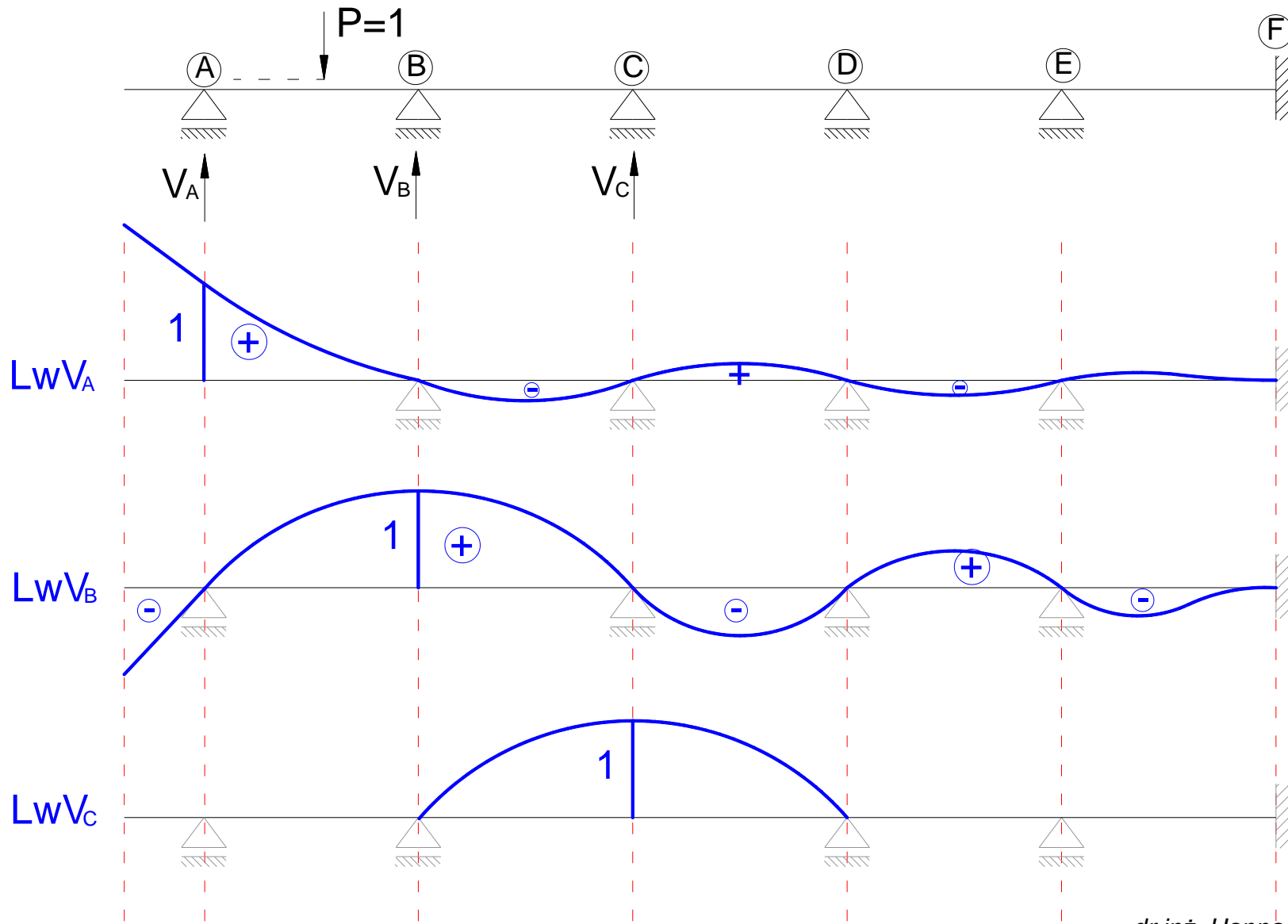
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



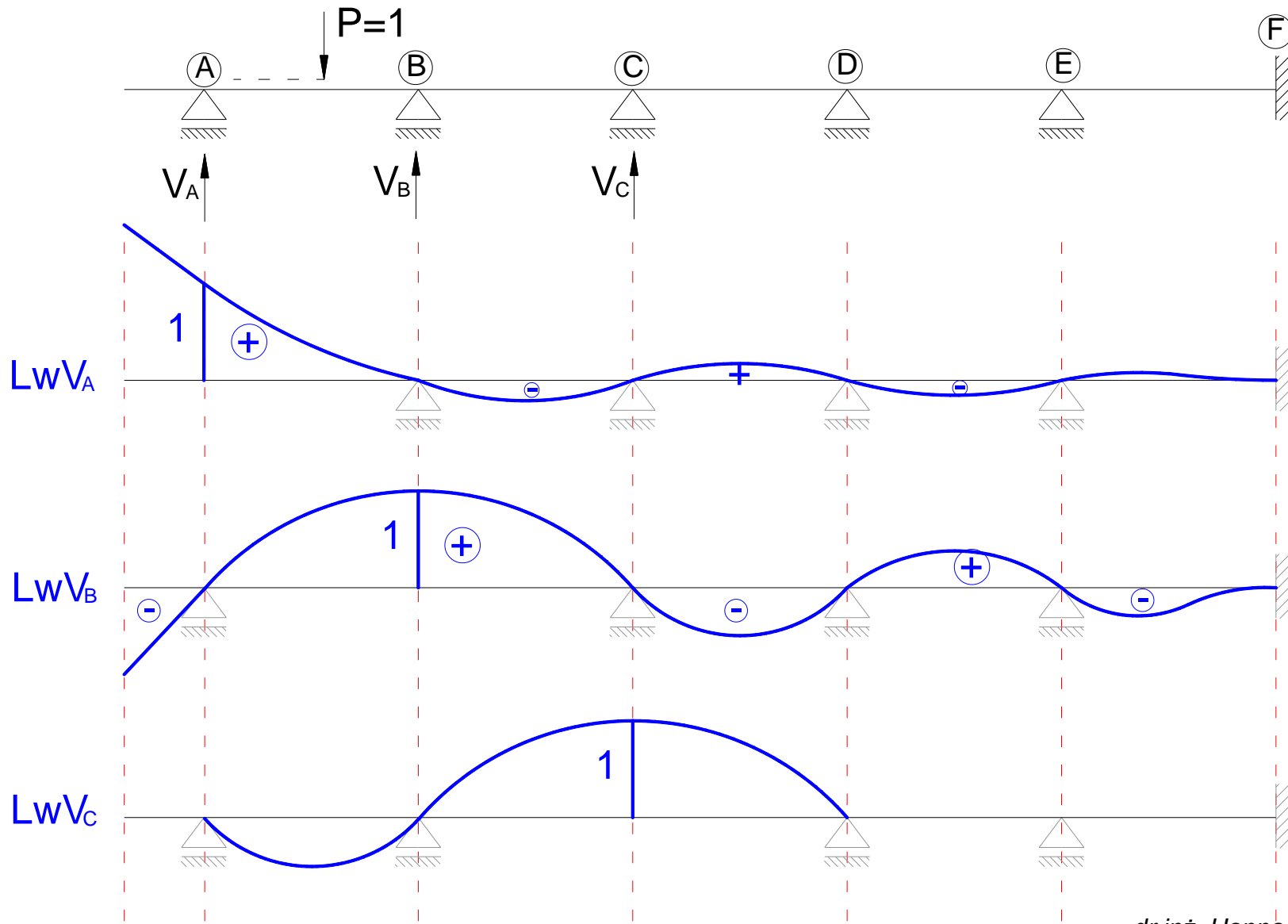
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



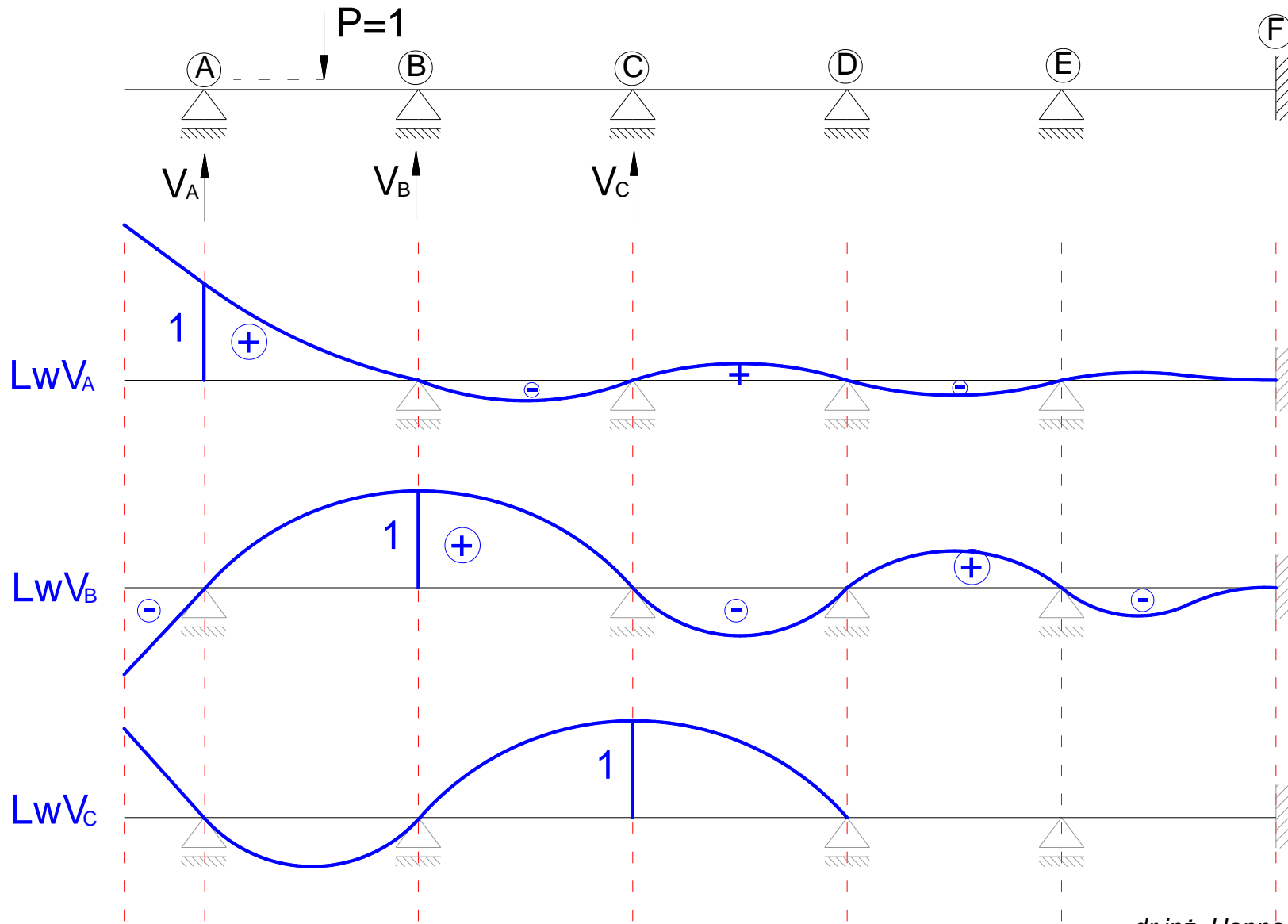
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



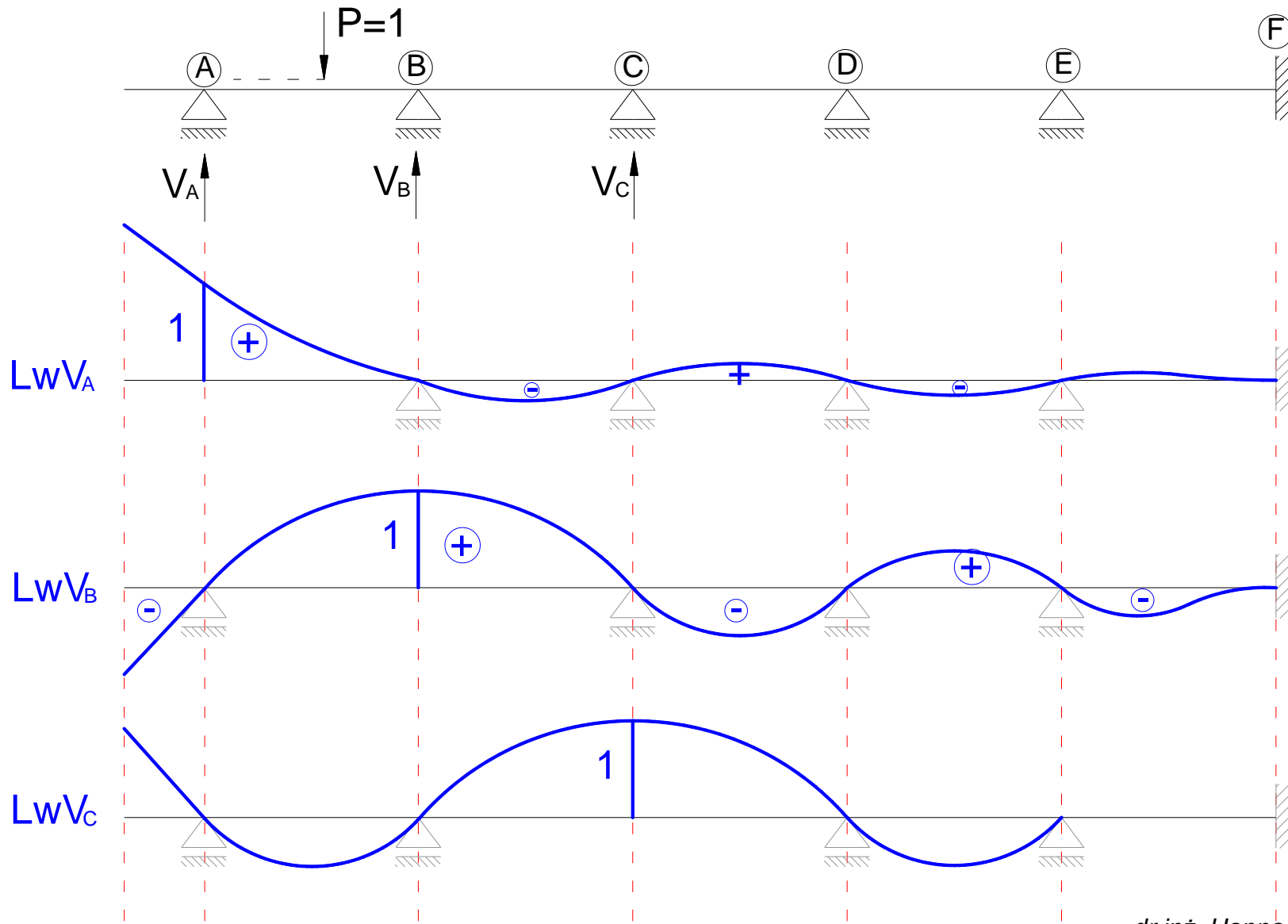
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



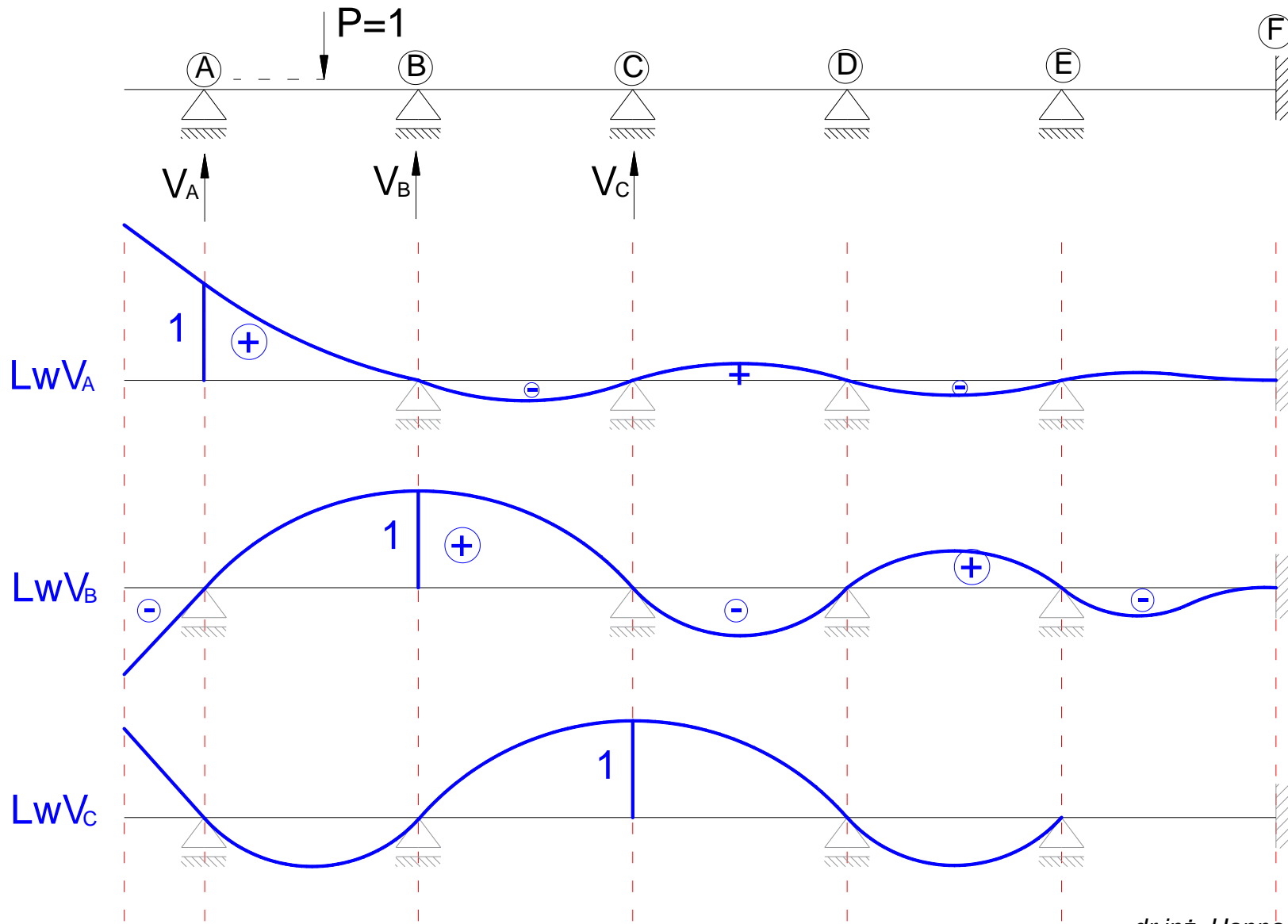
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



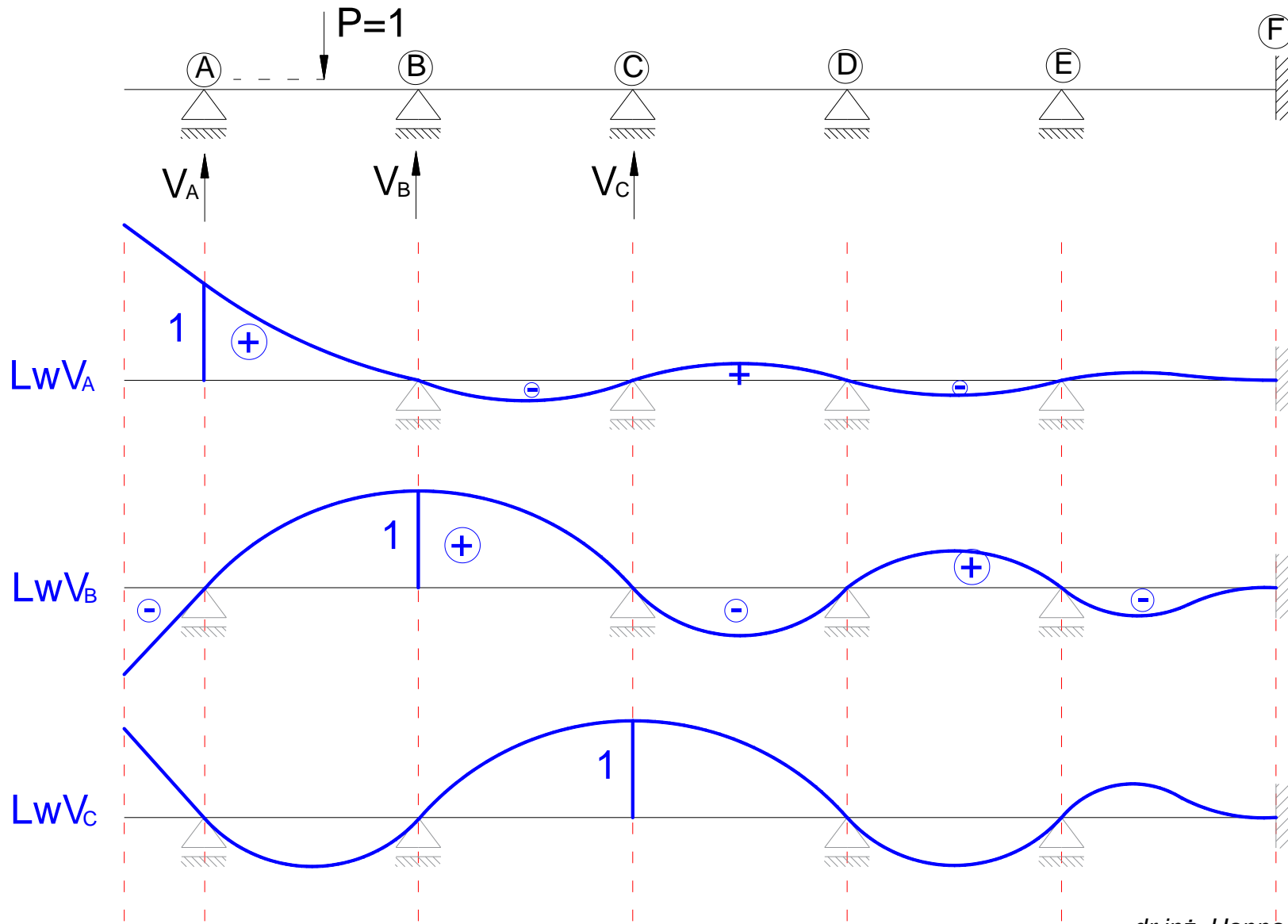
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



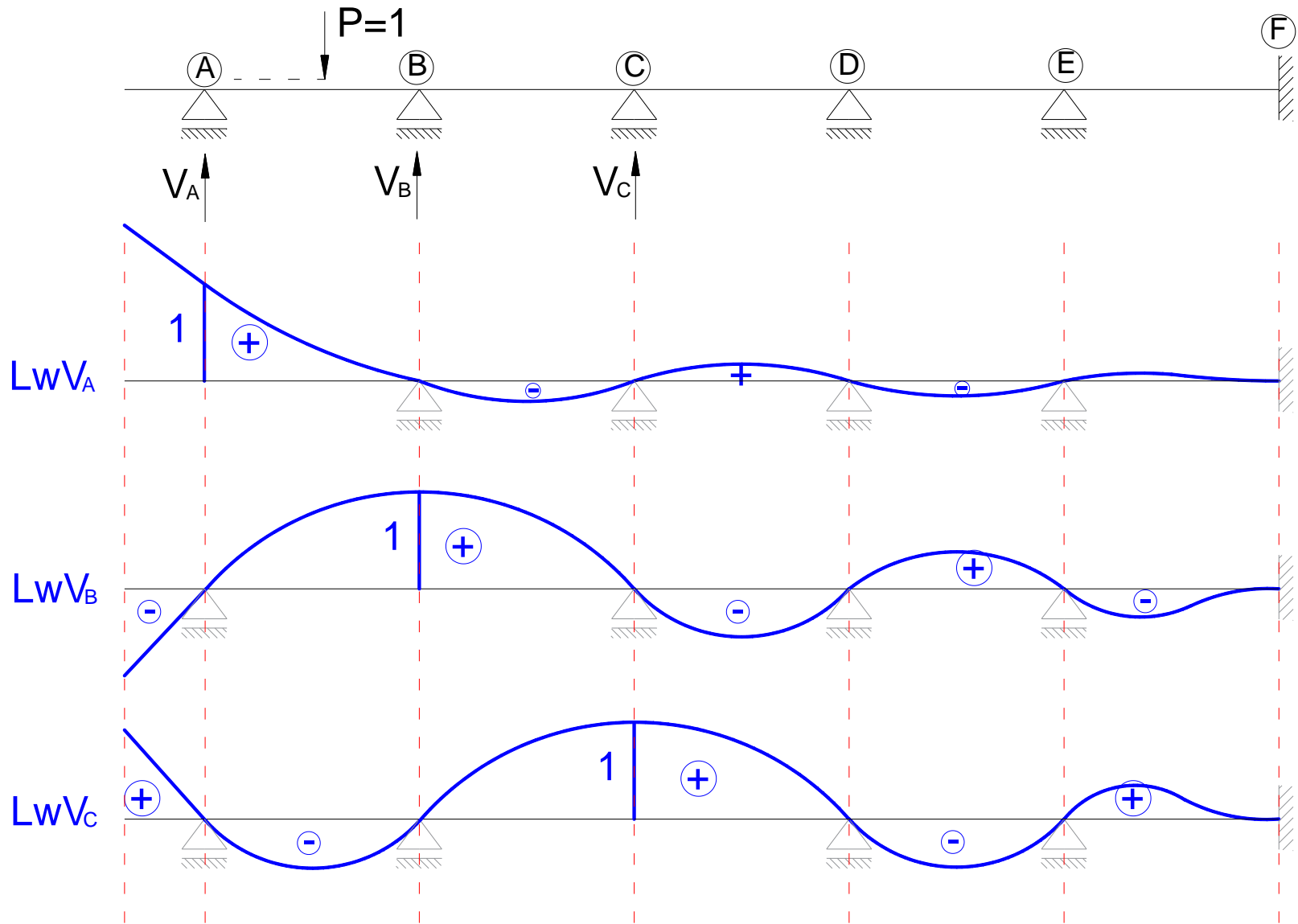
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



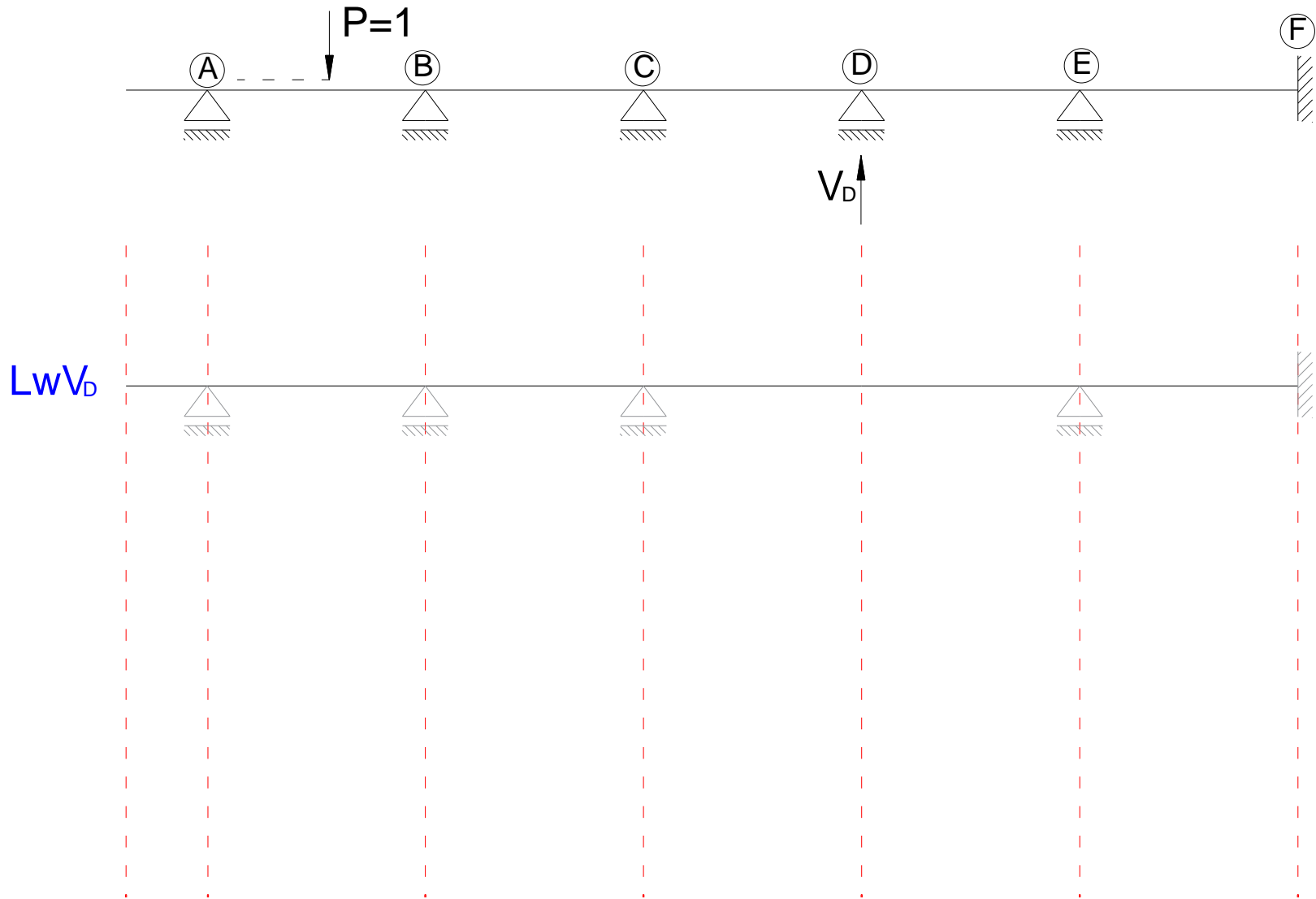
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



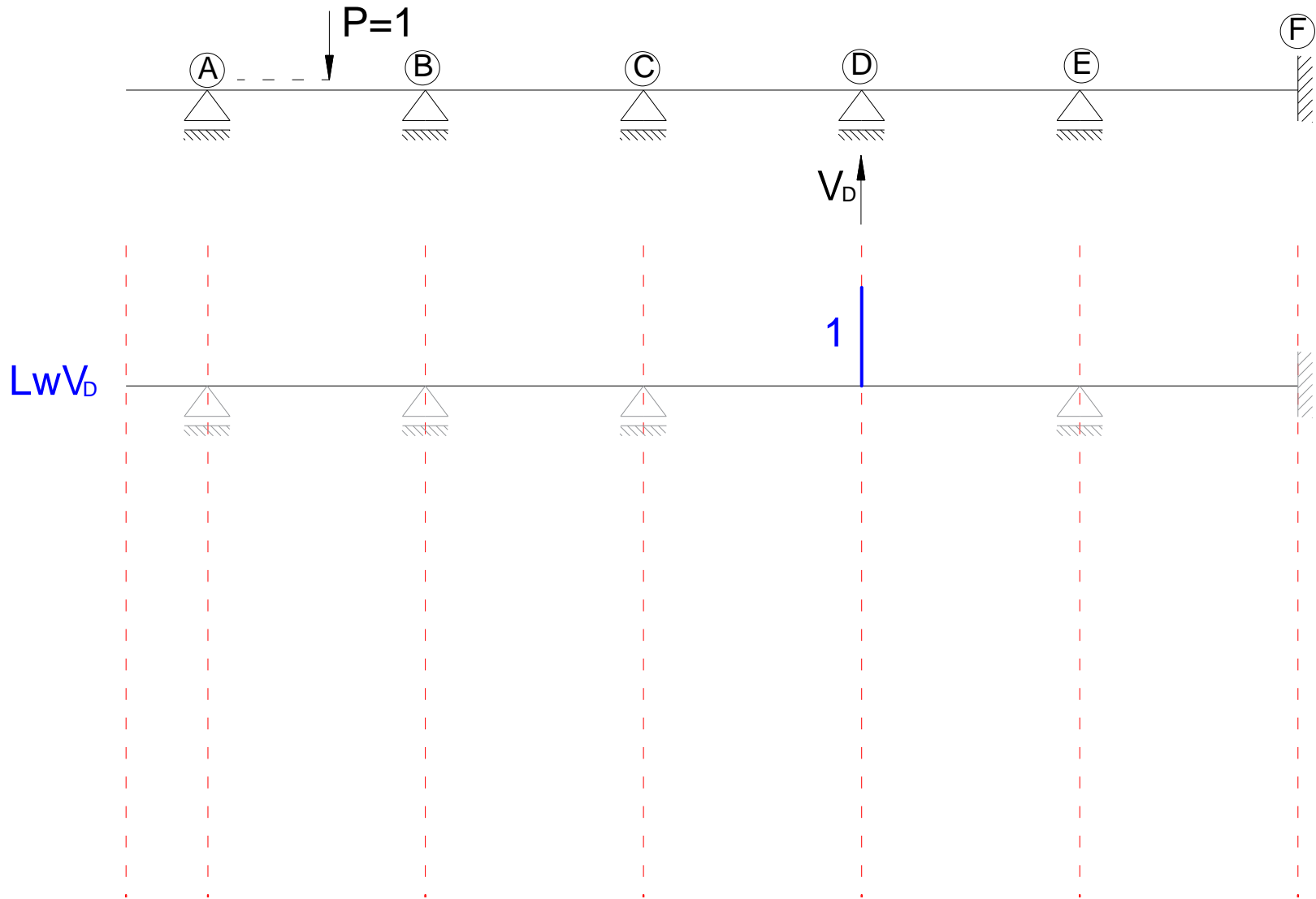
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



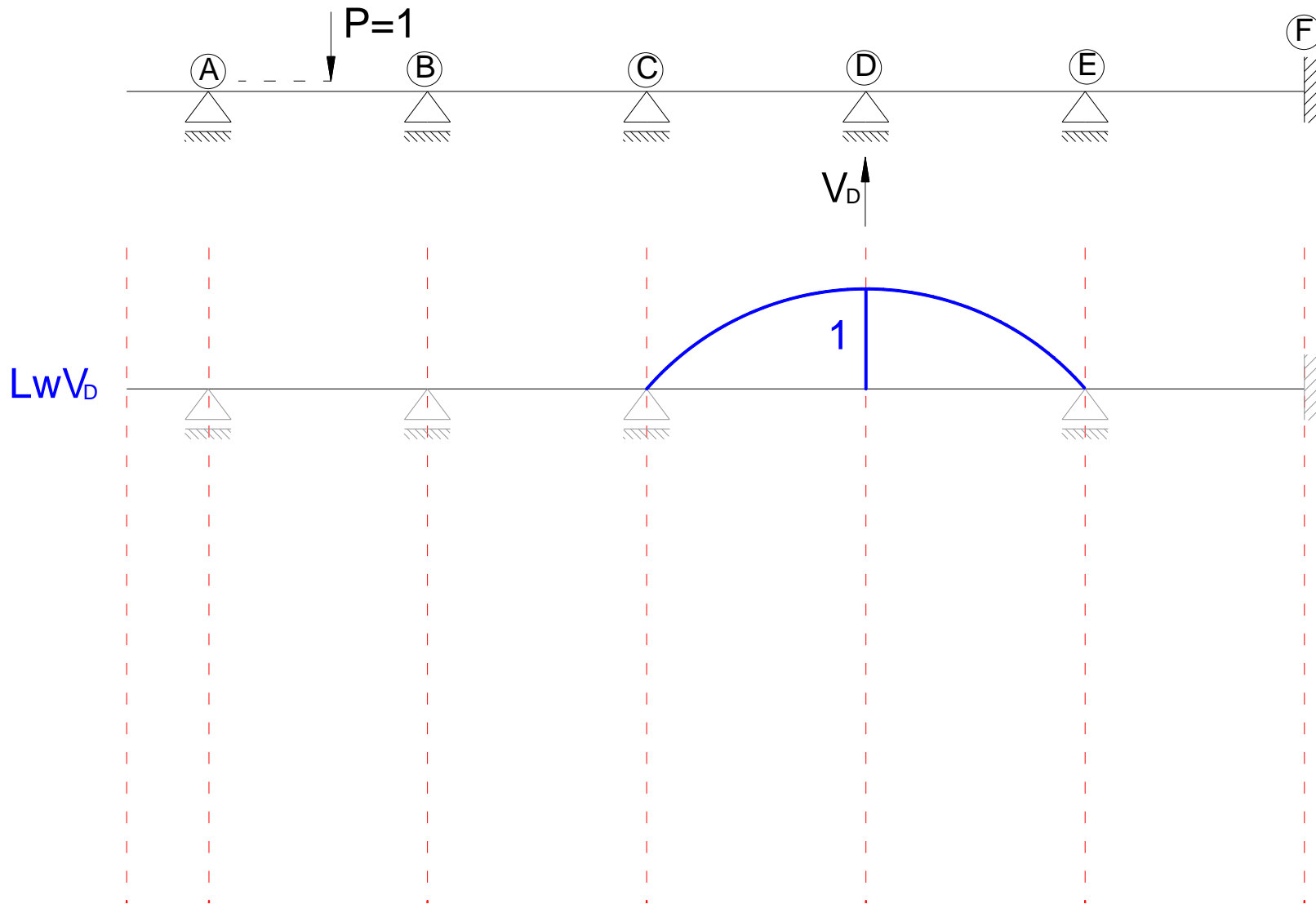
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



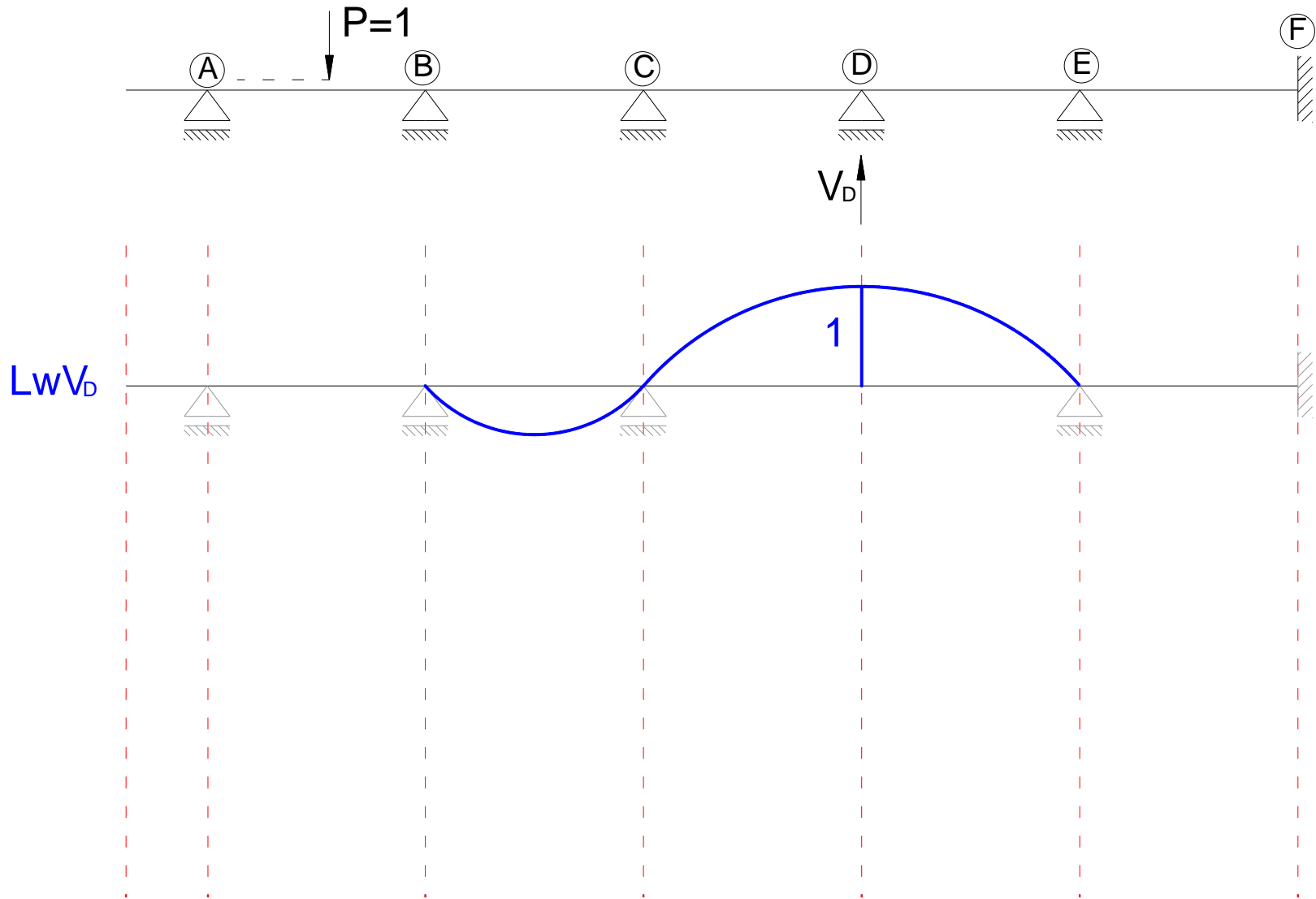
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



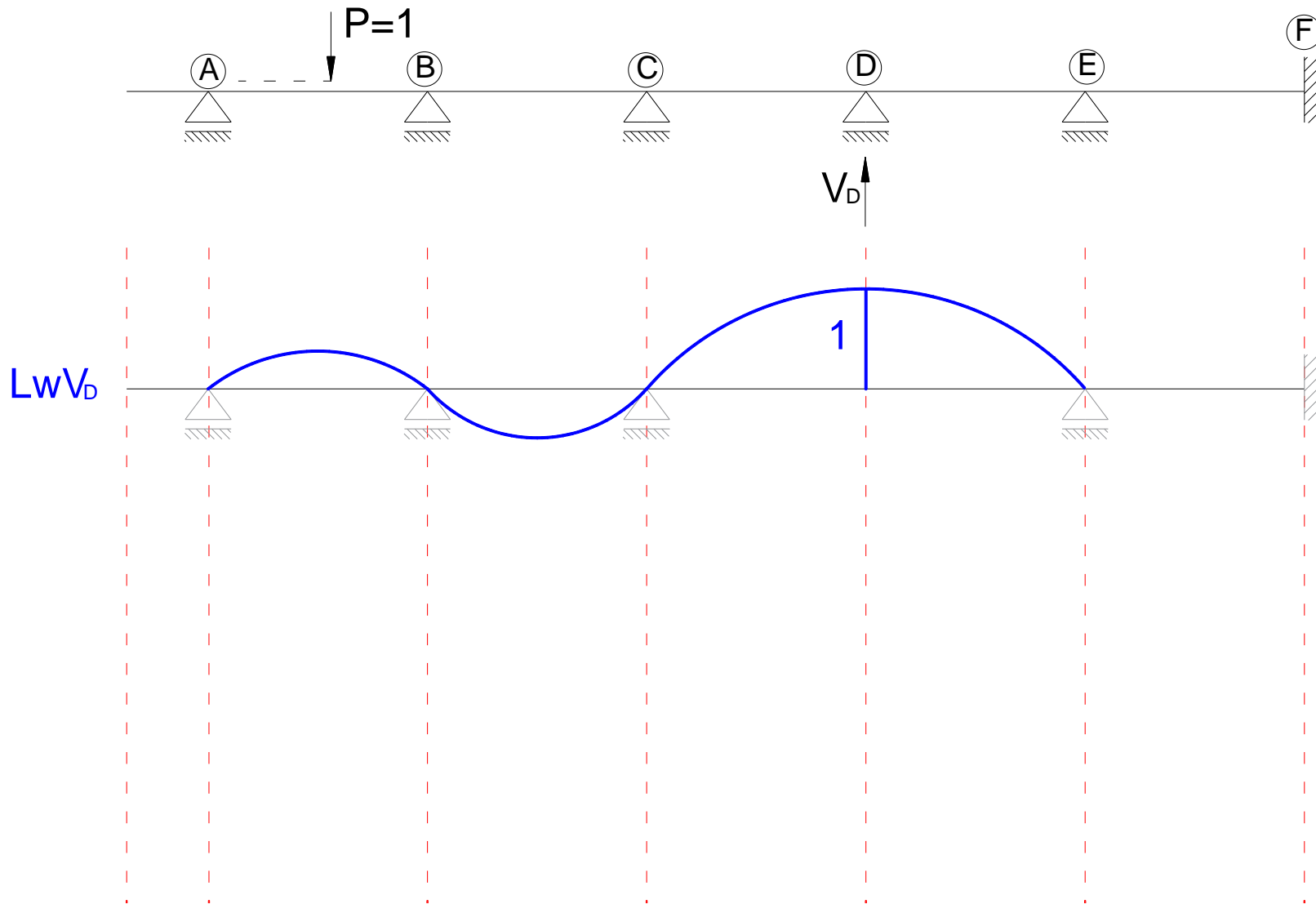
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



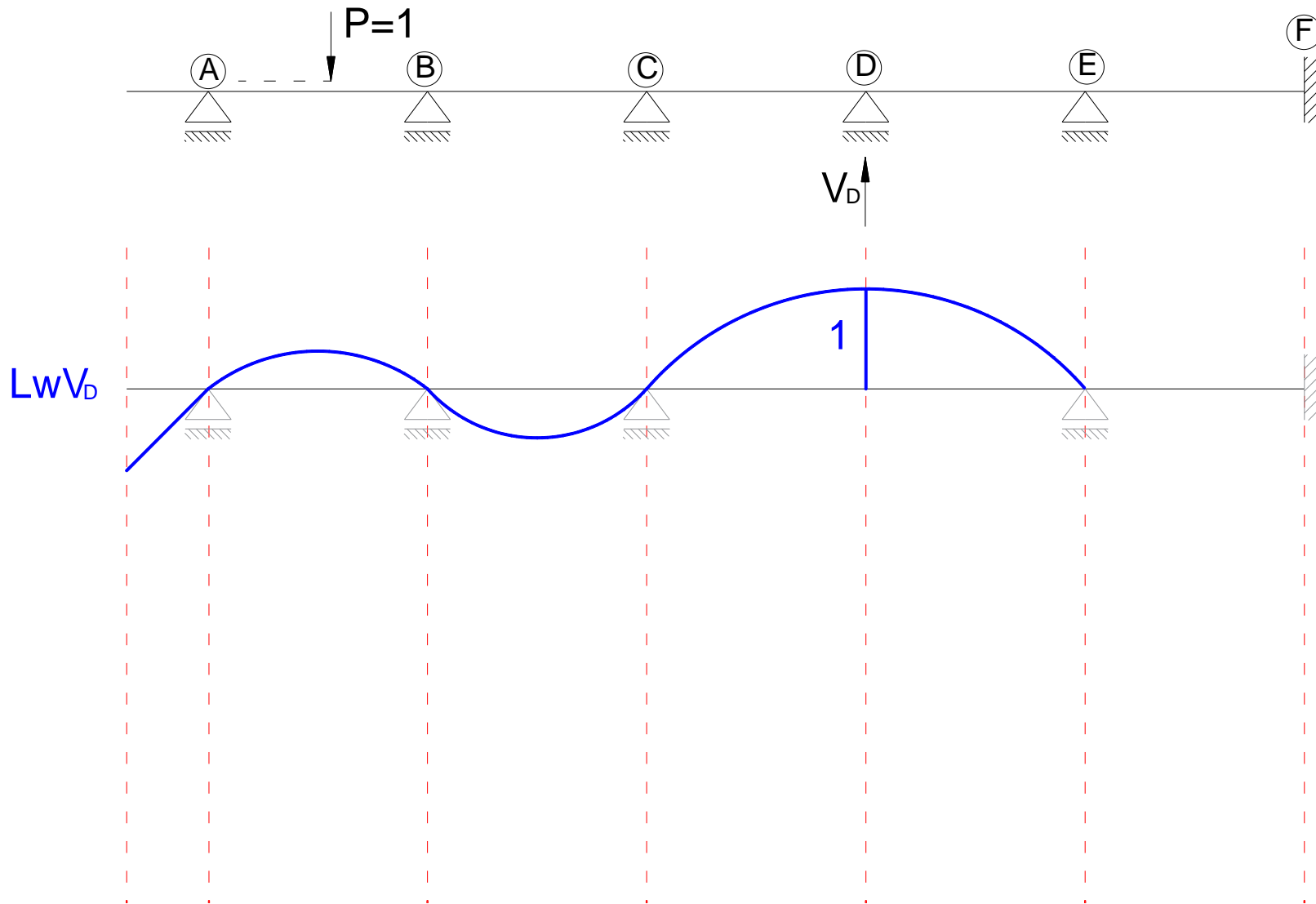
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



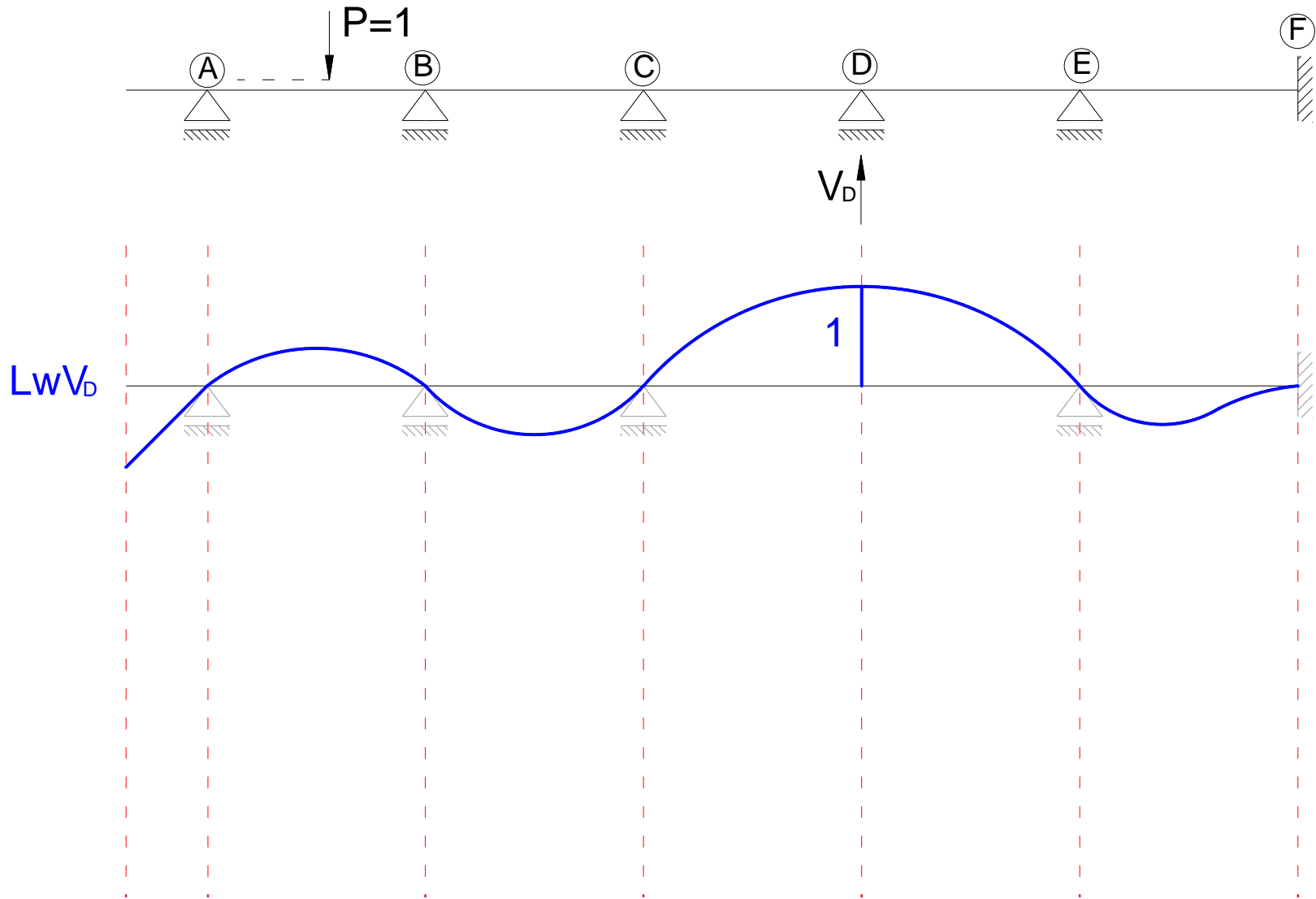
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



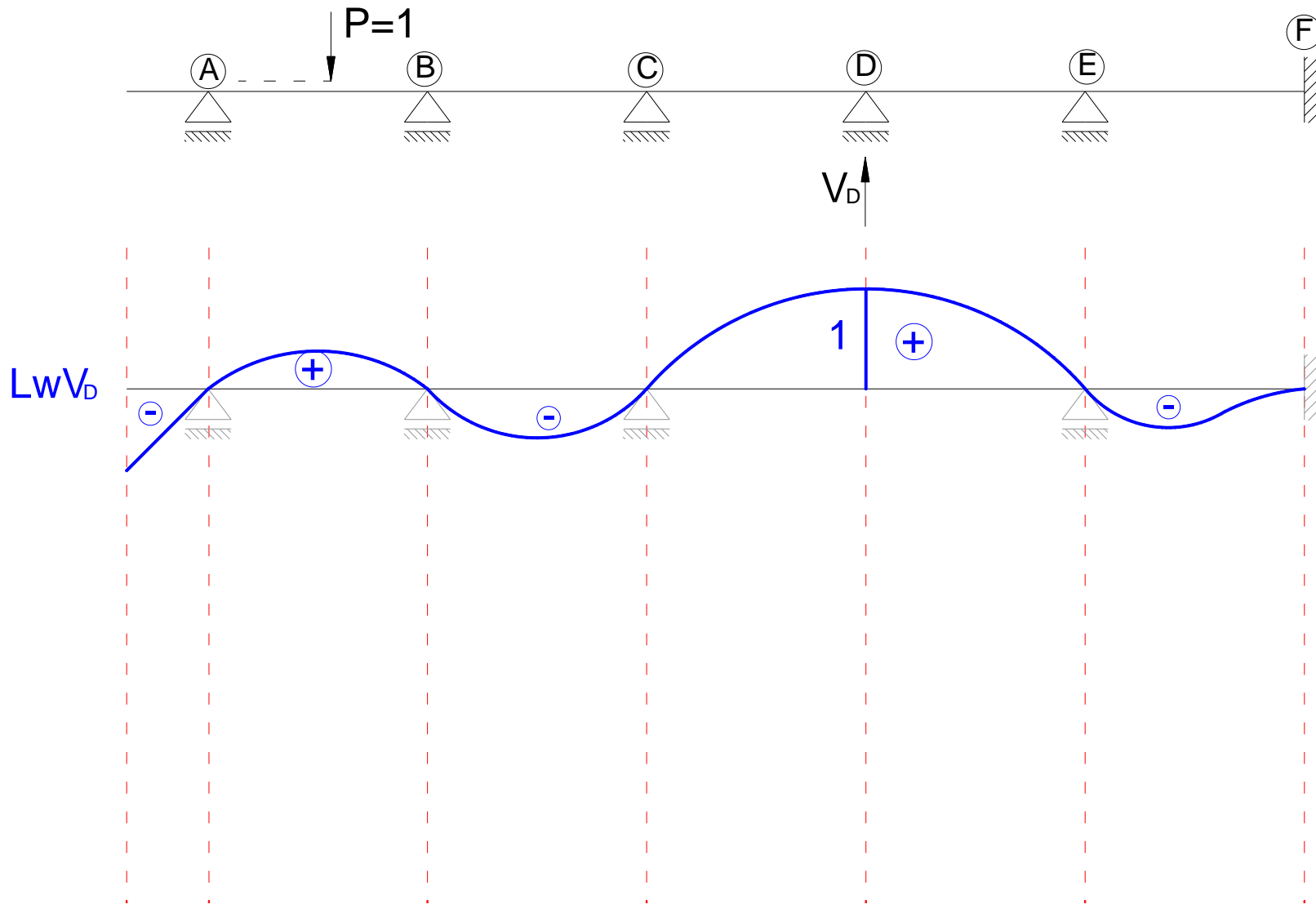
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



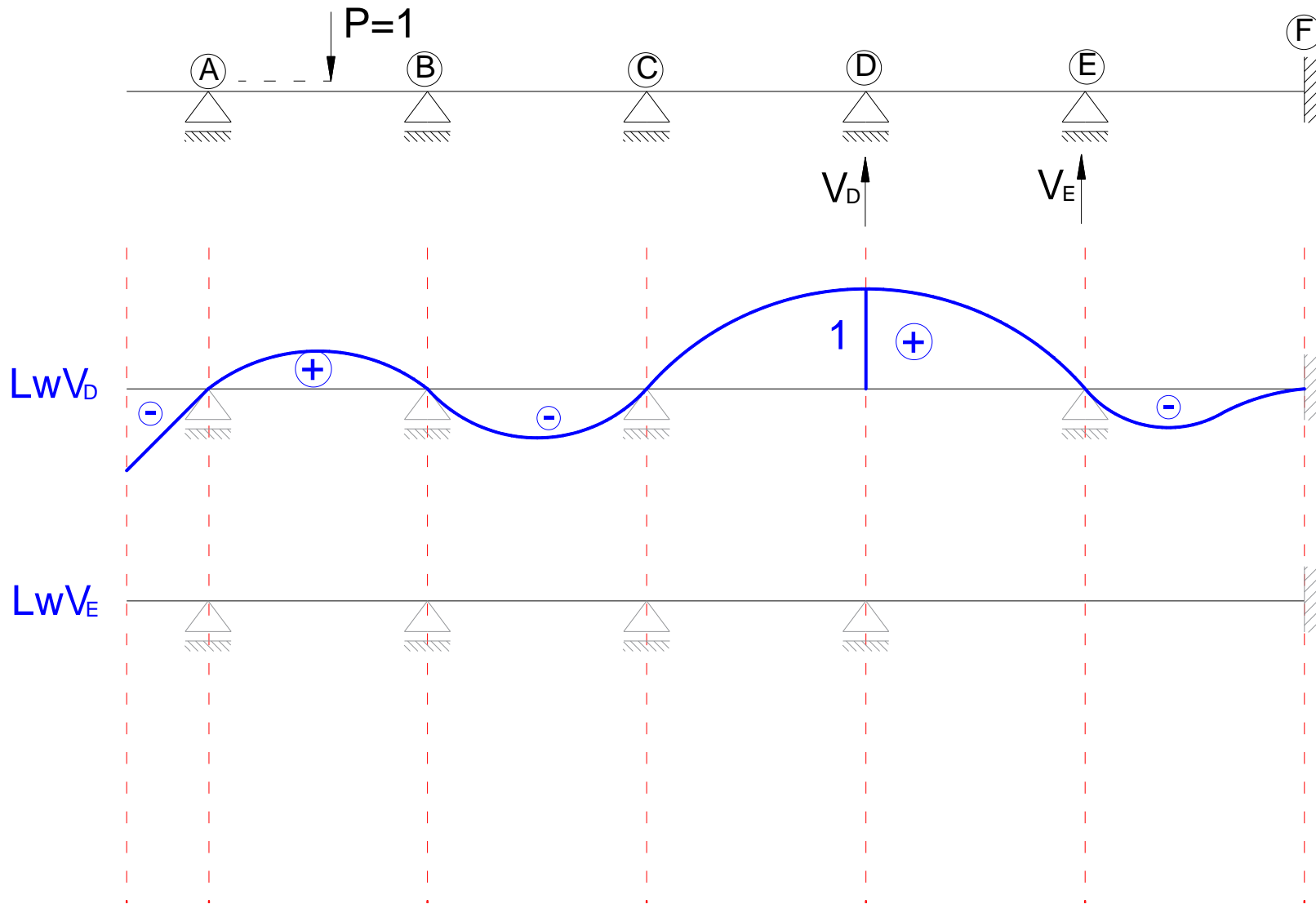
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



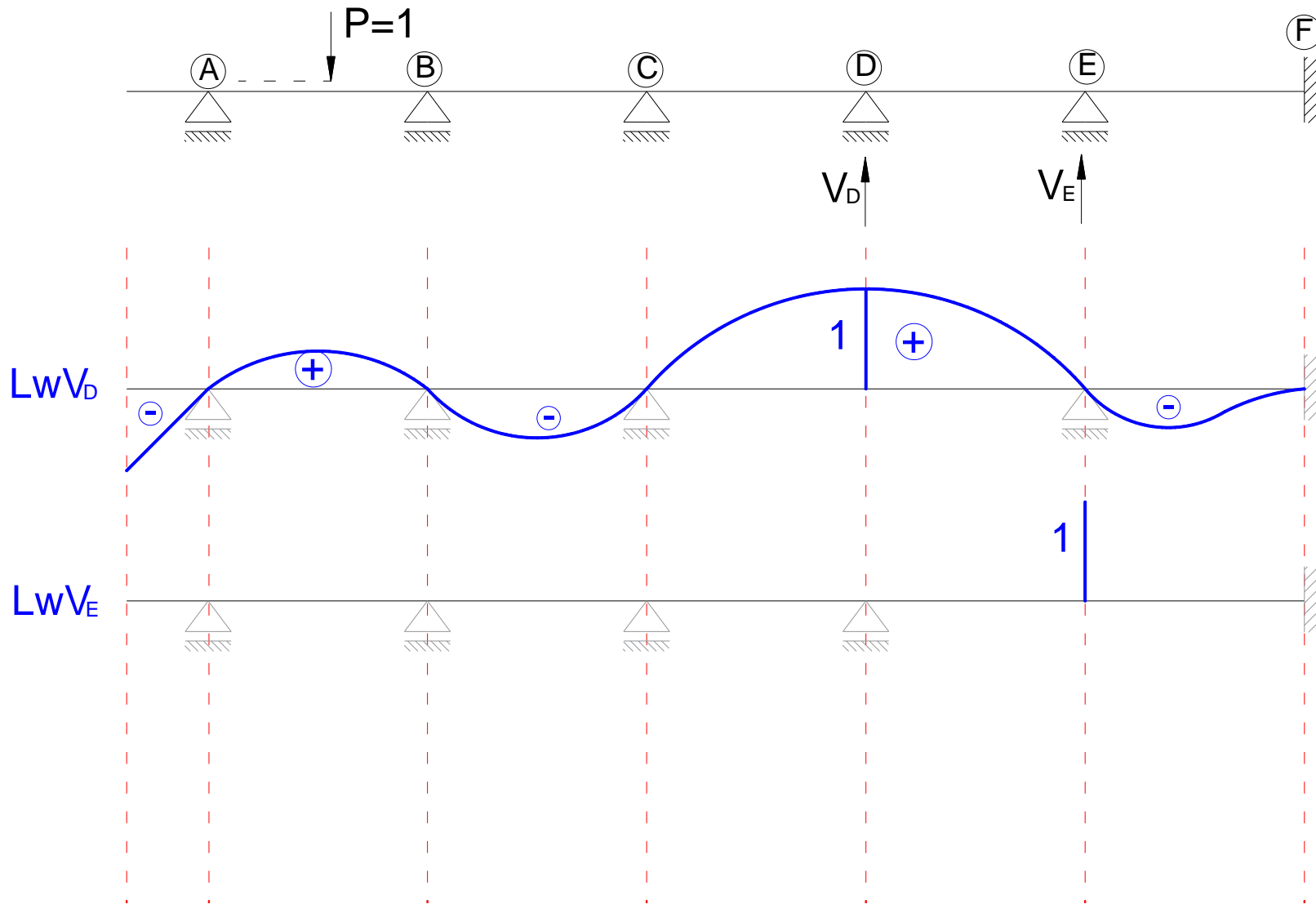
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



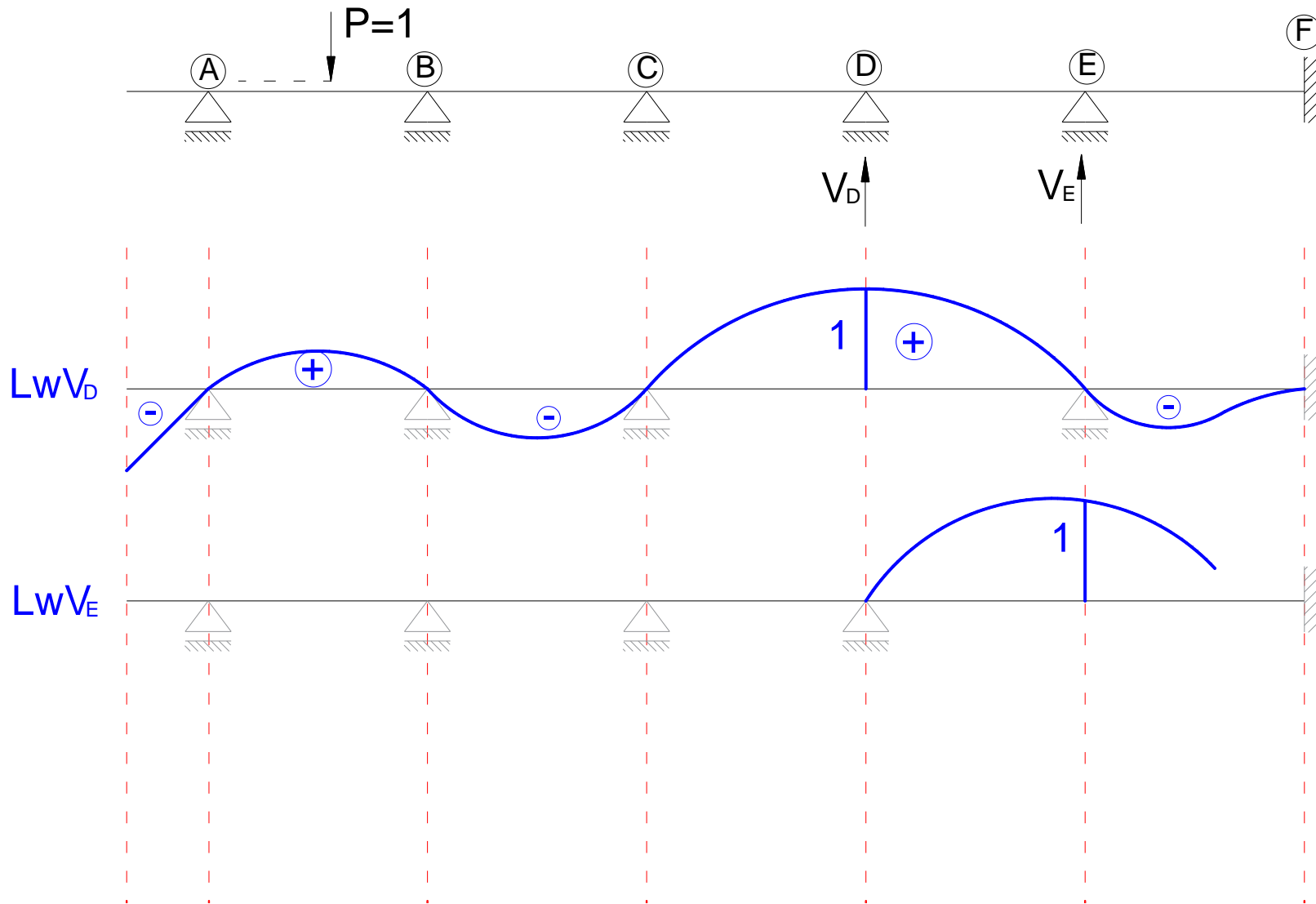
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



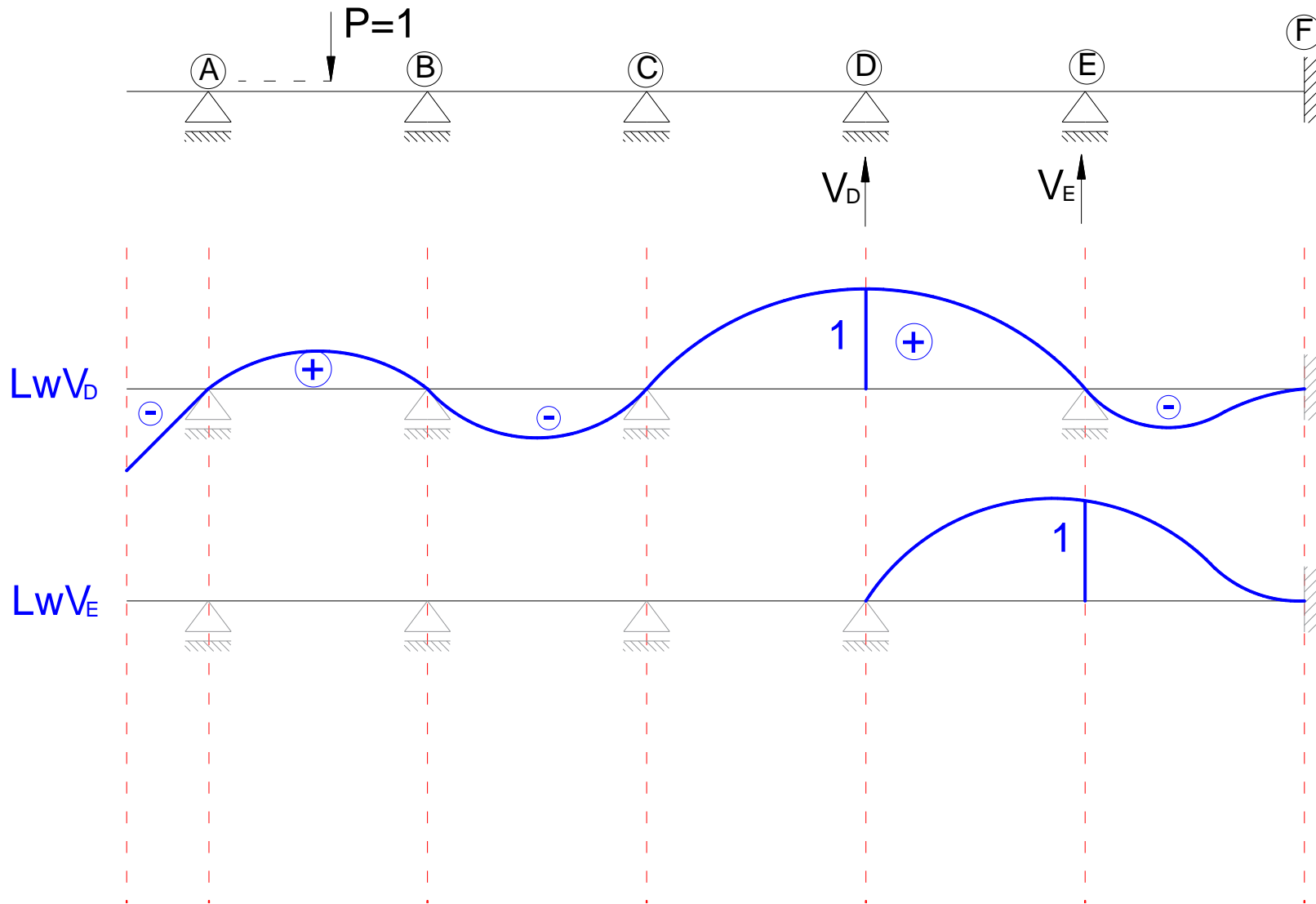
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



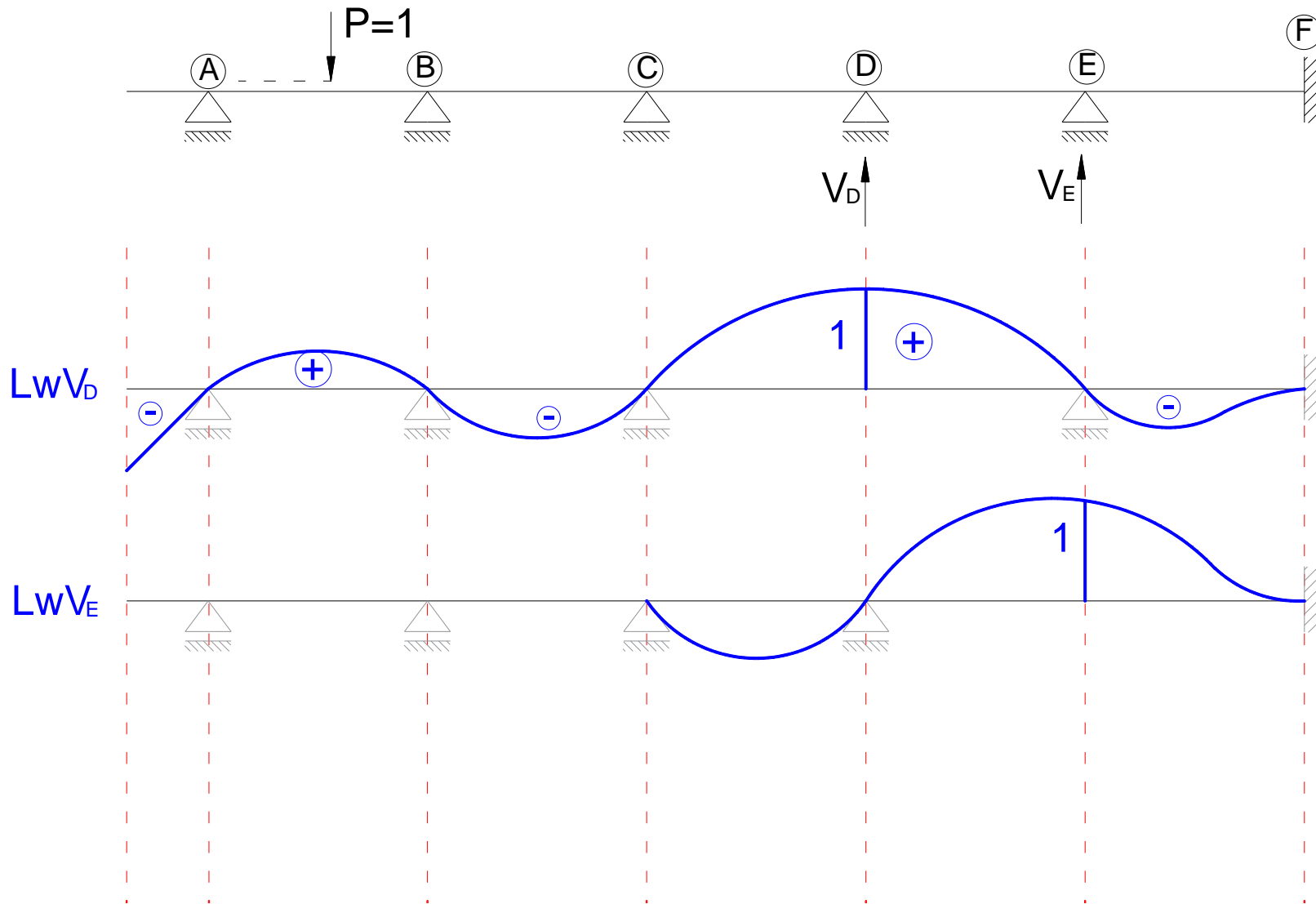
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



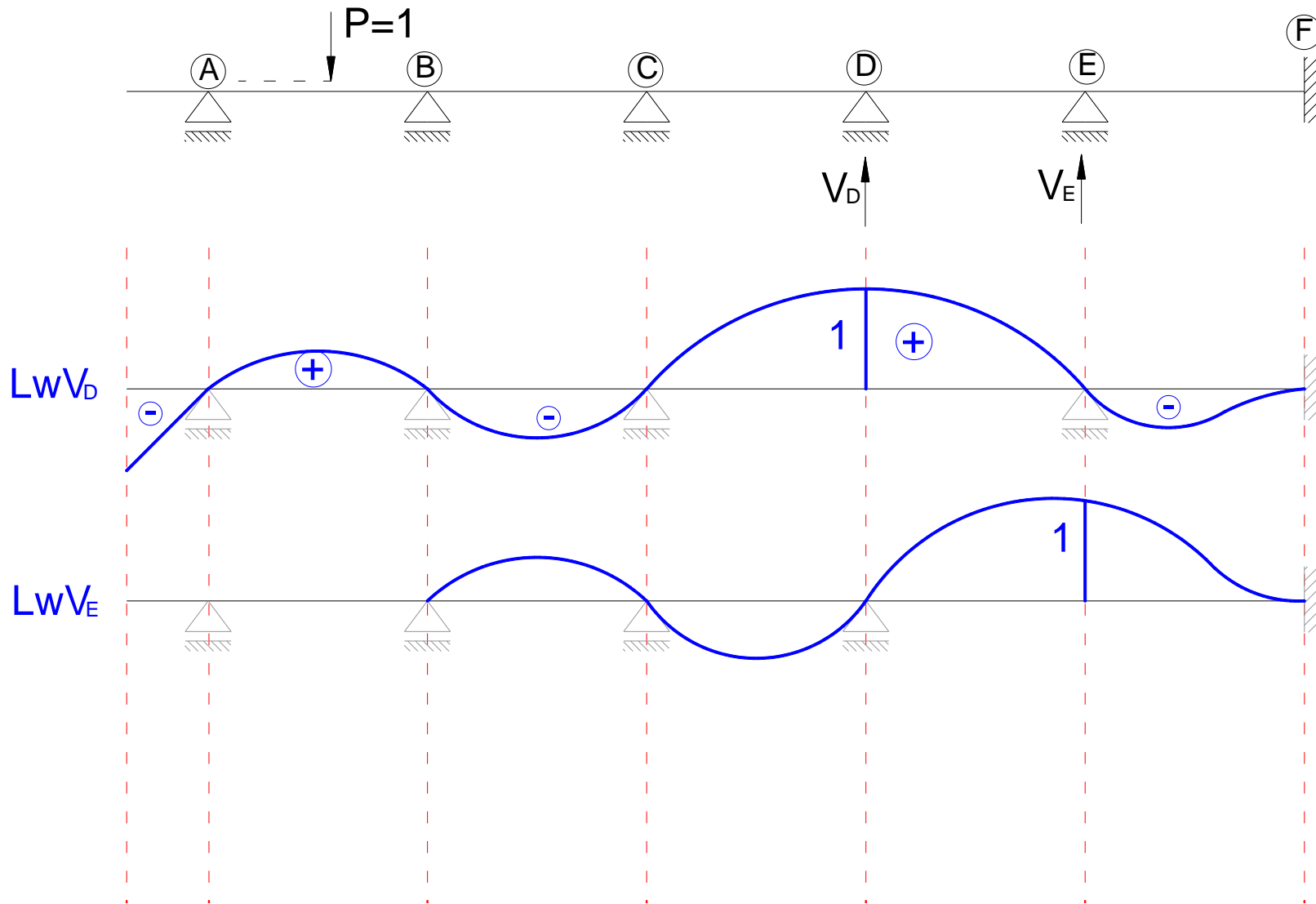
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



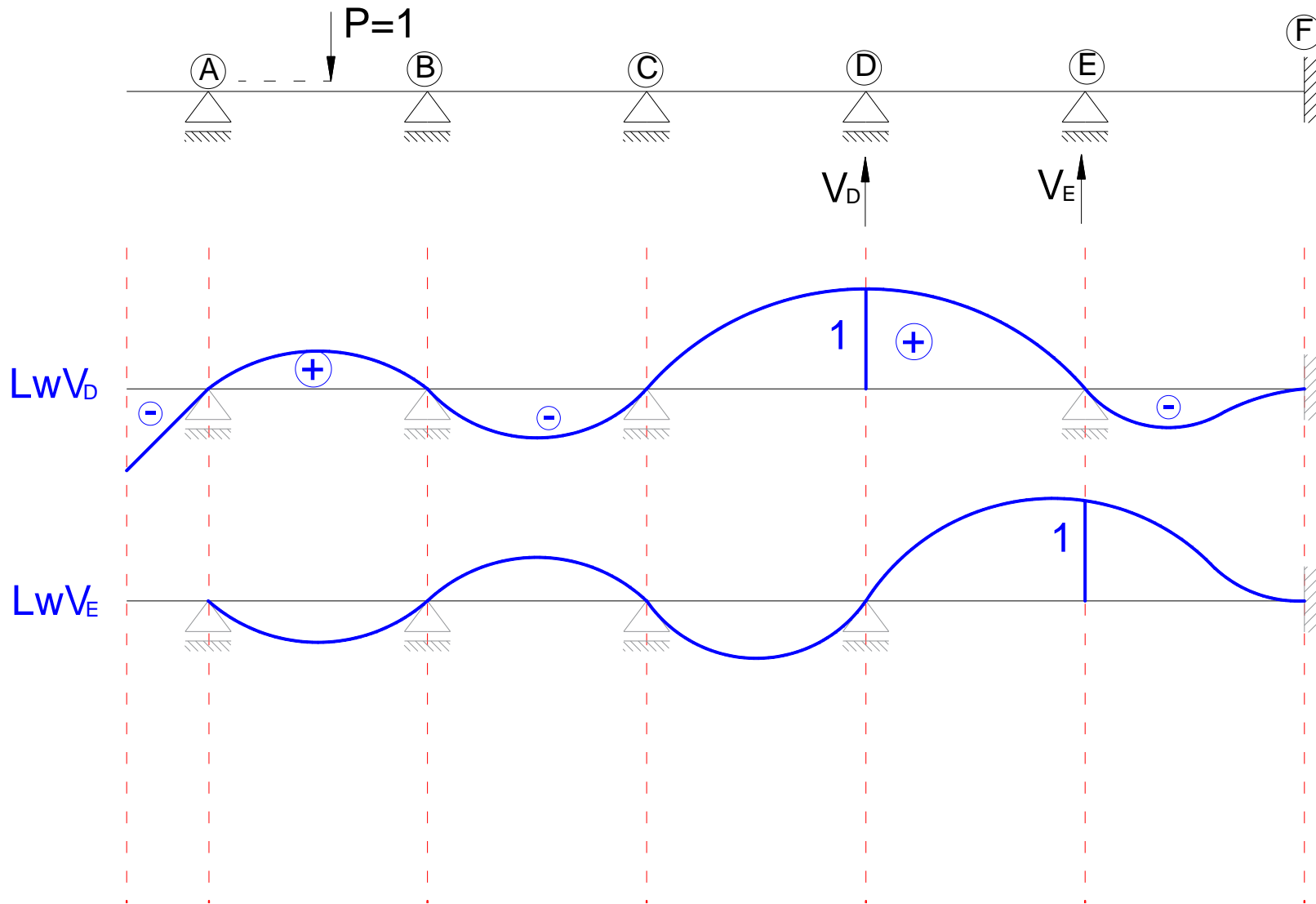
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



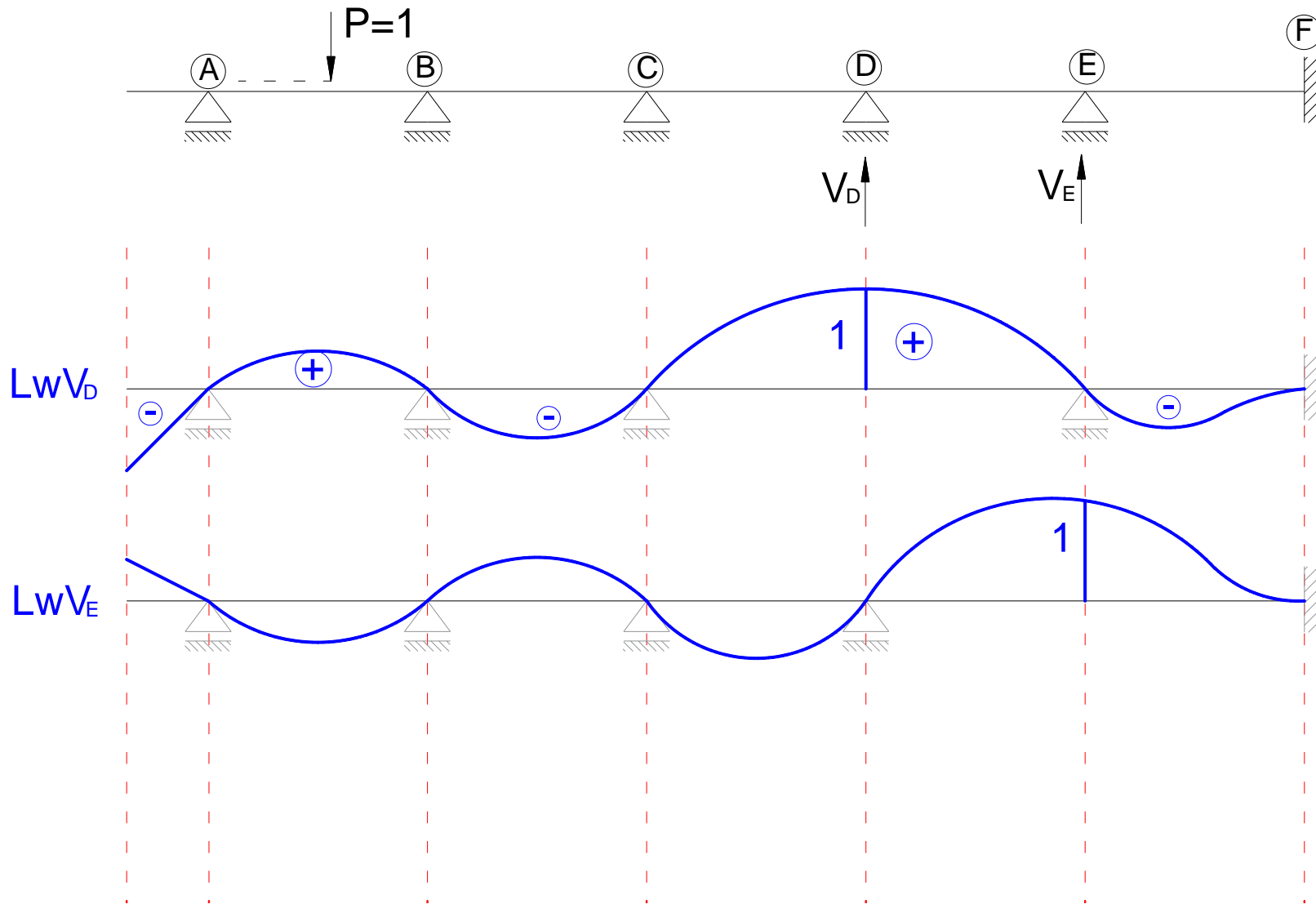
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



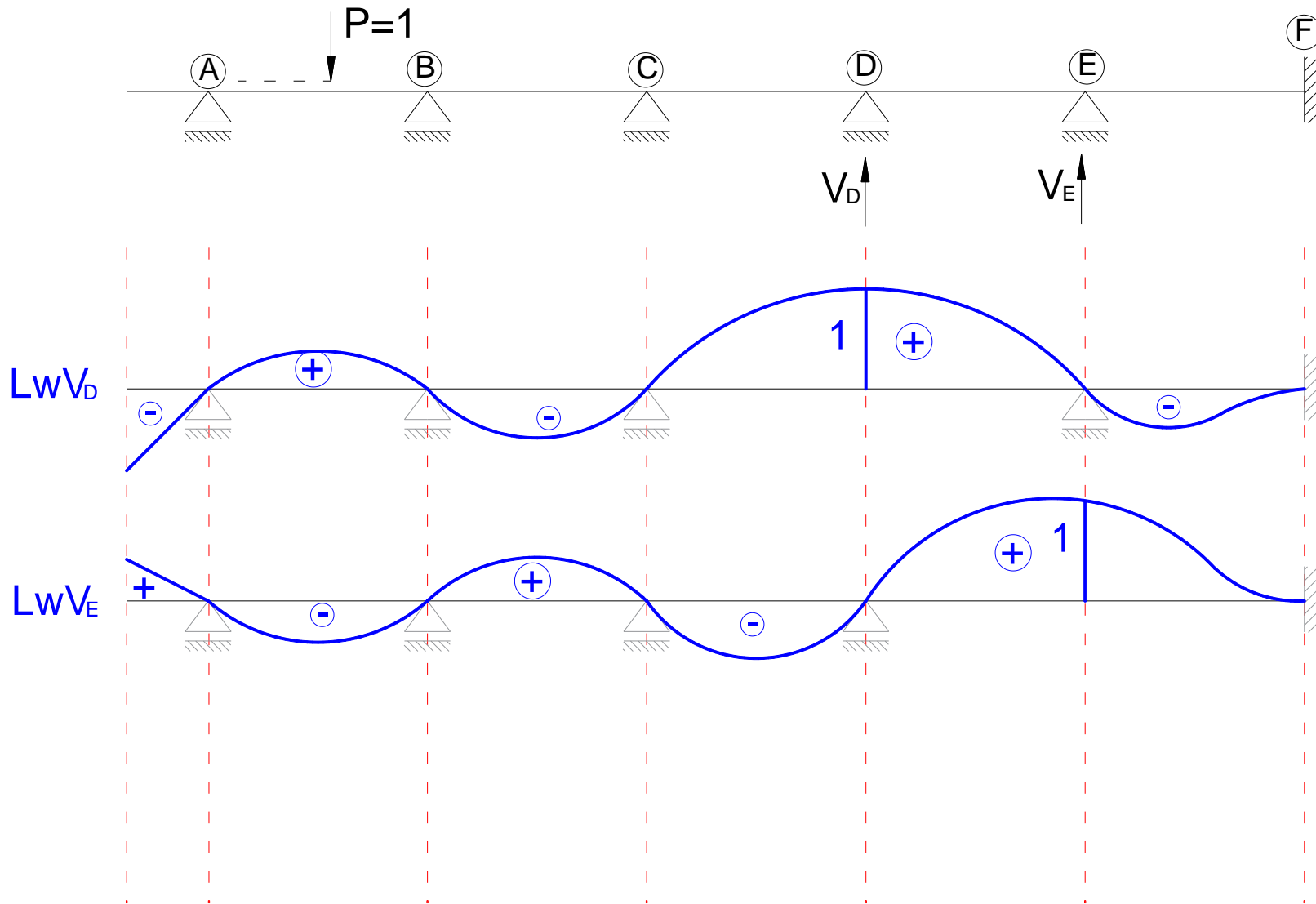
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



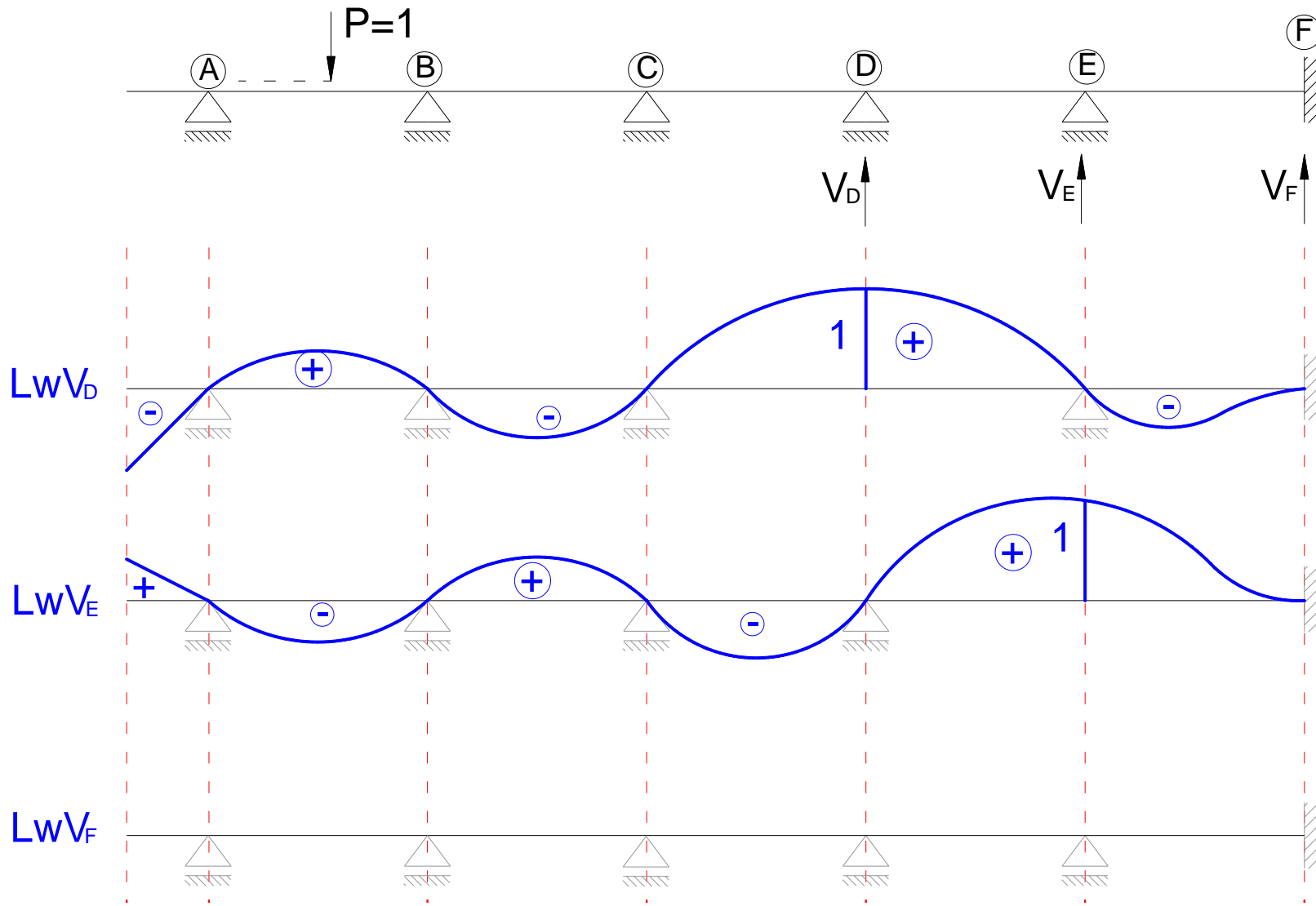
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



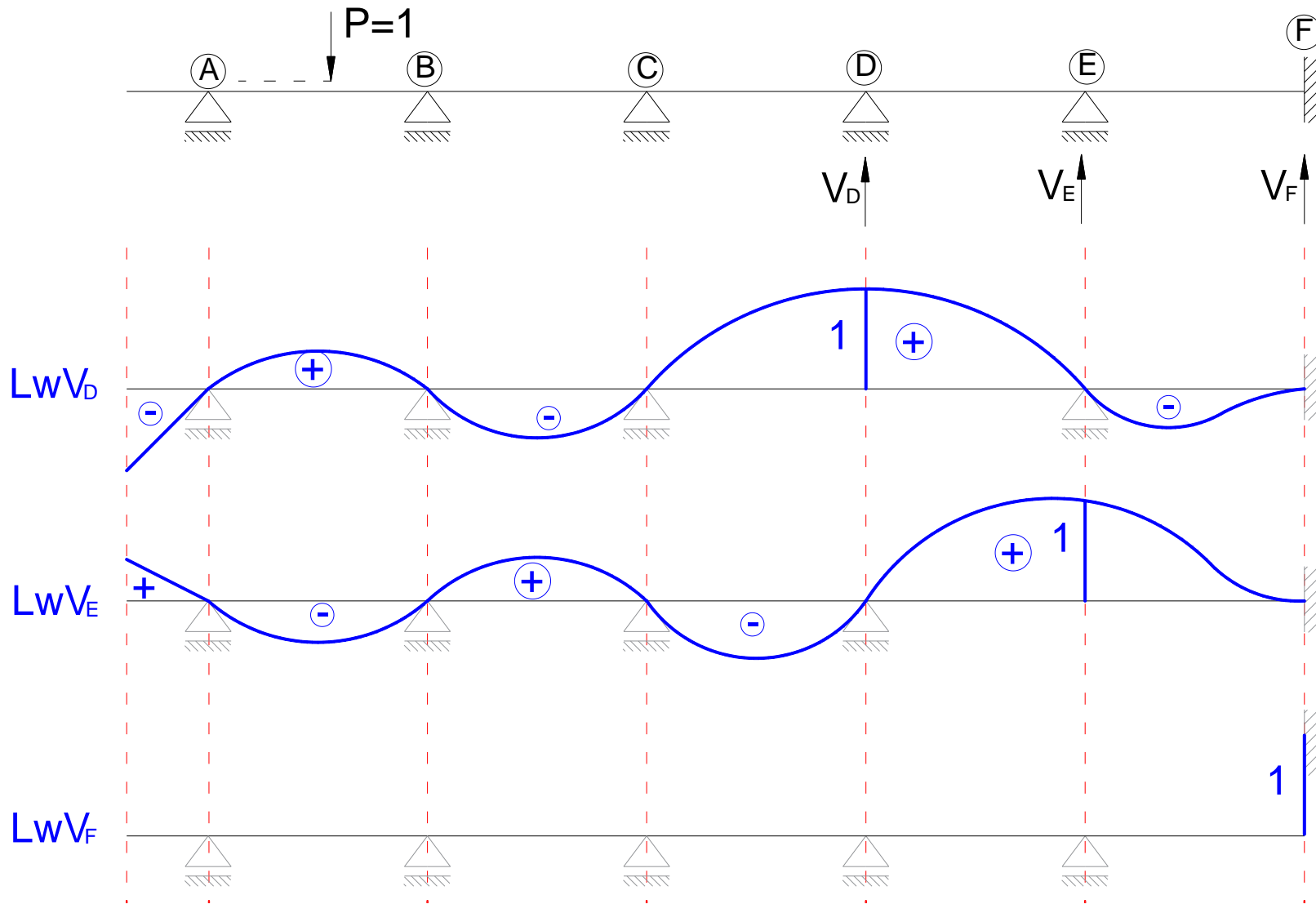
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



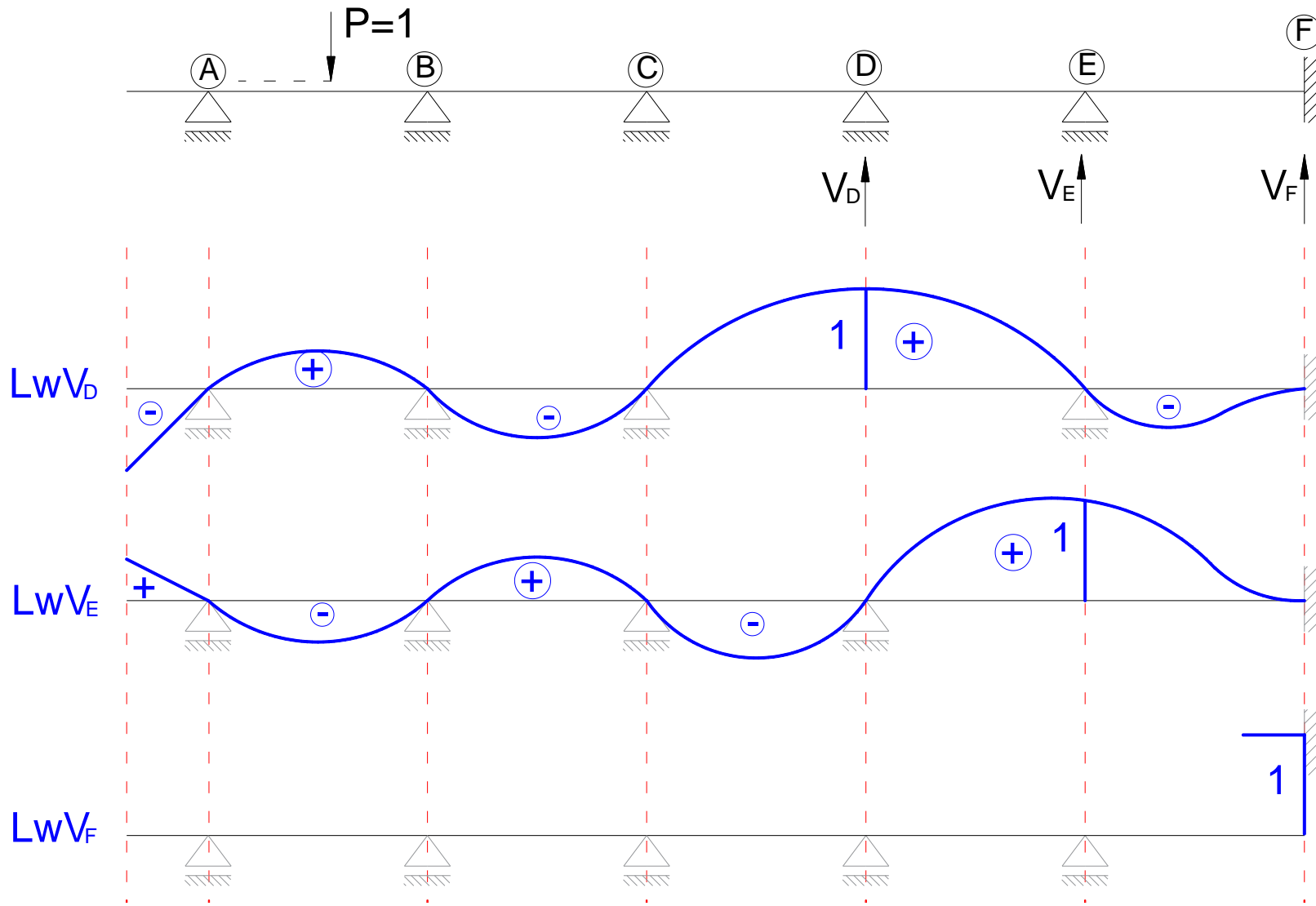
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



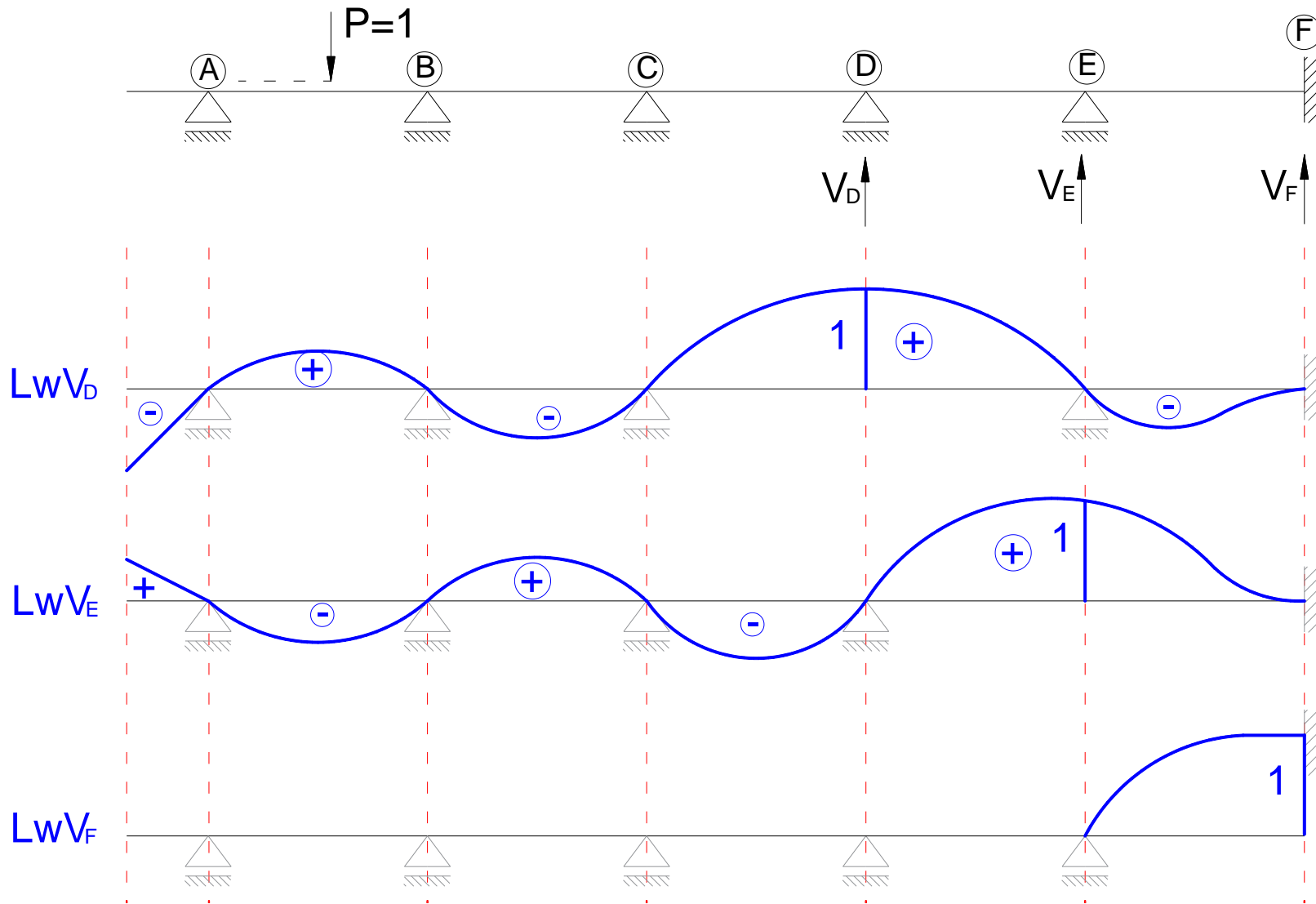
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



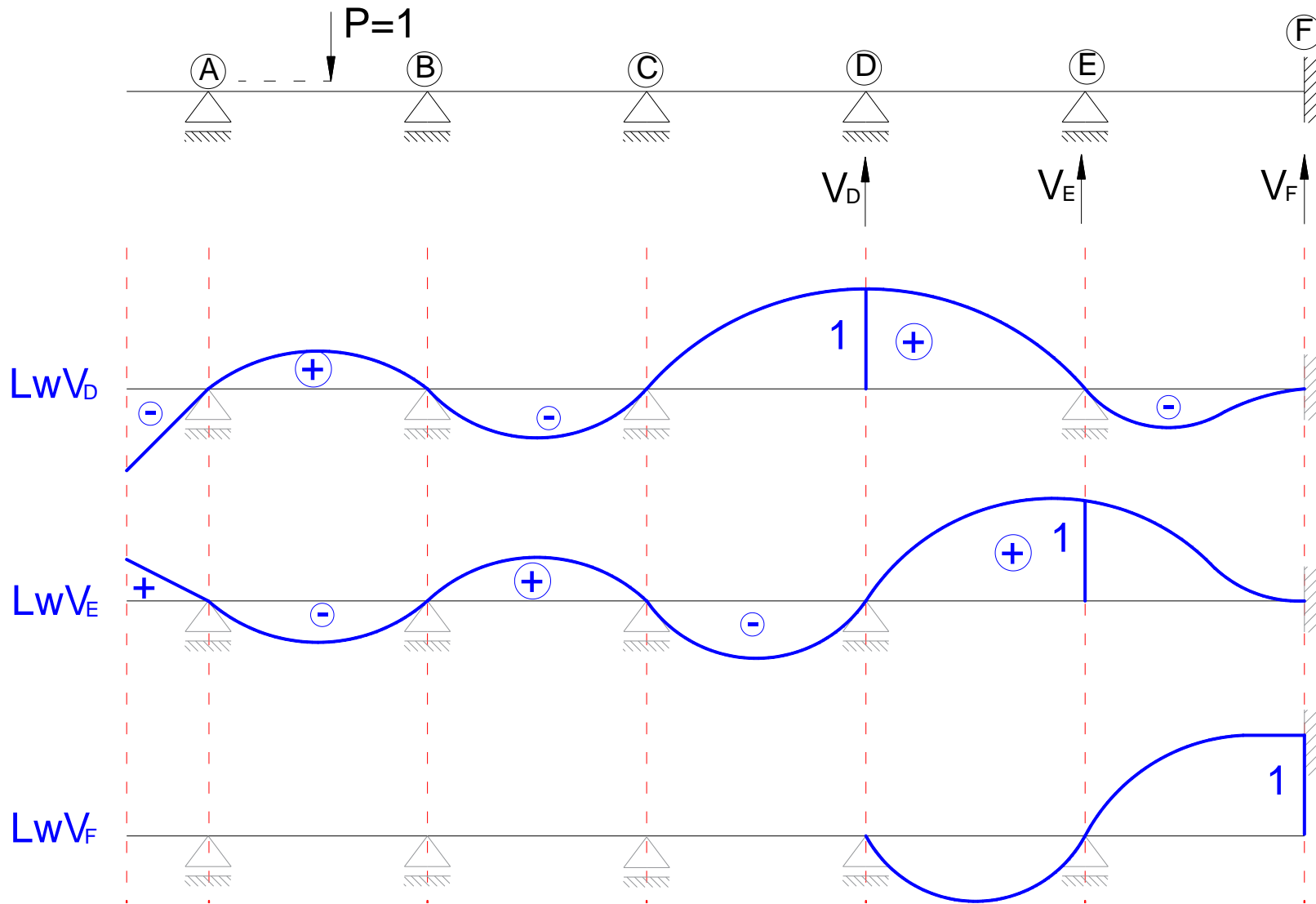
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



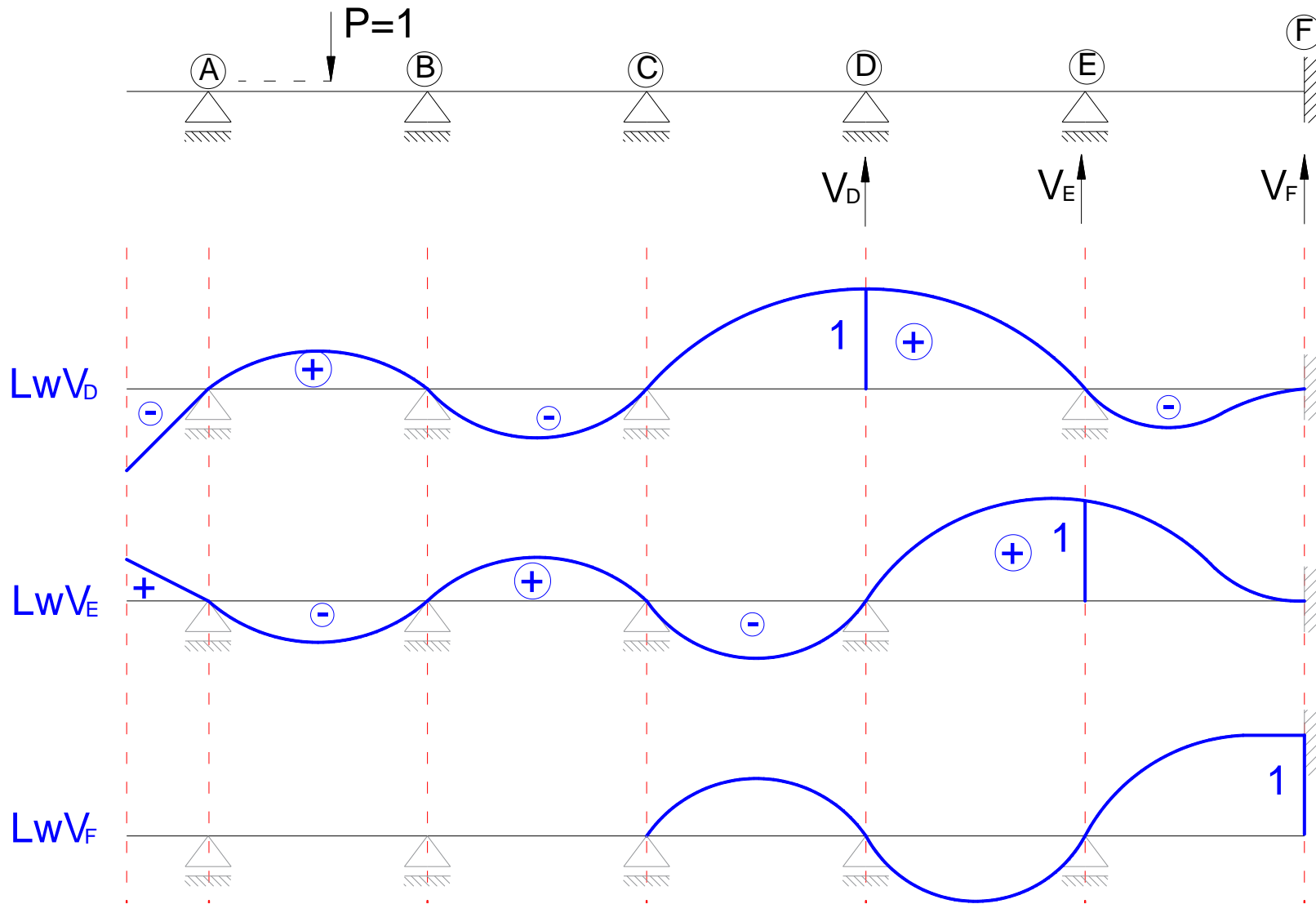
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



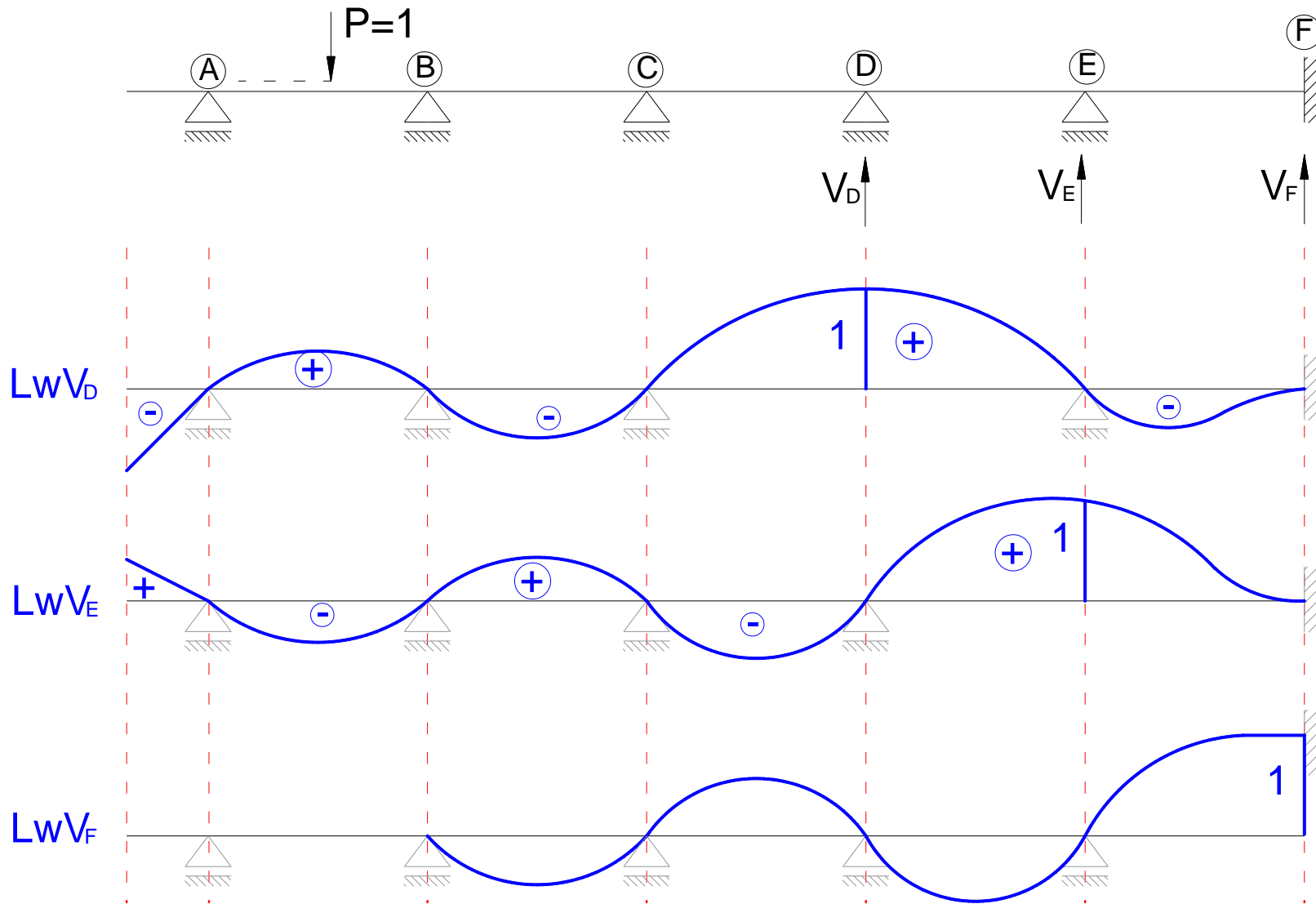
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



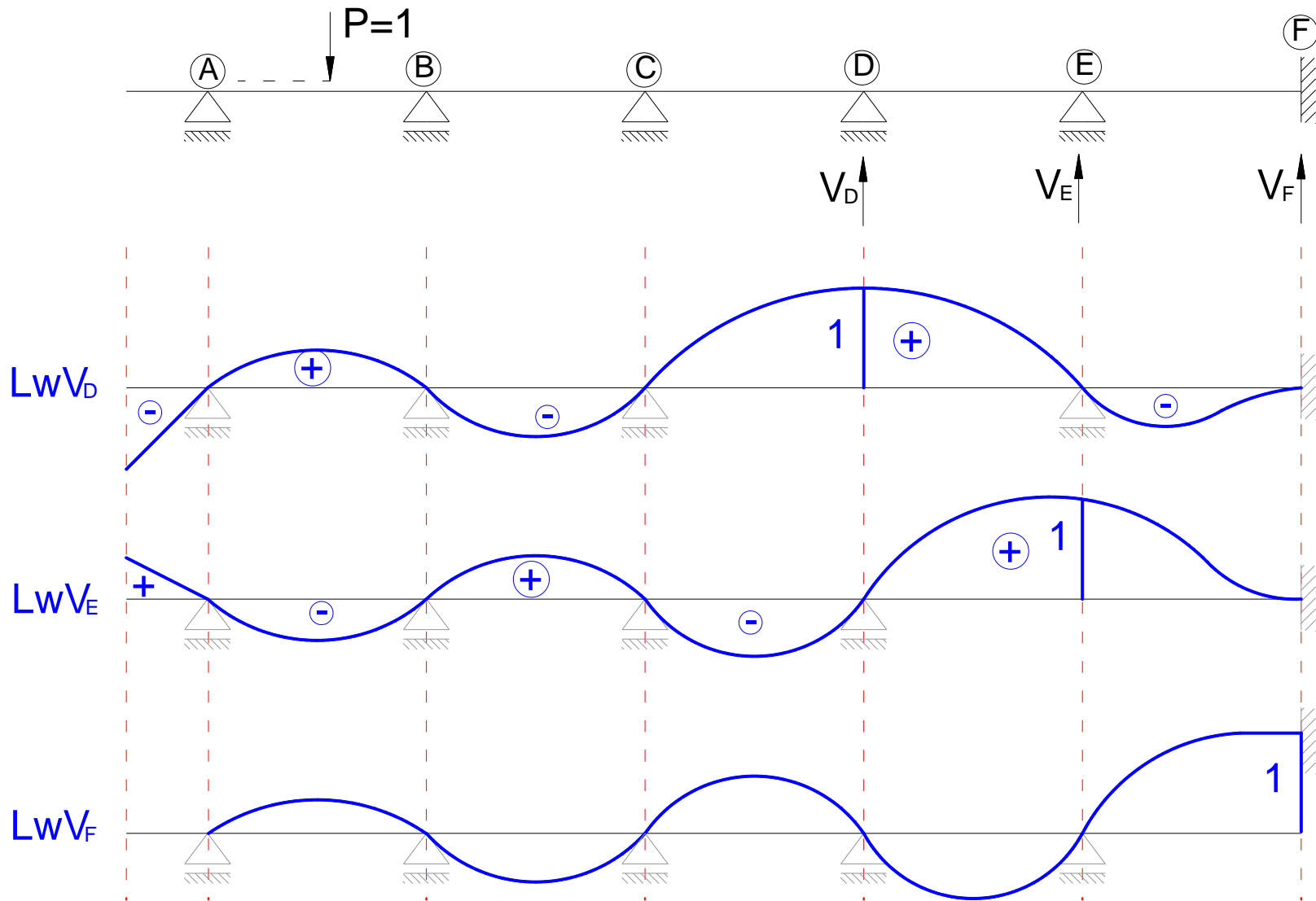
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



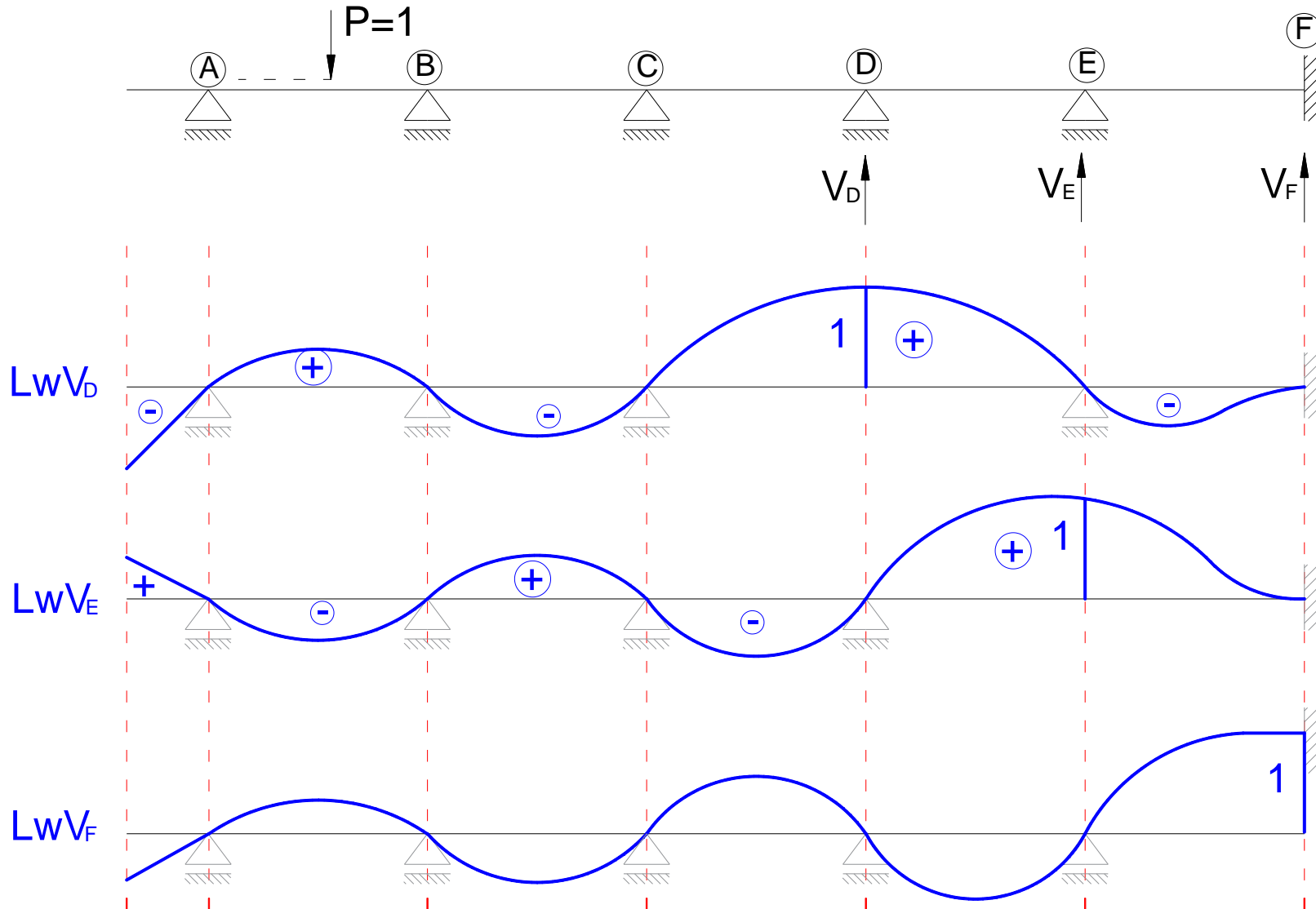
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



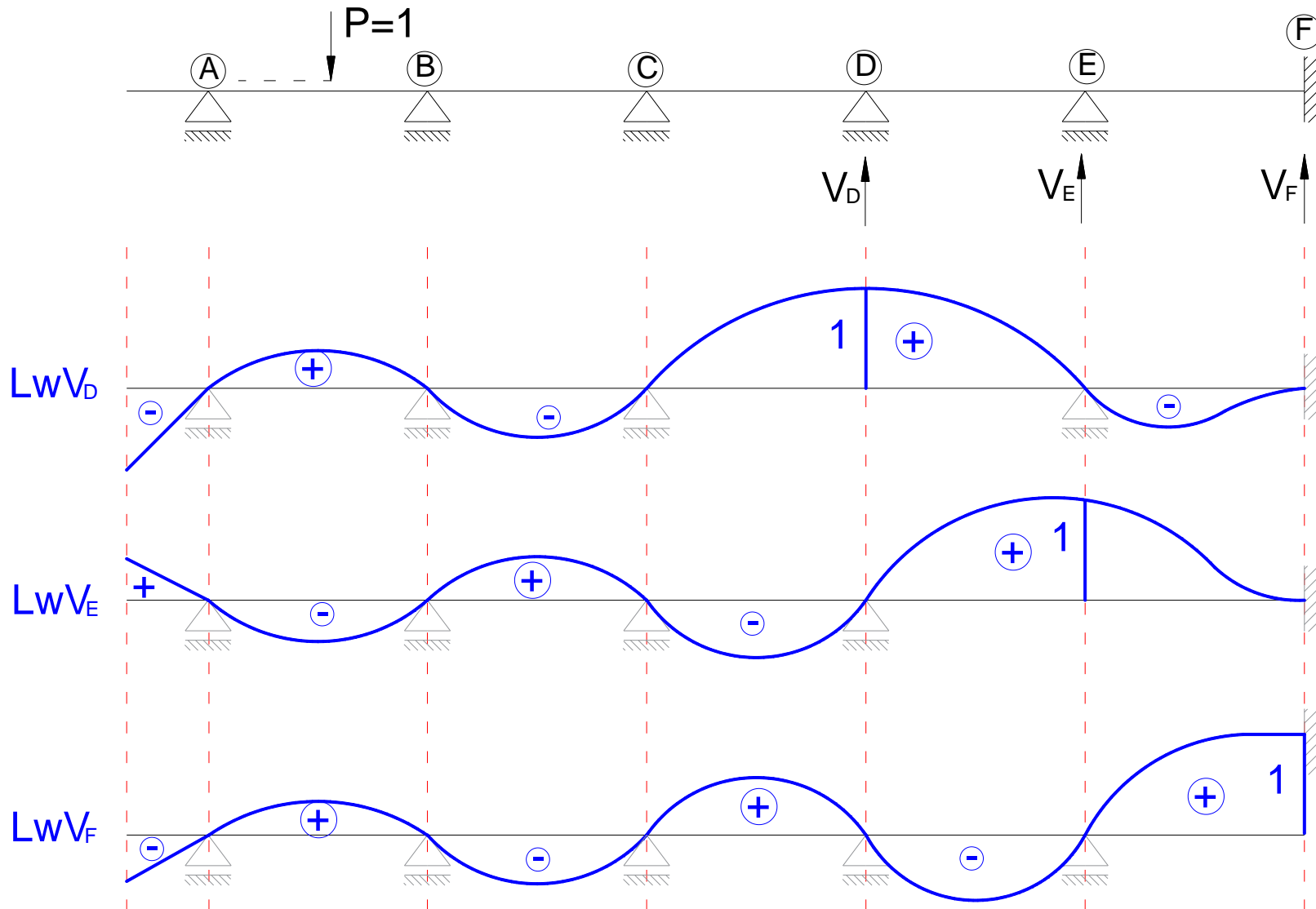
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



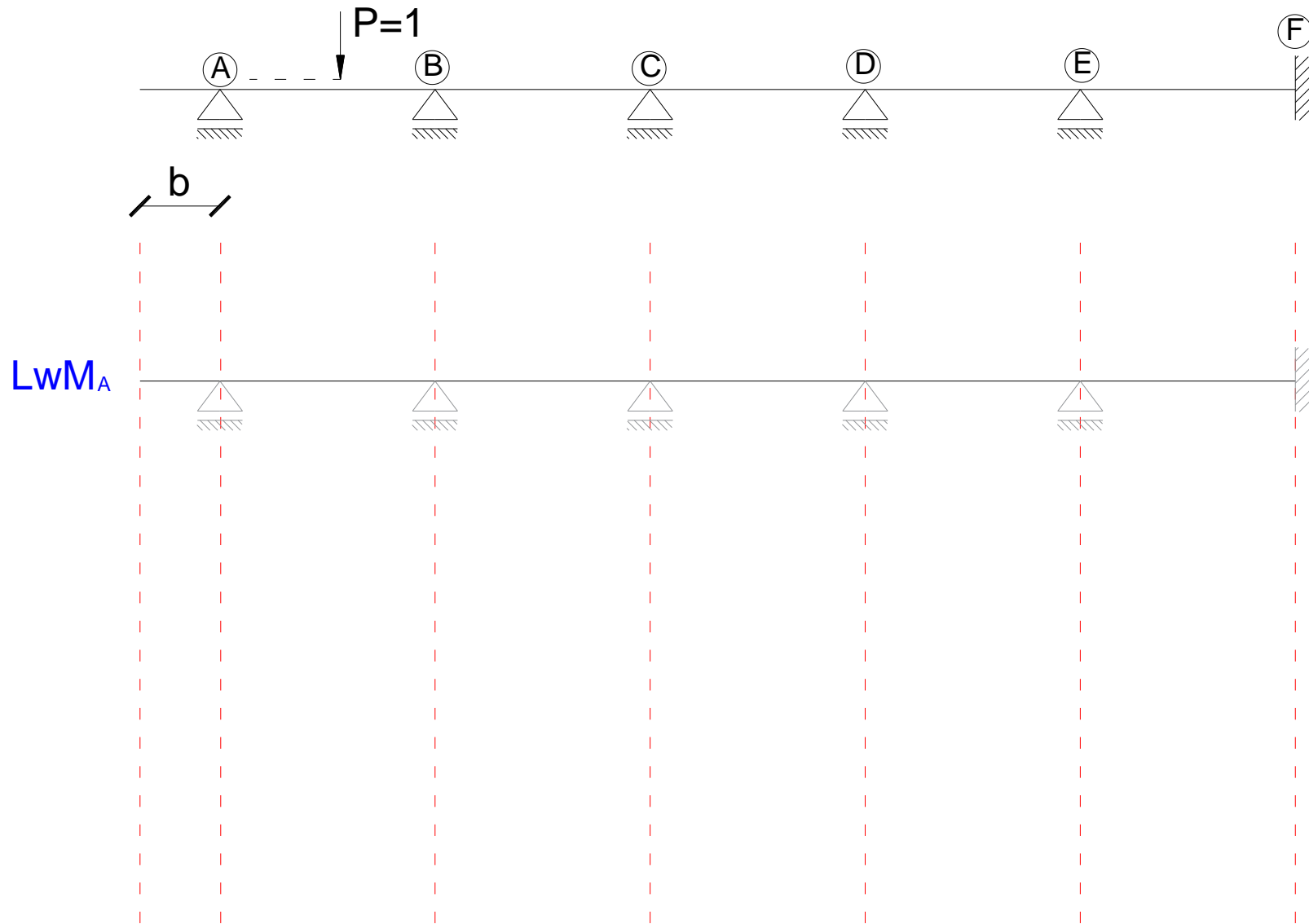
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



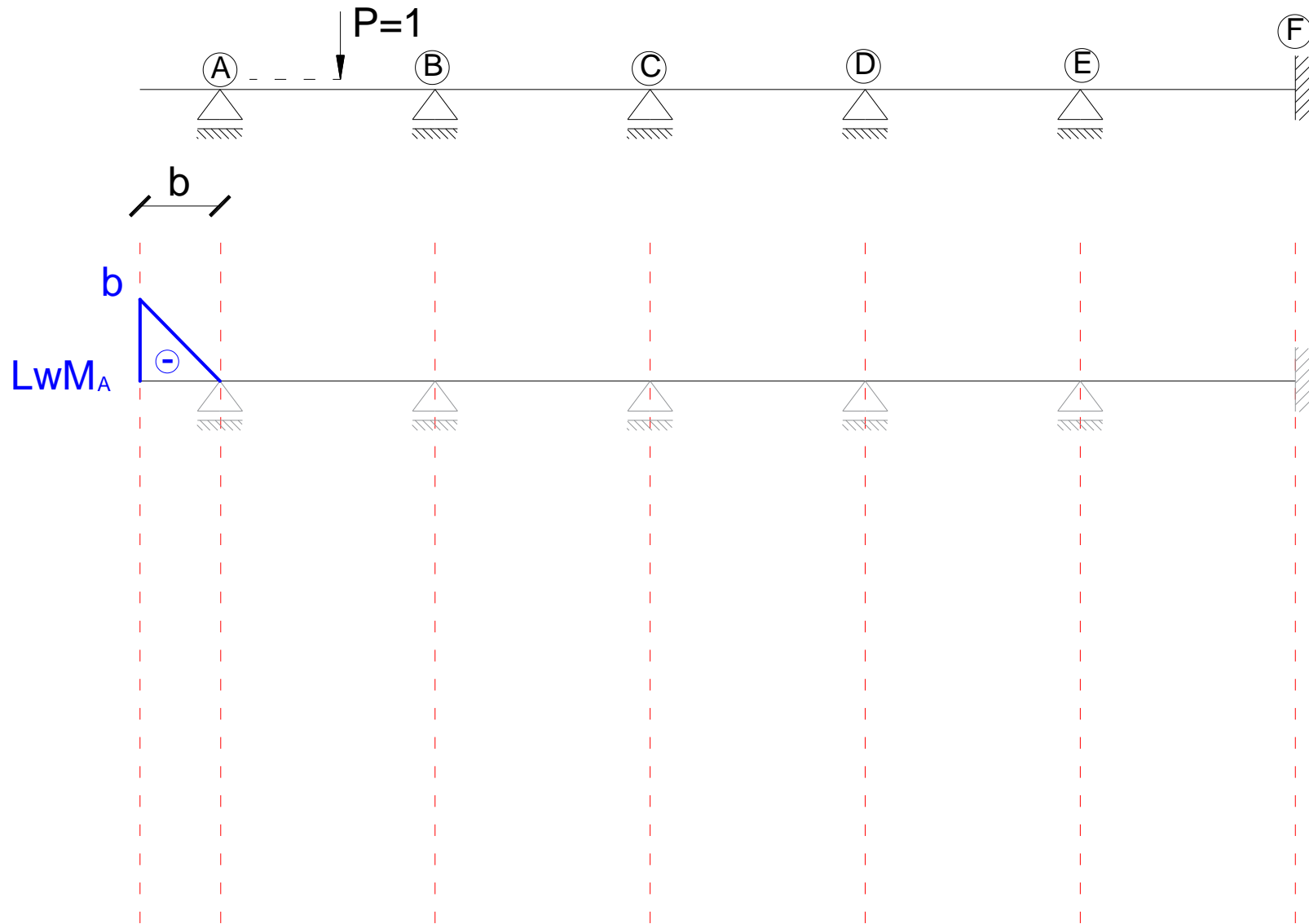
Szkice linii wpływu pionowych reakcji:



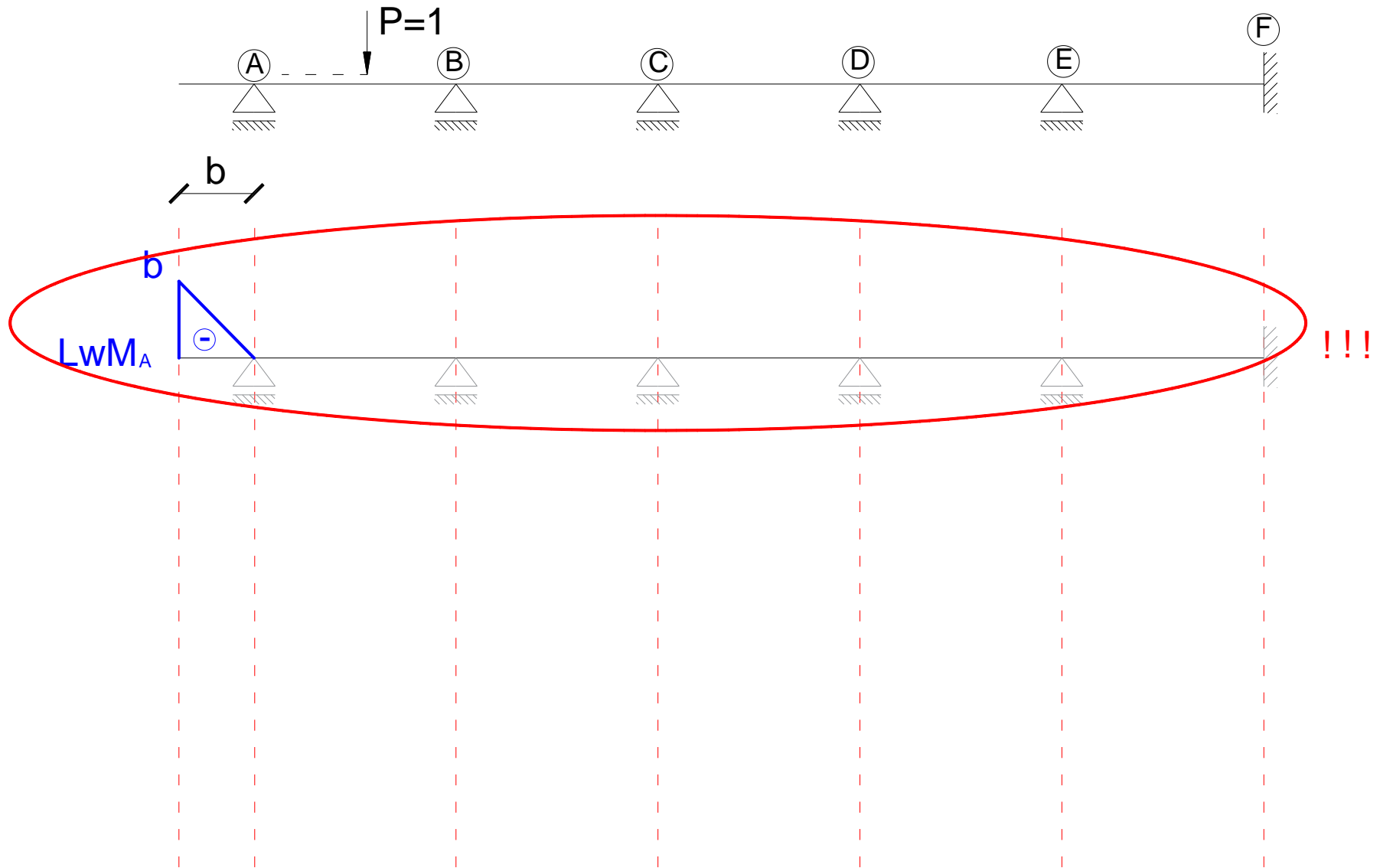
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



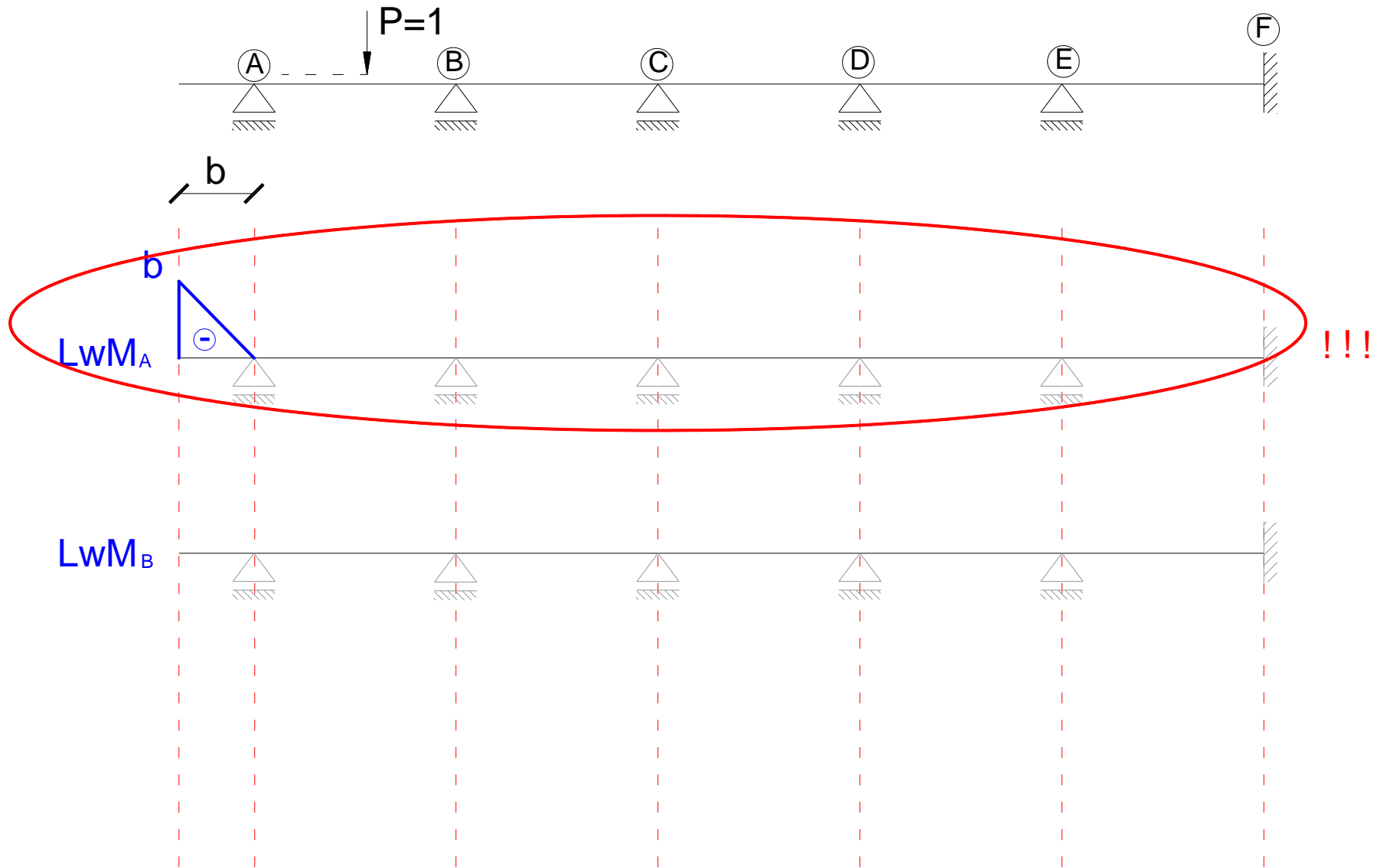
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



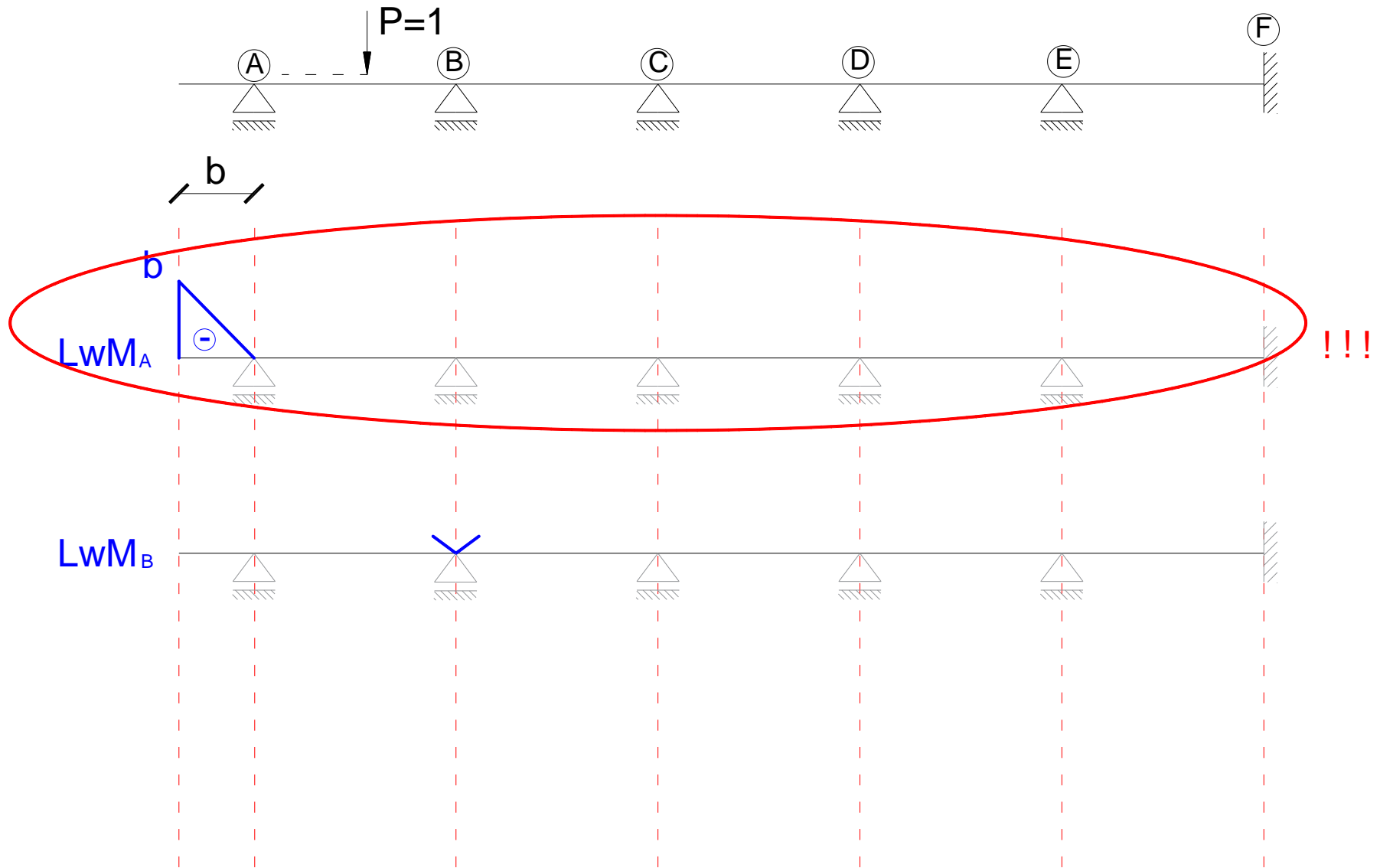
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



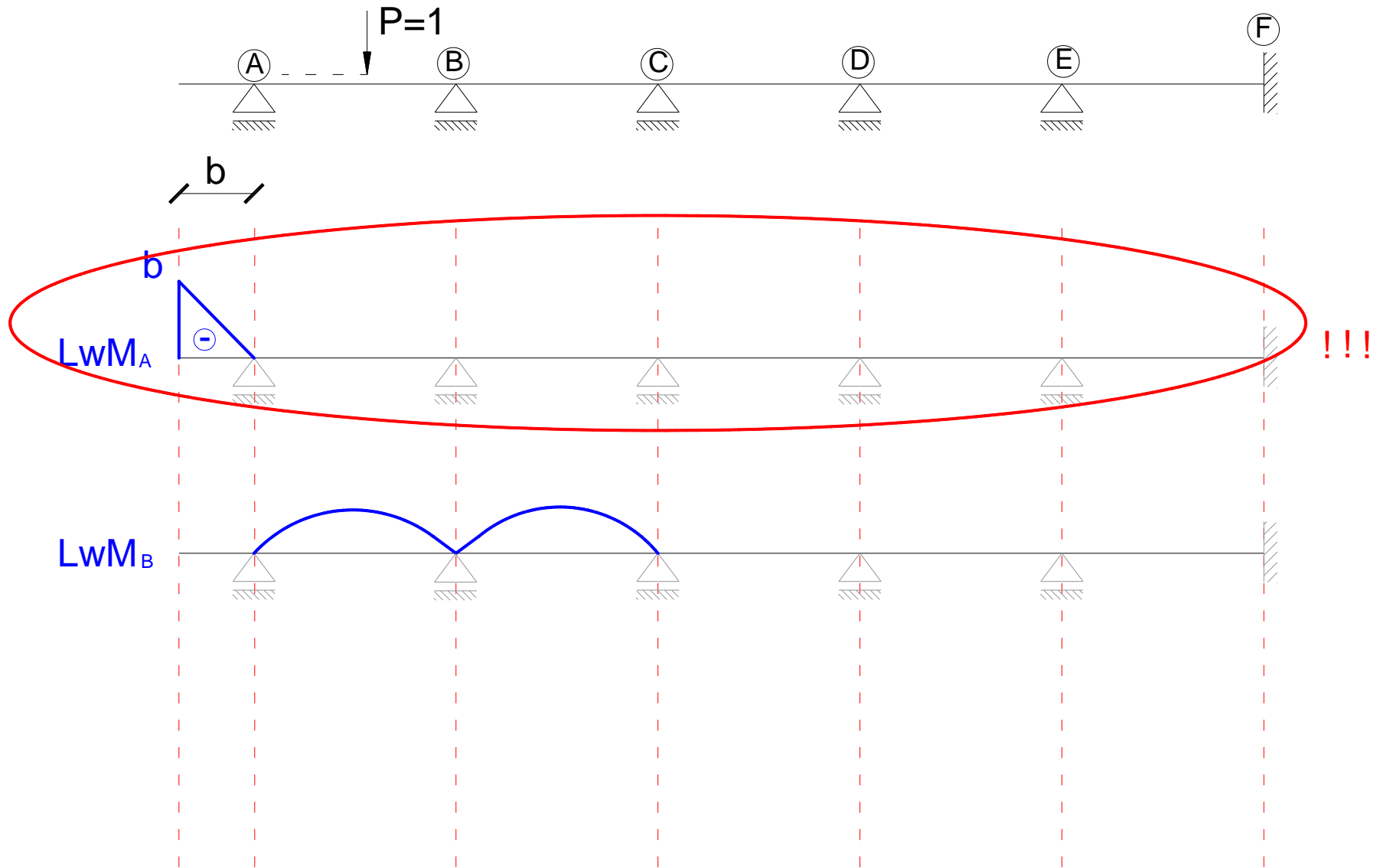
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



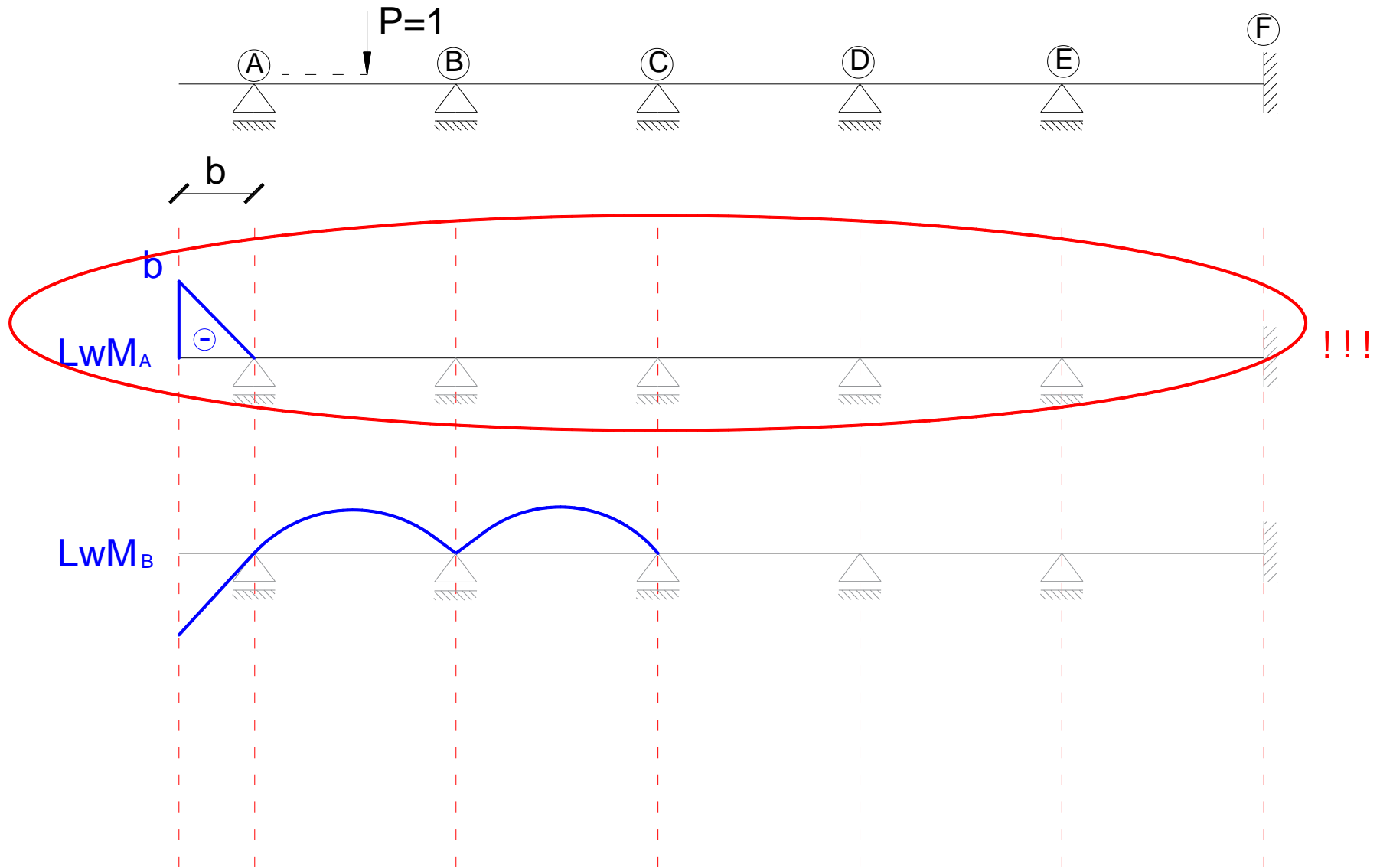
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



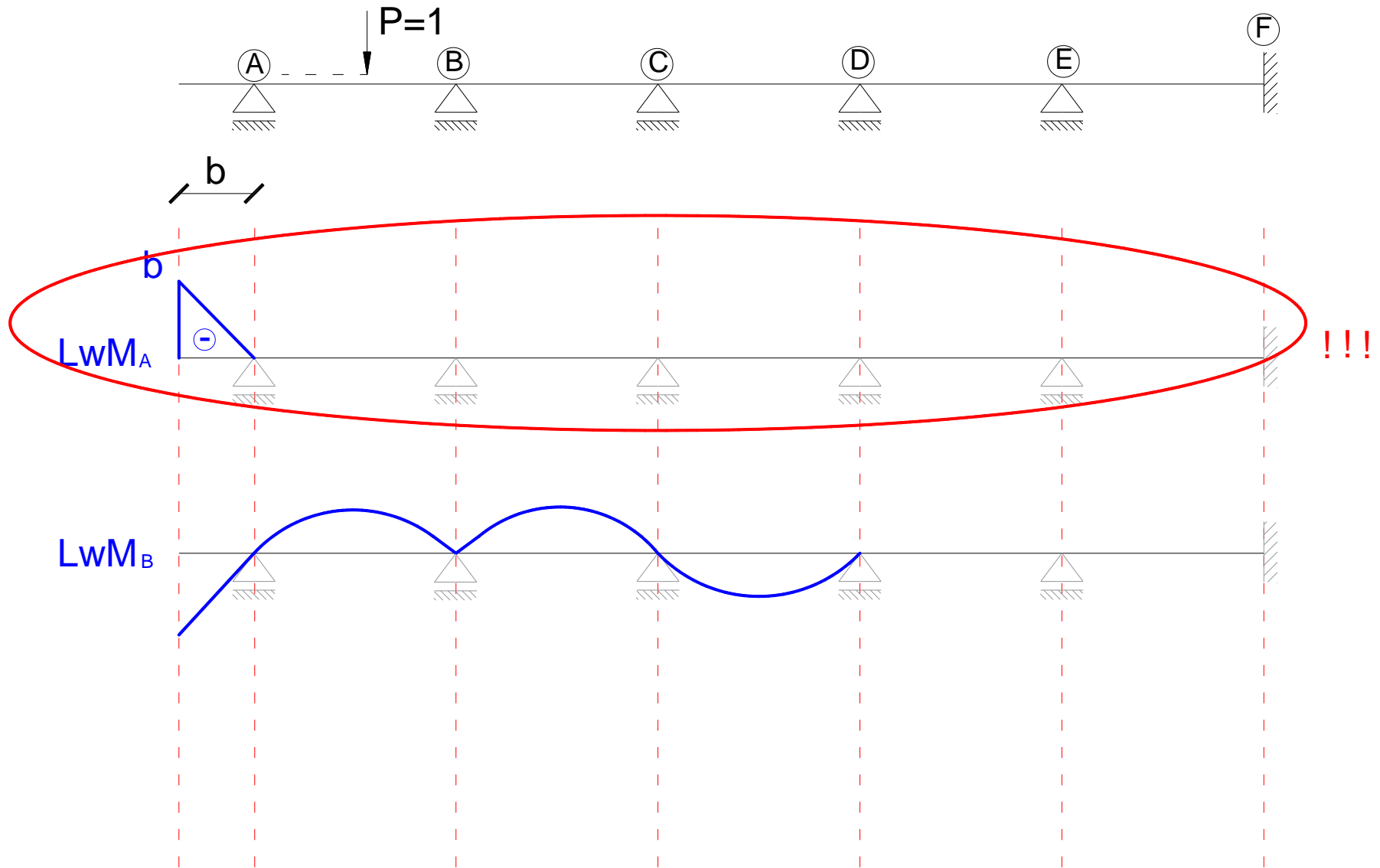
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



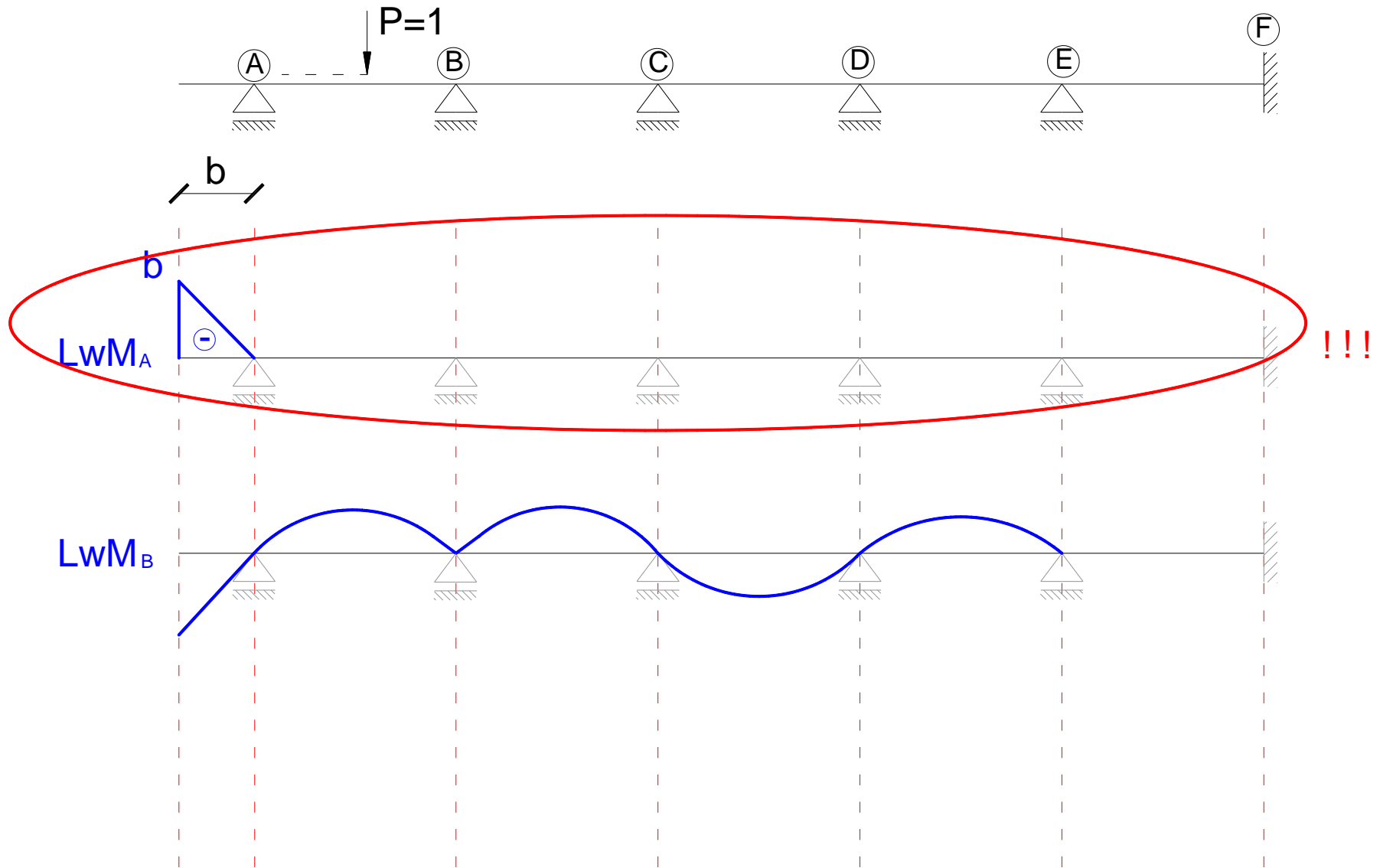
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



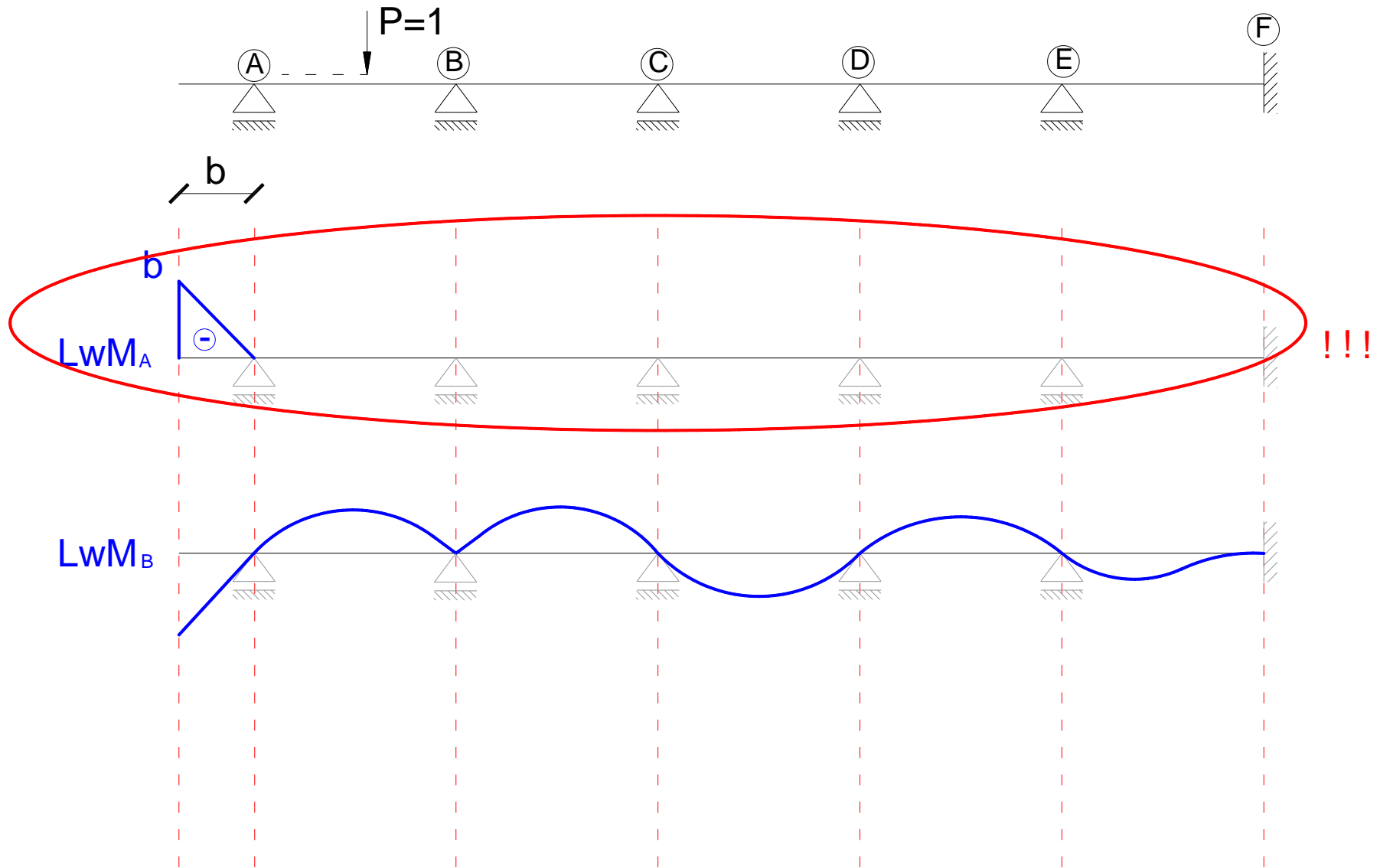
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



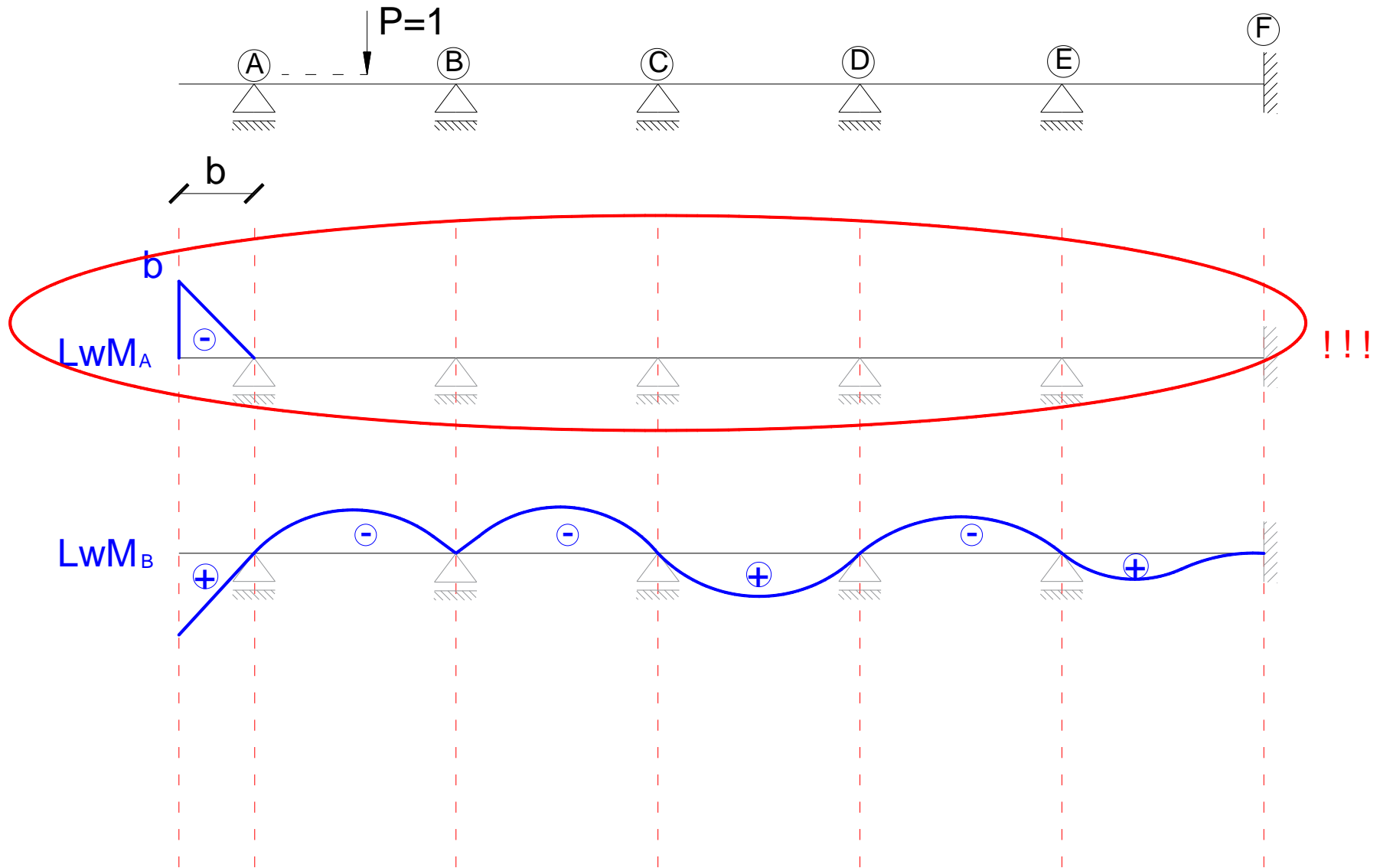
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



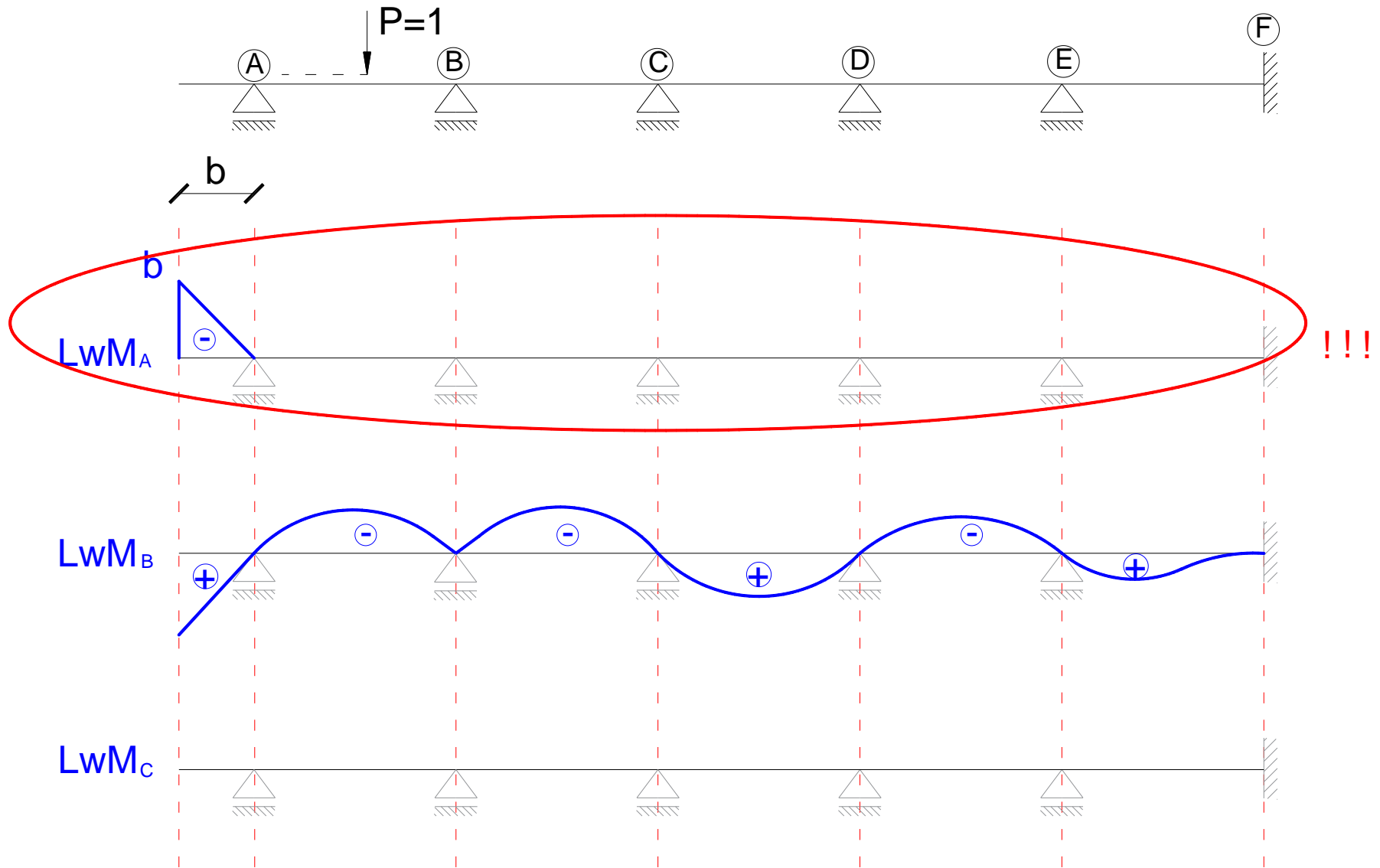
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



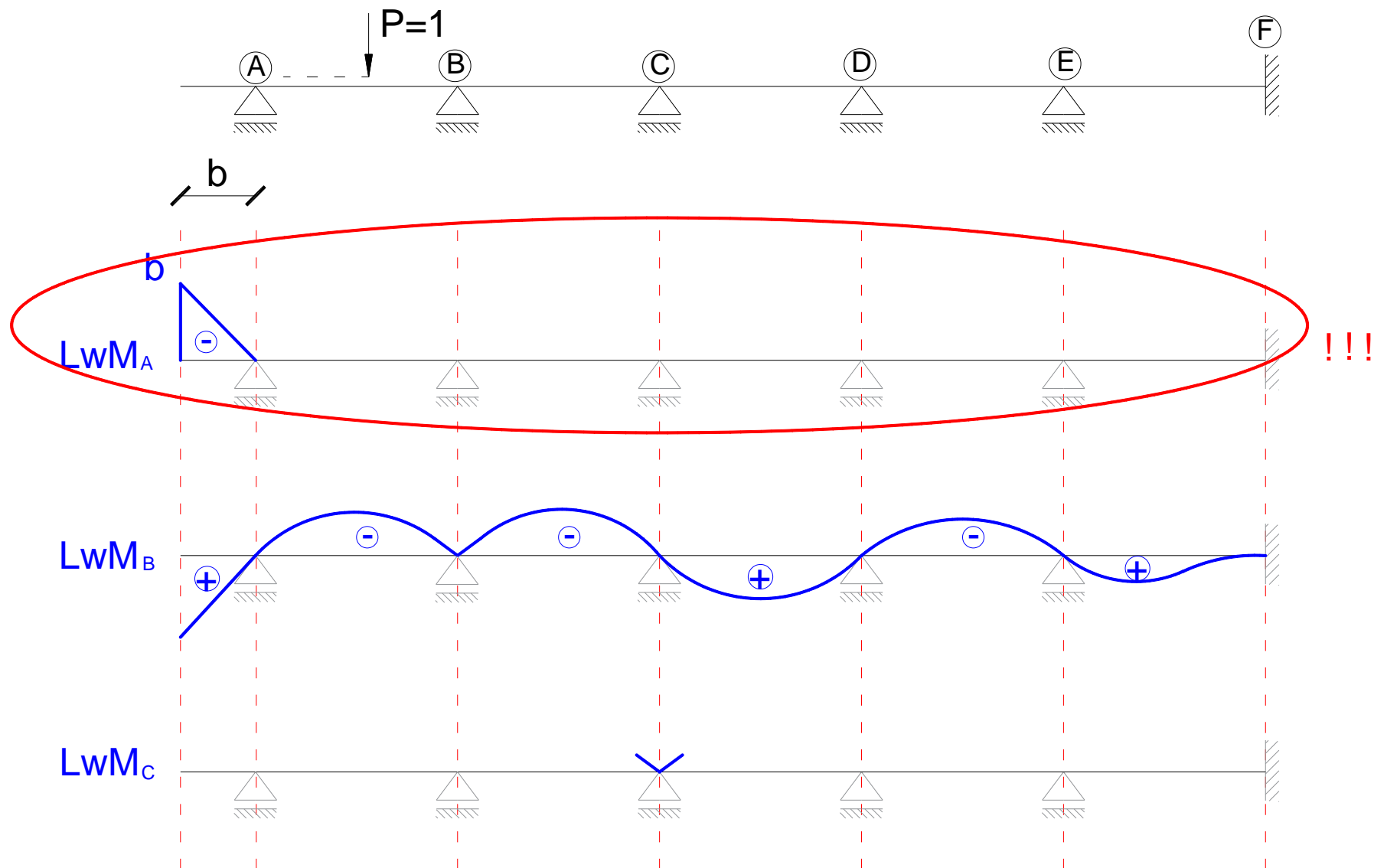
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



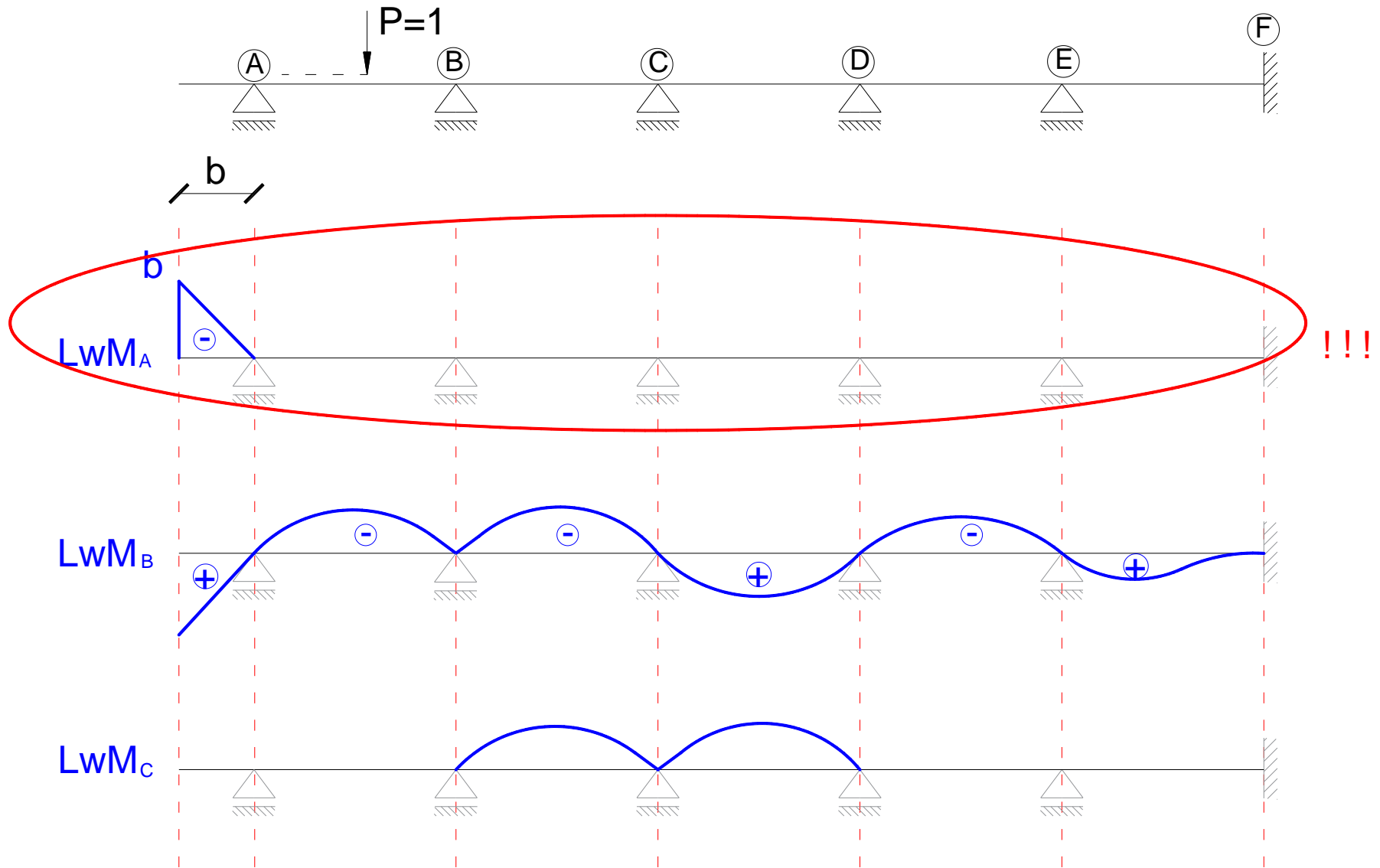
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



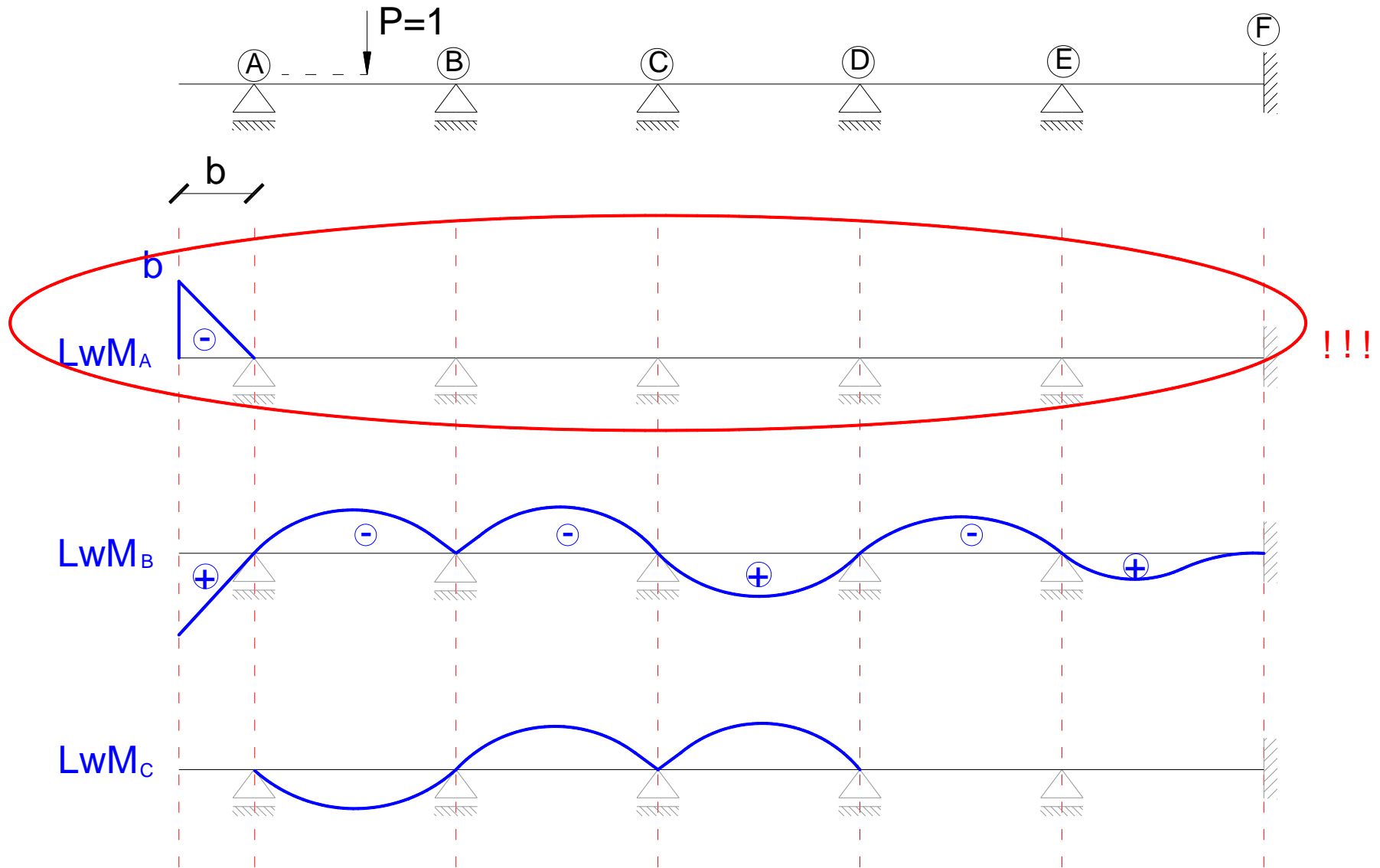
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



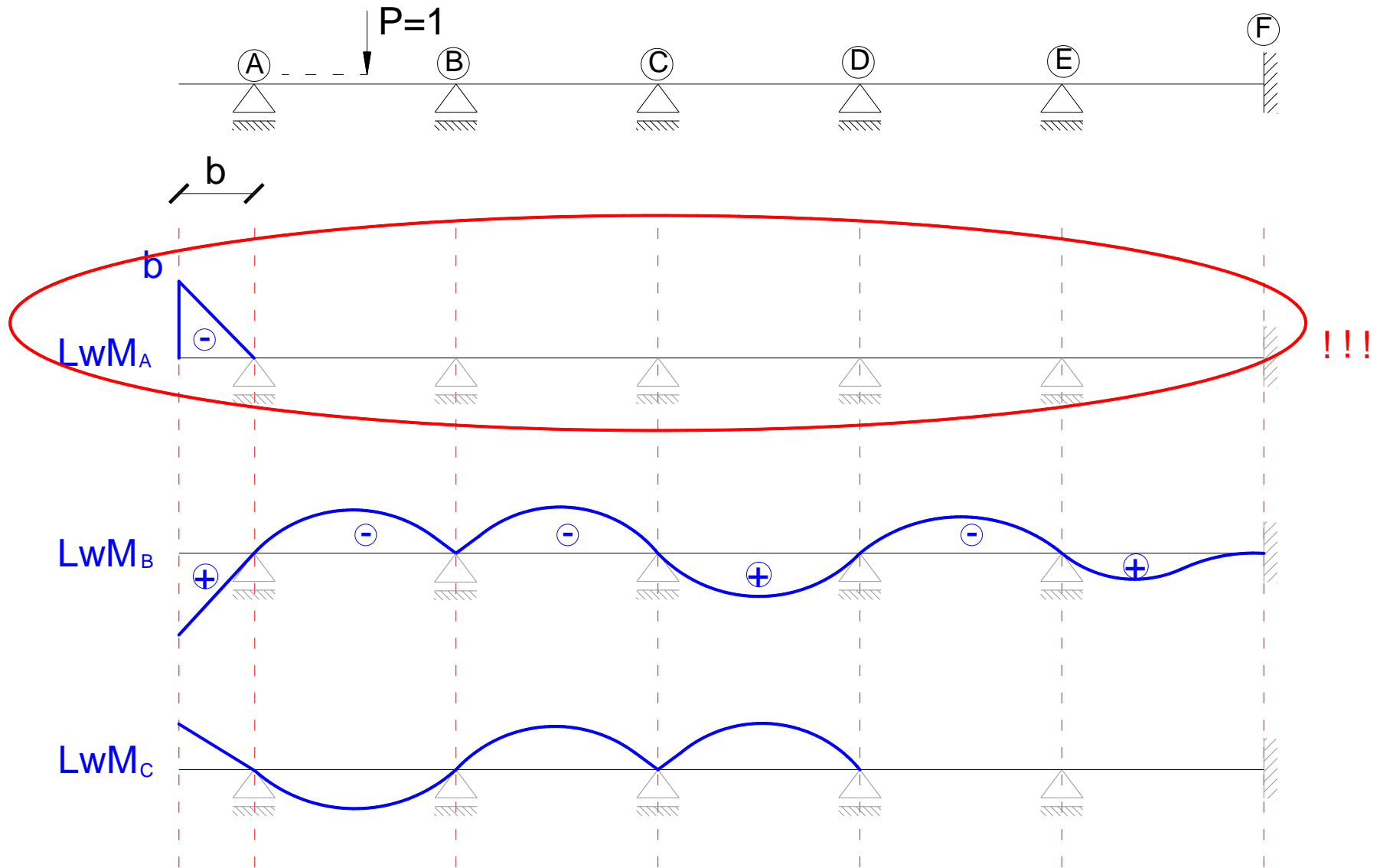
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



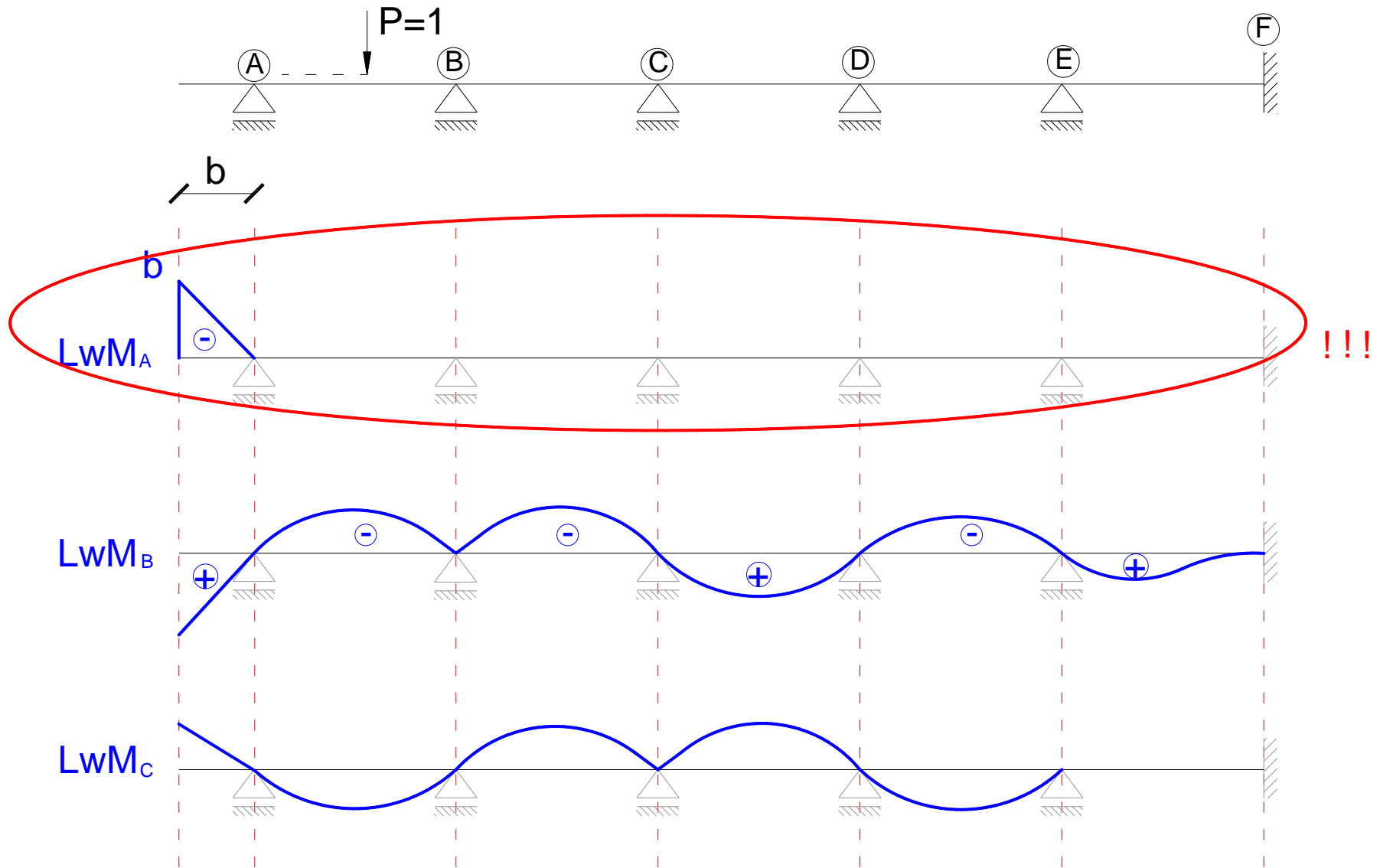
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



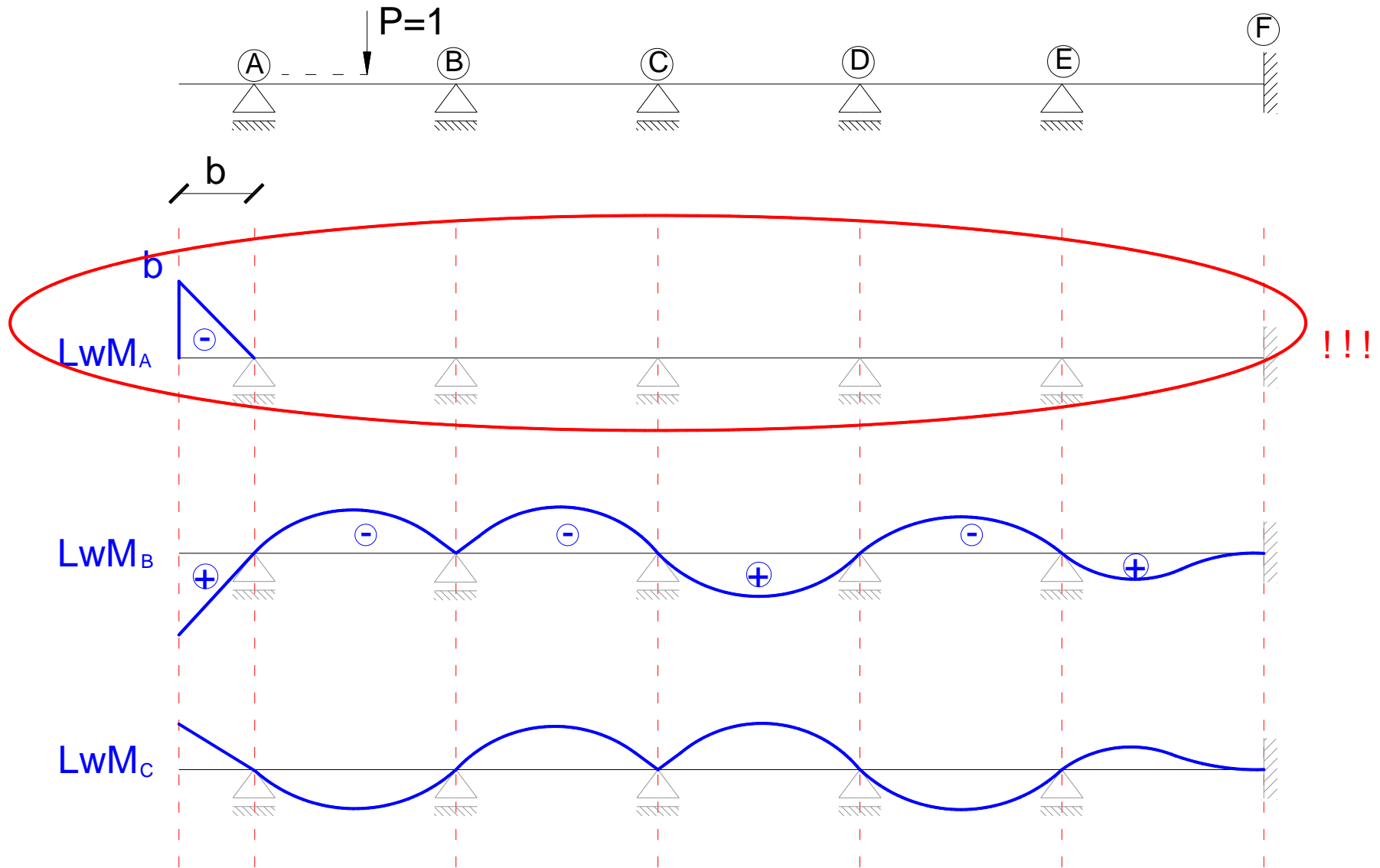
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



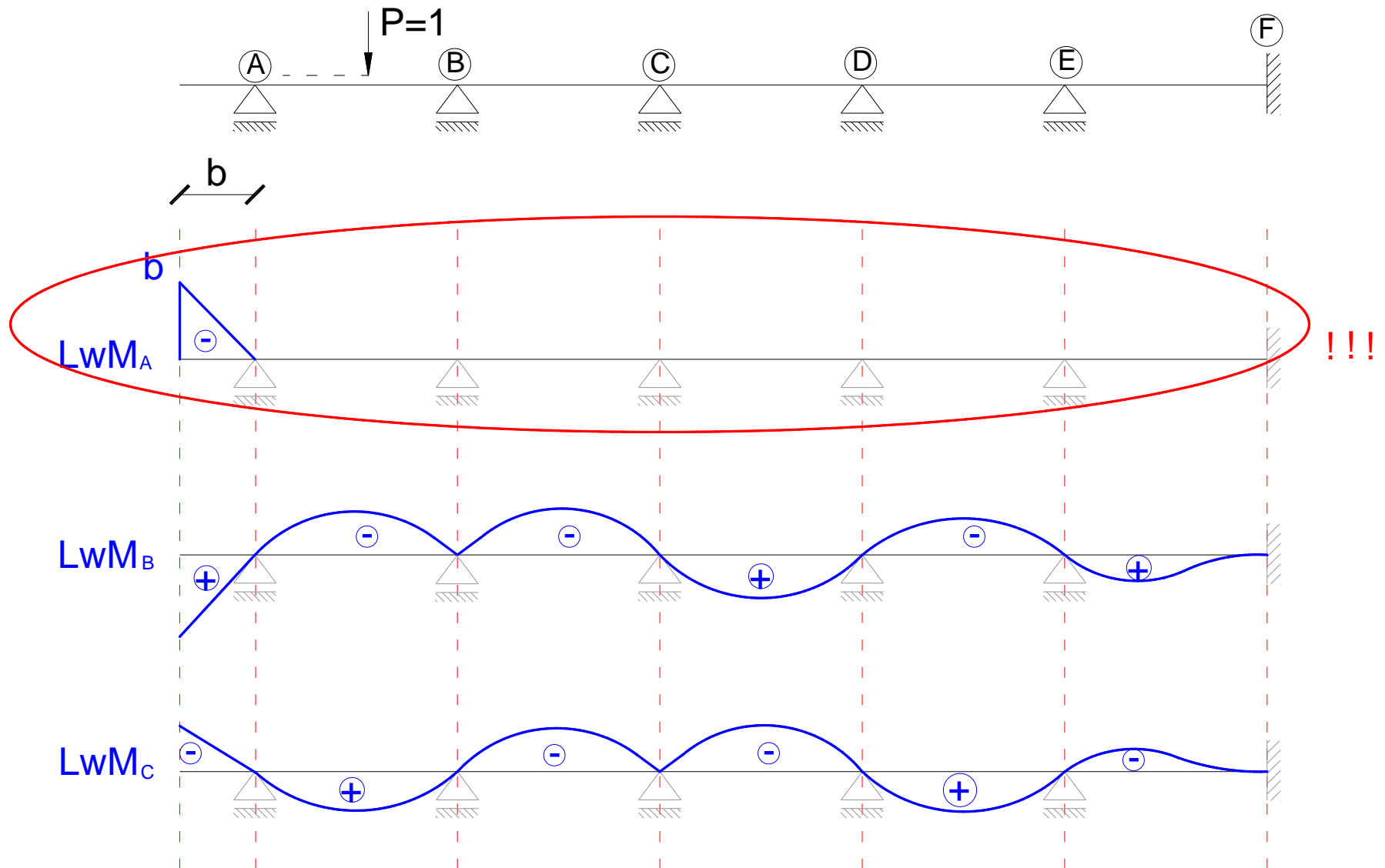
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



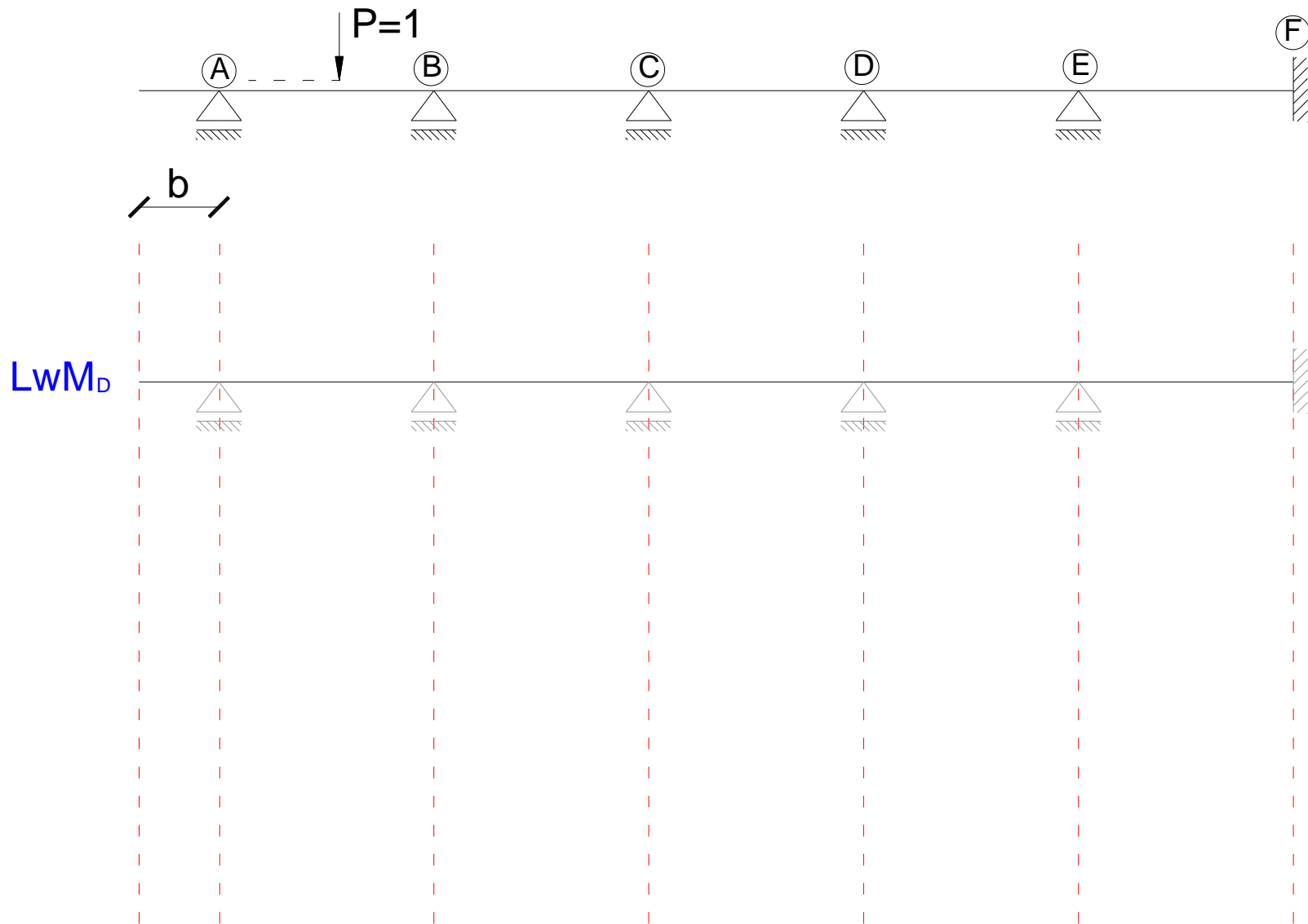
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



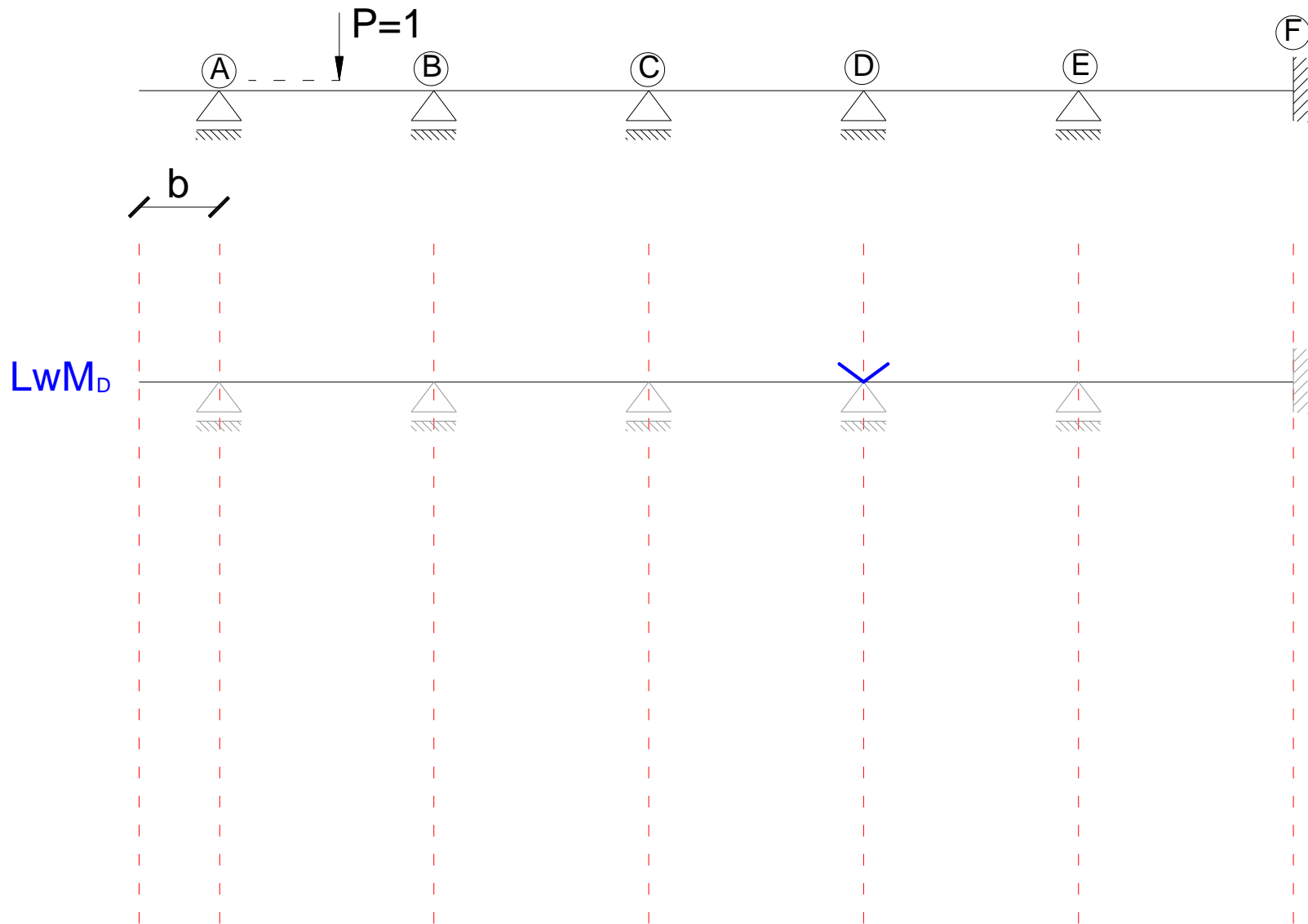
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



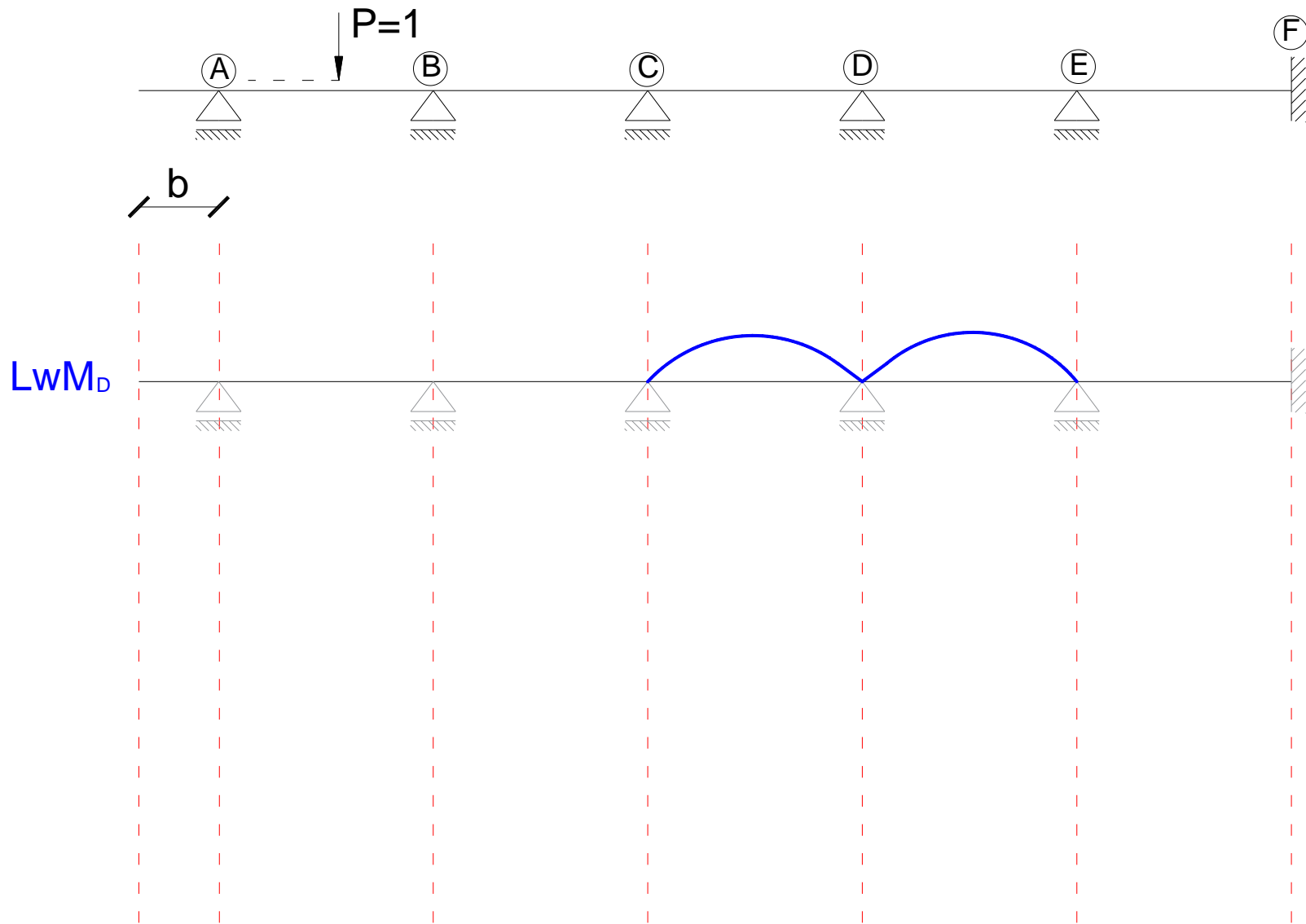
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



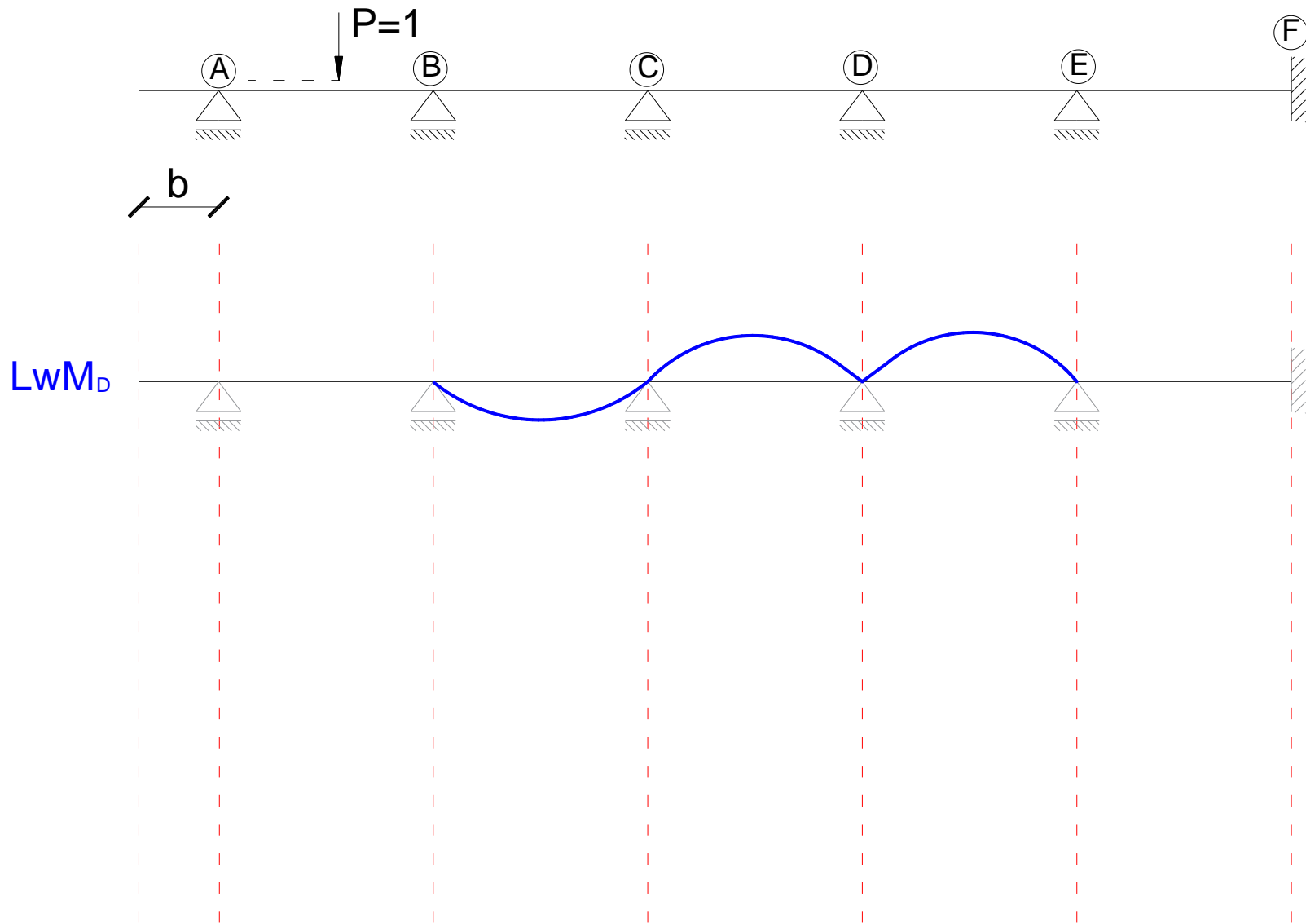
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



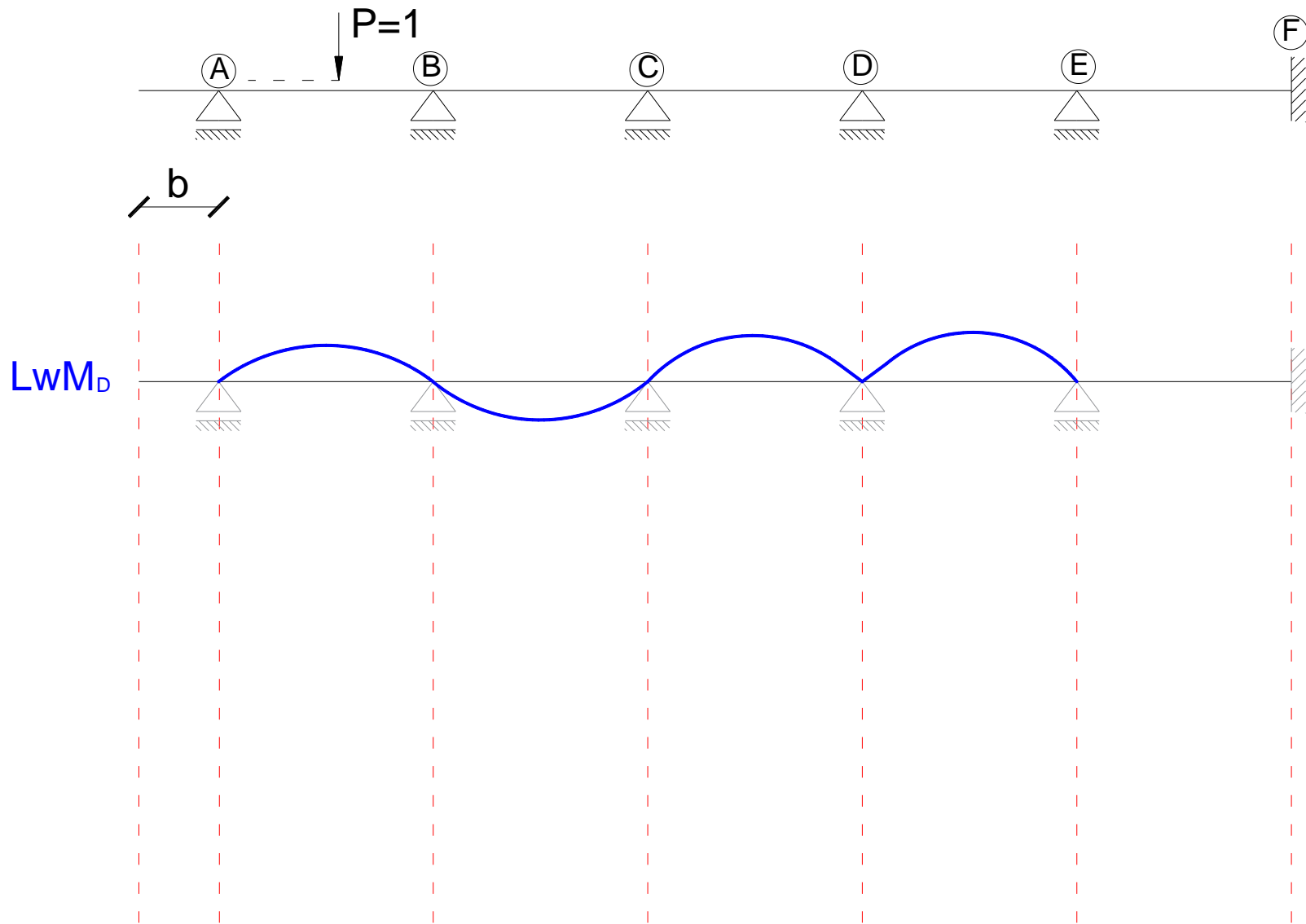
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



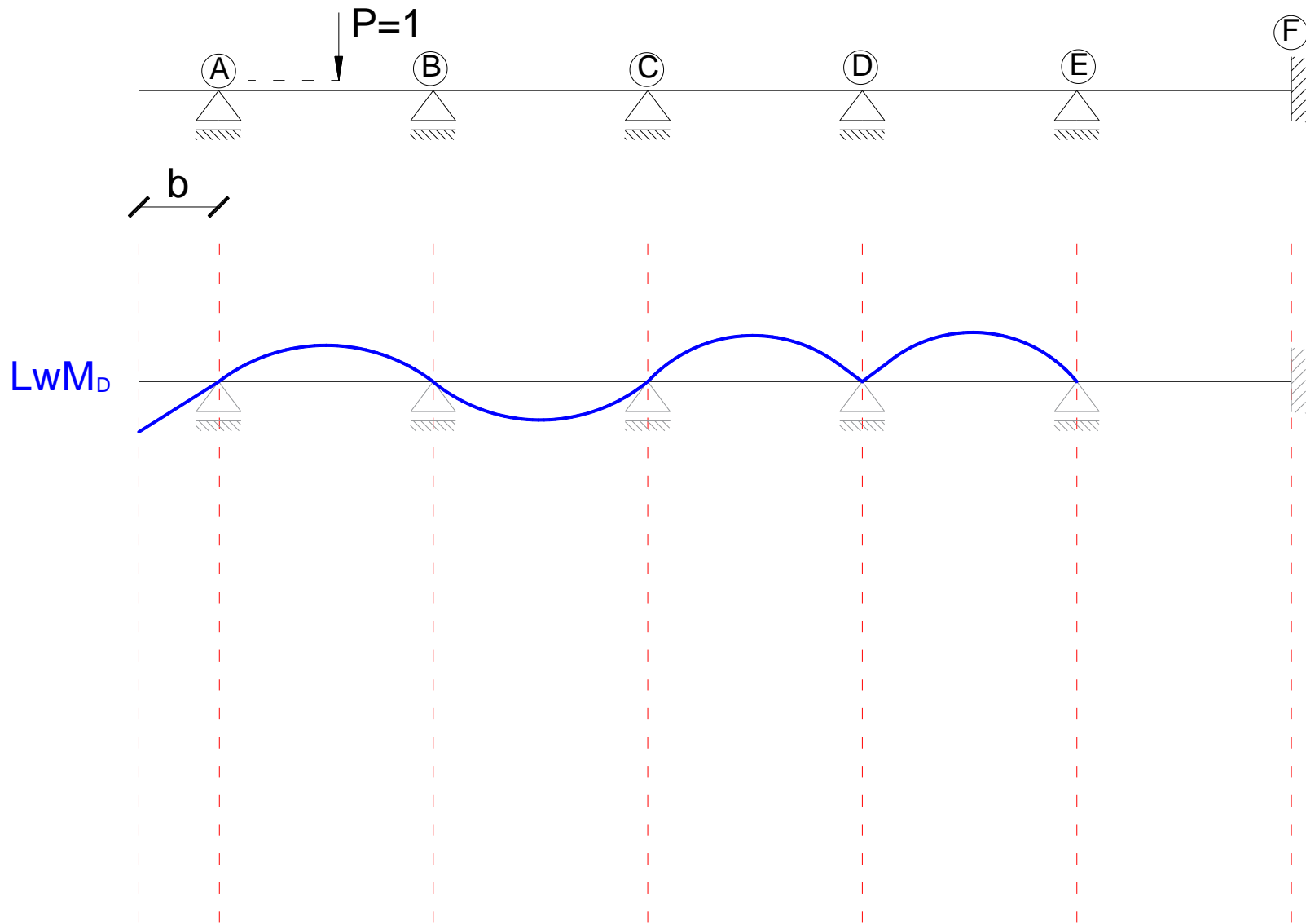
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



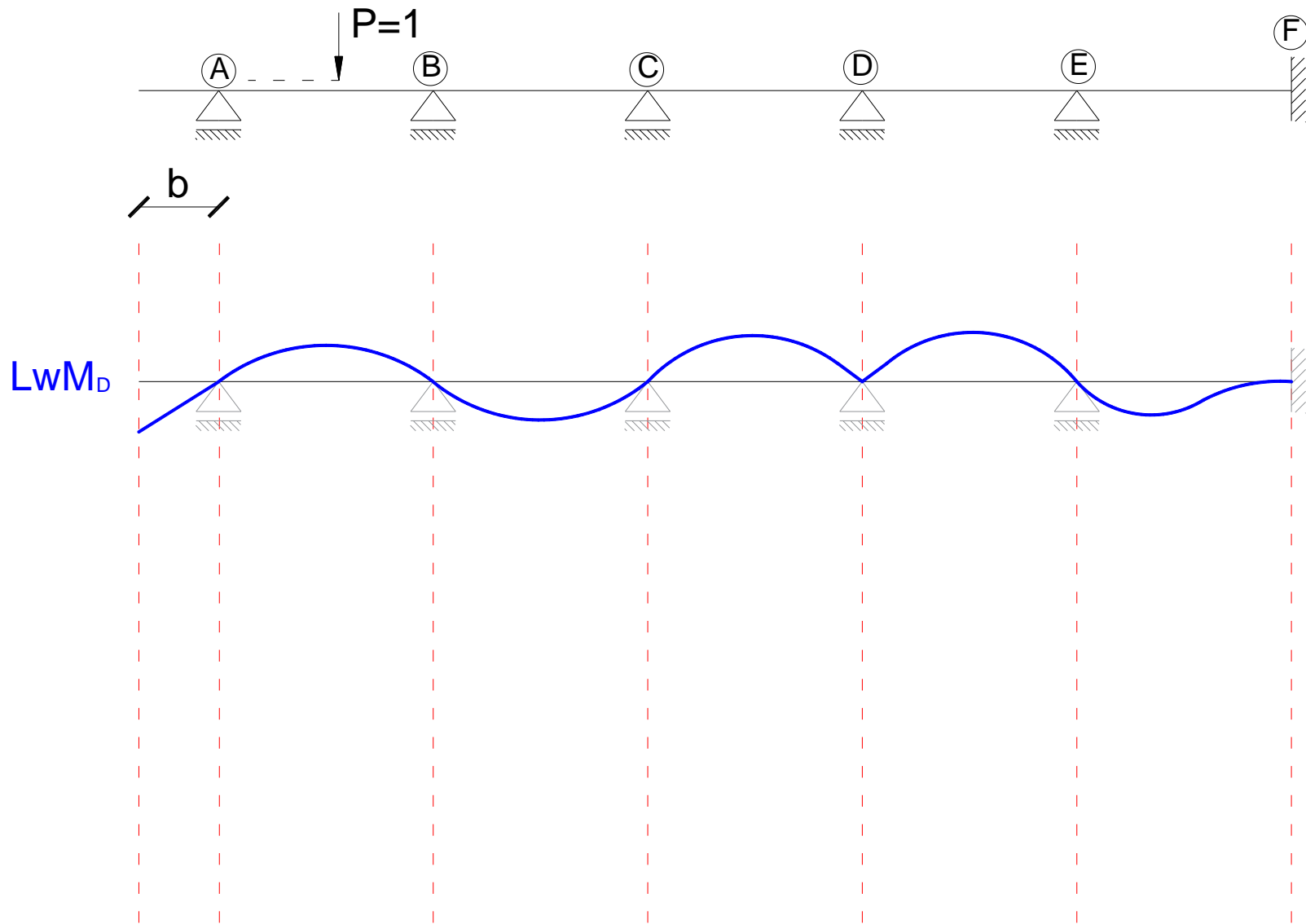
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



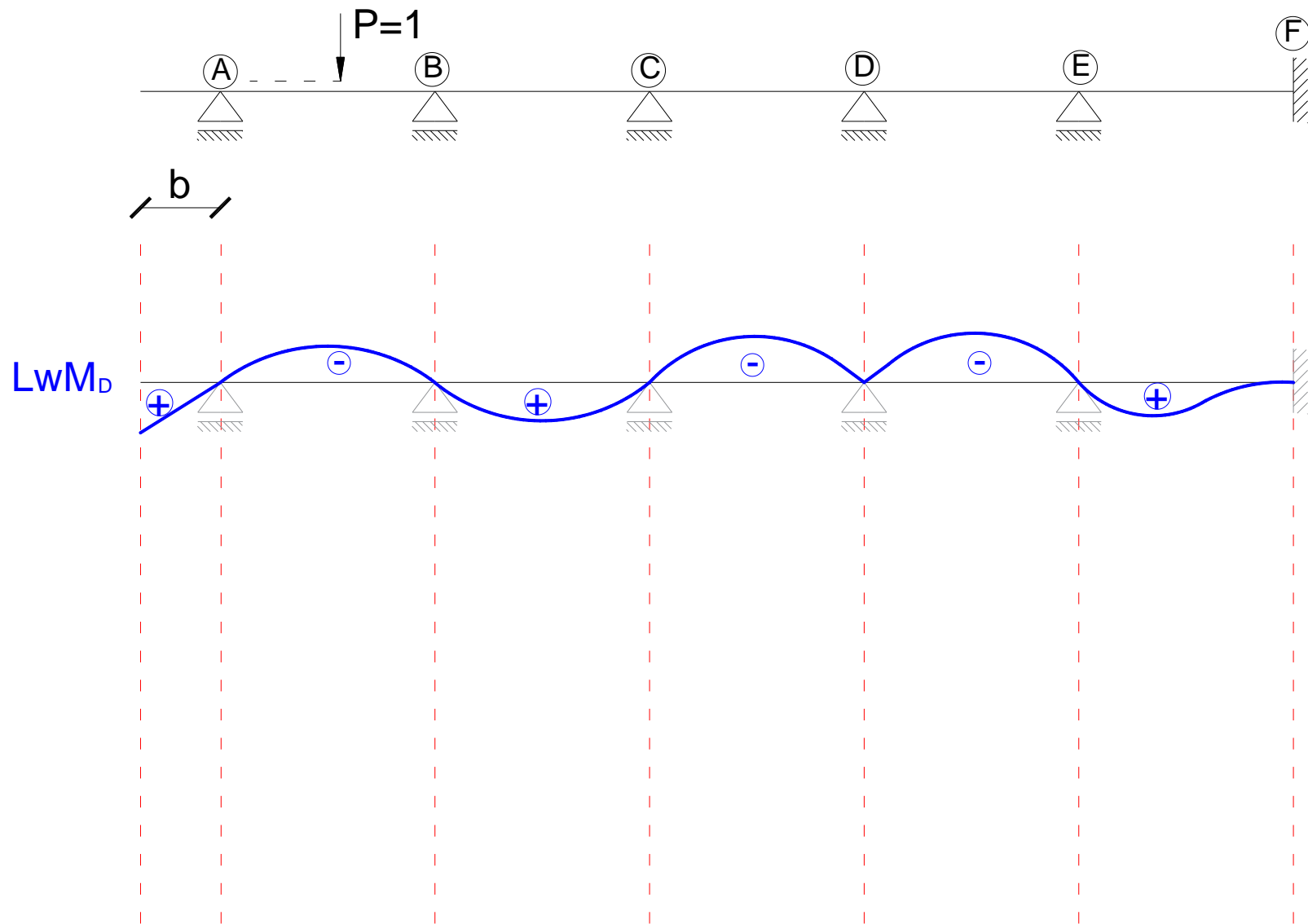
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



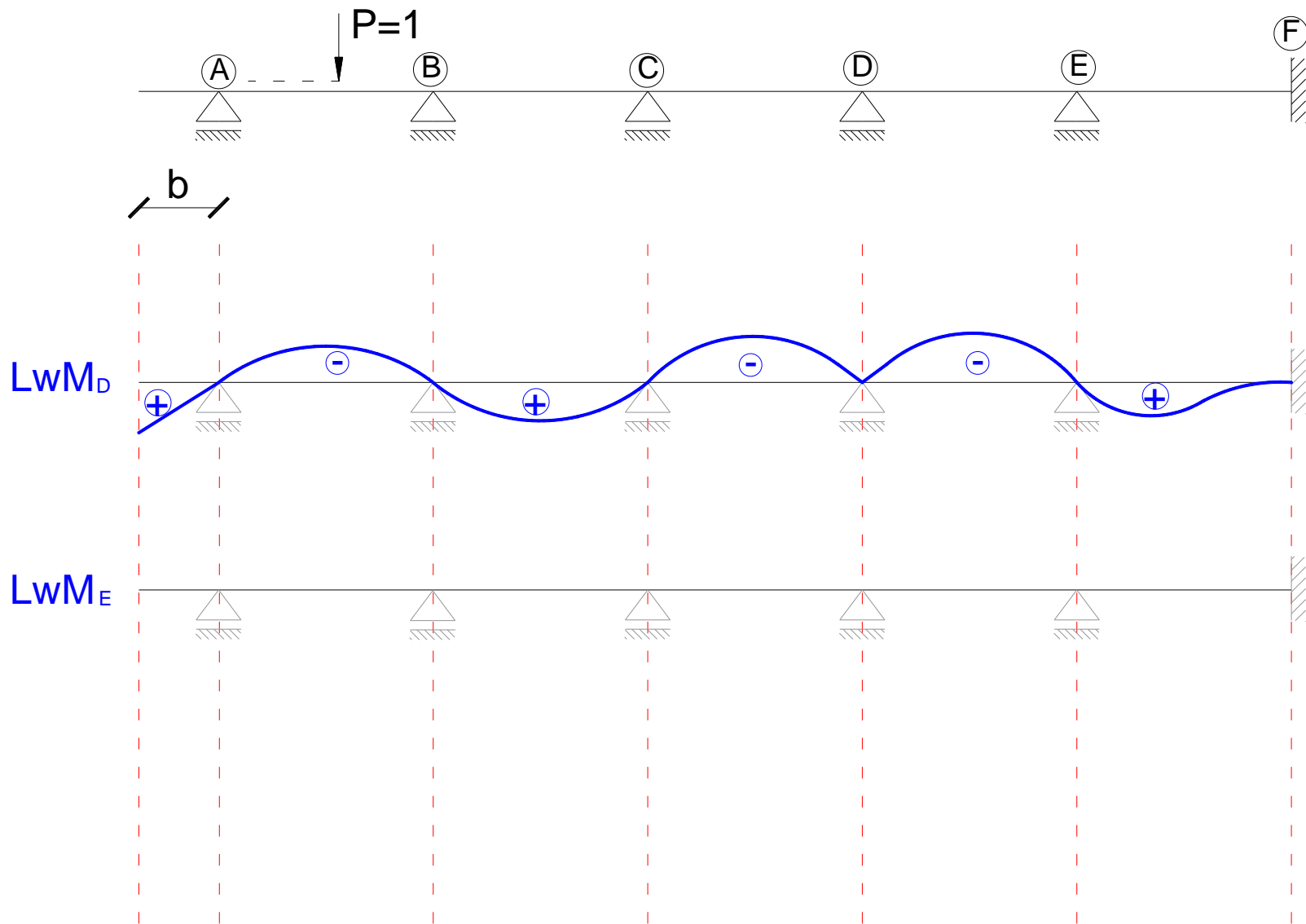
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



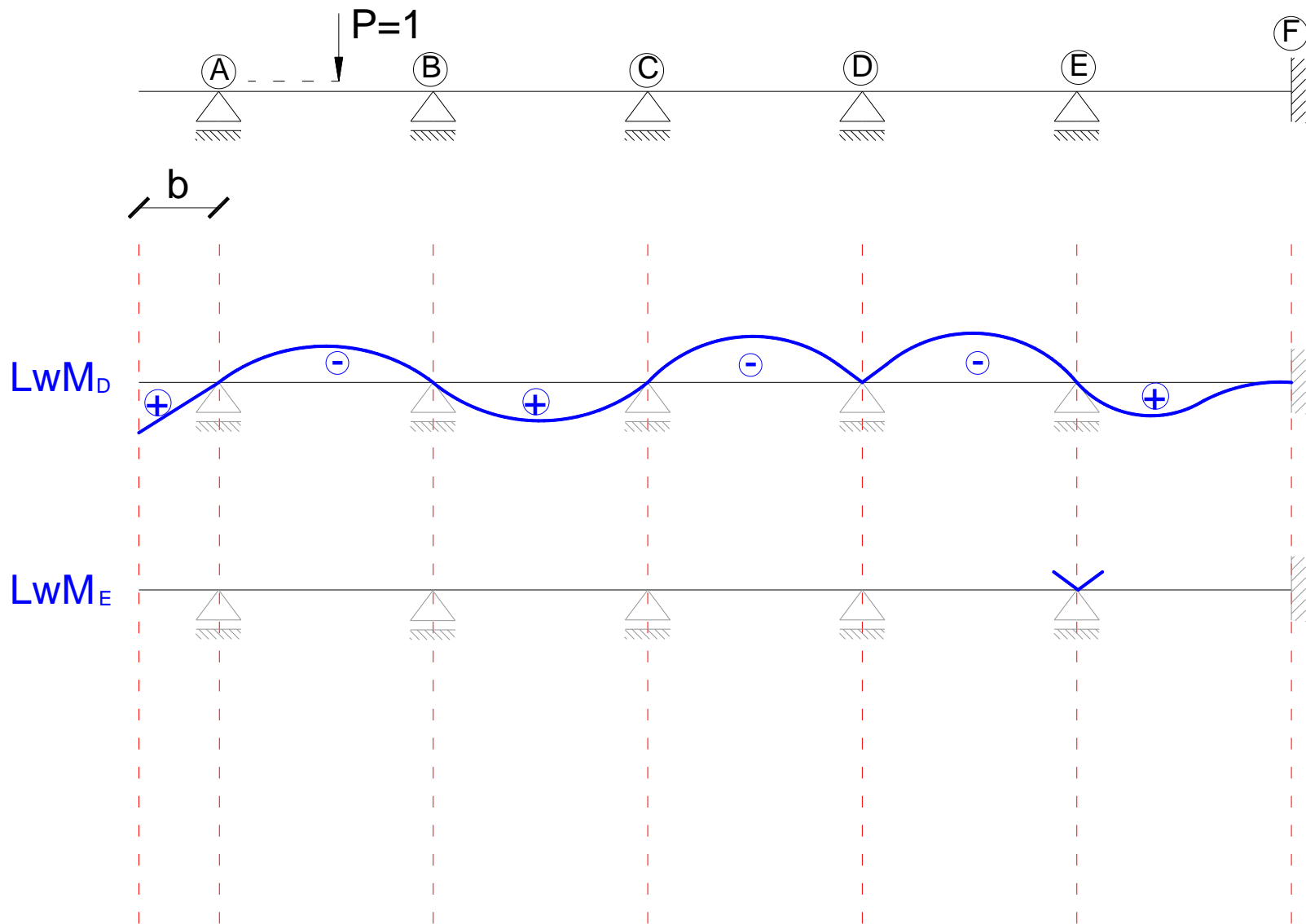
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



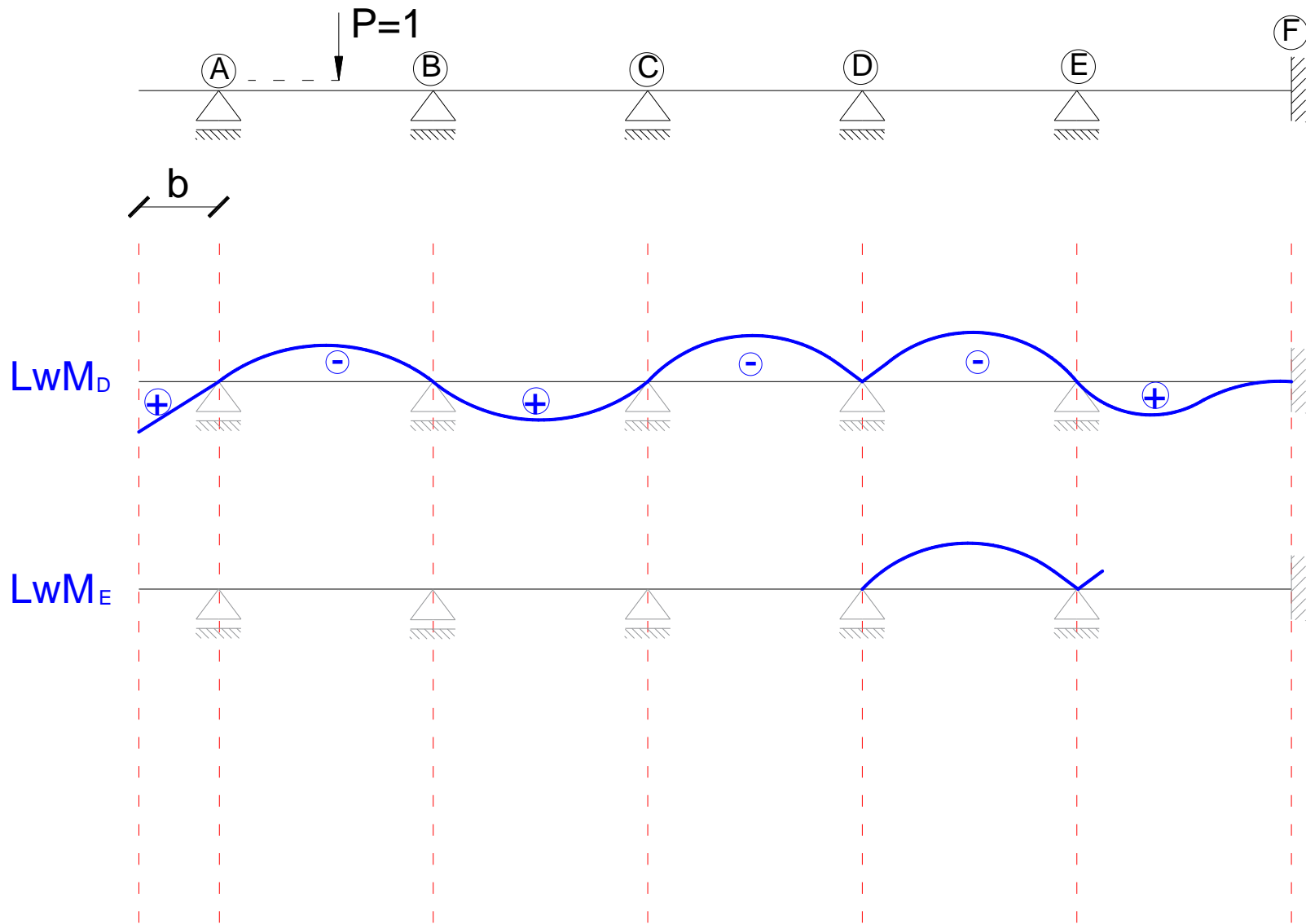
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



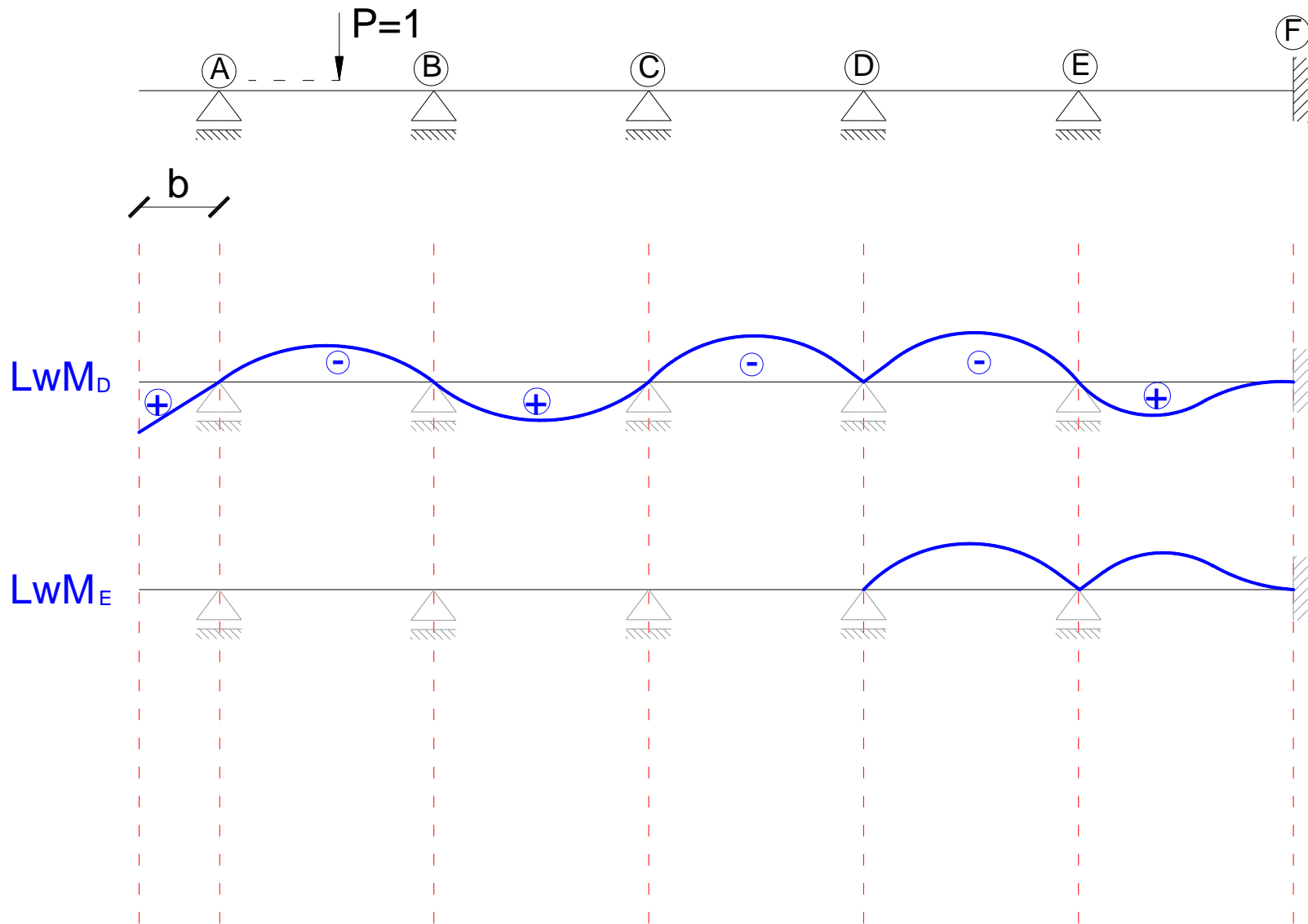
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



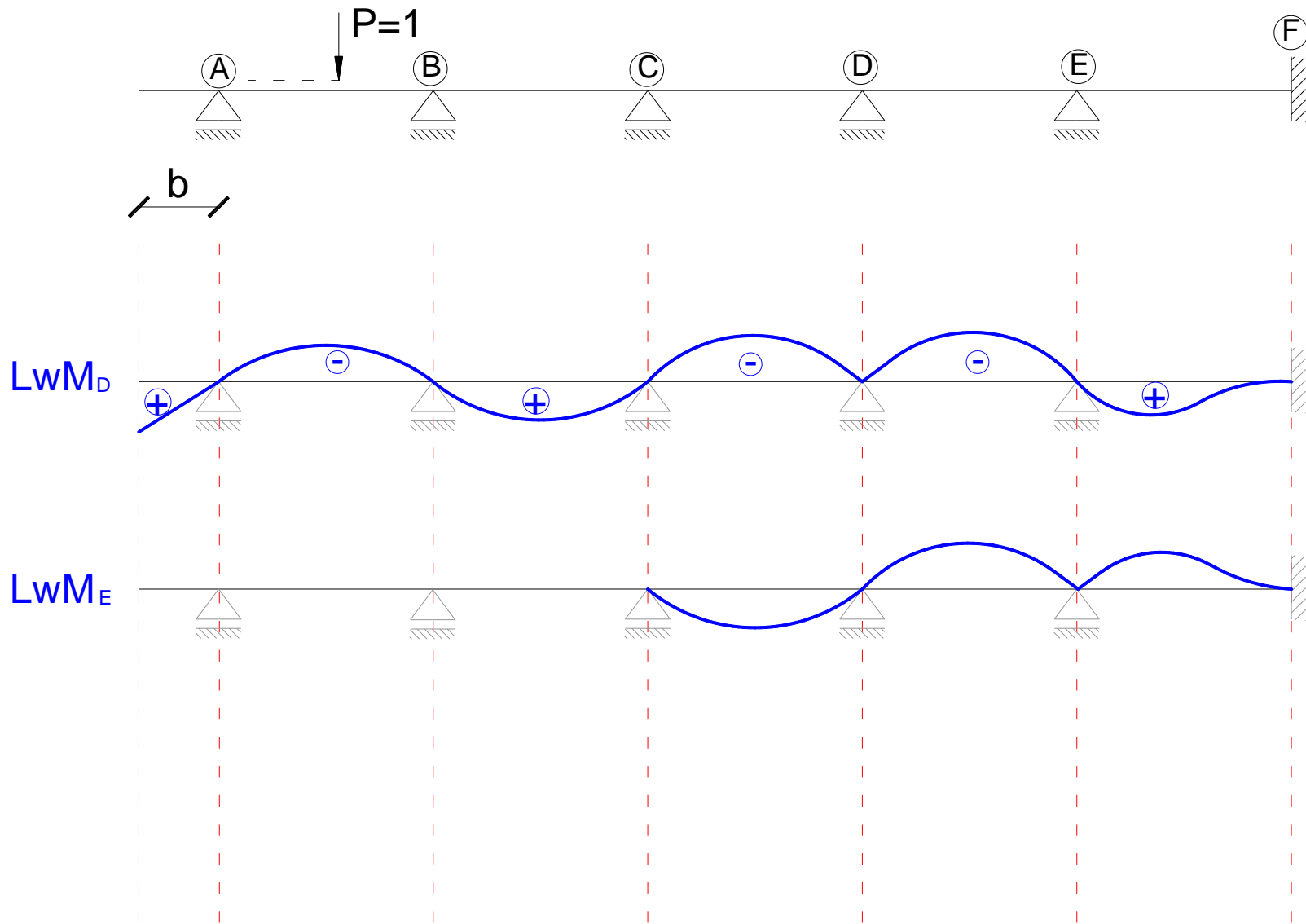
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



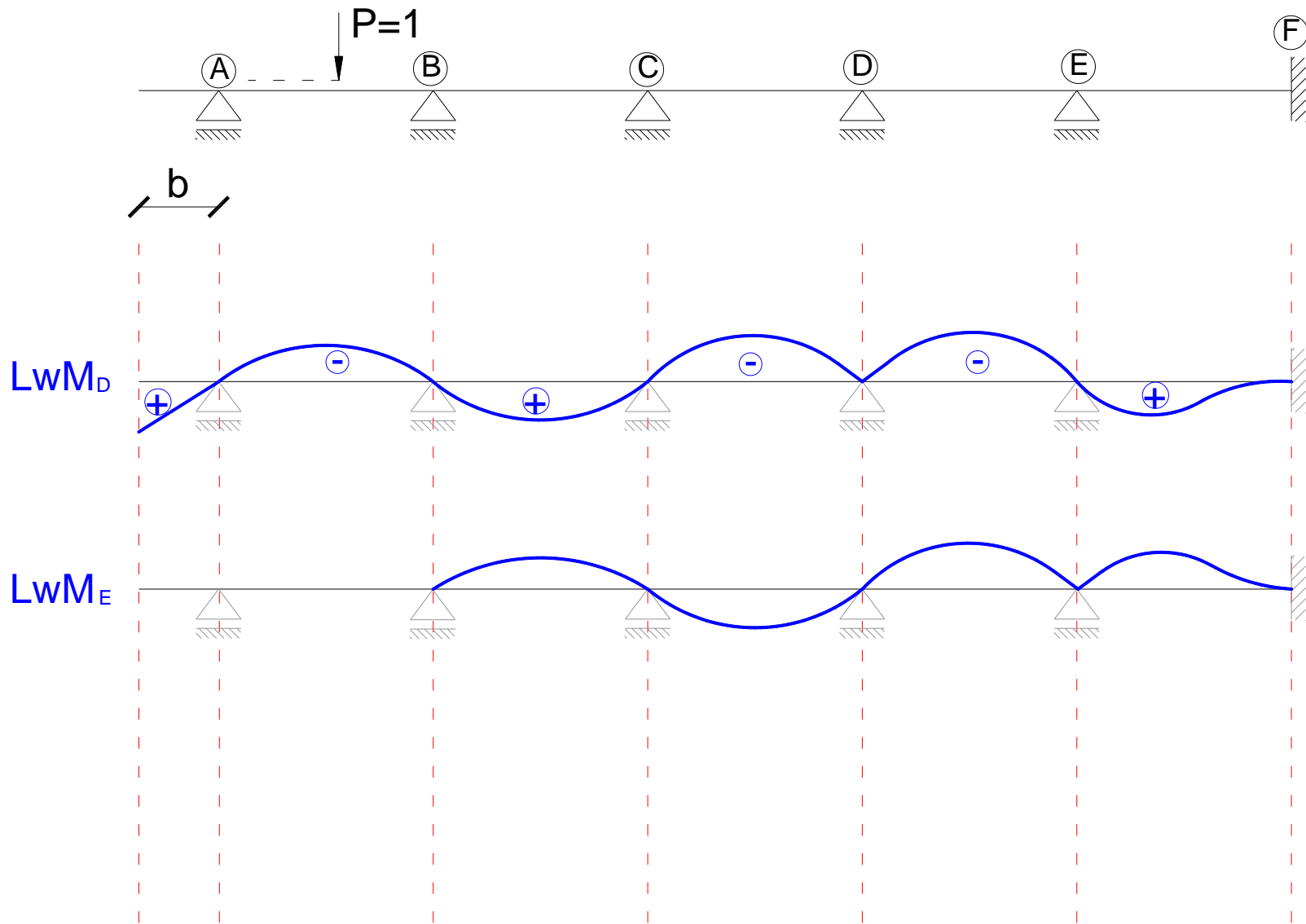
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



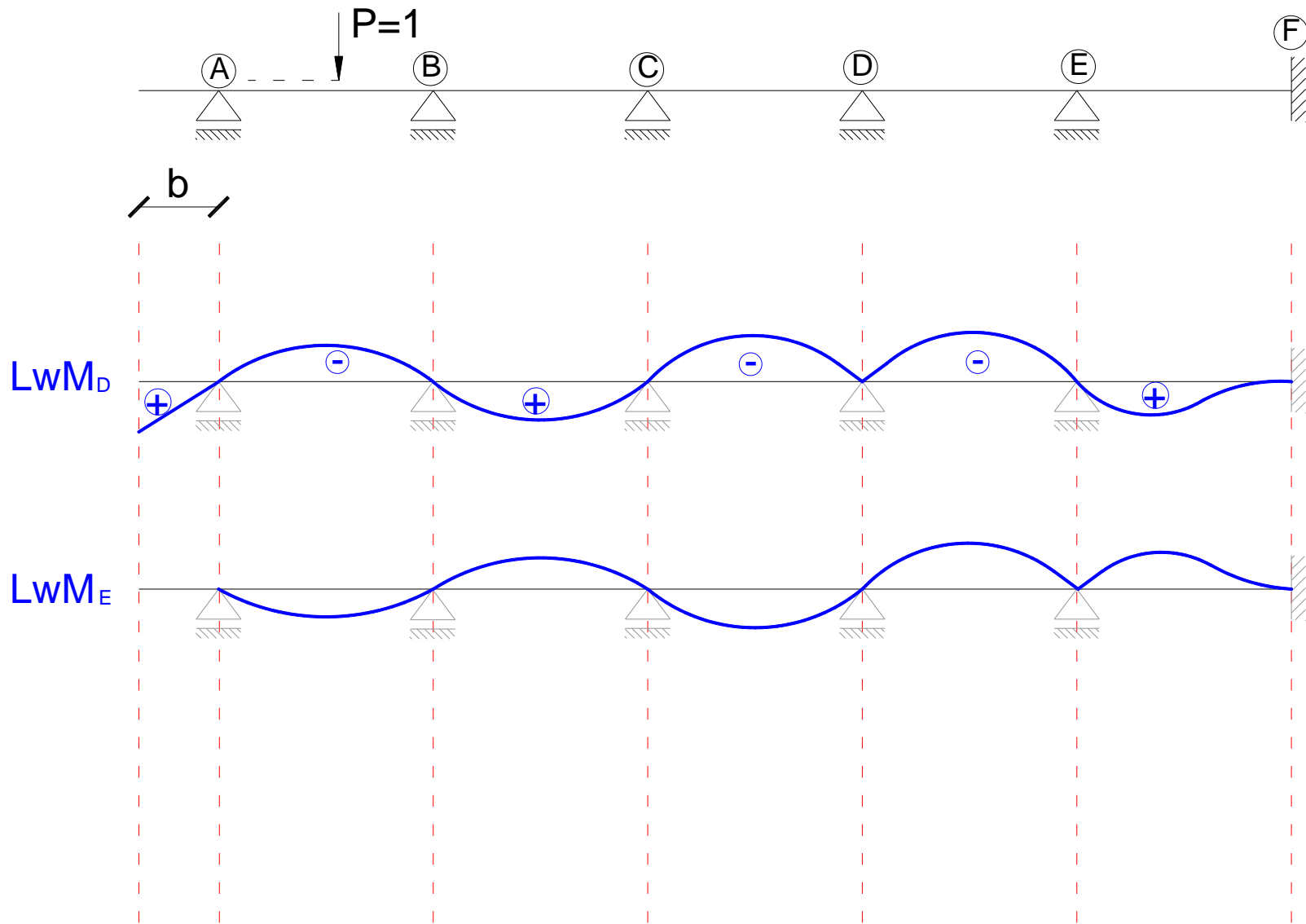
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



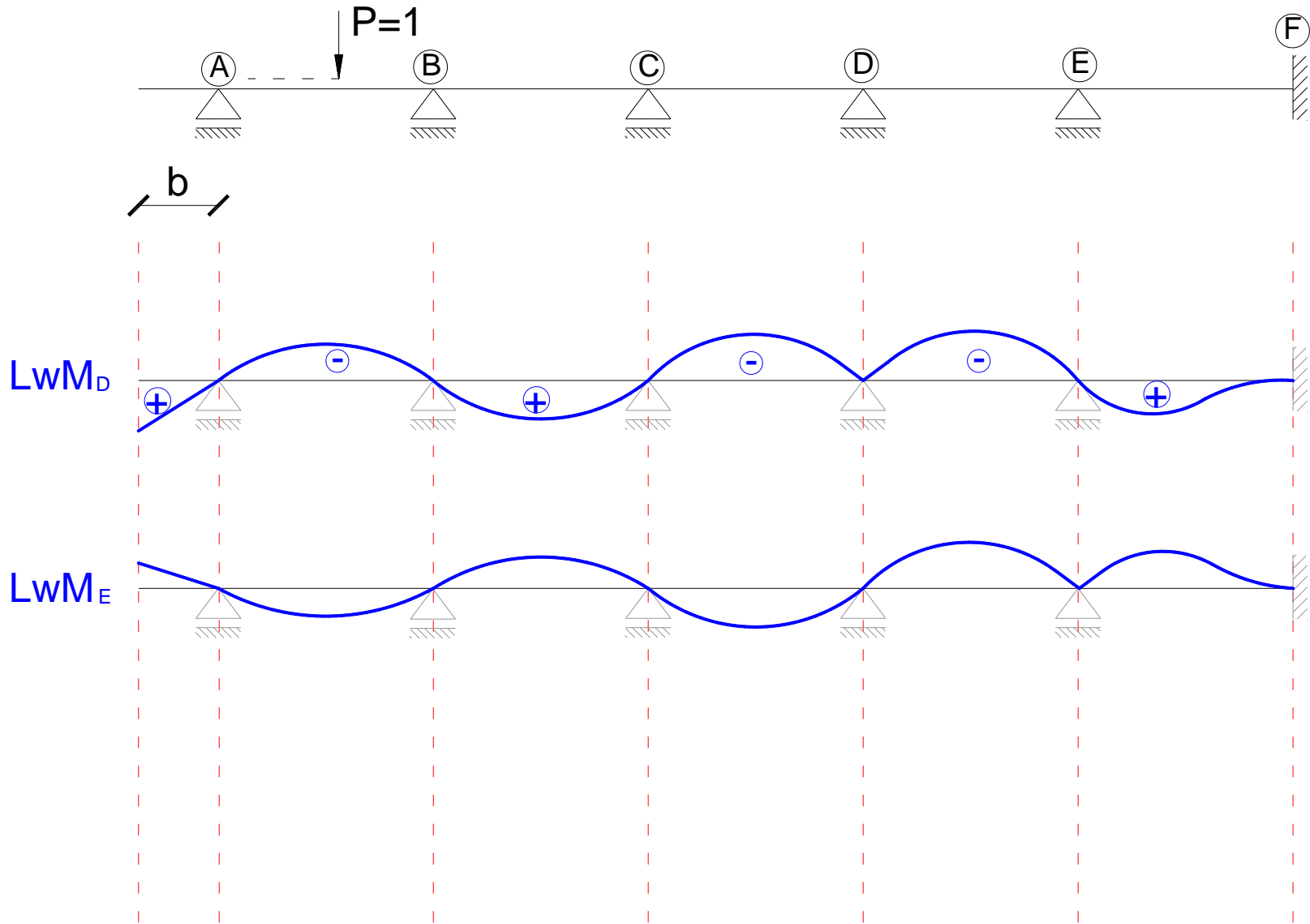
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



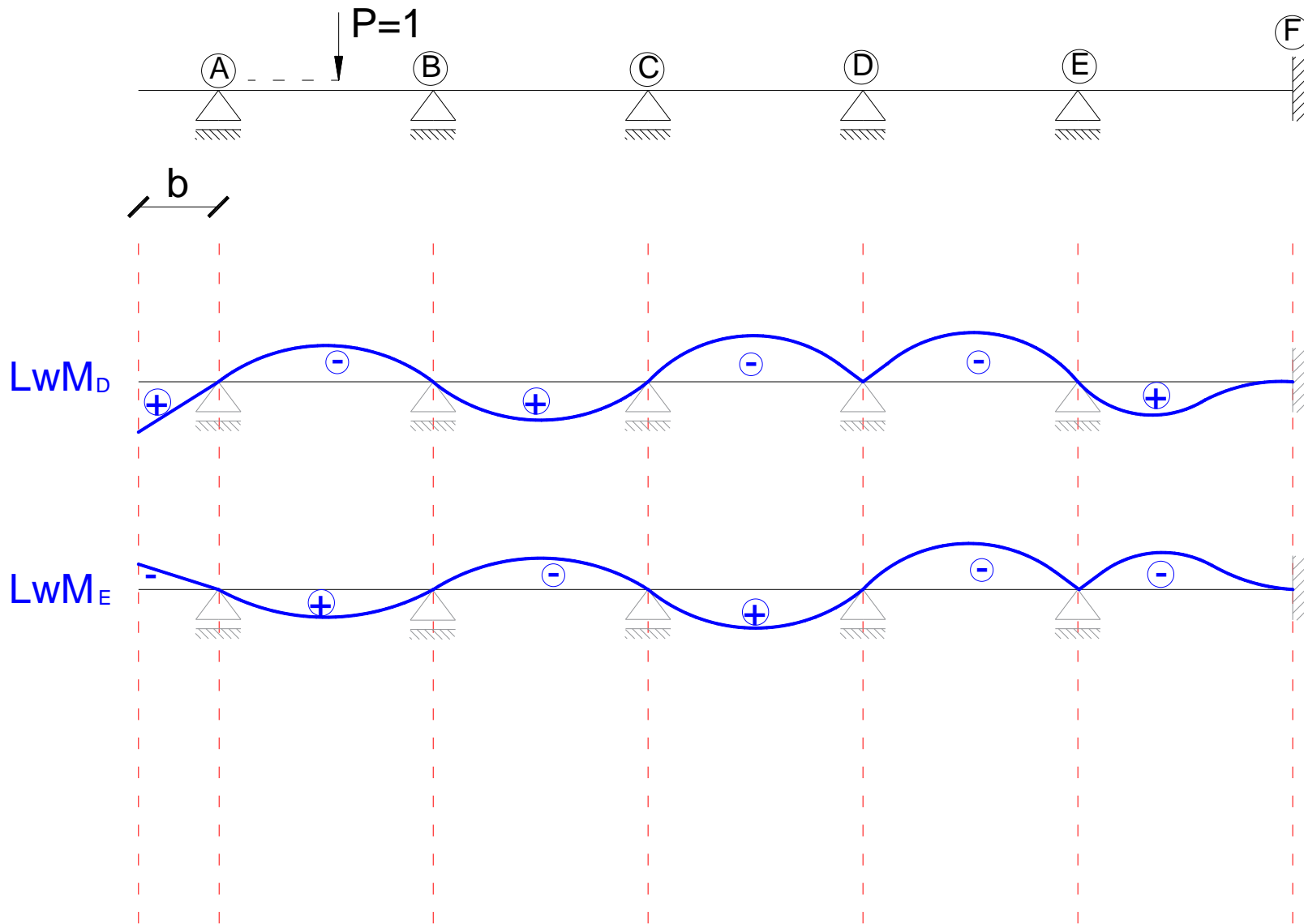
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



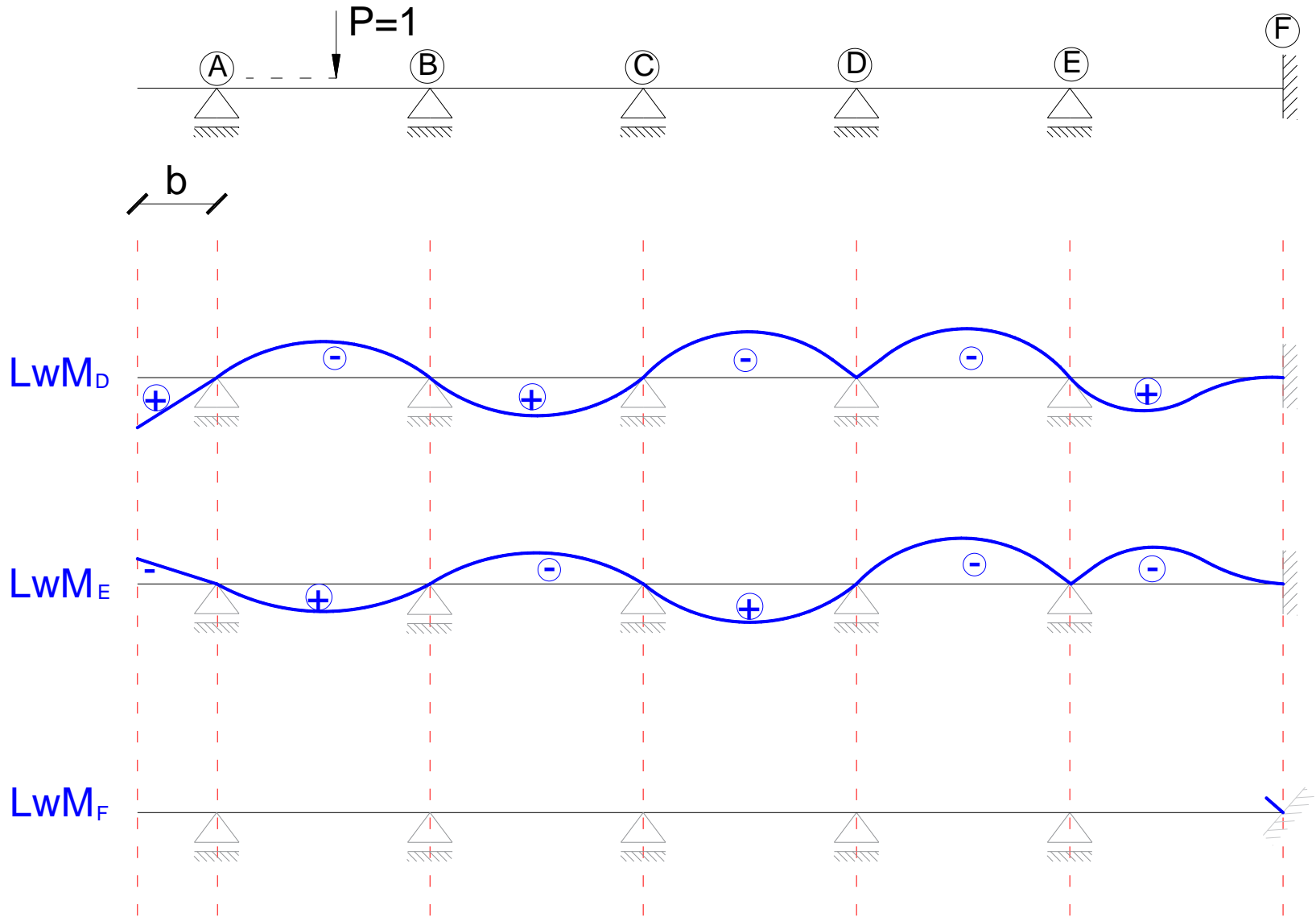
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



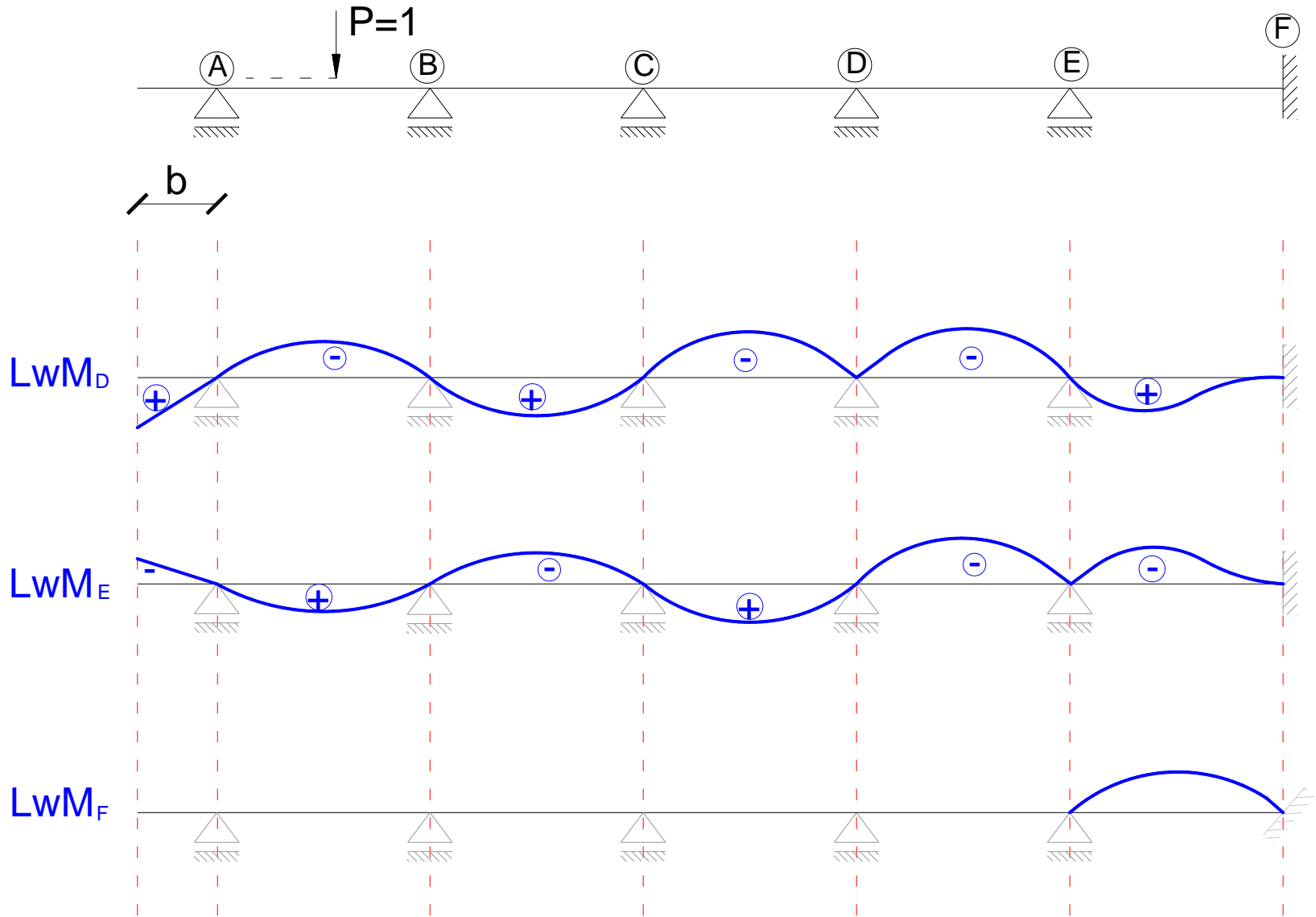
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



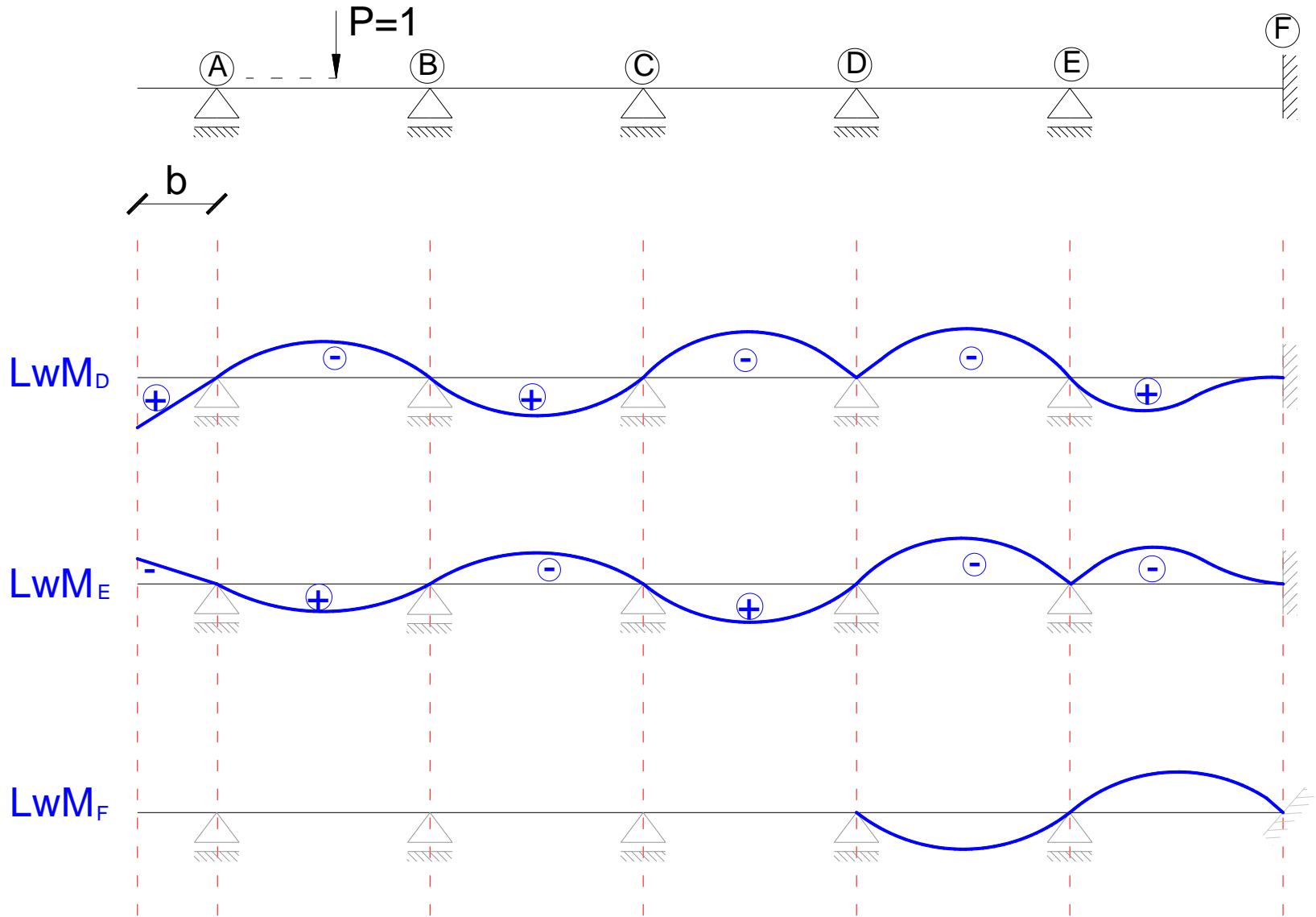
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



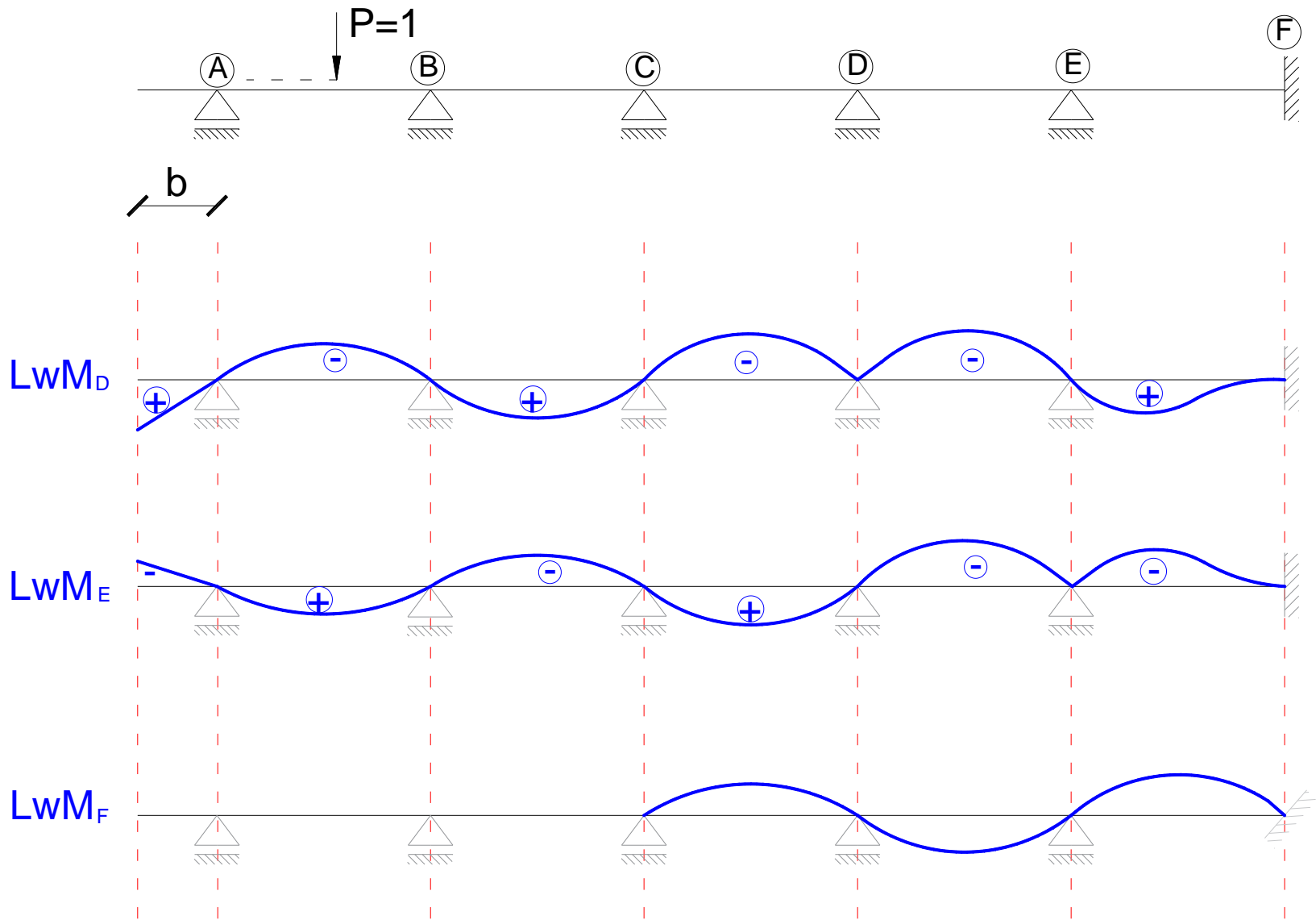
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



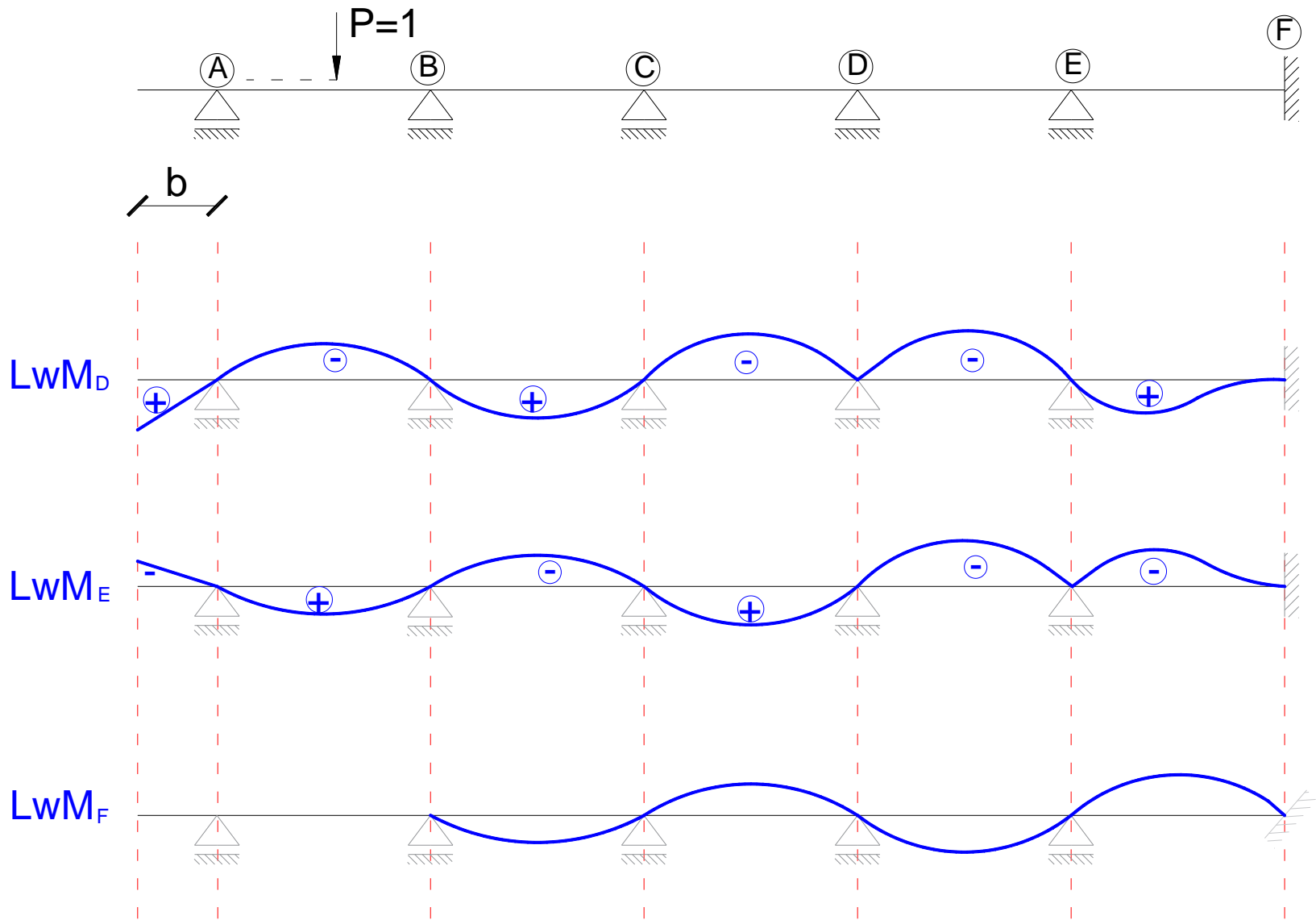
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



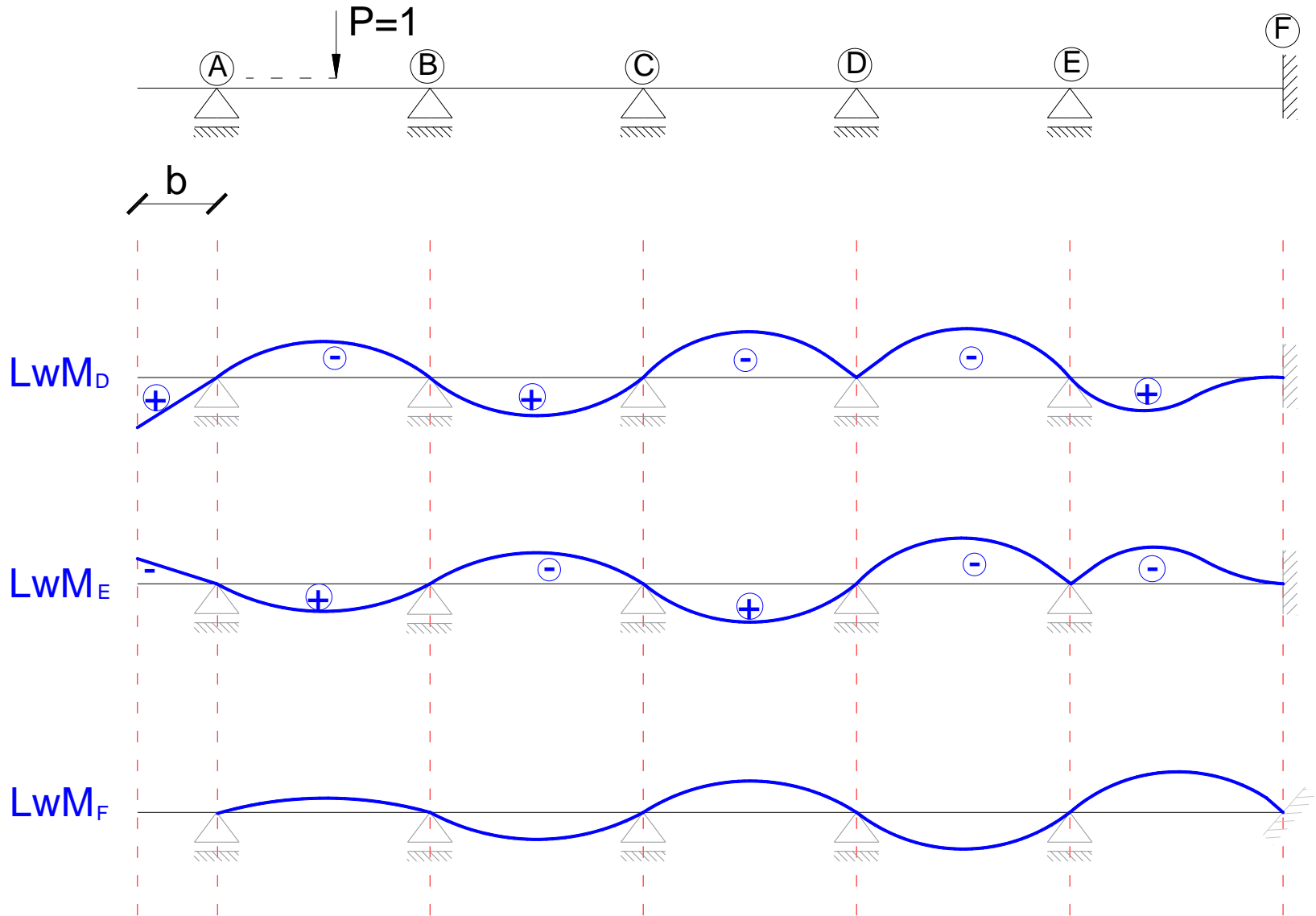
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



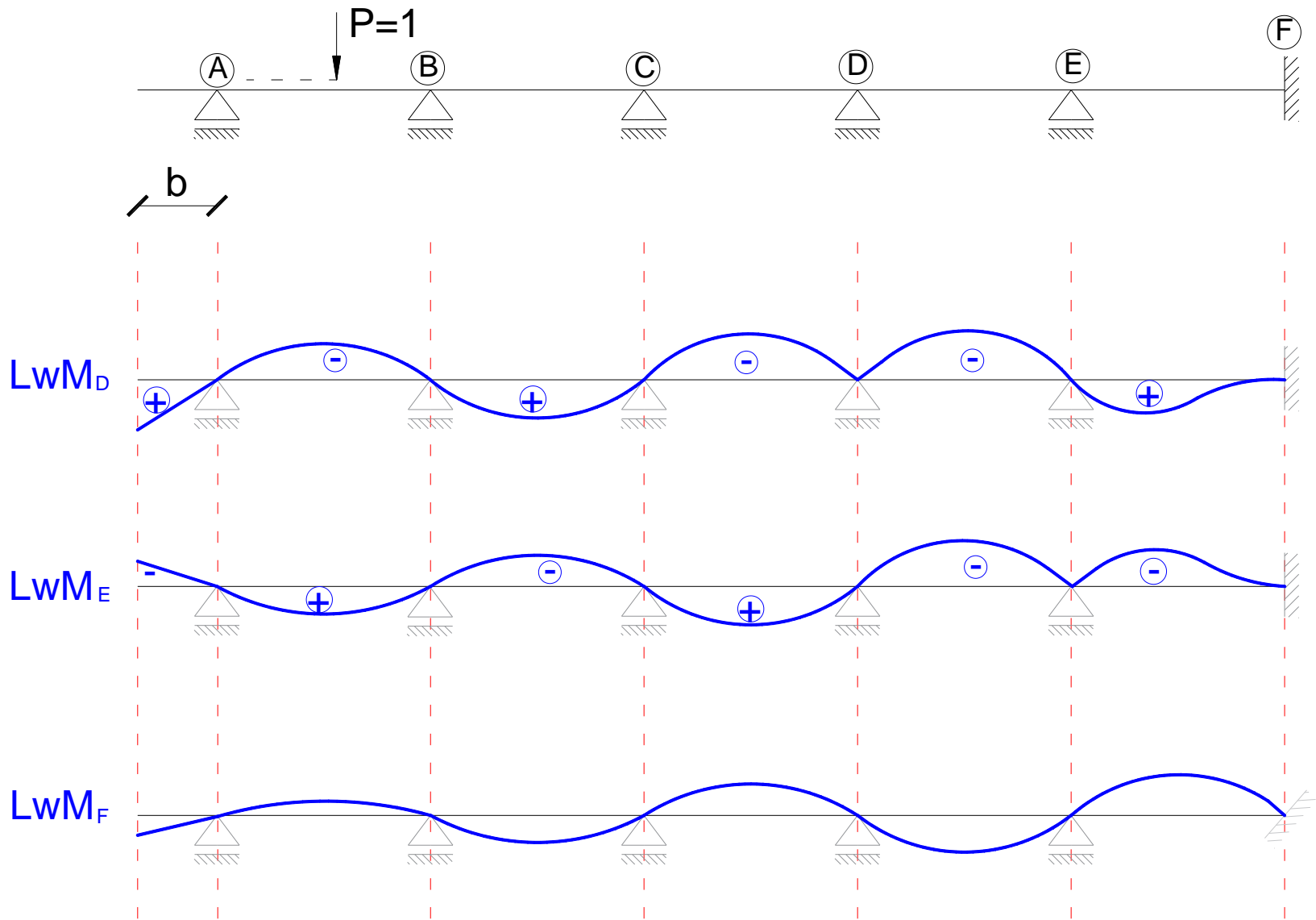
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



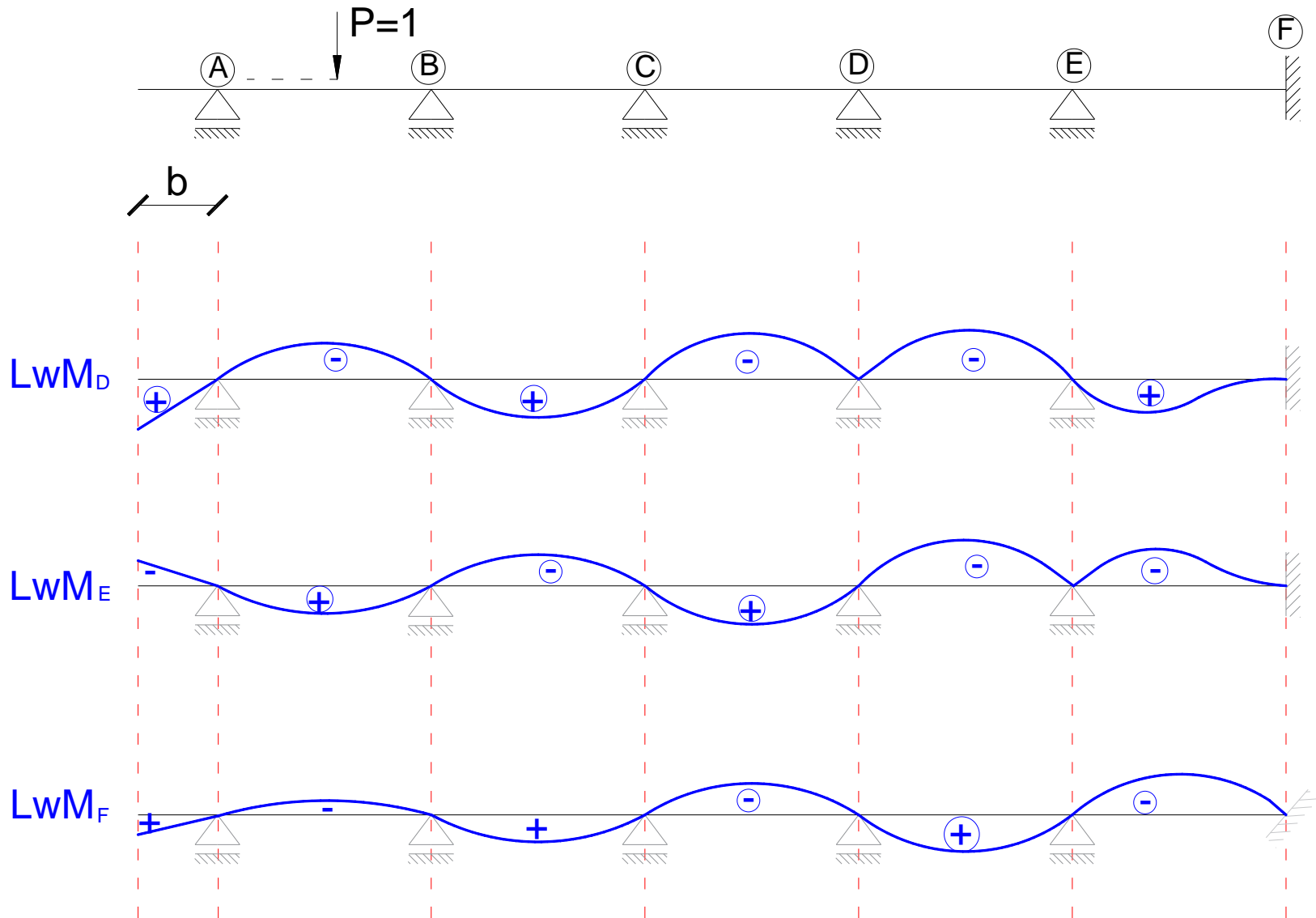
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



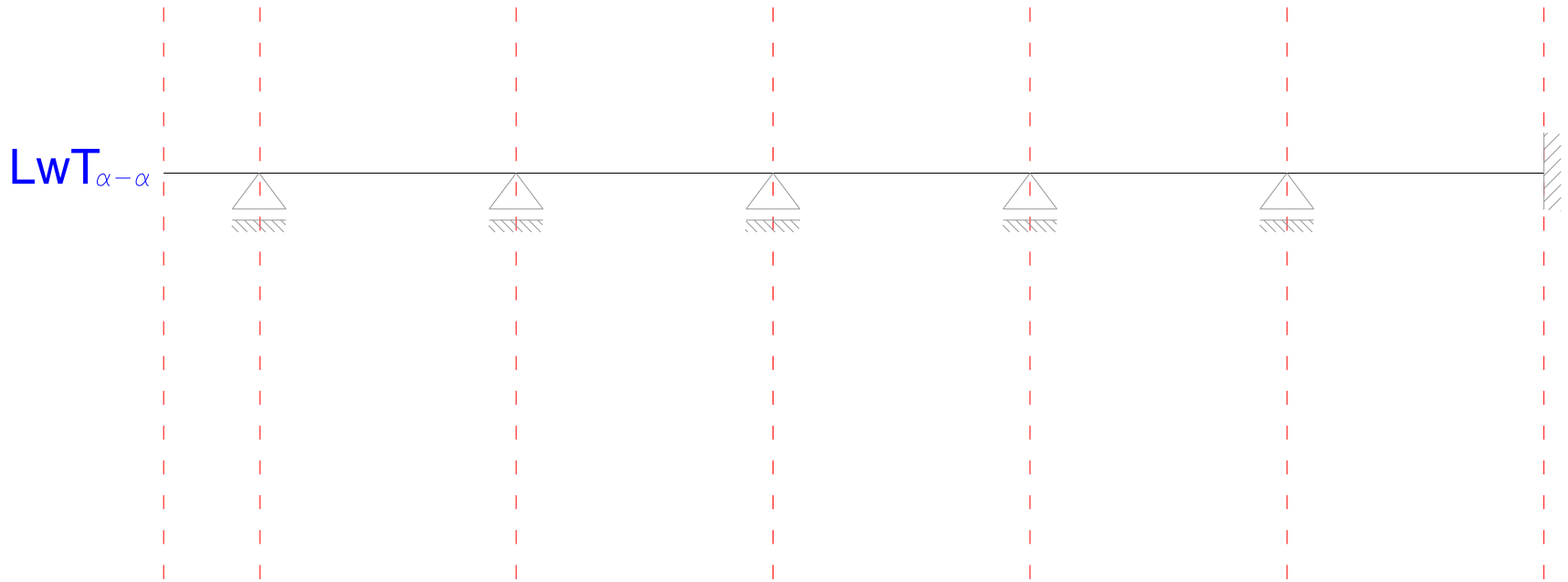
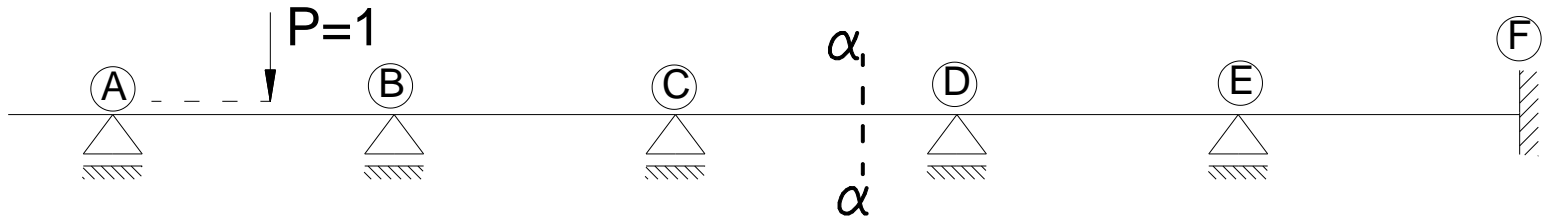
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



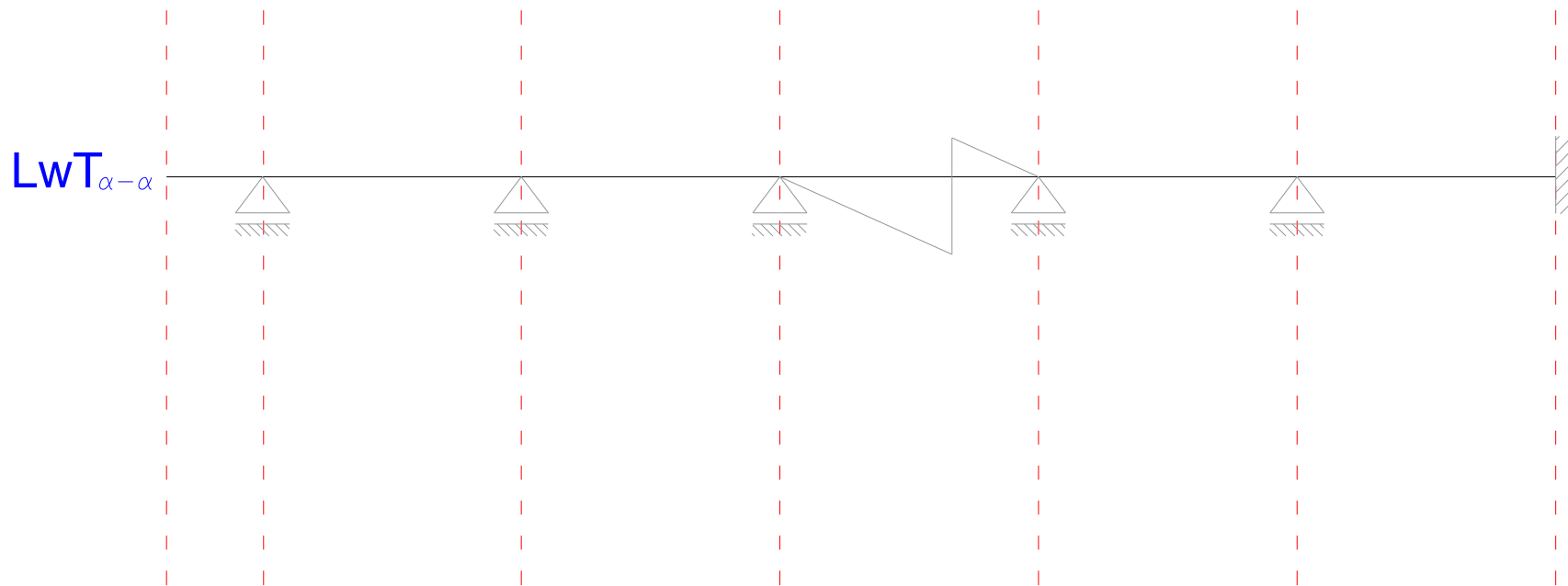
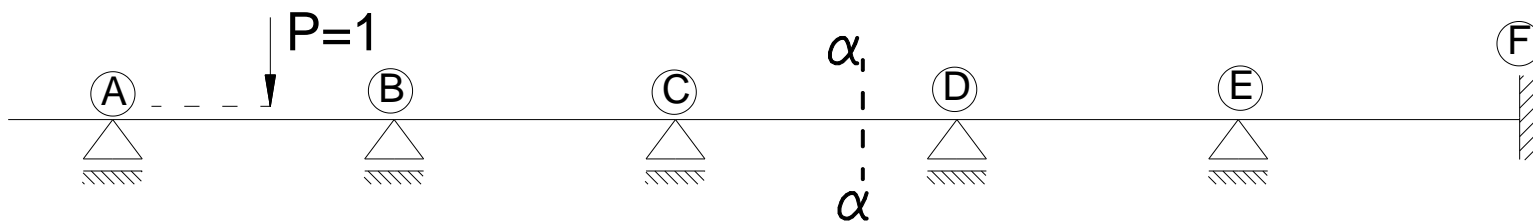
Szkice linii wpływu momentów podporowych:



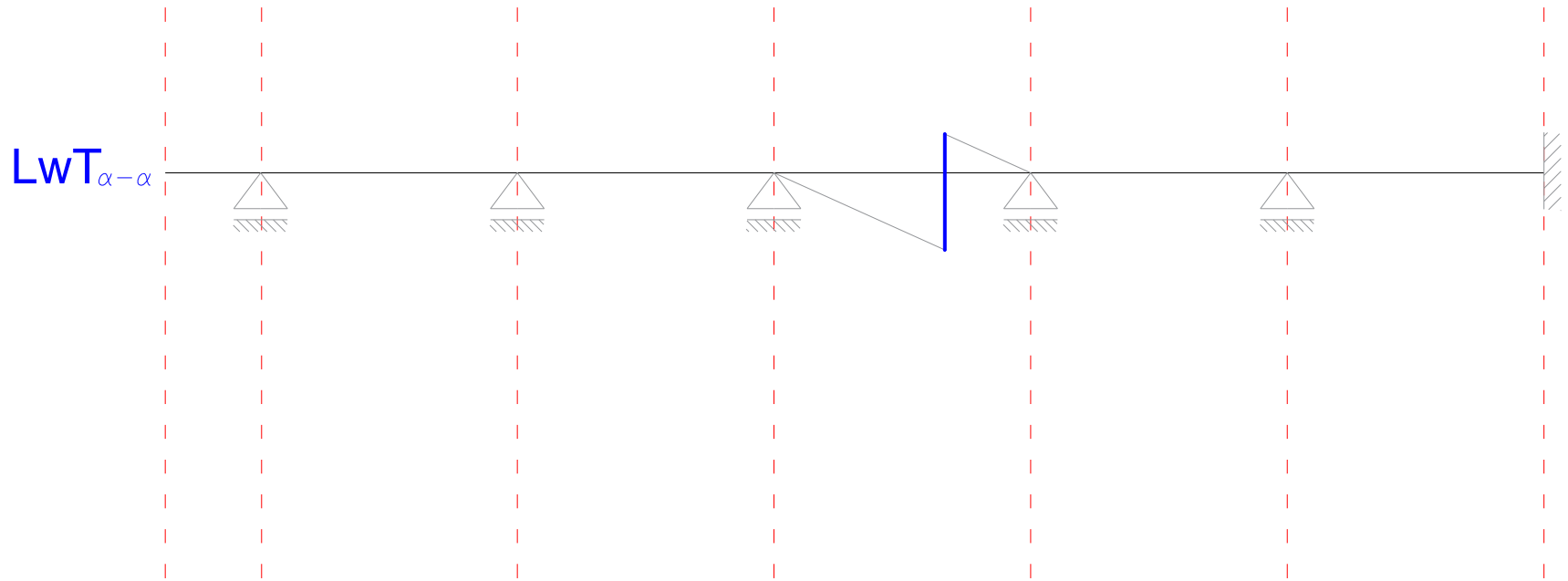
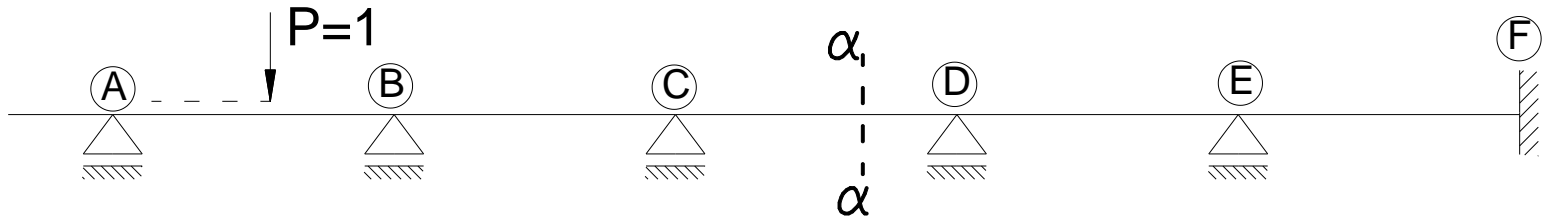
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



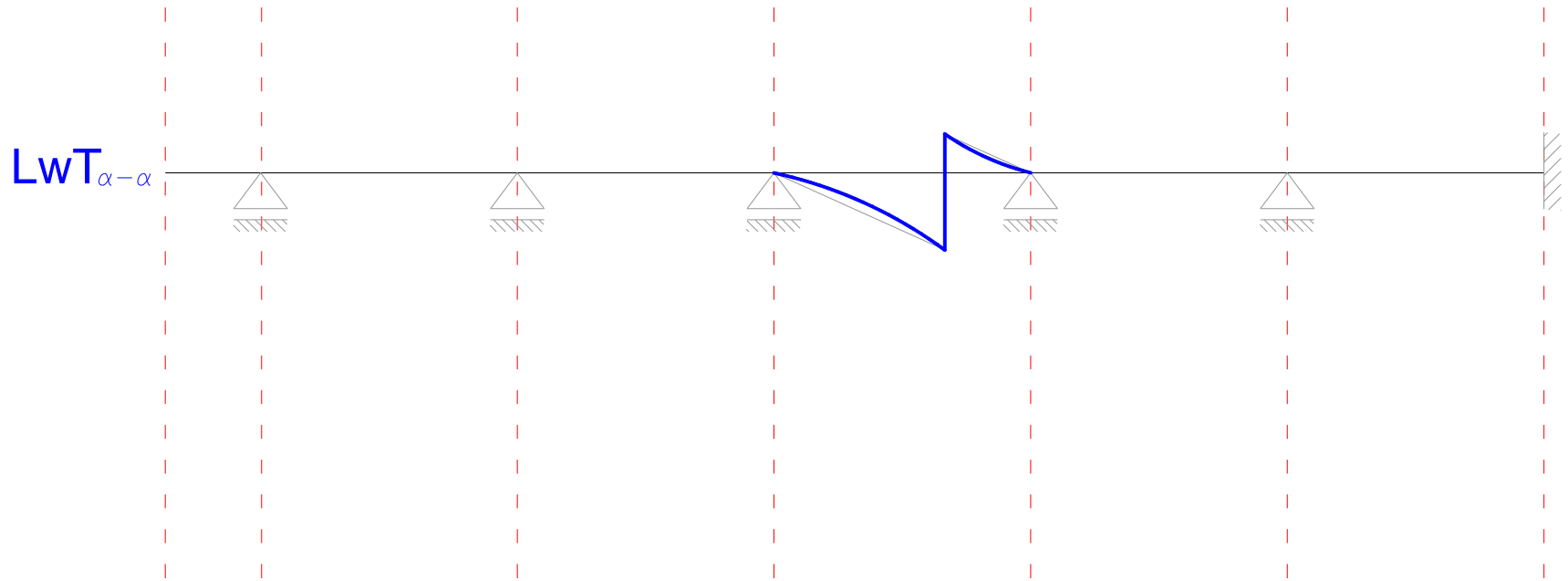
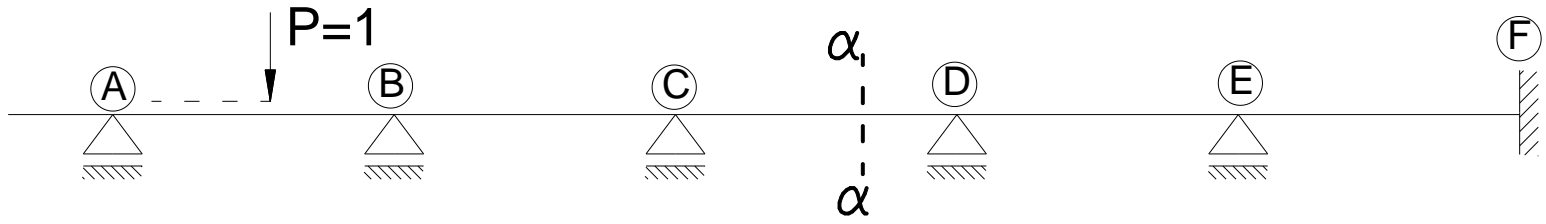
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



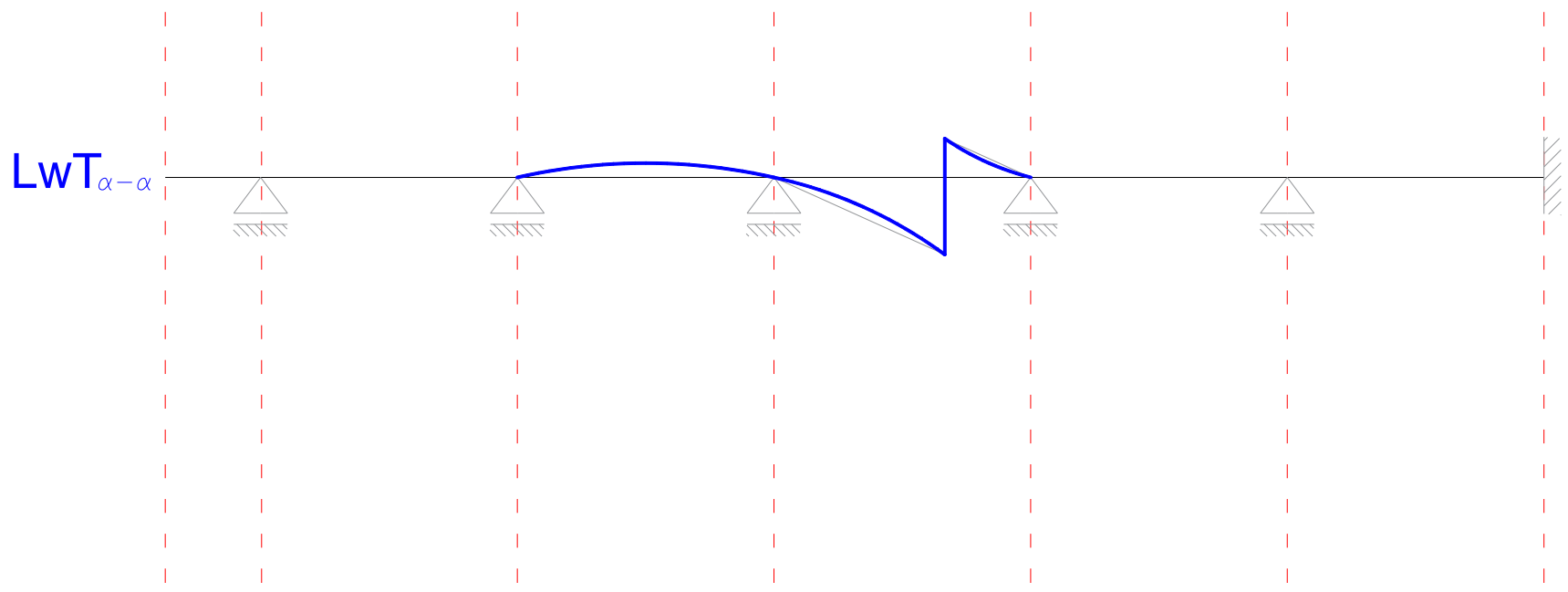
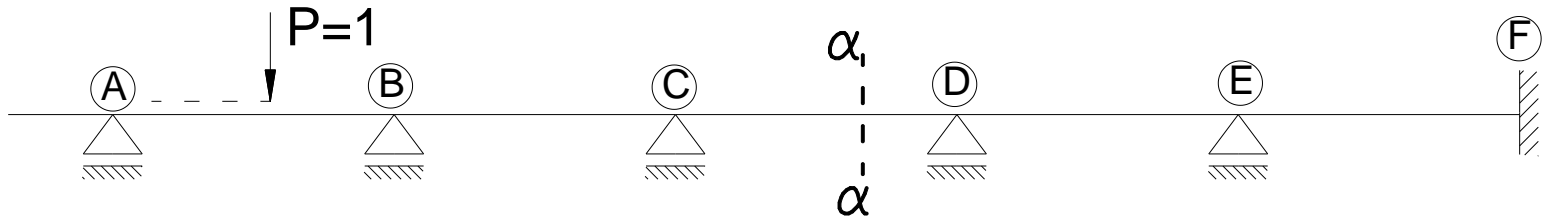
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



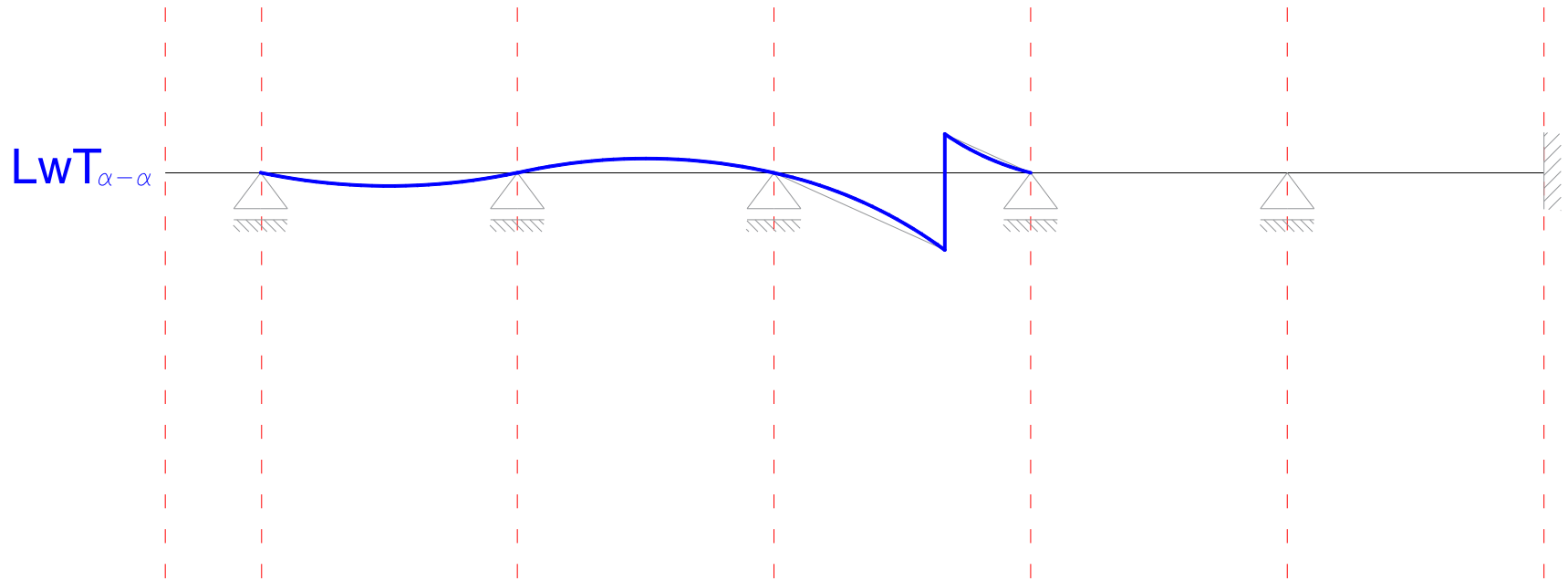
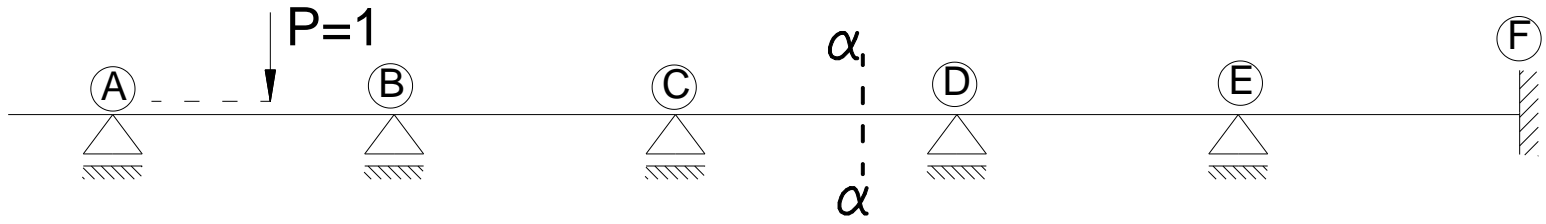
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



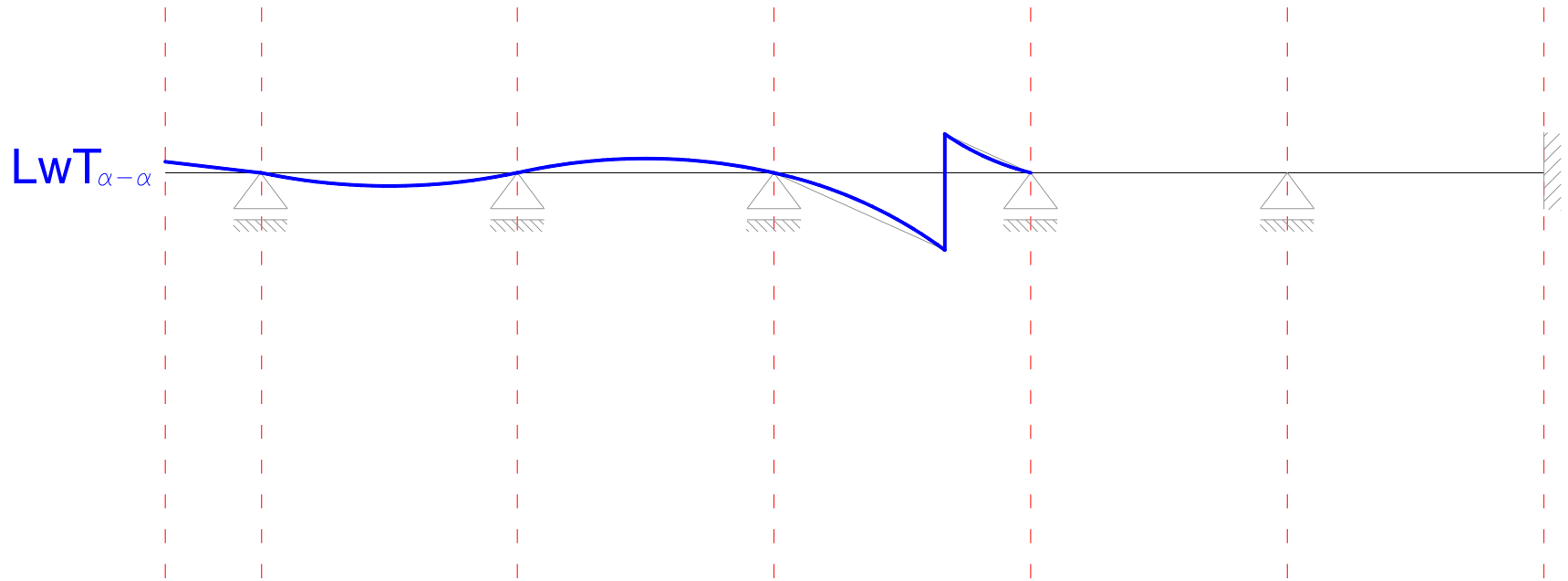
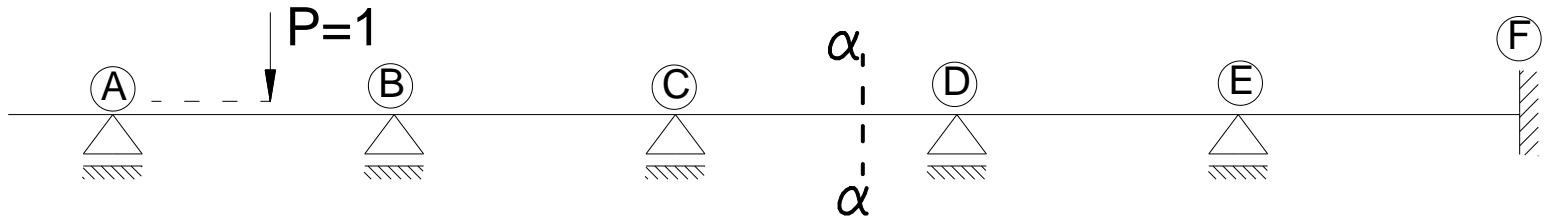
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



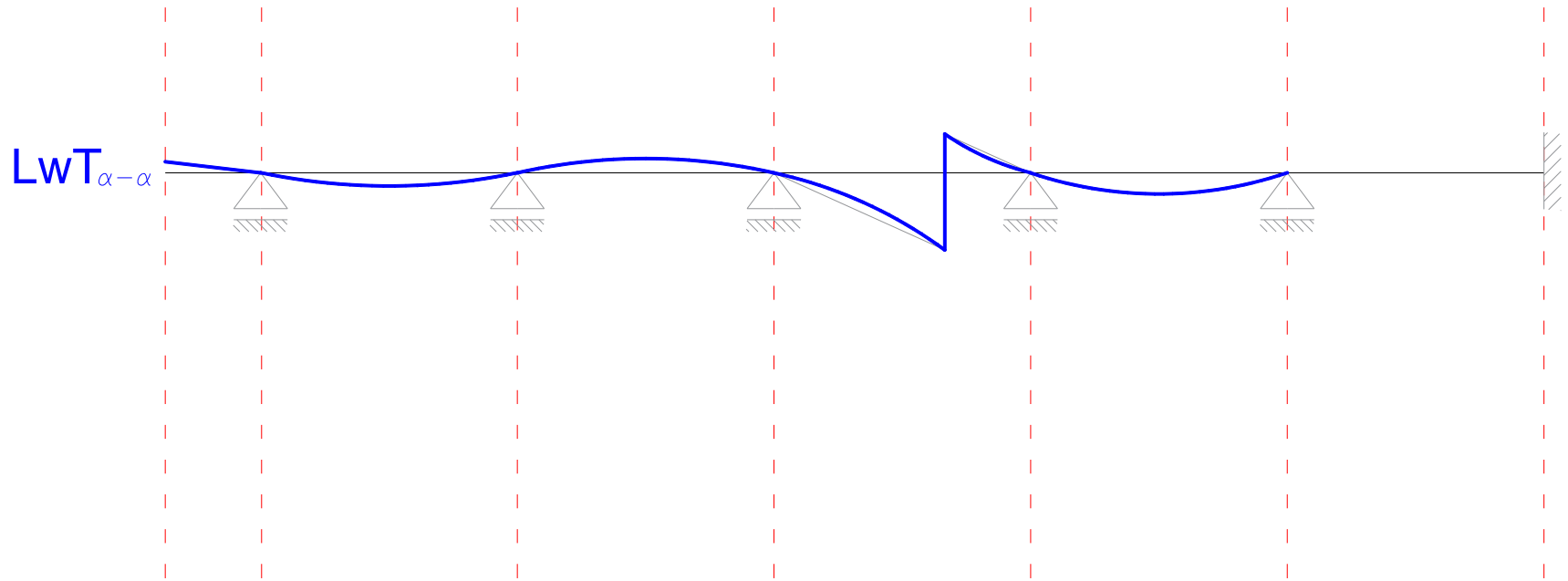
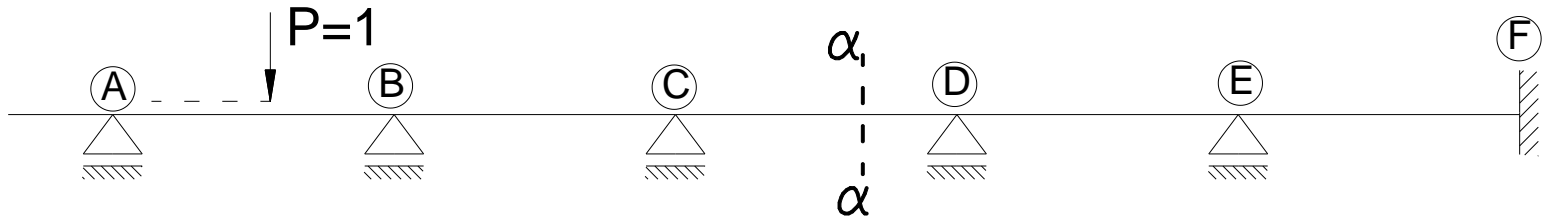
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



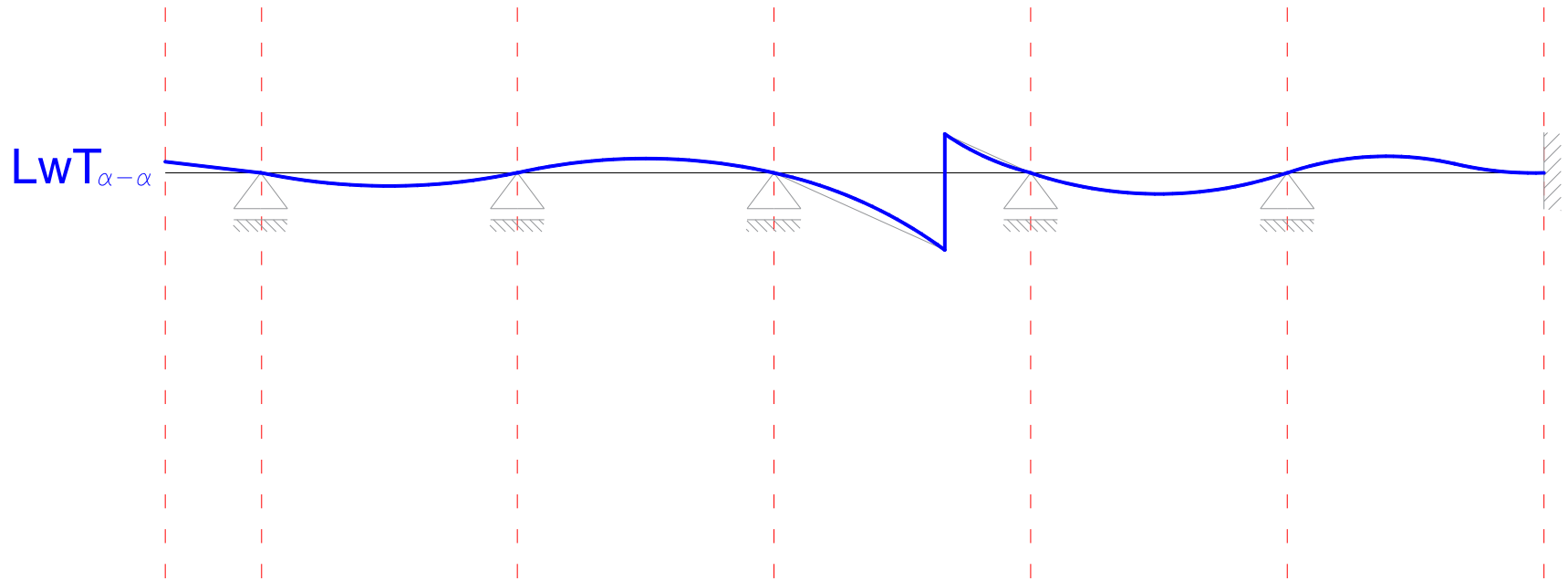
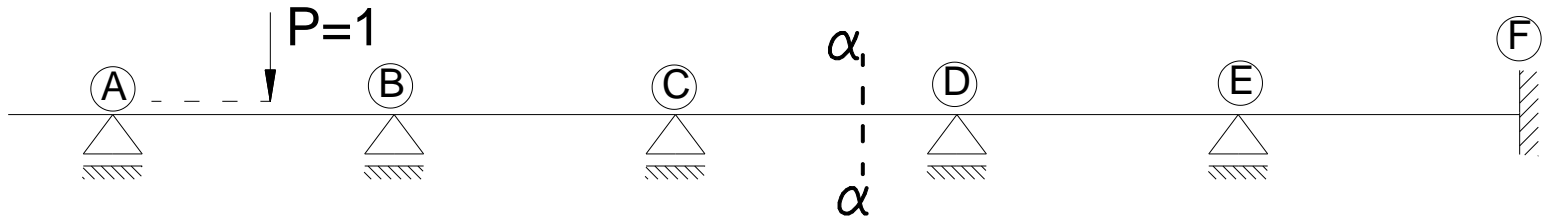
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



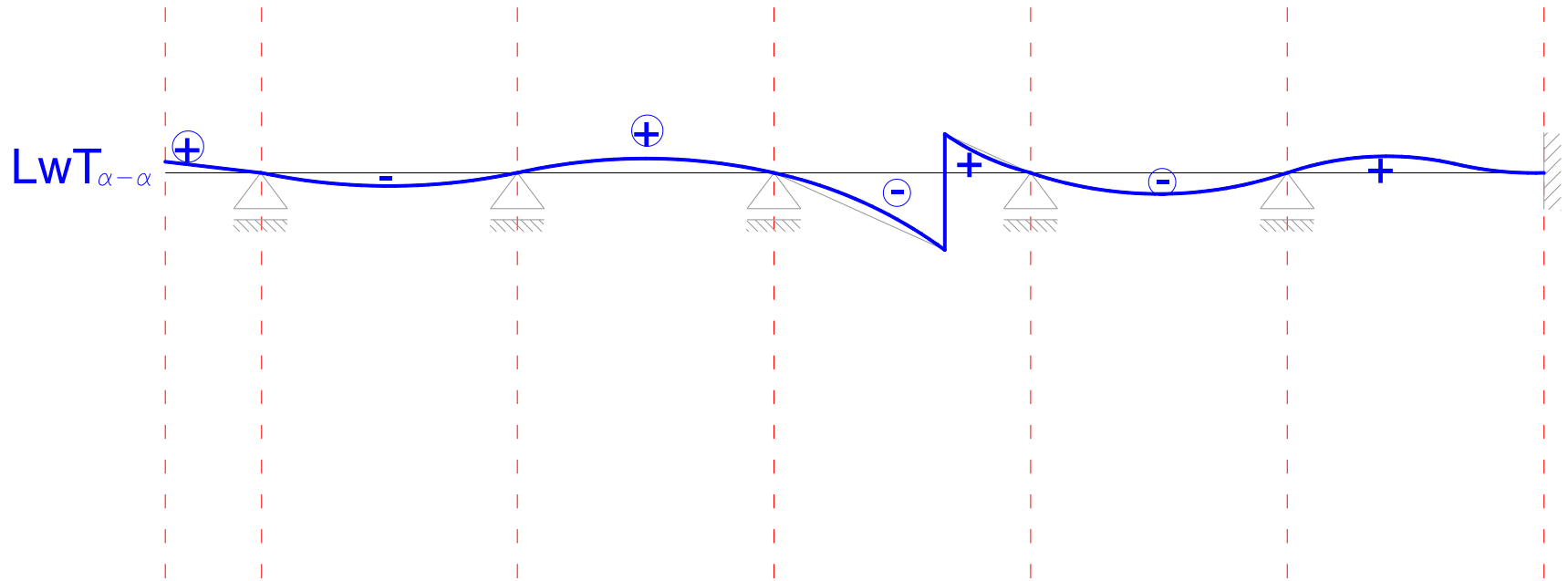
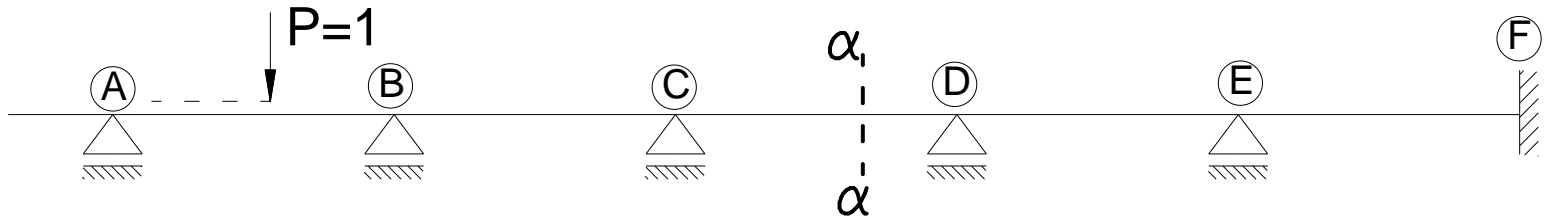
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



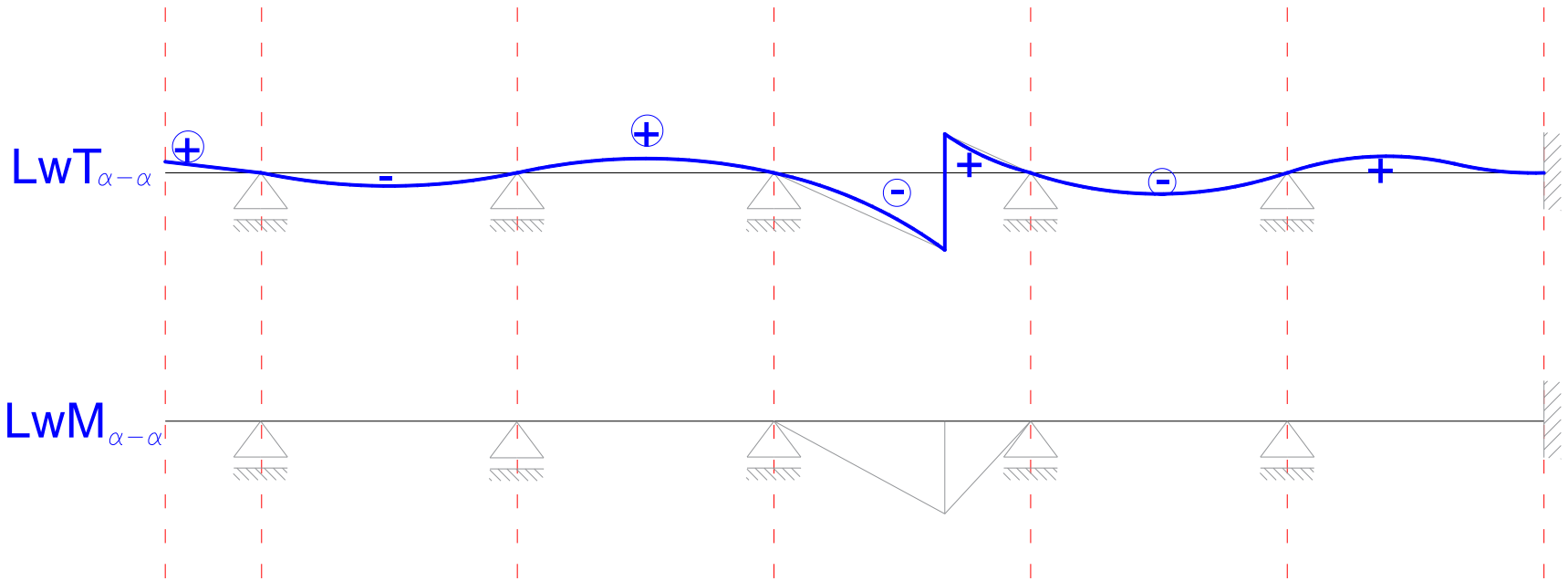
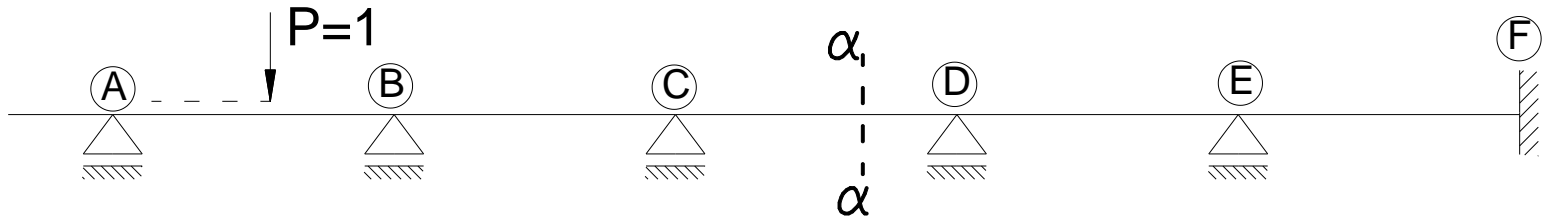
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



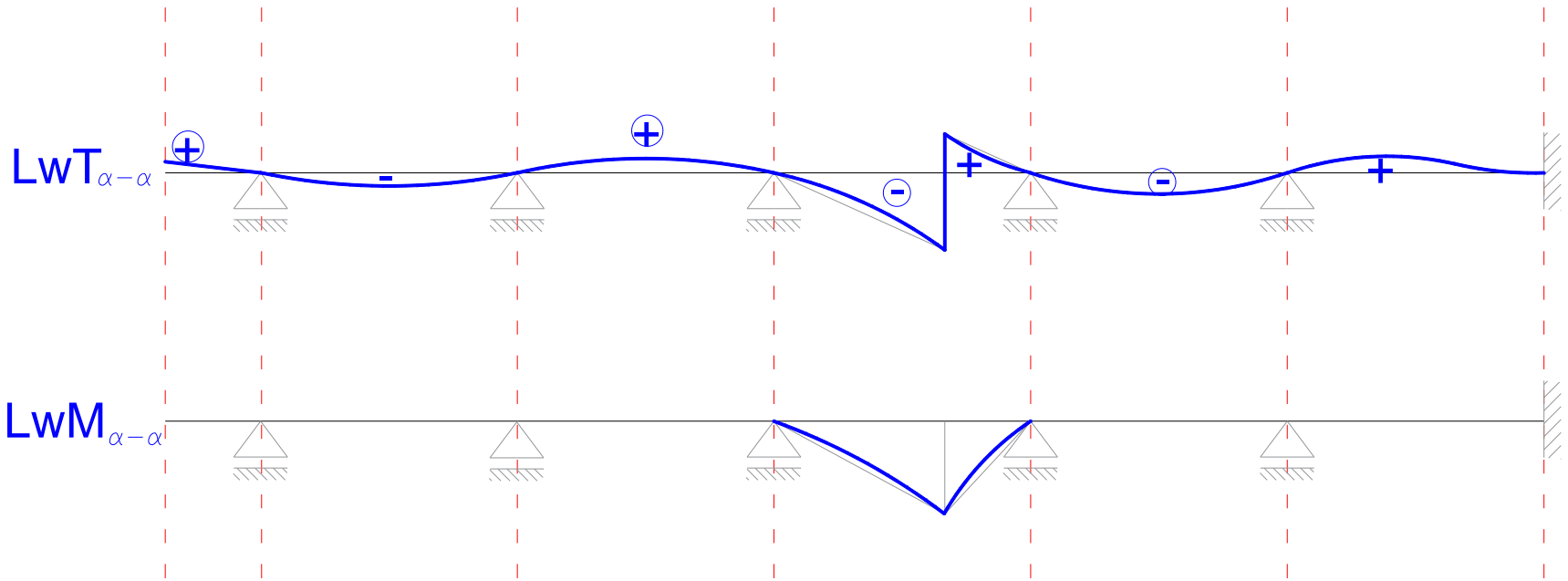
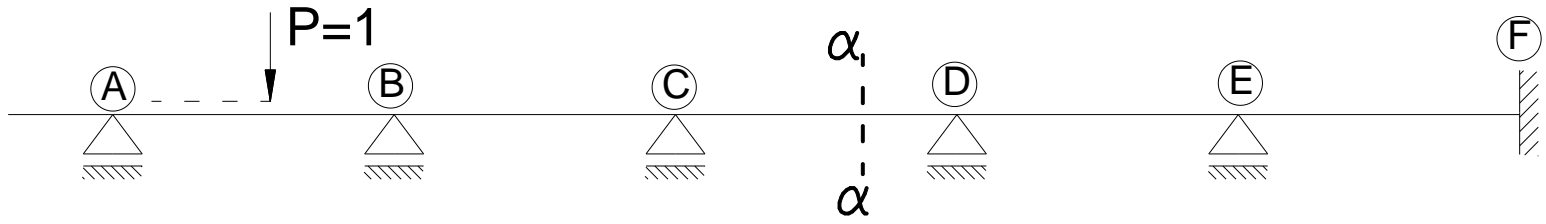
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



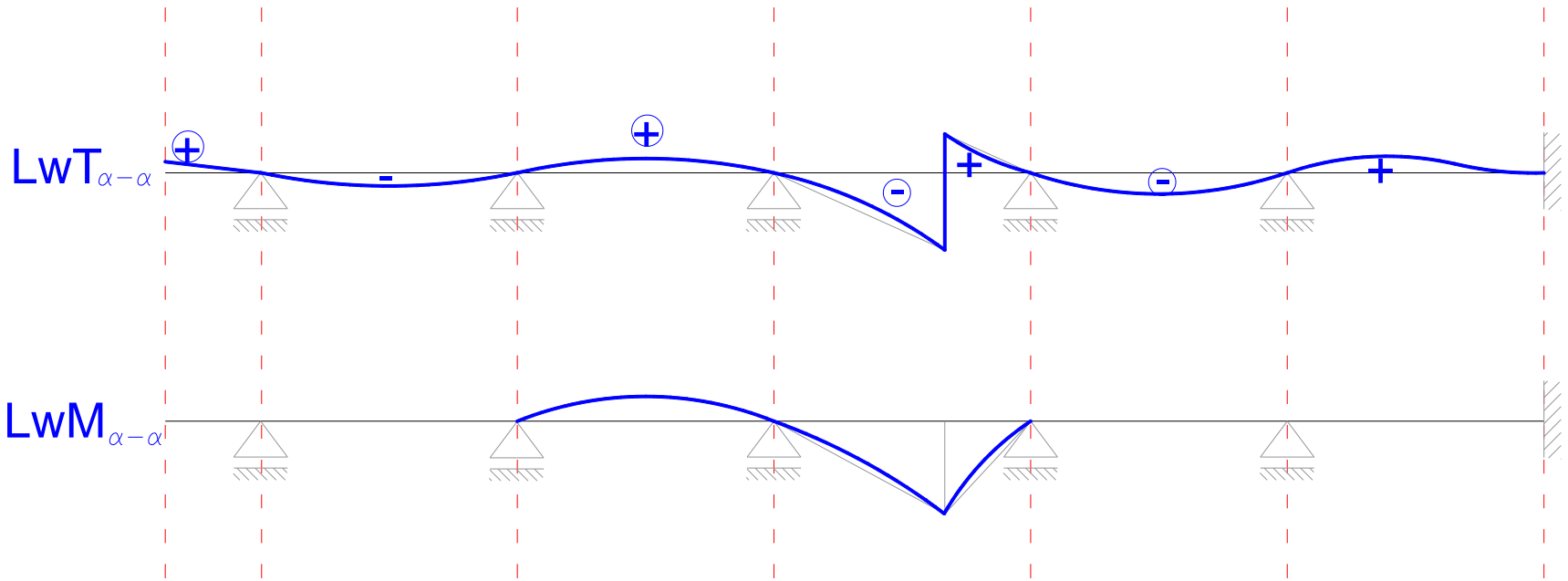
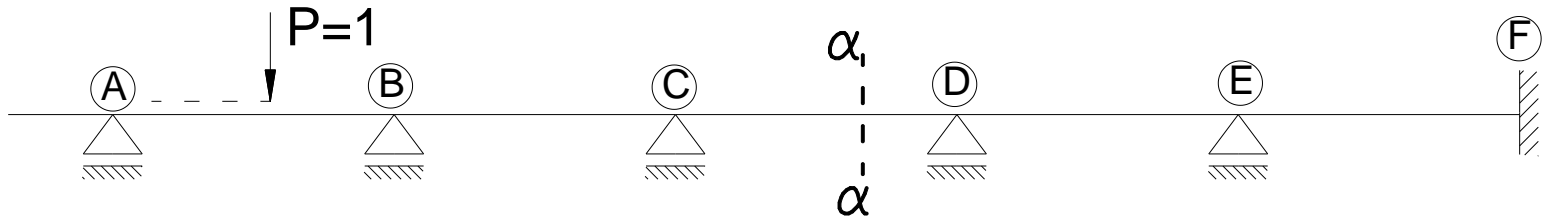
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



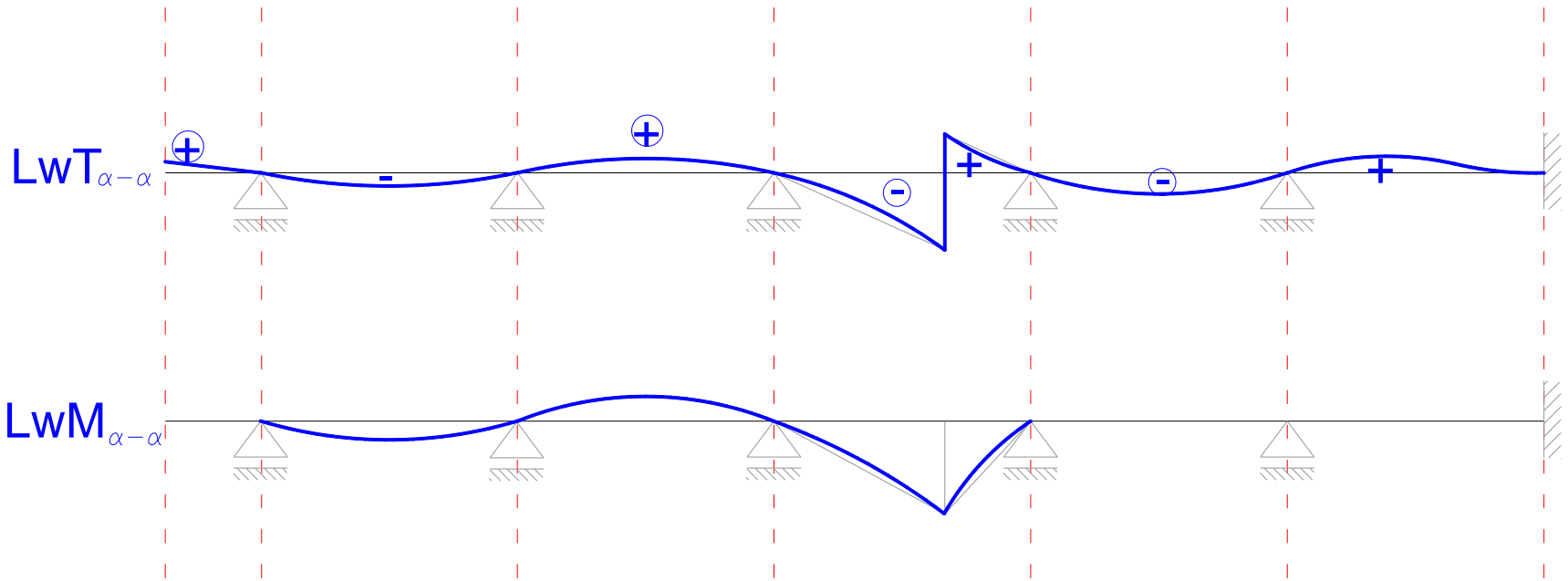
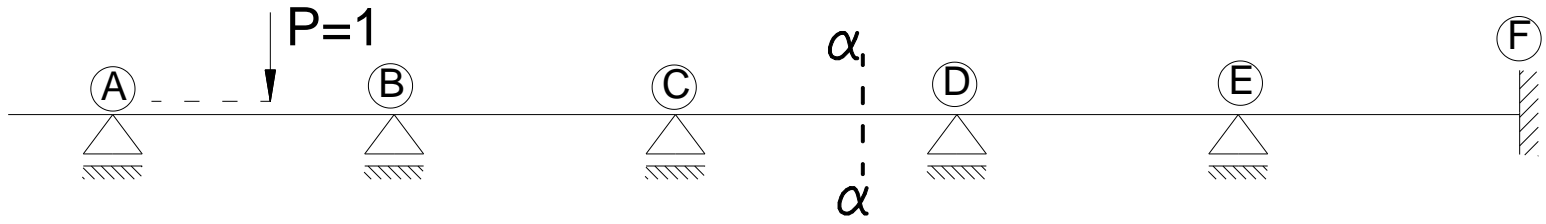
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



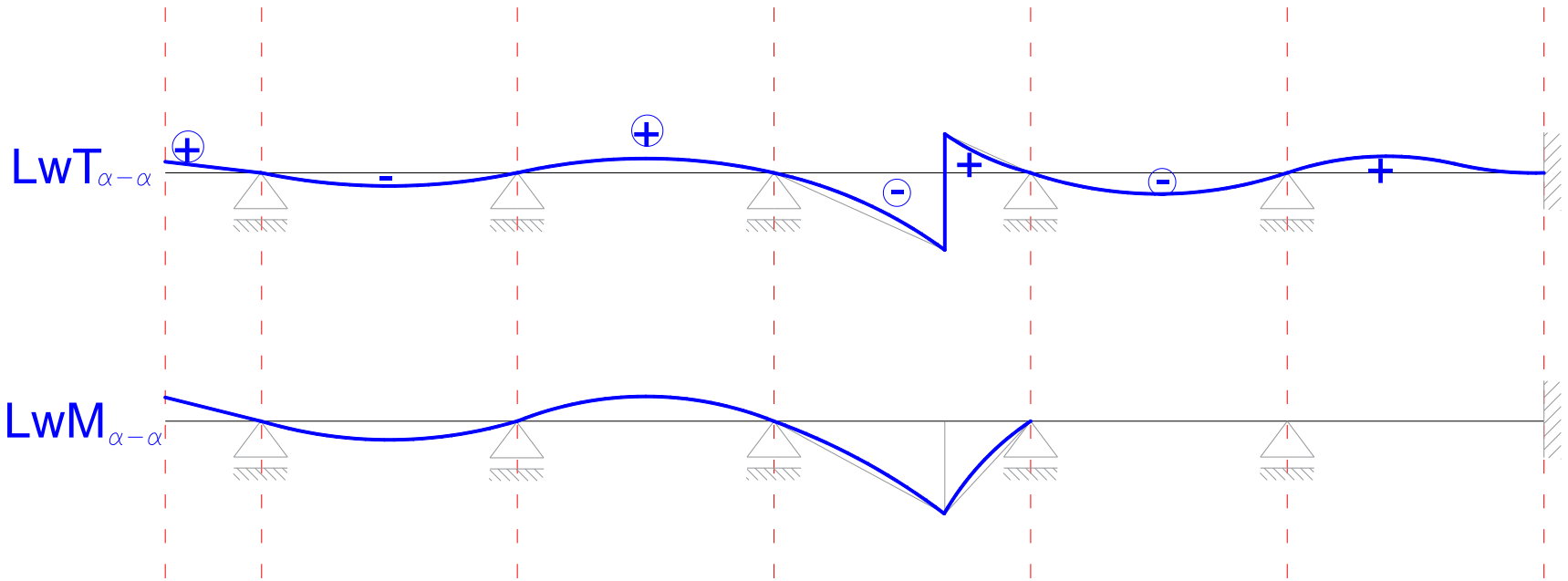
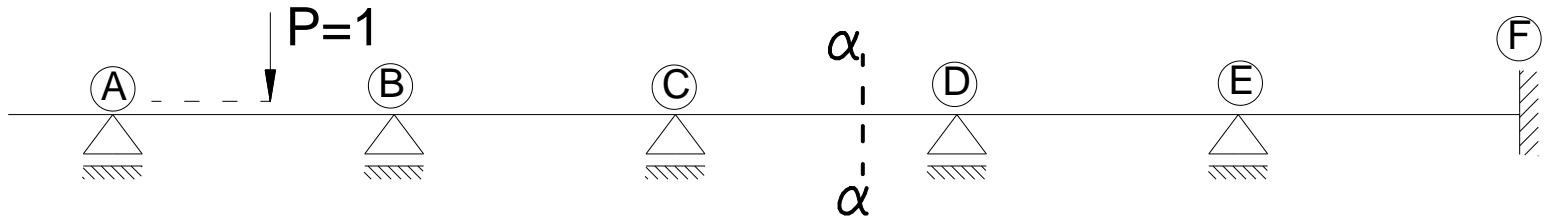
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



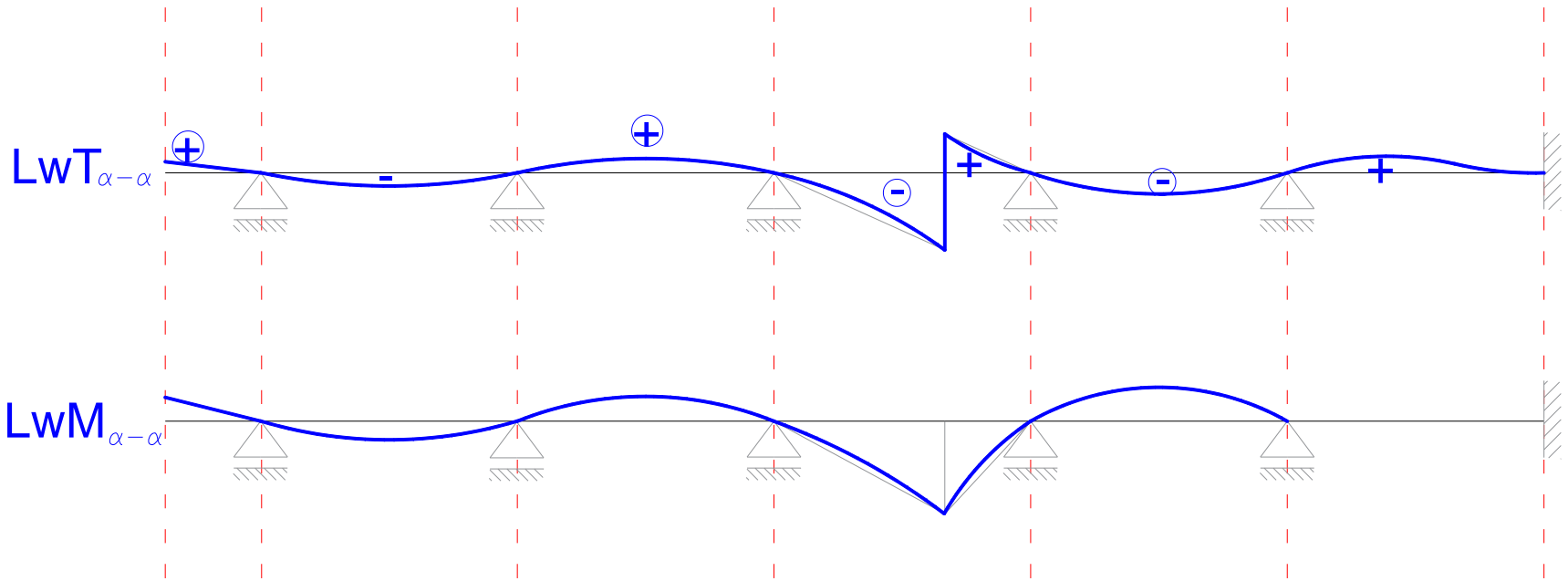
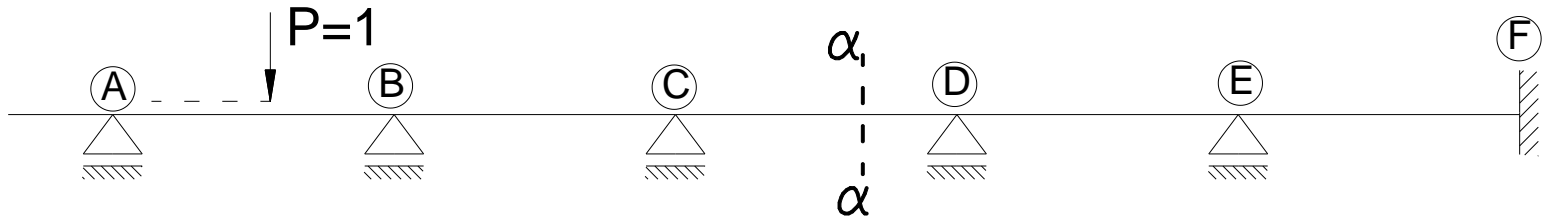
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



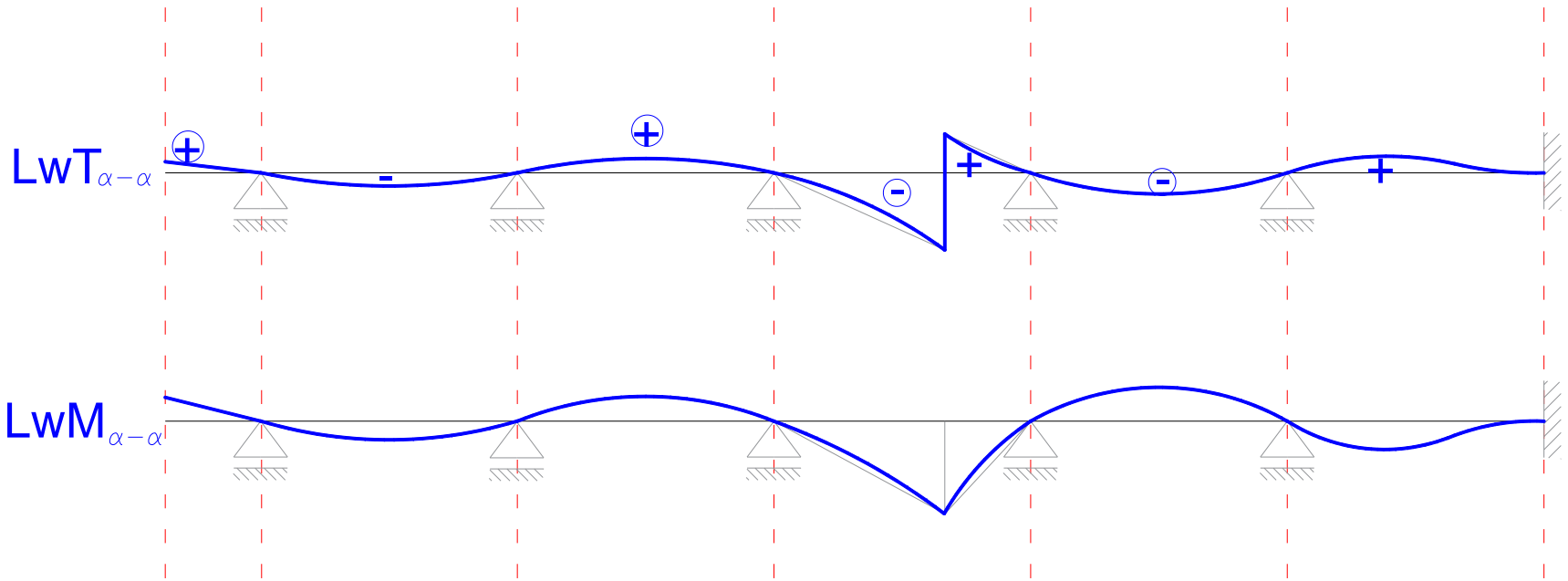
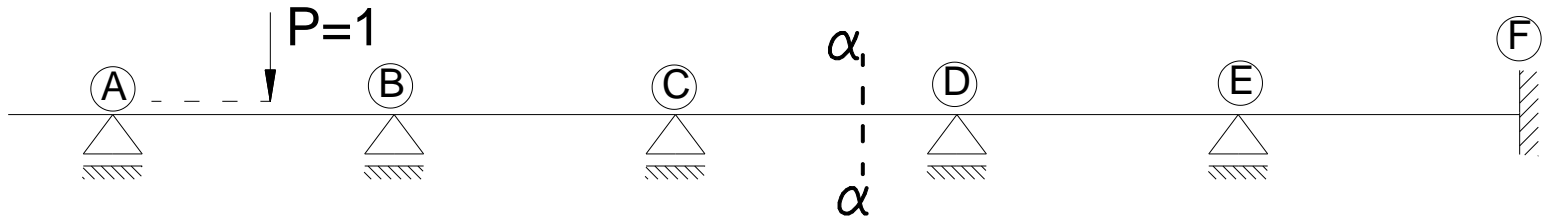
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



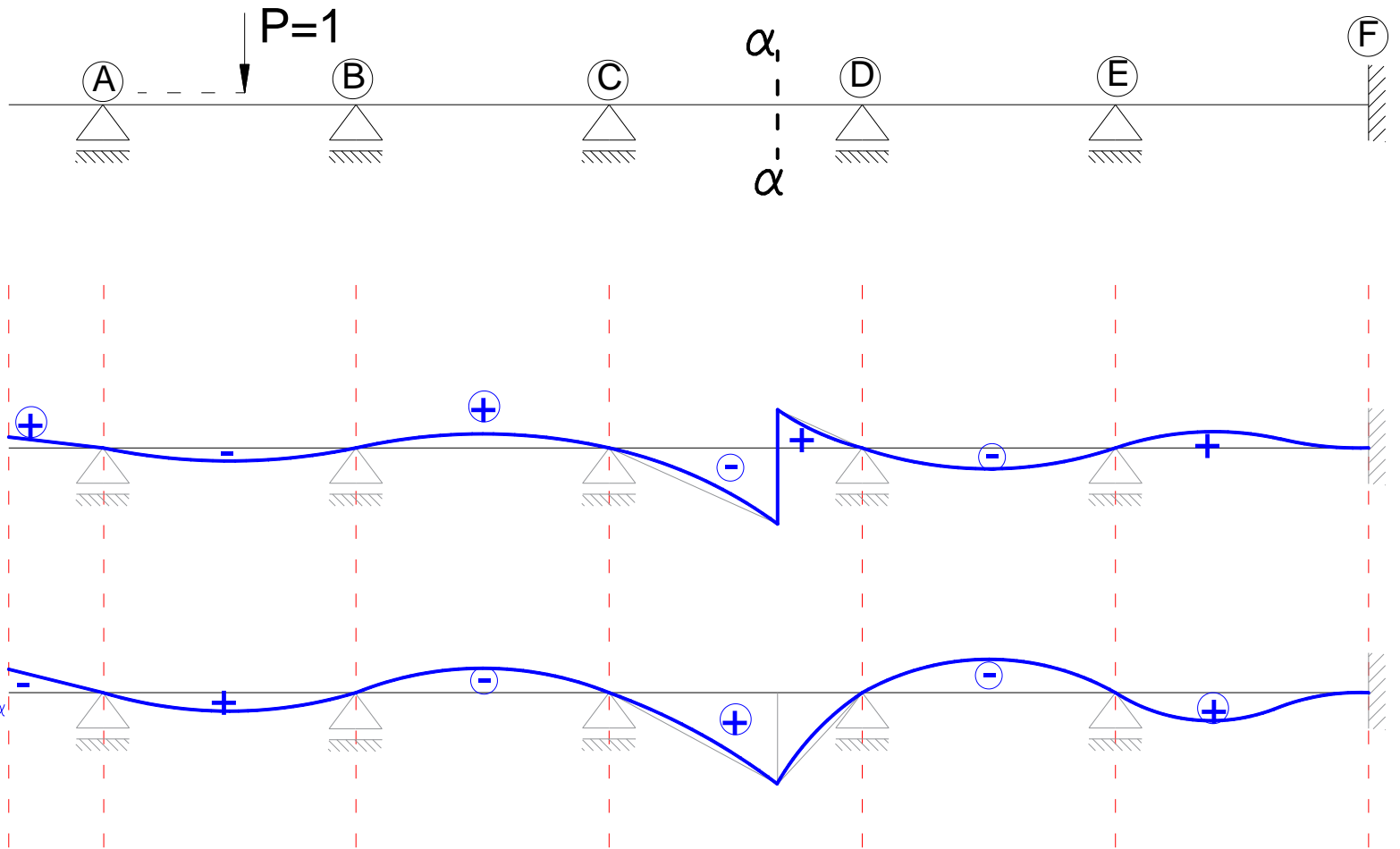
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



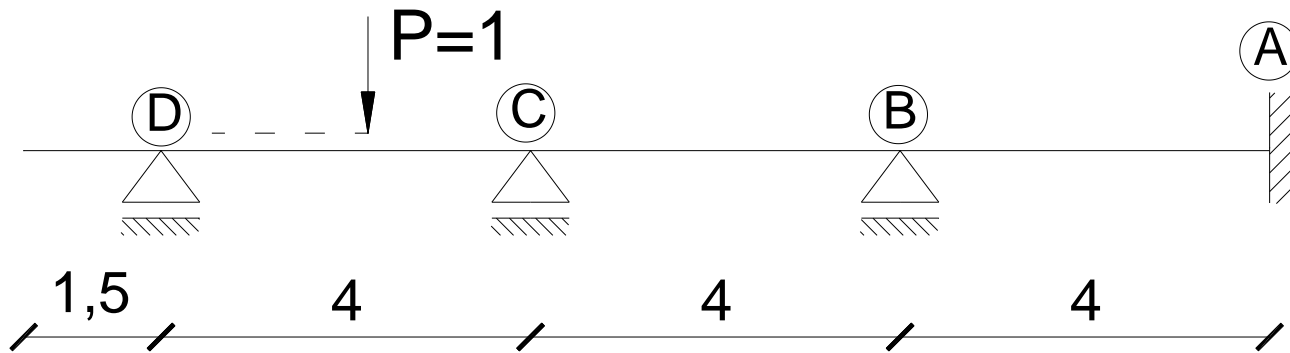
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



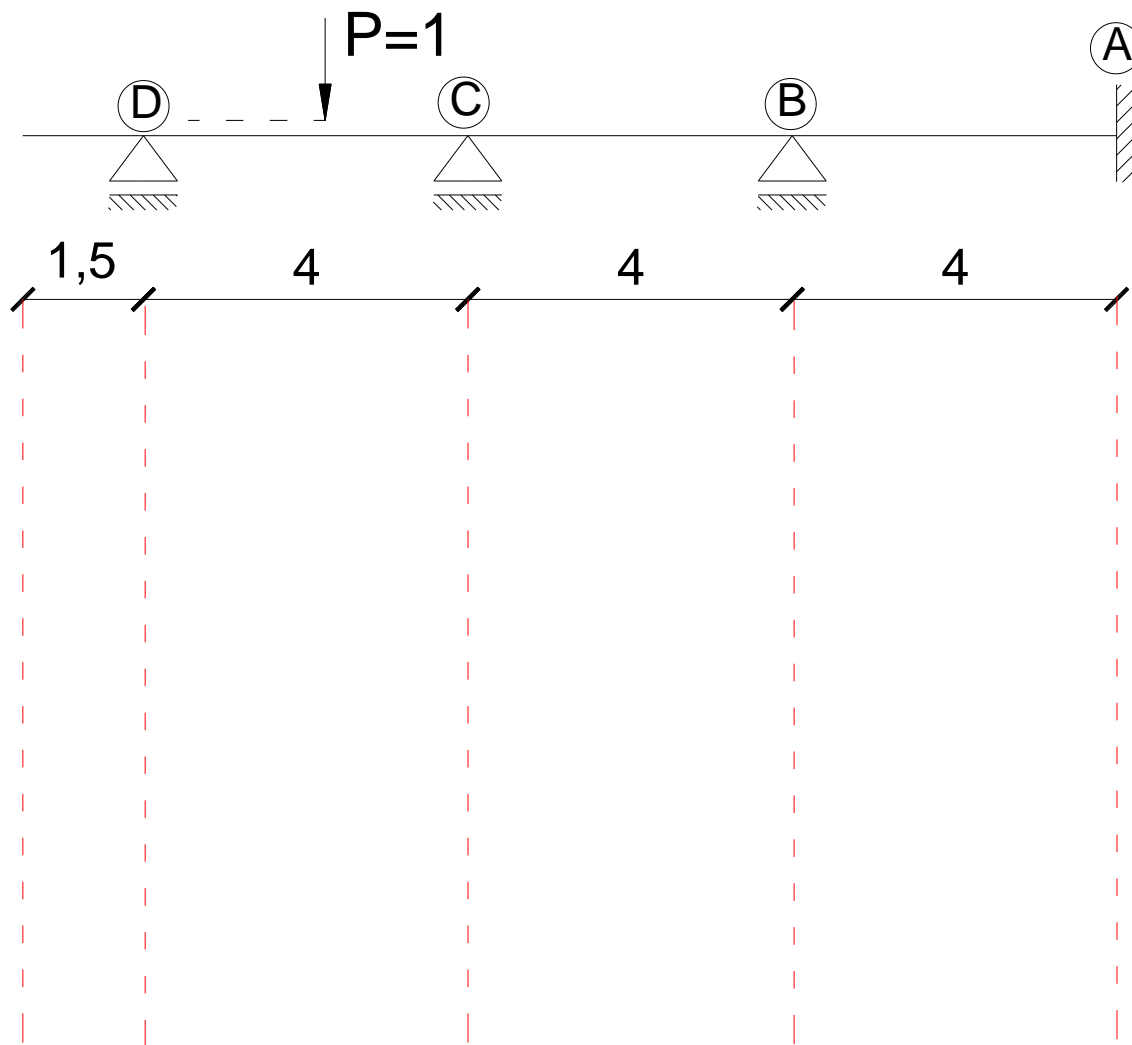
Szkice linii wpływu sił wewnętrznych w zadanym przekroju:



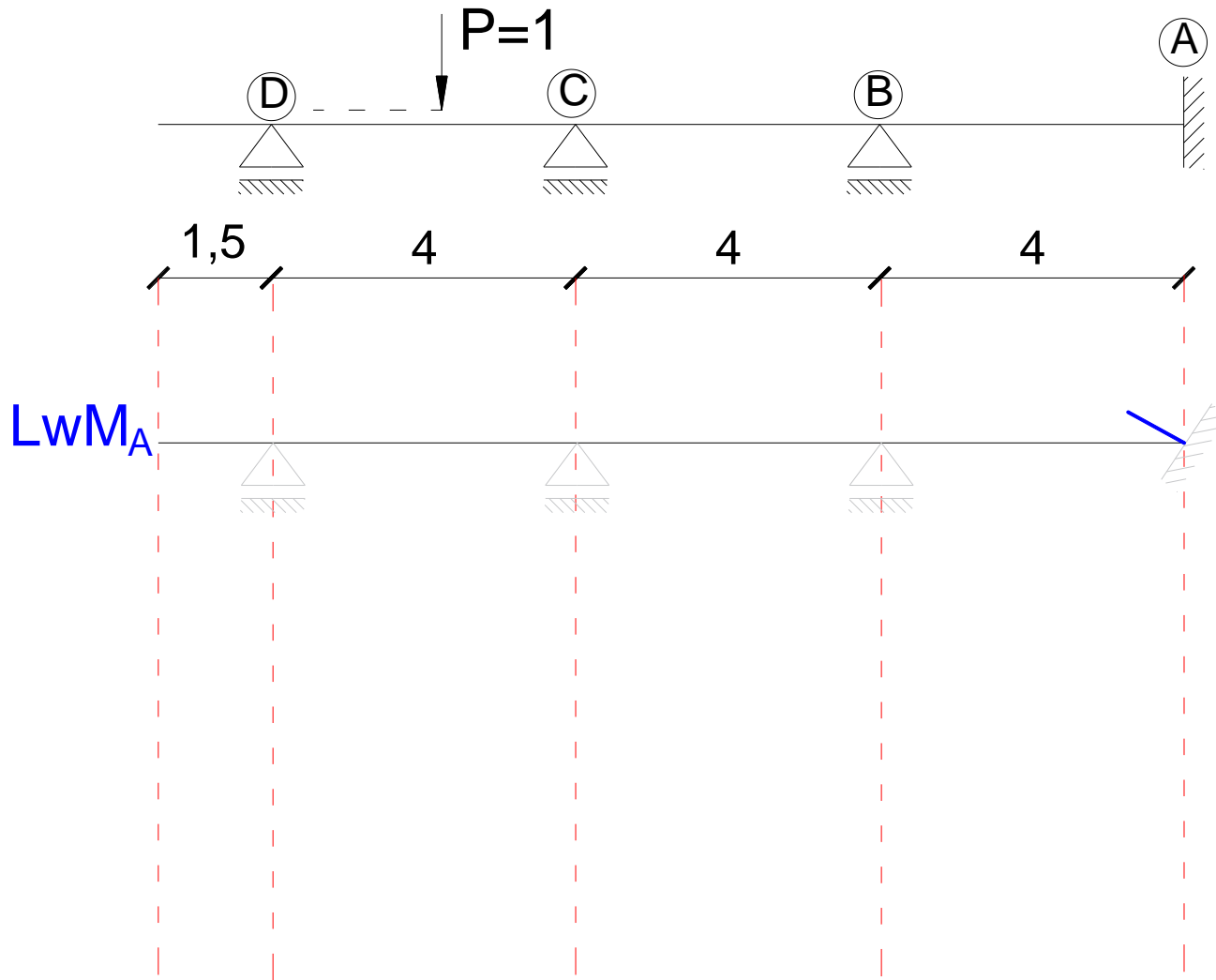
Zadanie 2. Naskicuj linie wpływu M_A , M_B i V_B dla poniższej belki metodą kinematyczną i policz ich rzędne w połowie przęsła AB i na końcu wspornika.



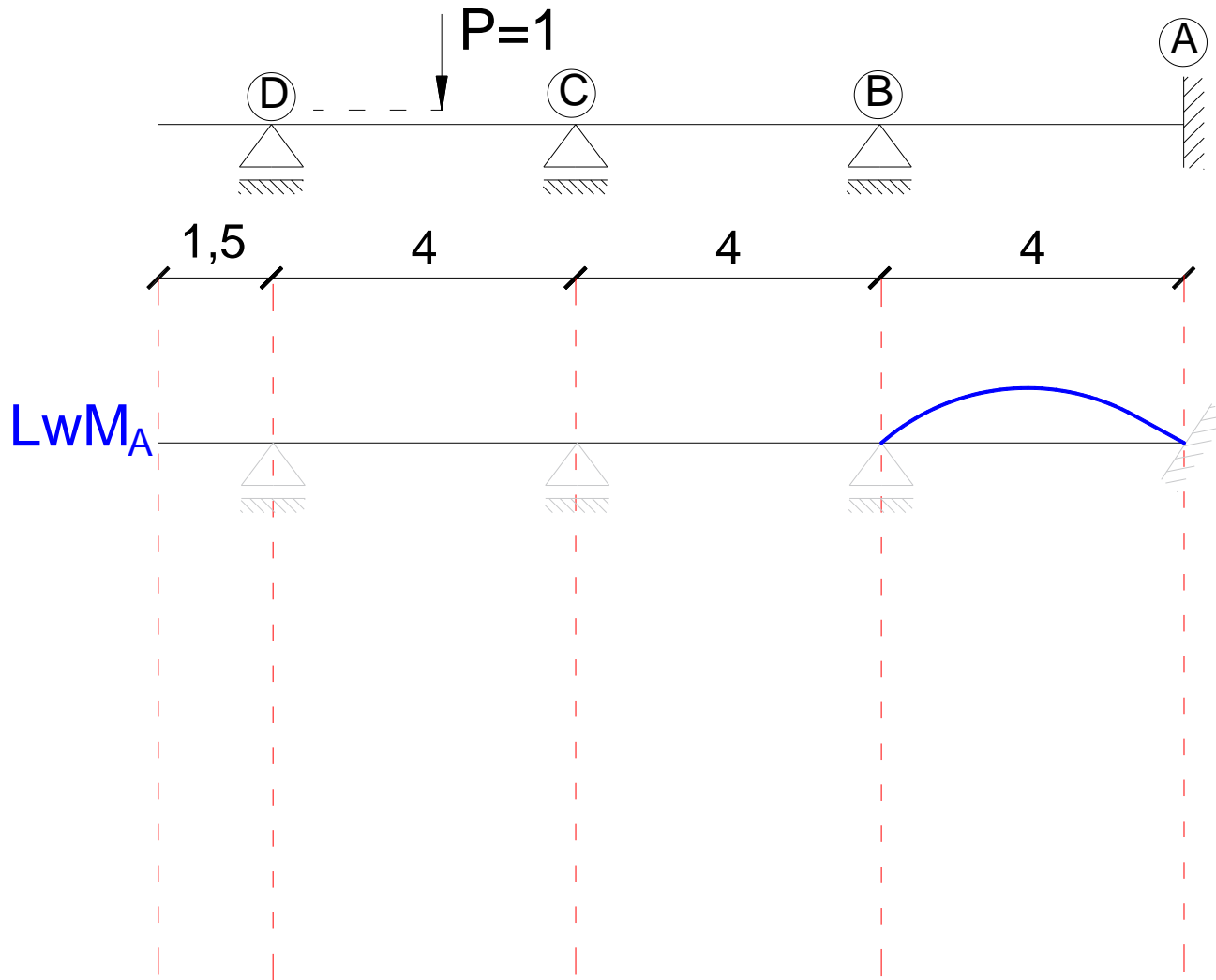
Szkice linii wpływu:



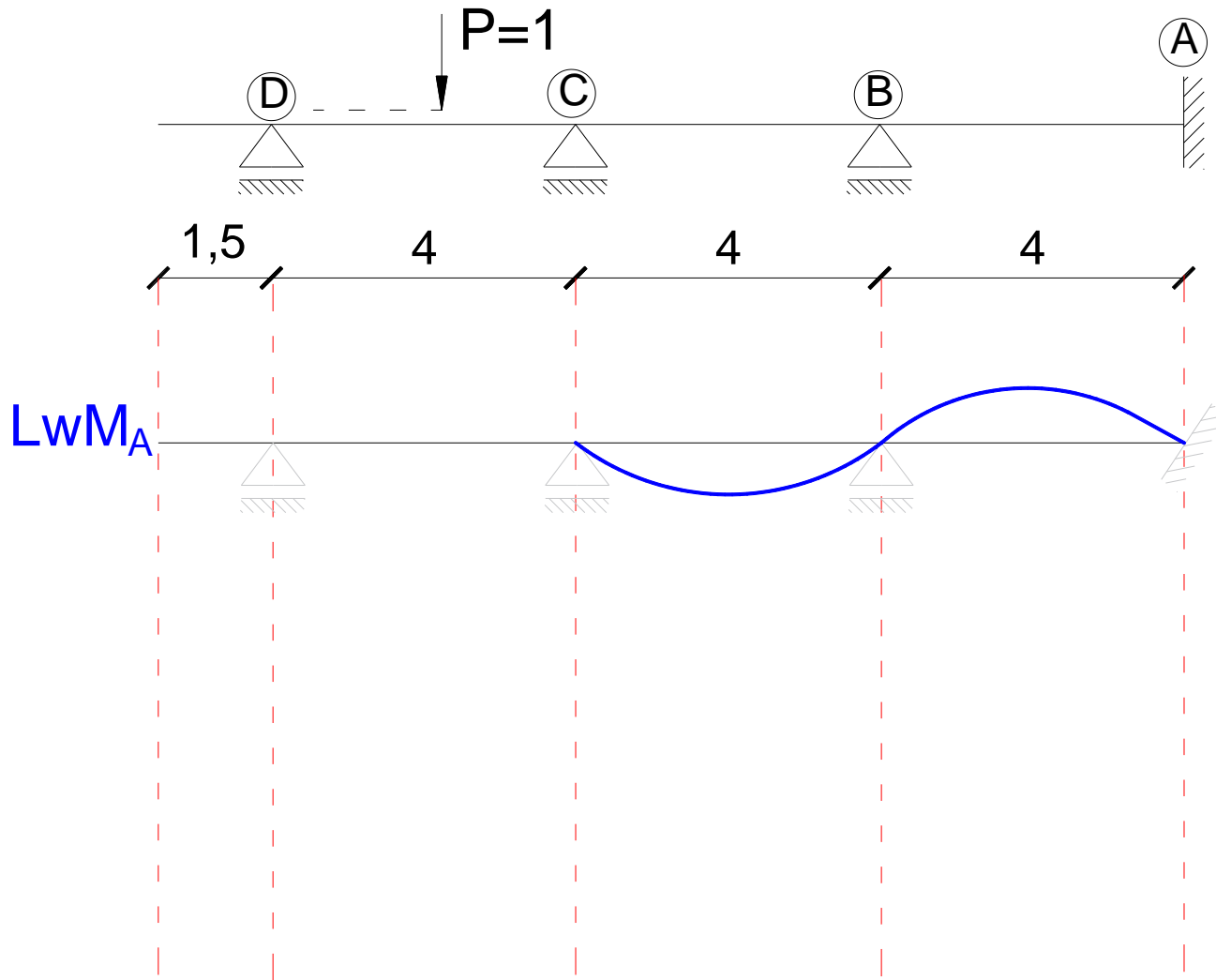
Szkice linii wpływu:



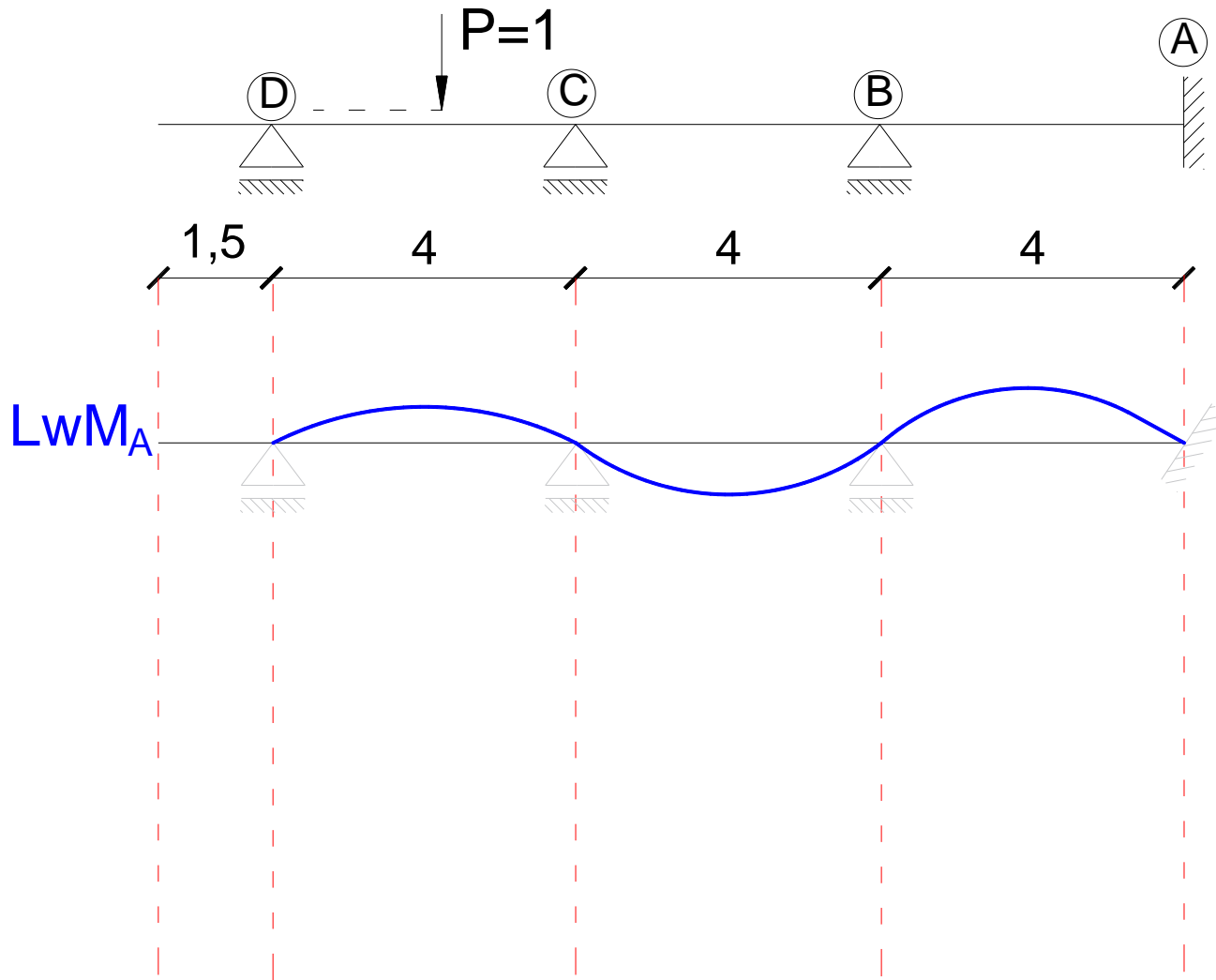
Szkice linii wpływu:



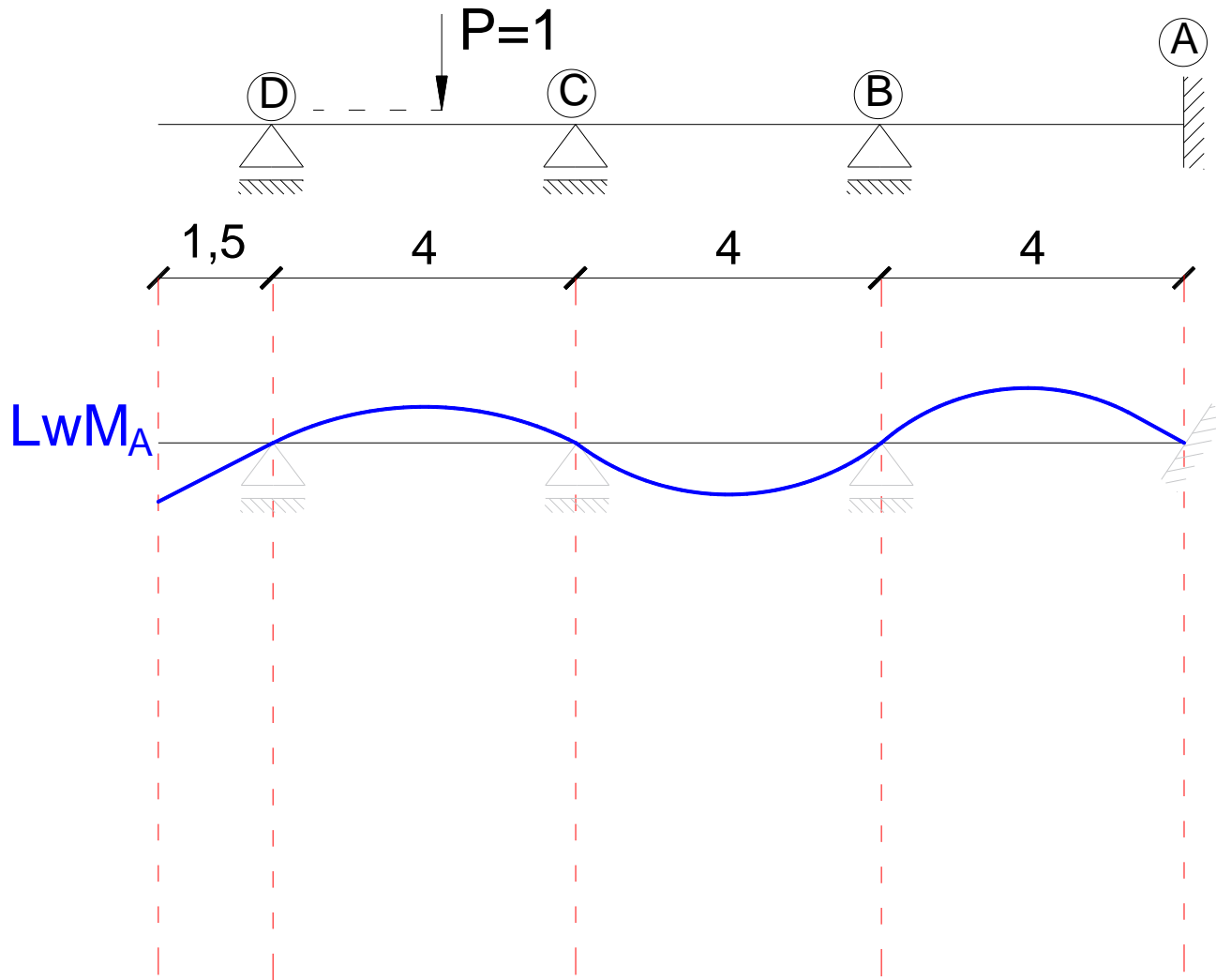
Szkice linii wpływu:



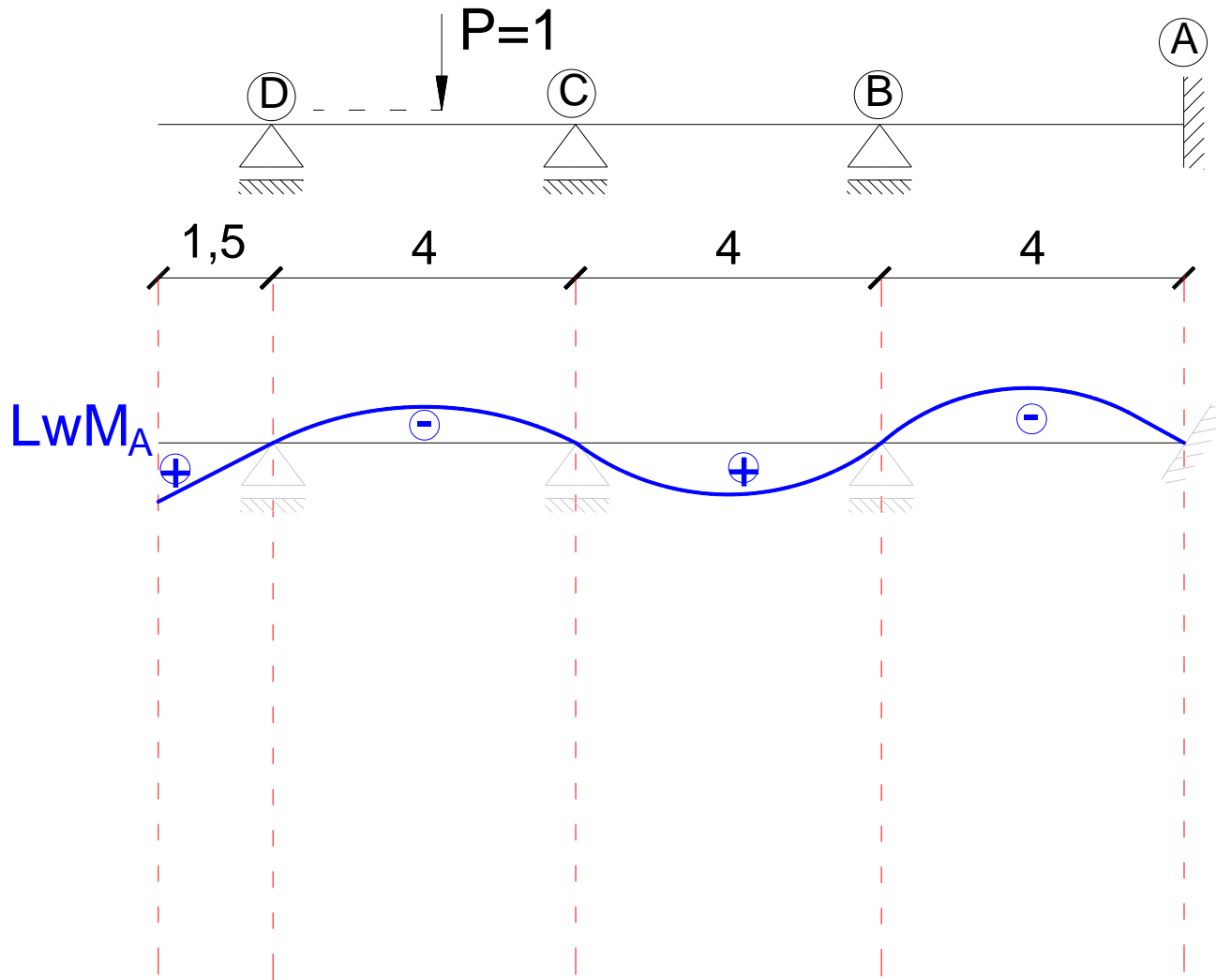
Szkice linii wpływu:



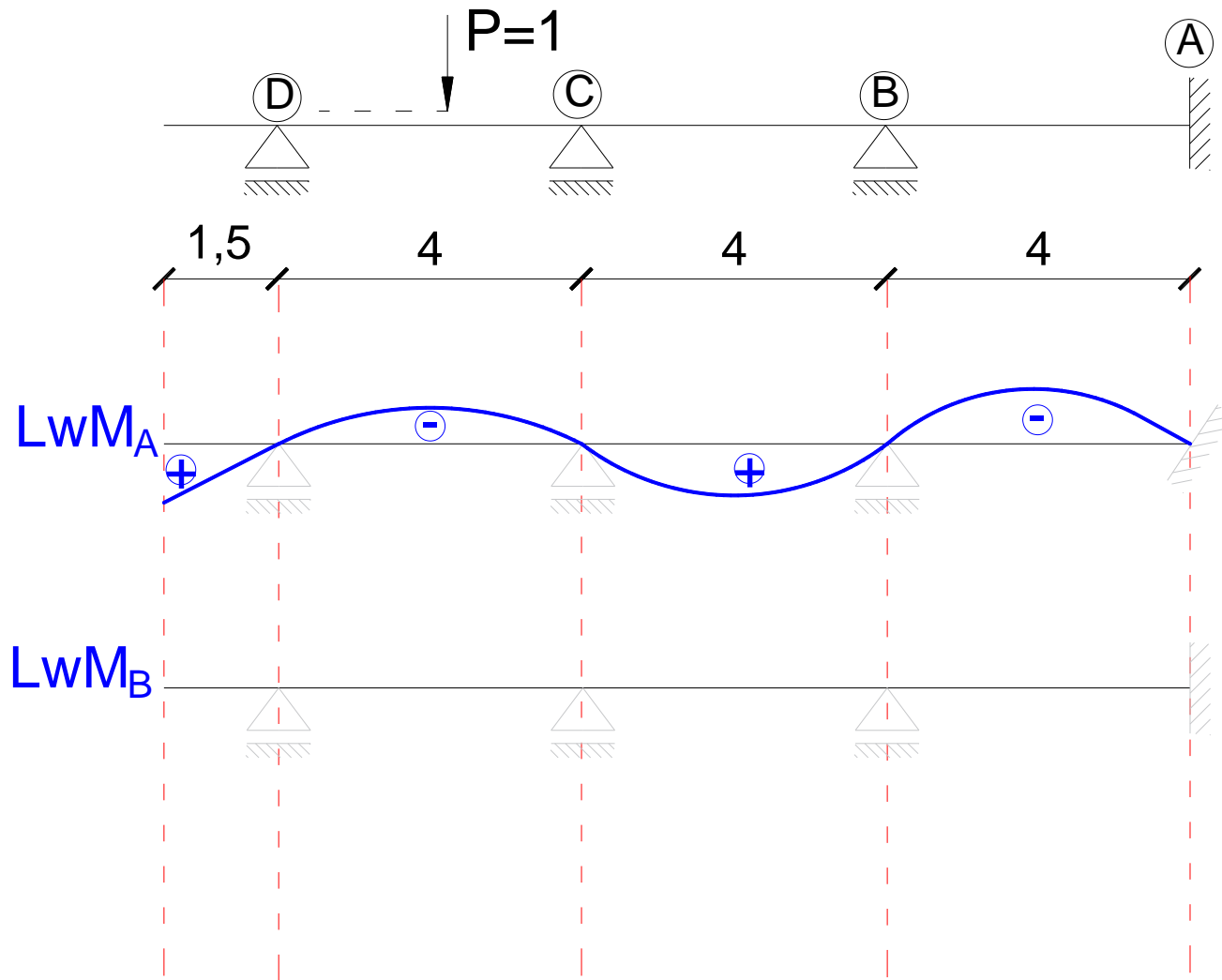
Szkice linii wpływu:



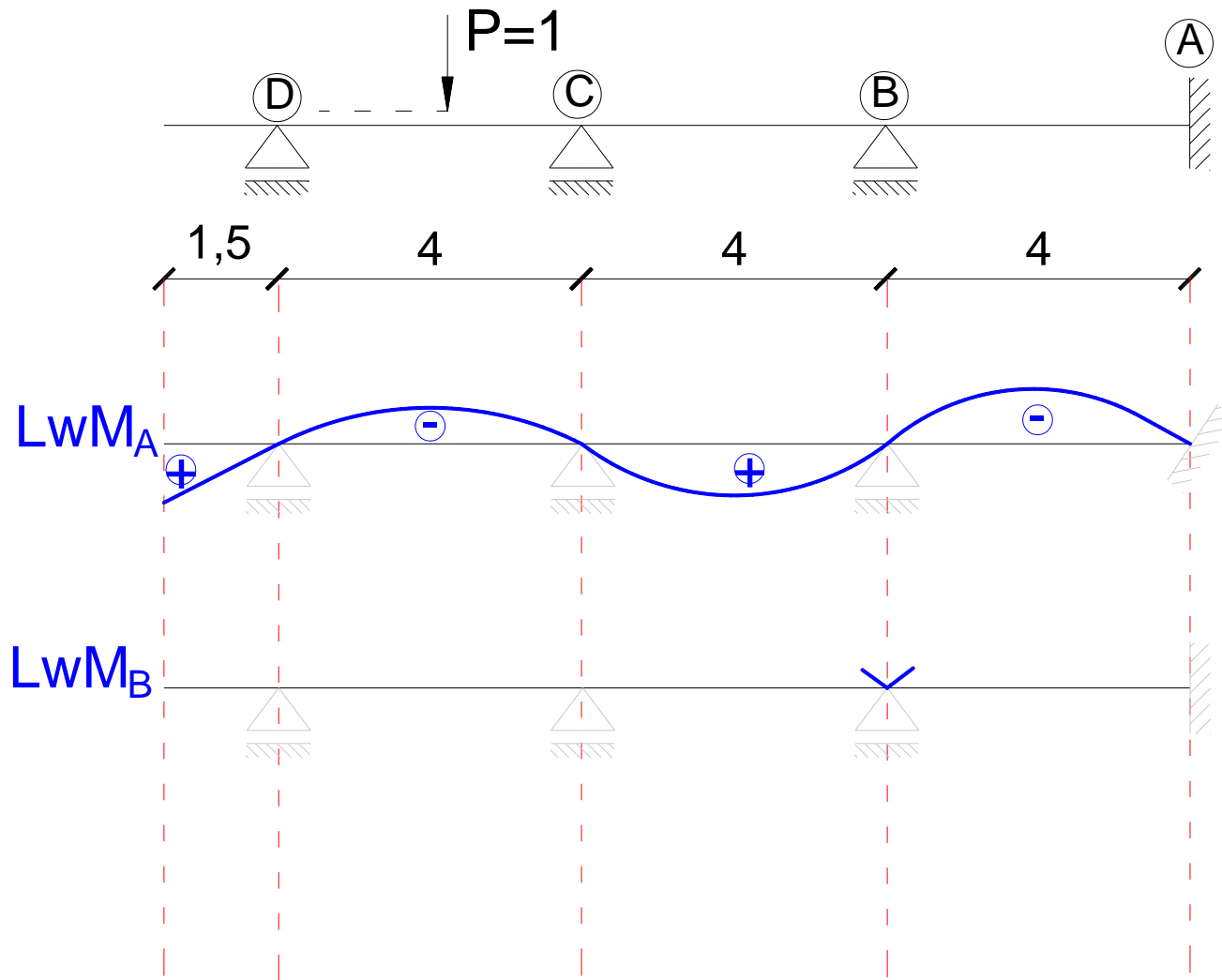
Szkice linii wpływu:



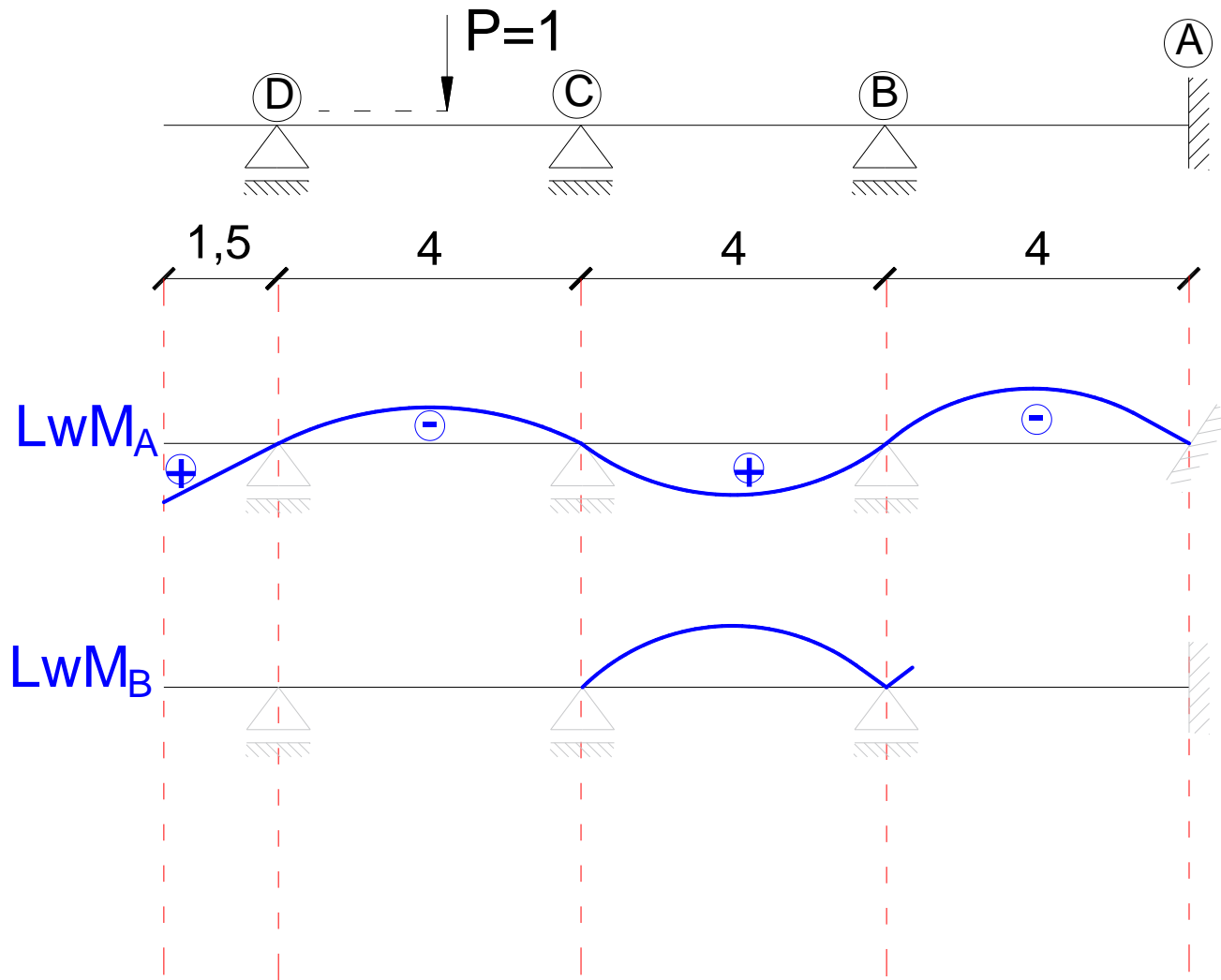
Szkice linii wpływu:



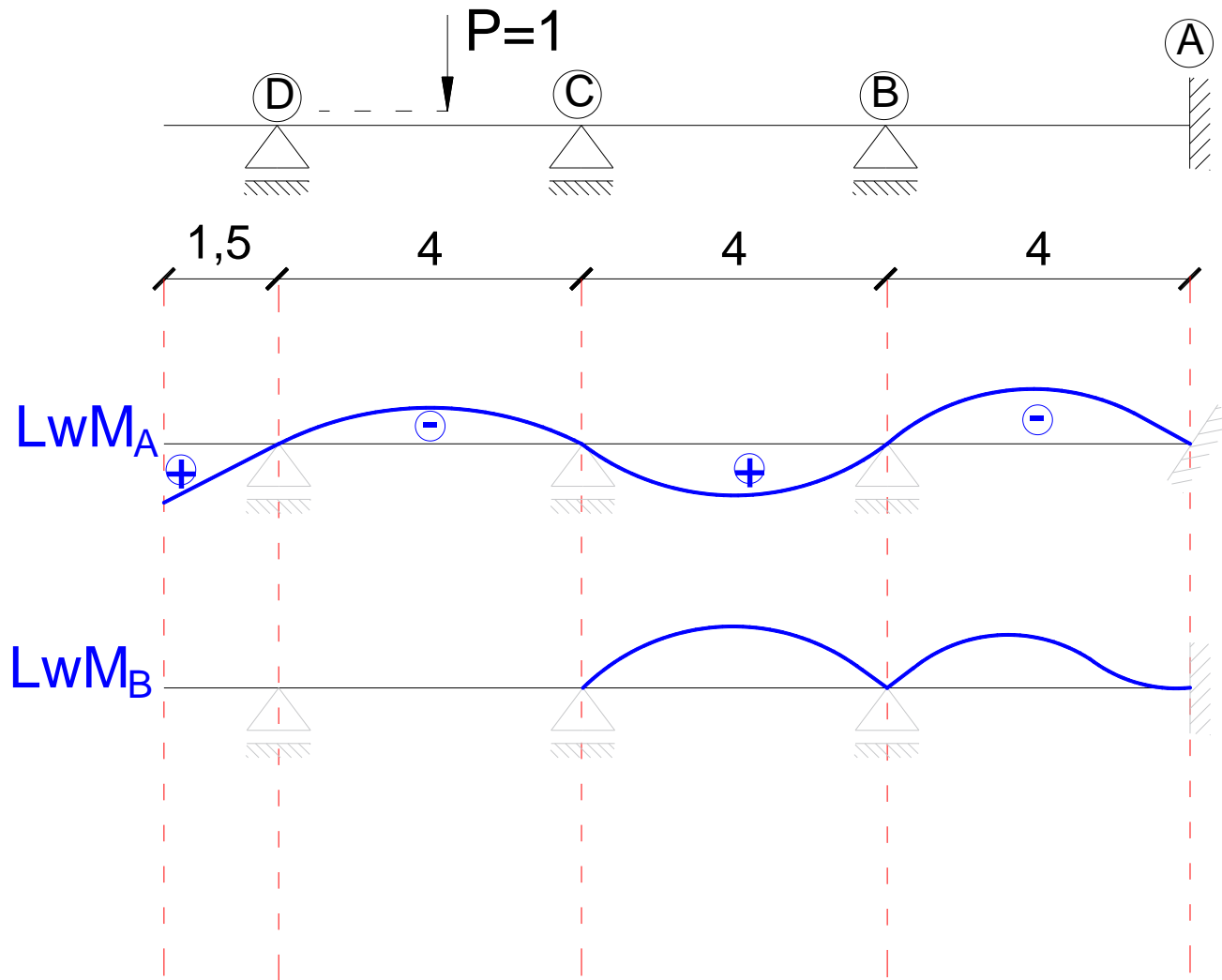
Szkice linii wpływu:



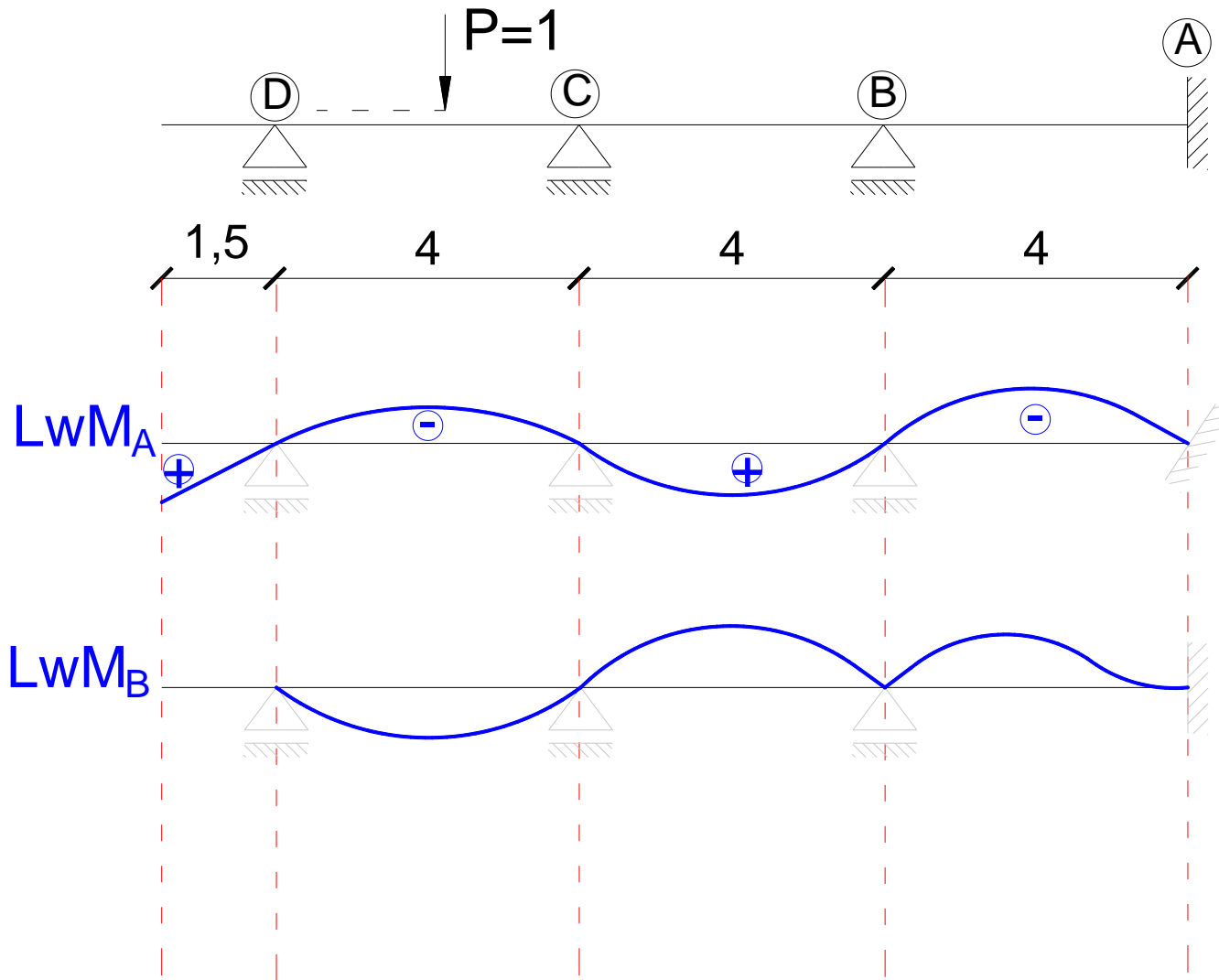
Szkice linii wpływu:



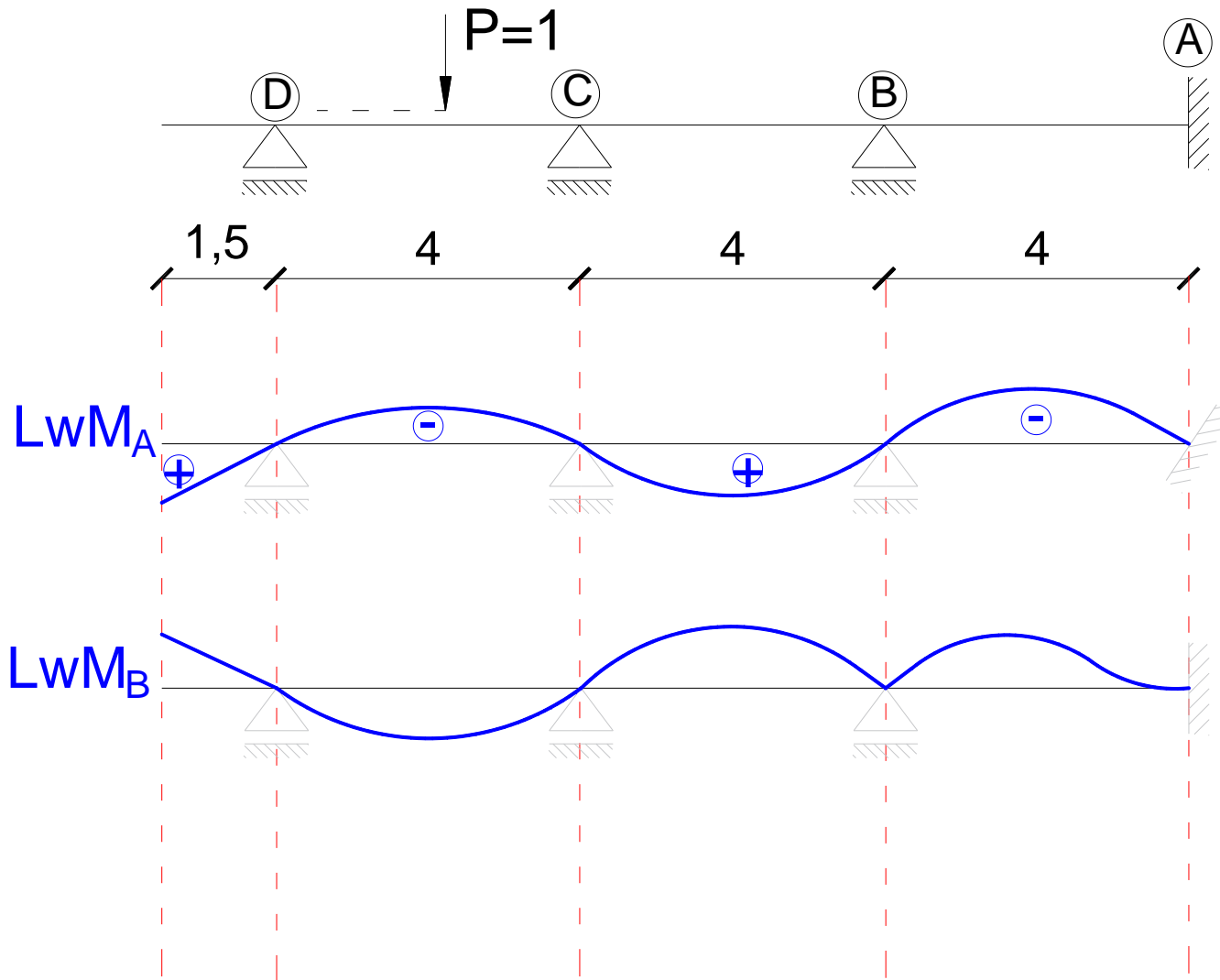
Szkice linii wpływu:



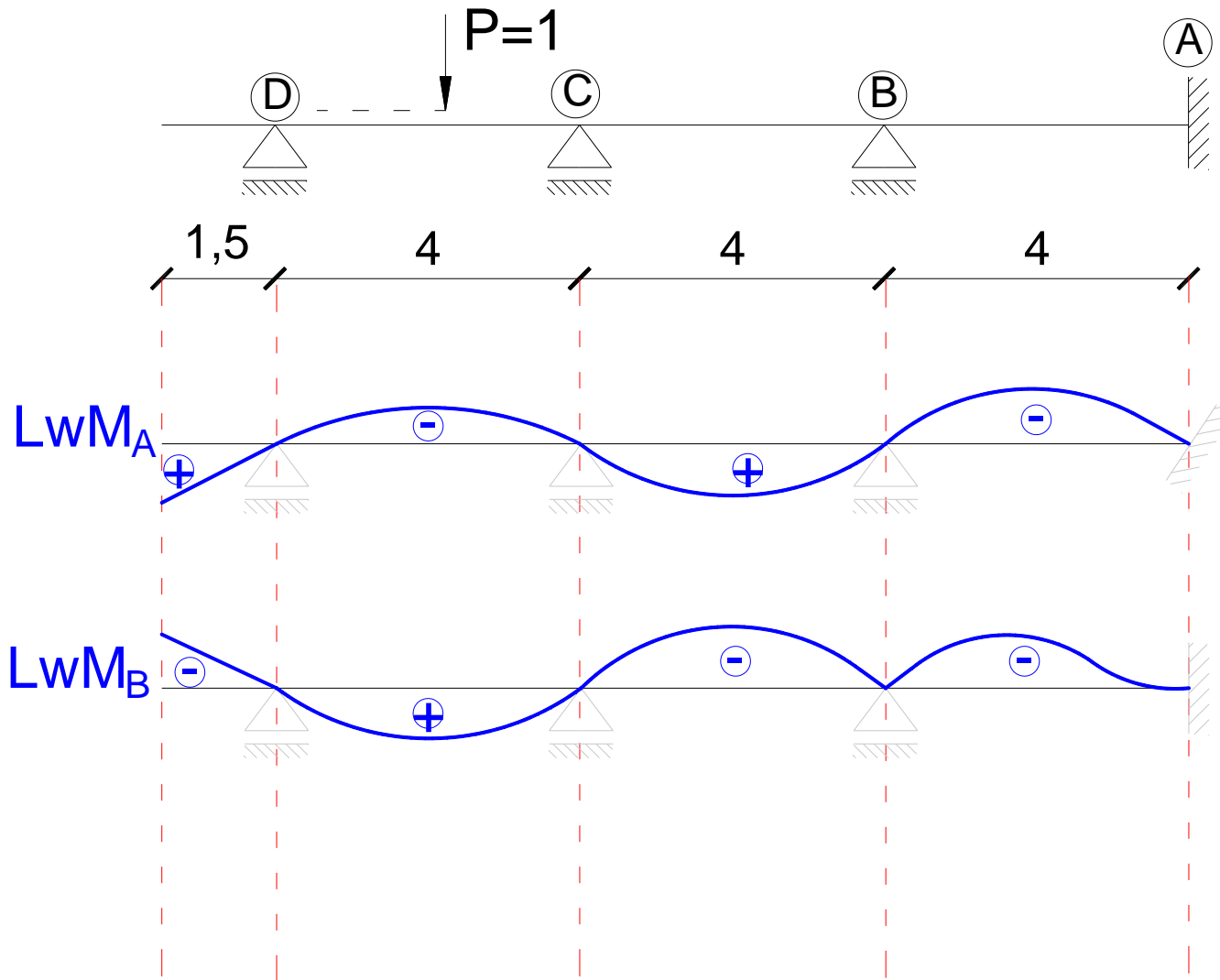
Szkice linii wpływu:



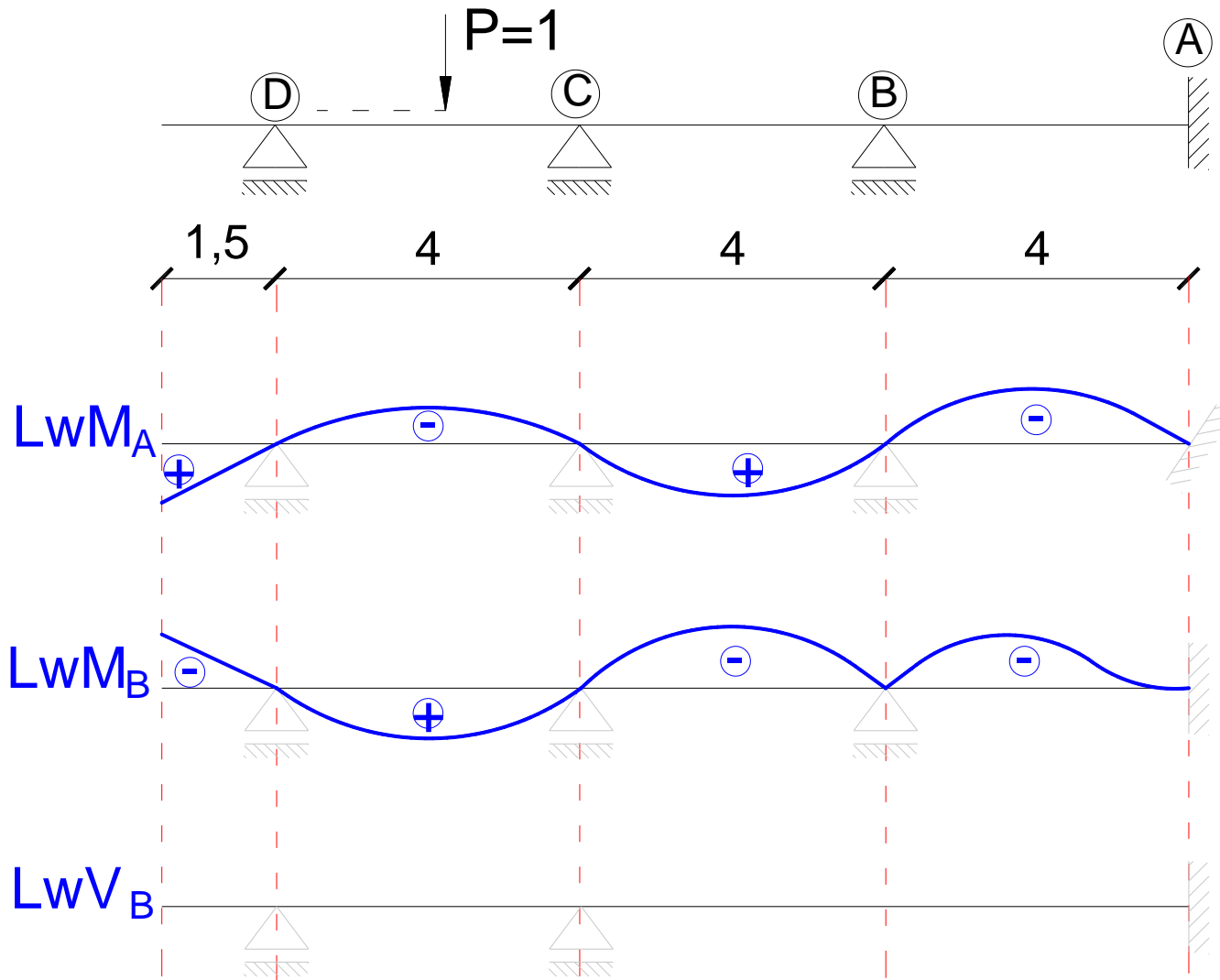
Szkice linii wpływu:



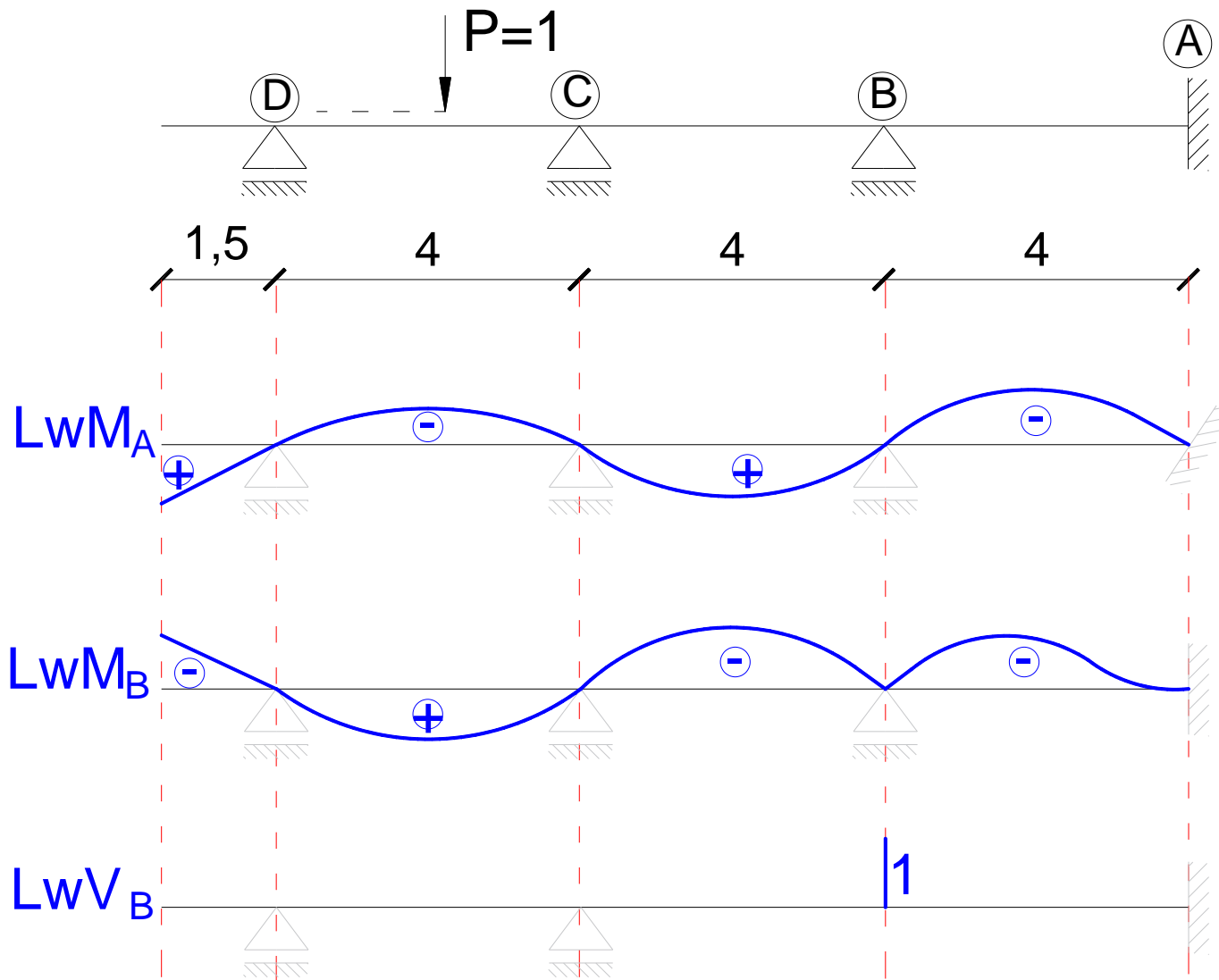
Szkice linii wpływu:



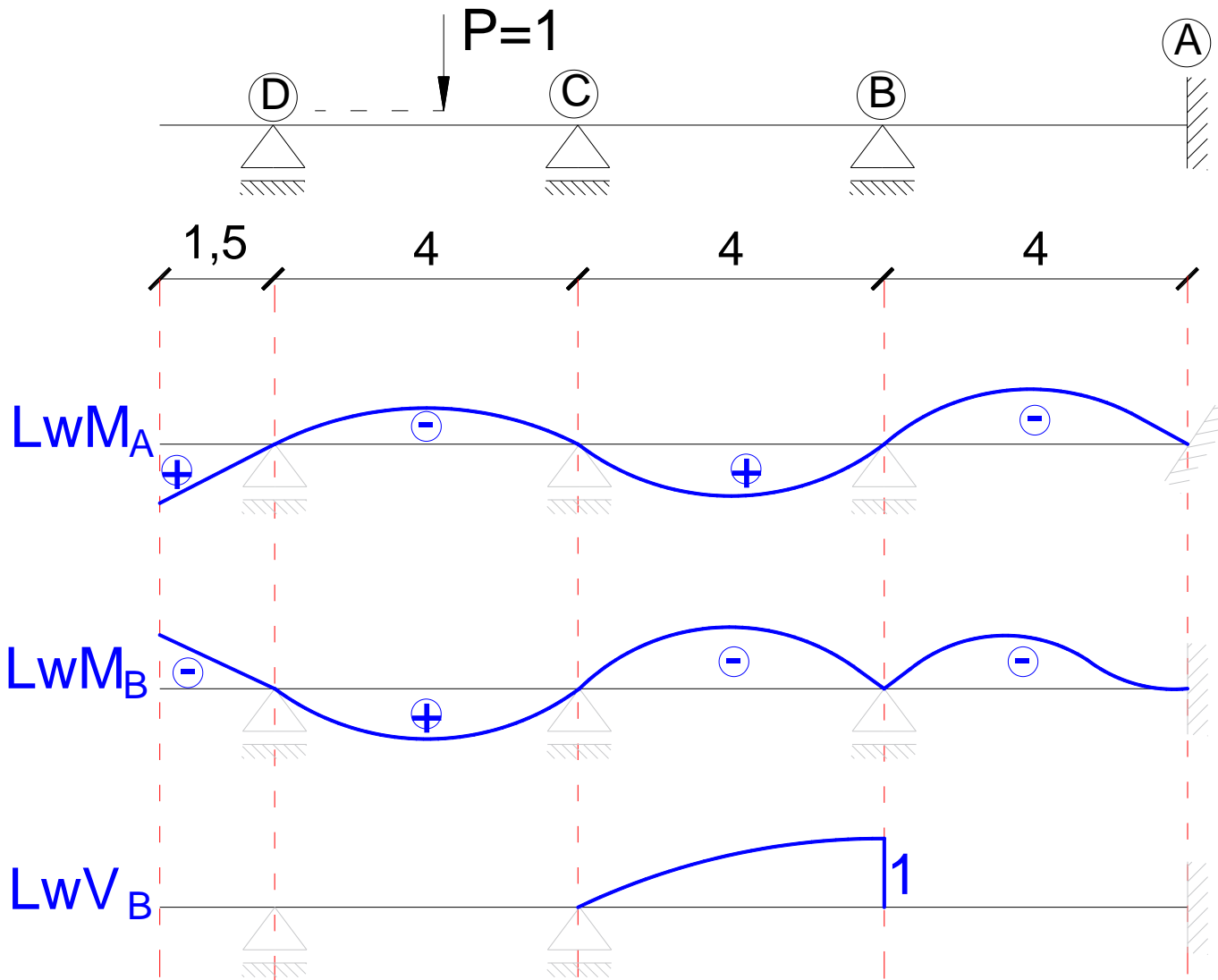
Szkice linii wpływu:



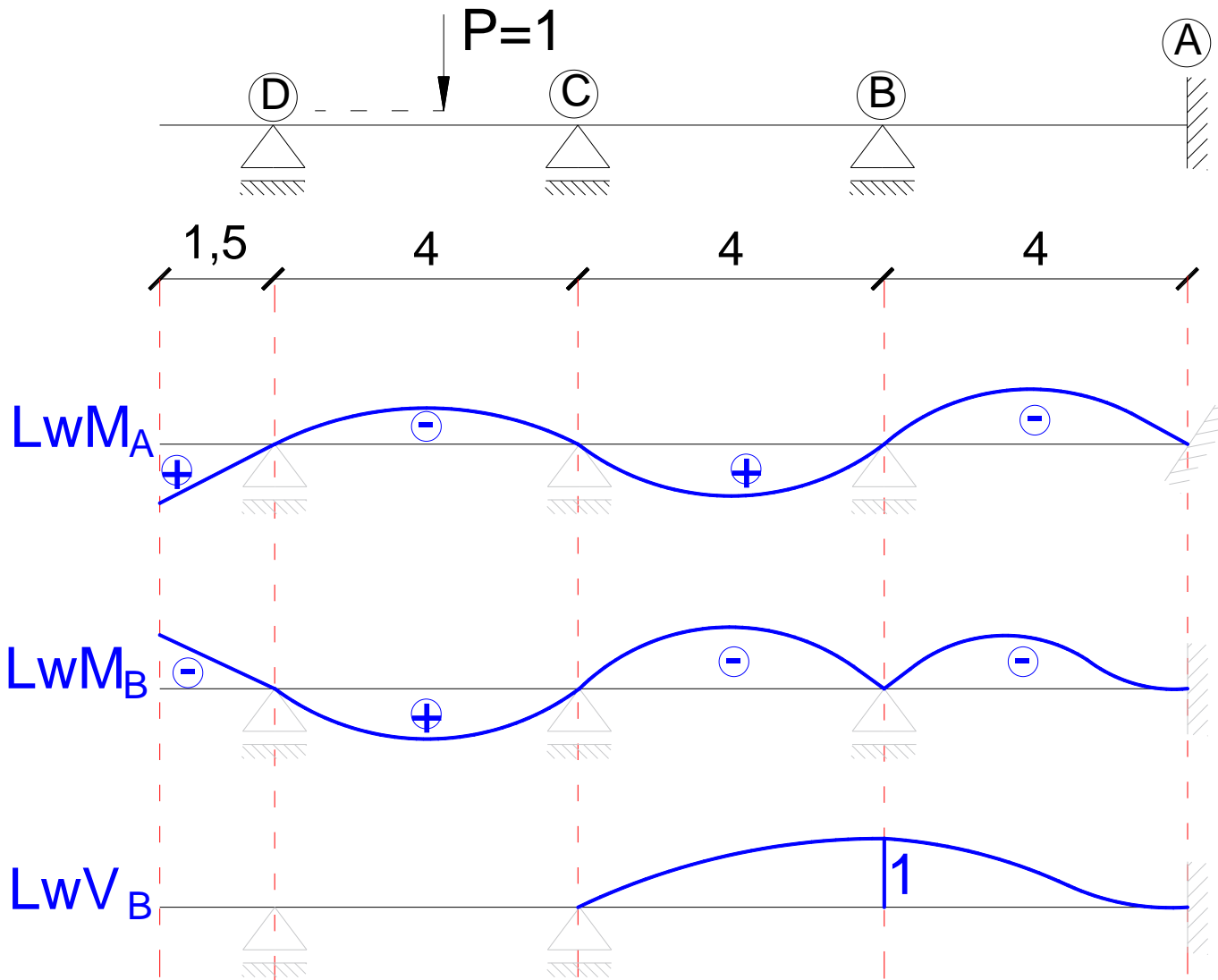
Szkice linii wpływu:



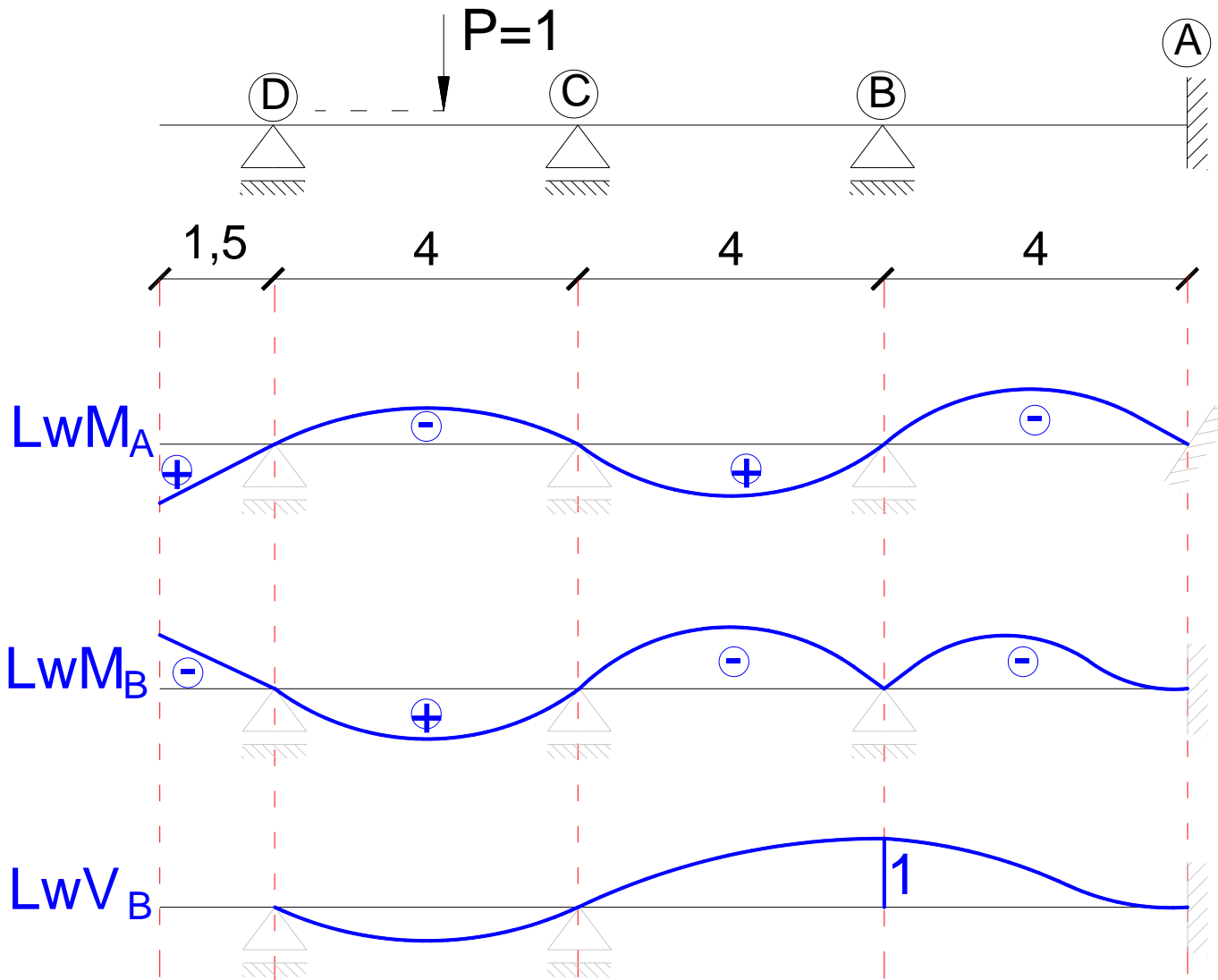
Szkice linii wpływu:



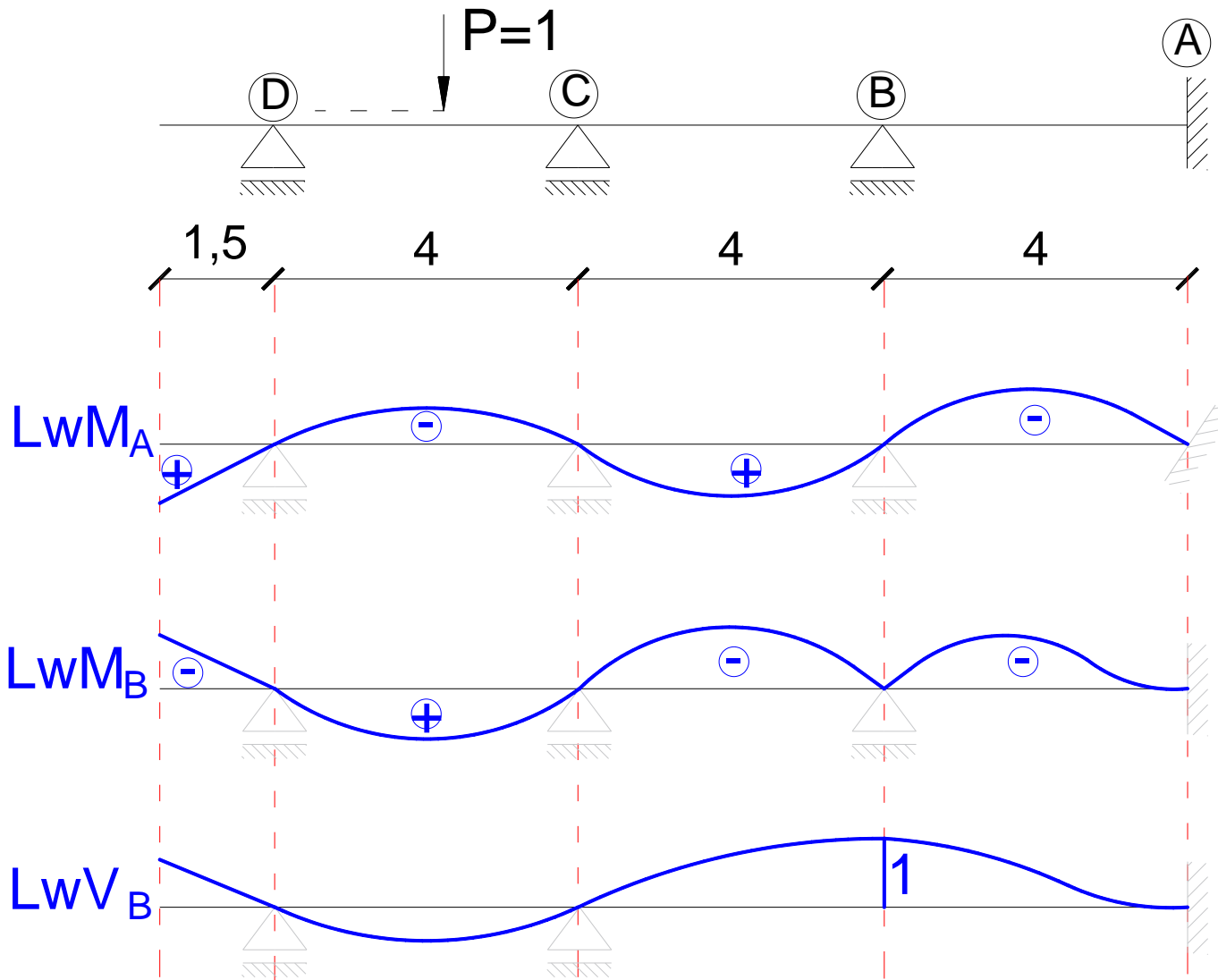
Szkice linii wpływu:



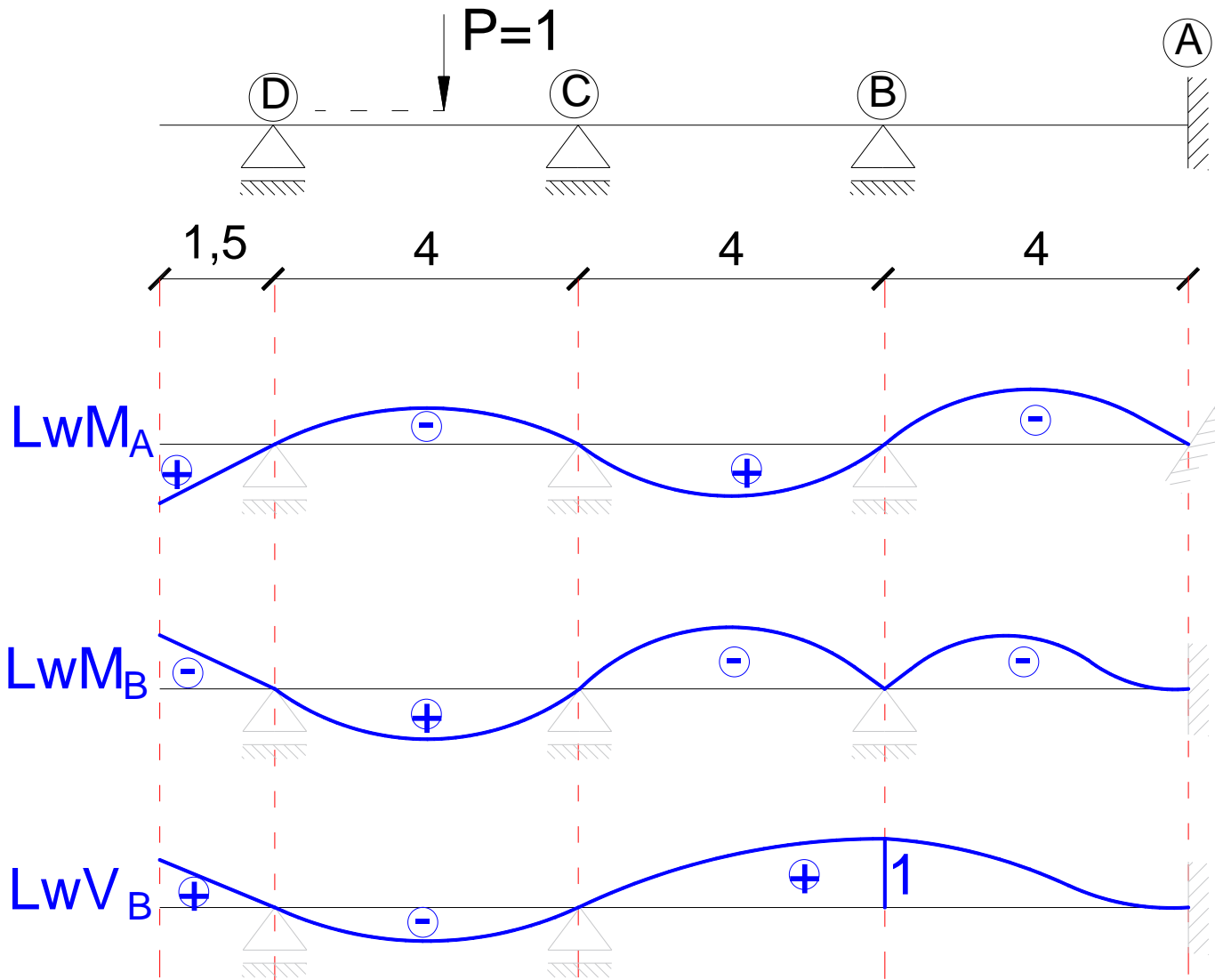
Szkice linii wpływu:



Szkice linii wpływu:

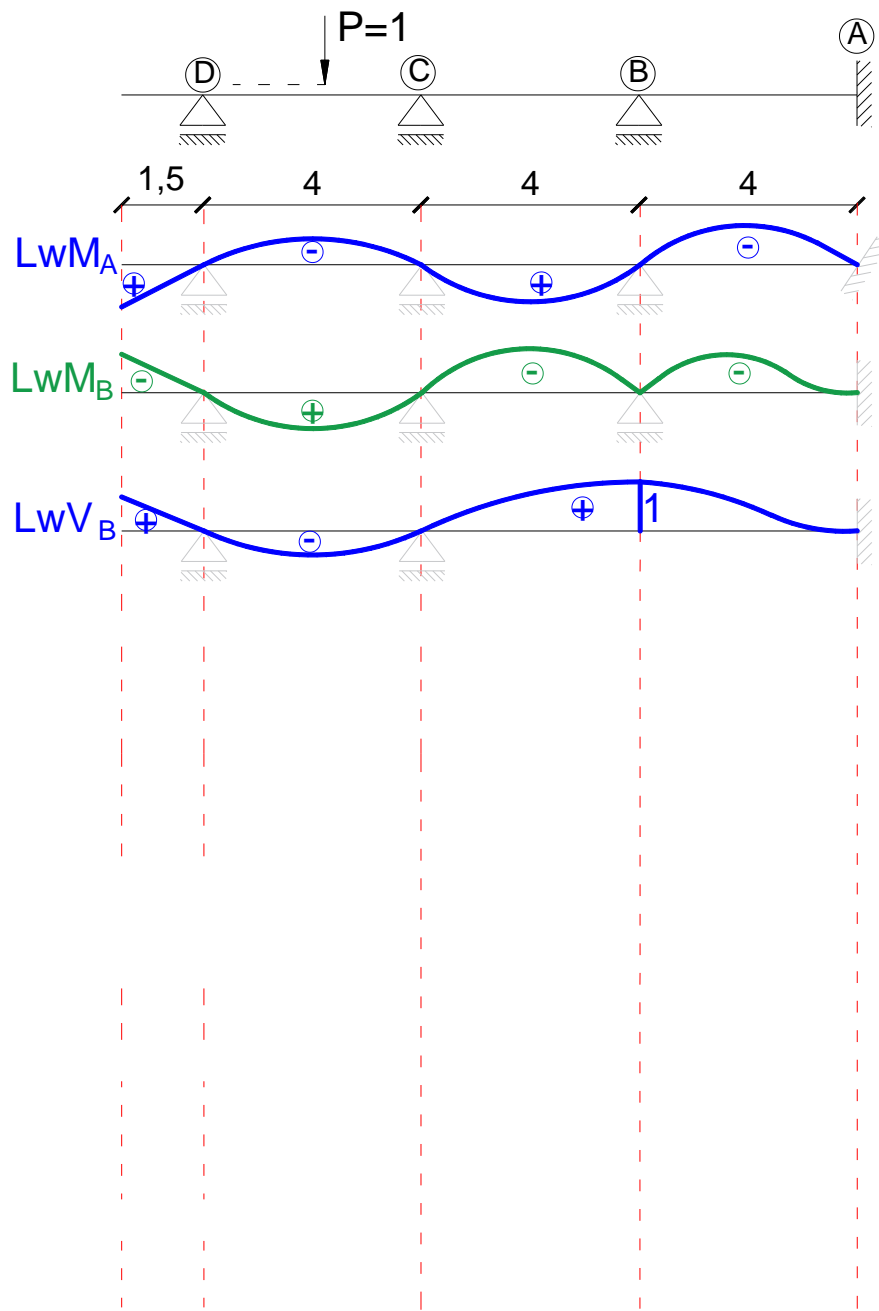


Szkice linii wpływu:



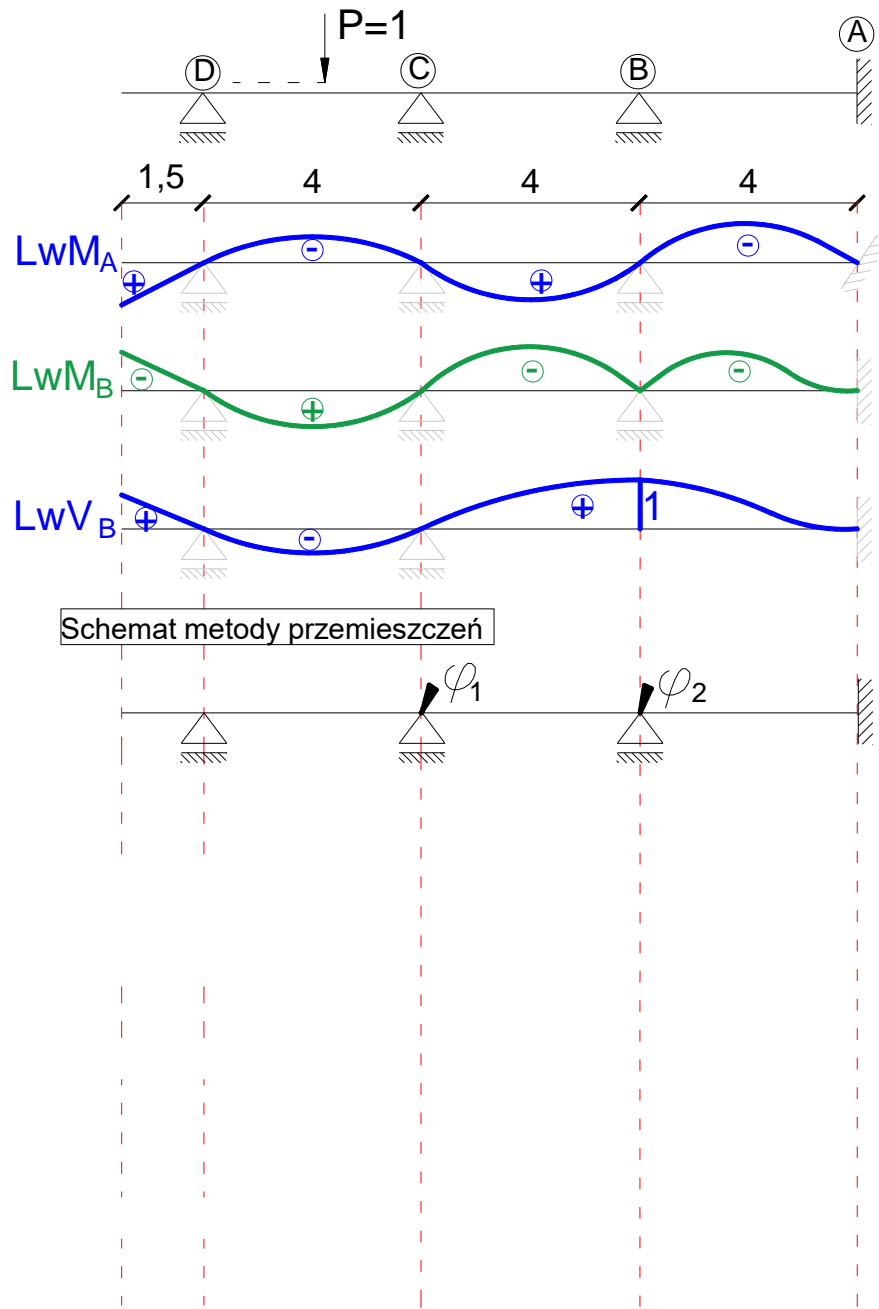
Liczenie rzędnych linii wpływu:

- rozwiązujemy belkę ciągłą metodą sił lub metodą przemieszczeń od obciążenia w postaci jednostkowej siły skupionej w miejscu szukanej rzędnej.

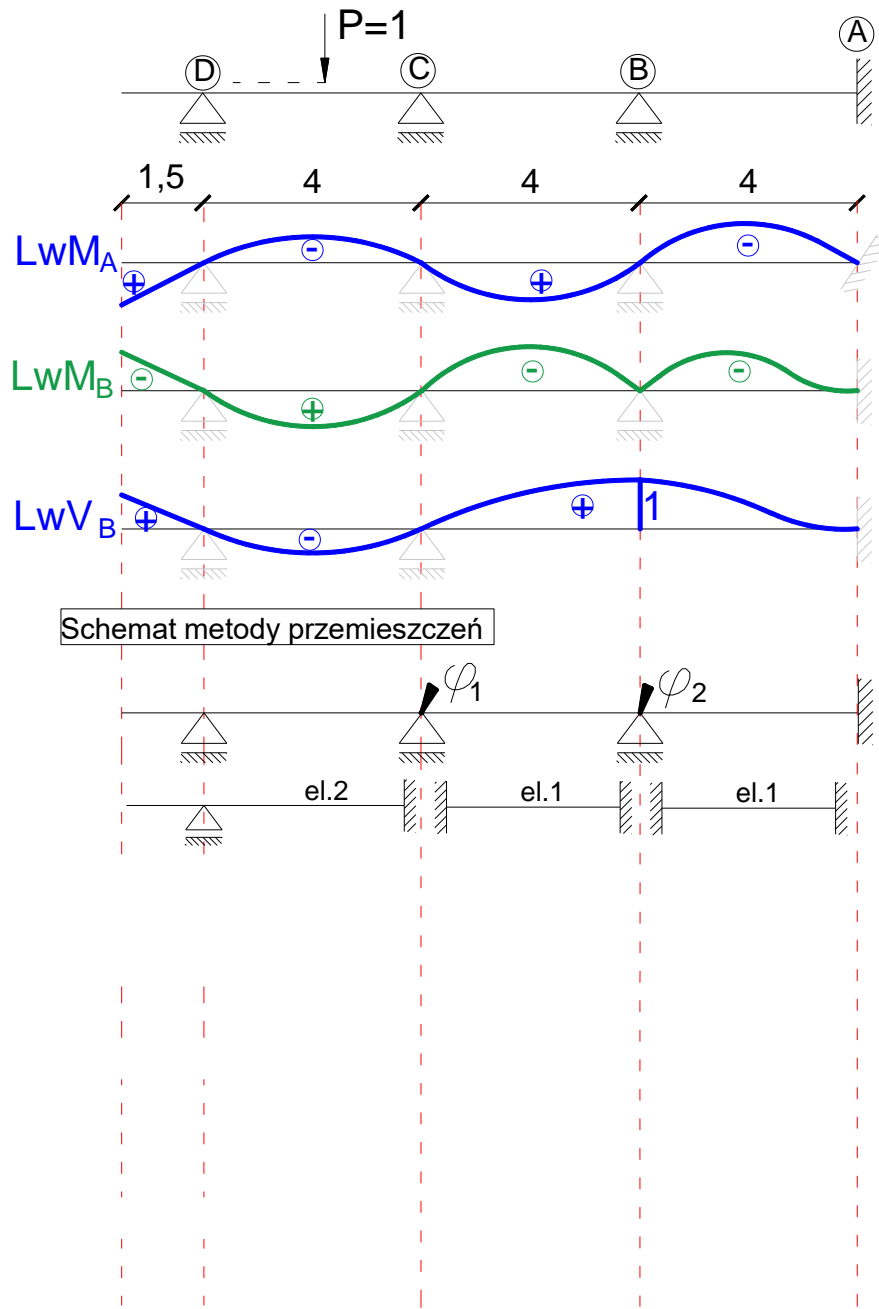


Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

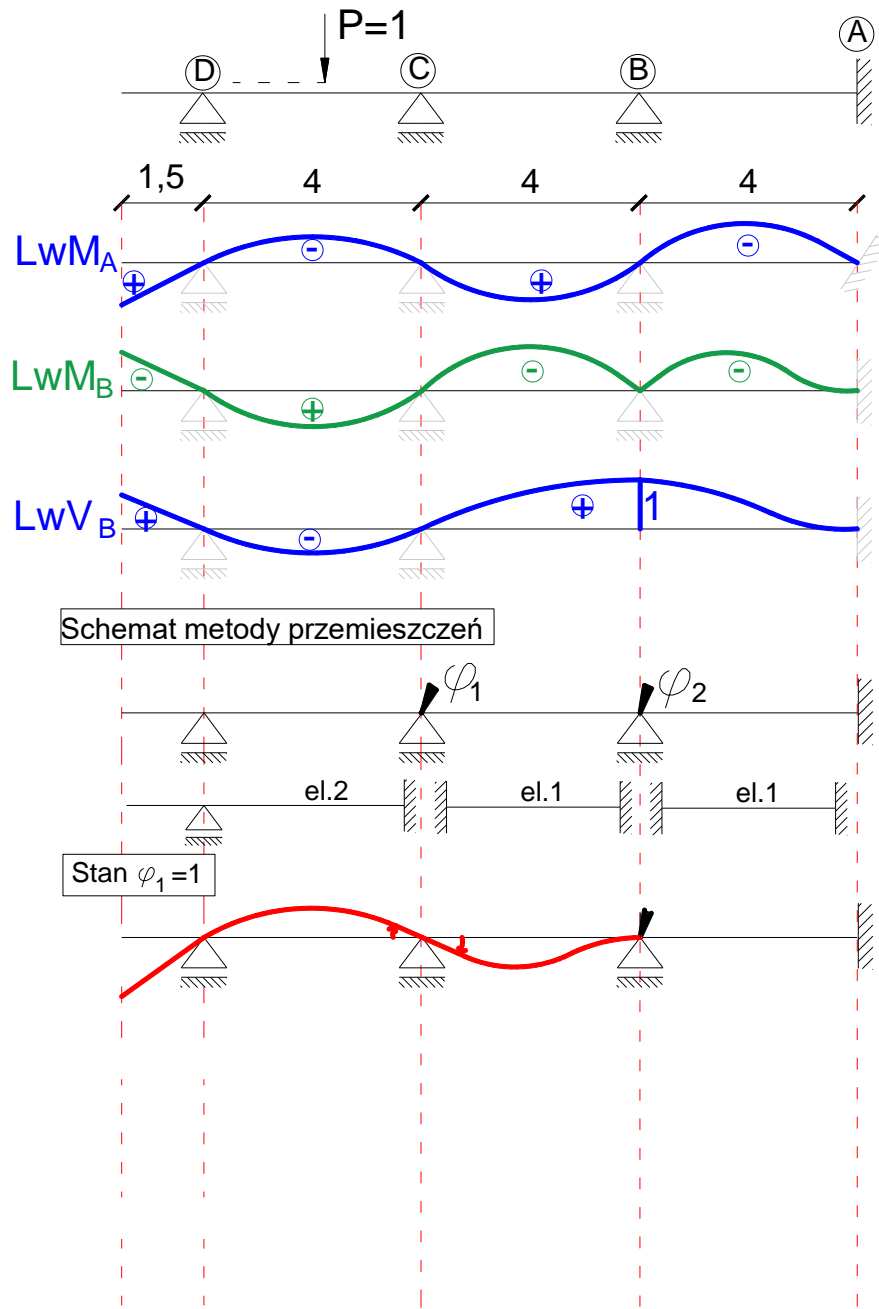
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



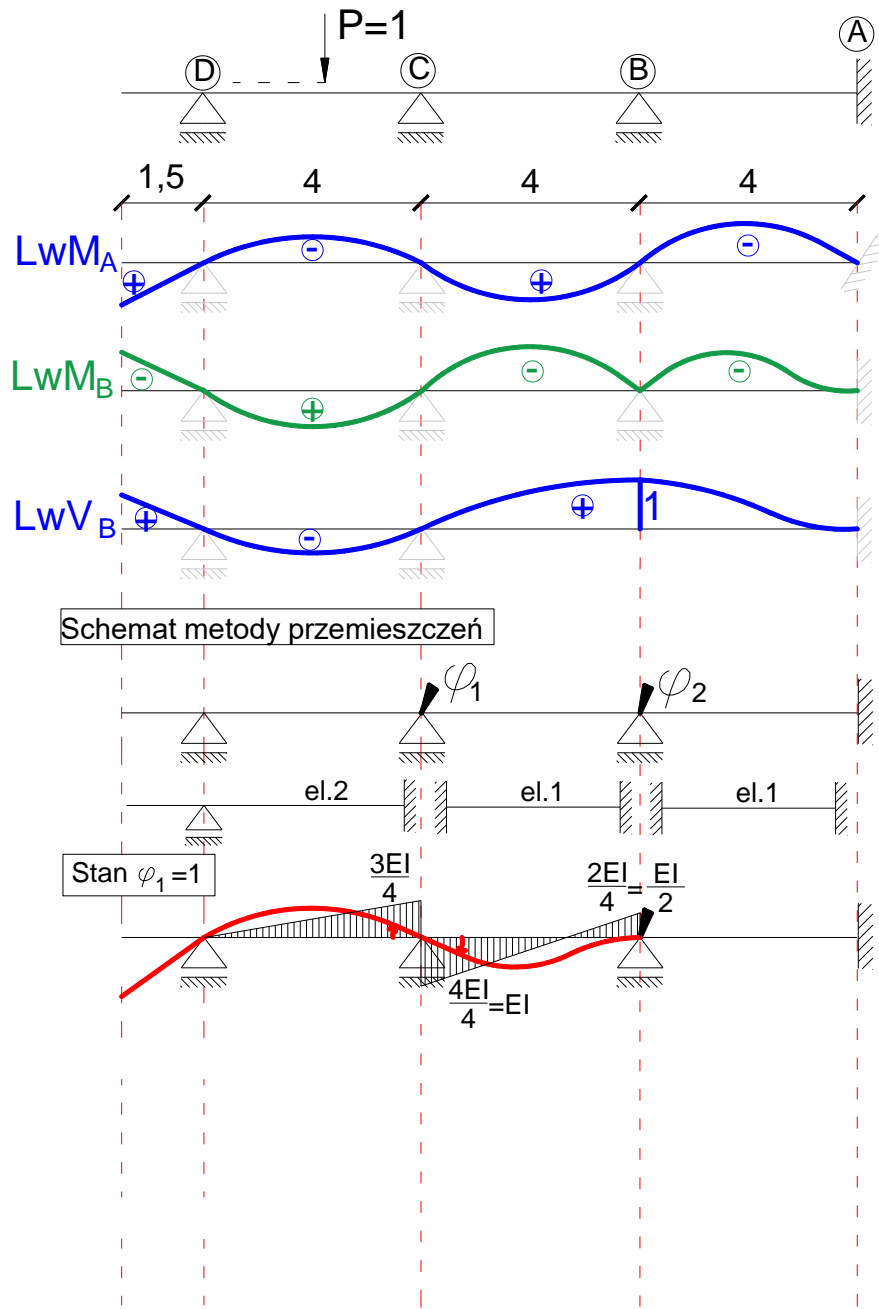
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



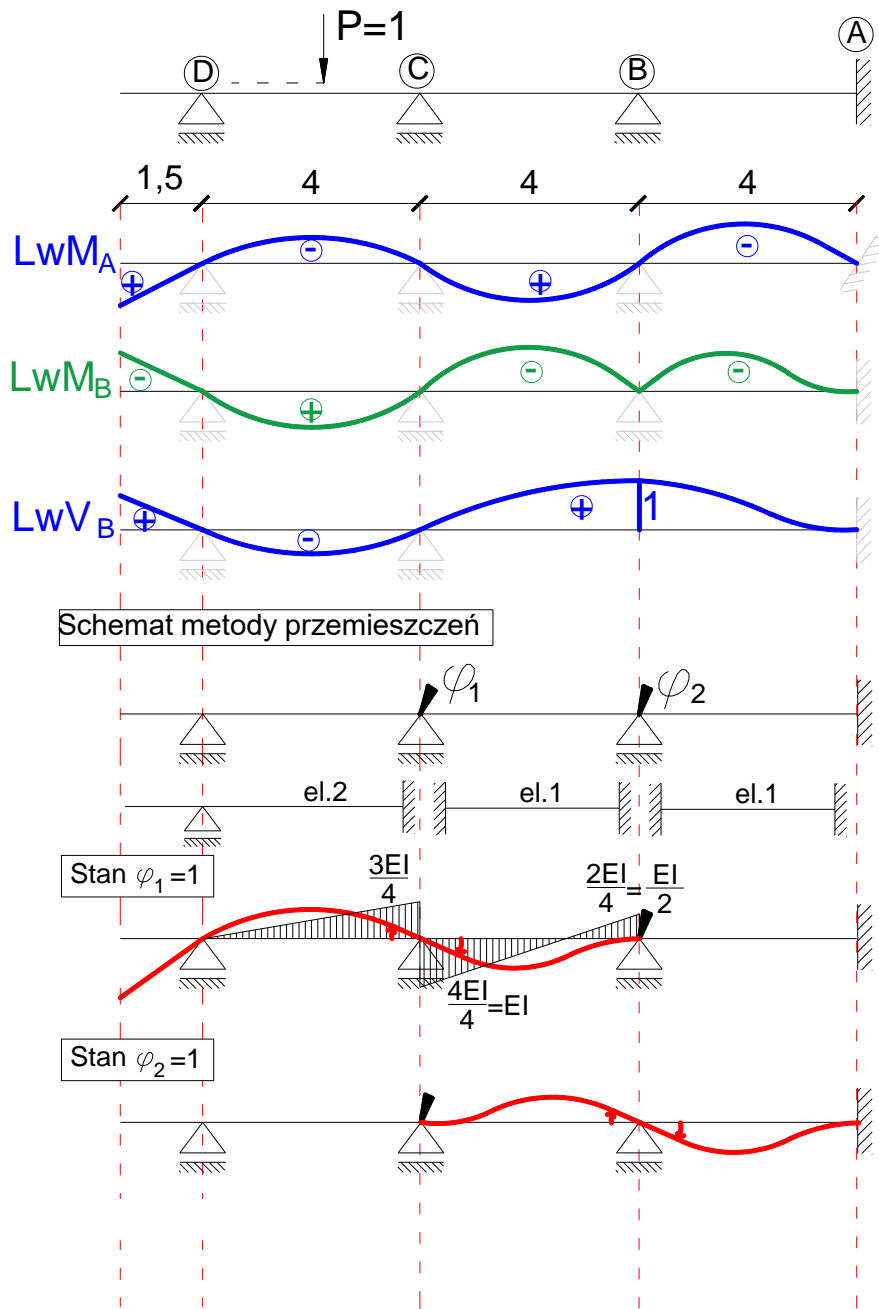
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



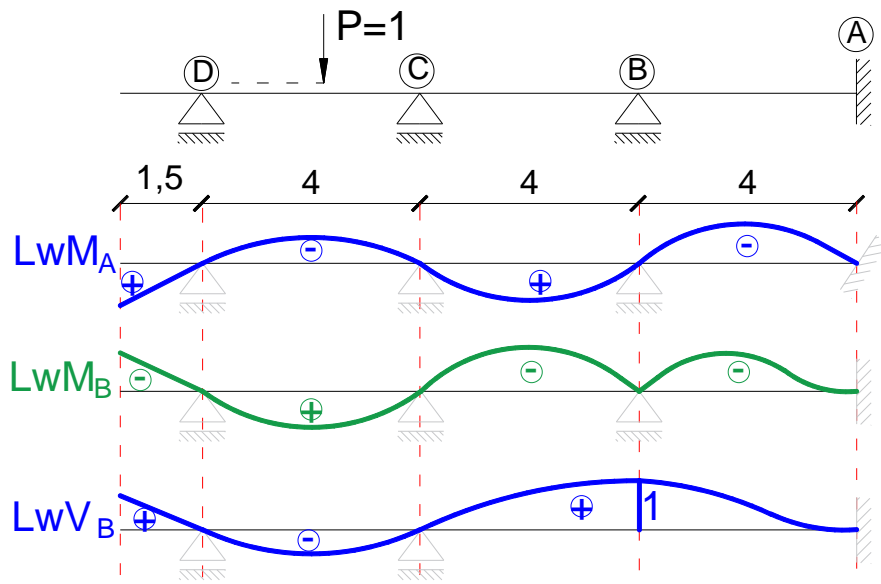
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



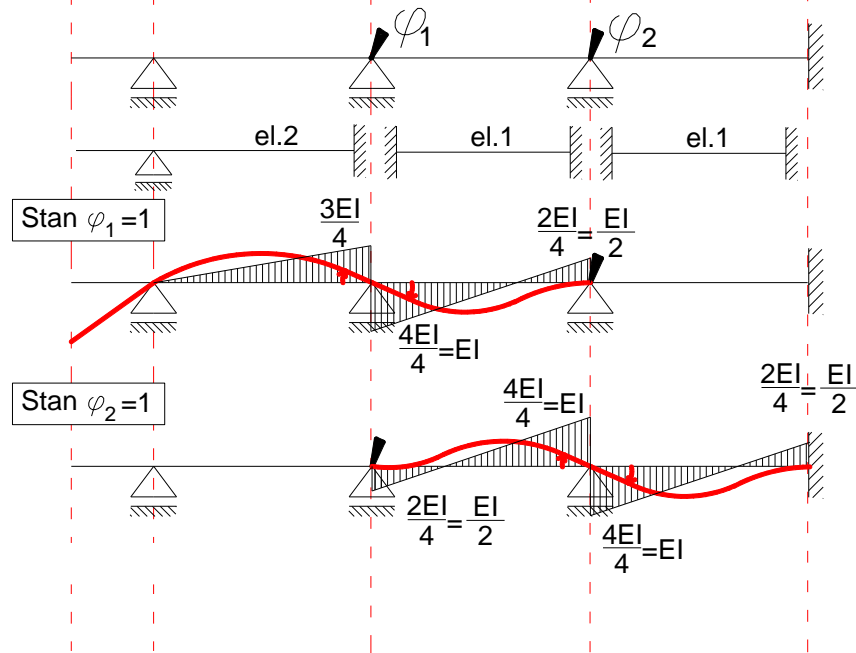
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



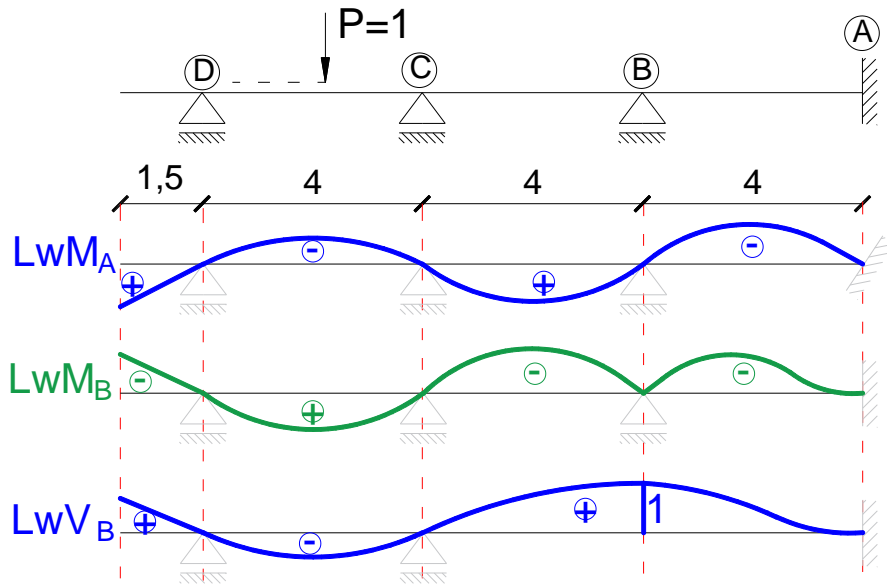
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



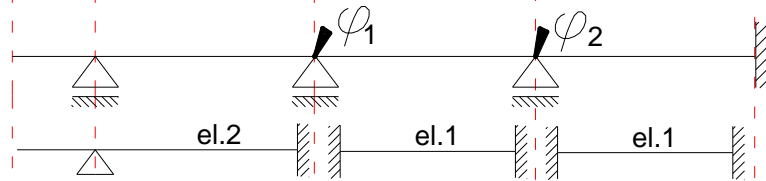
Schemat metody przemieszczeń



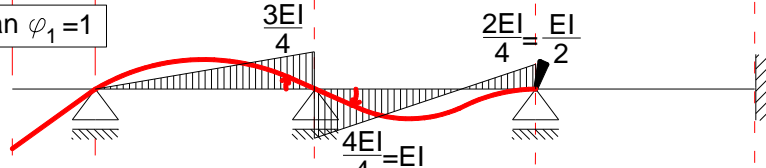
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



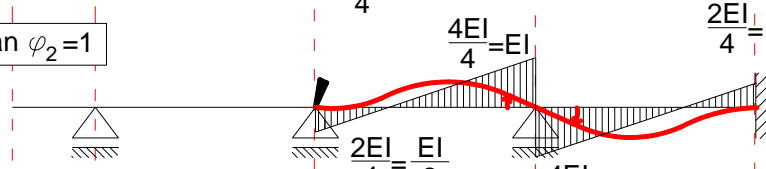
Schemat metody przemieszczeń



Stan $\varphi_1=1$



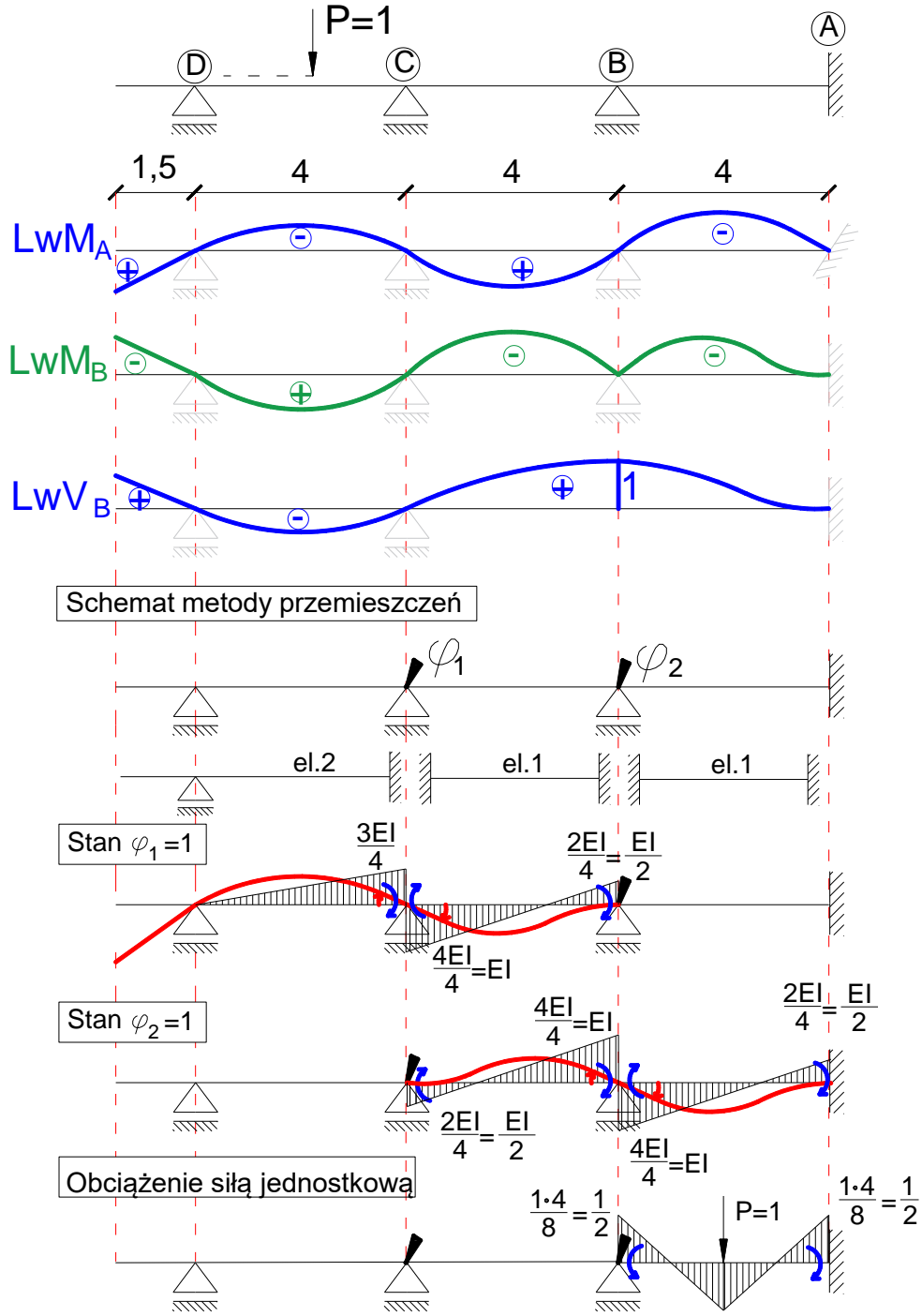
Stan $\varphi_2=1$

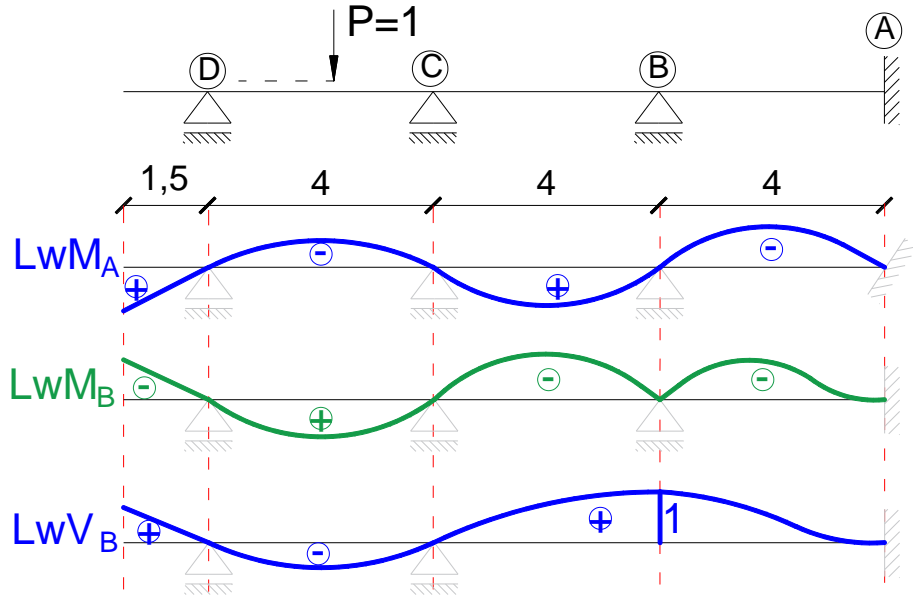


Obciążenie siłą jednostkową

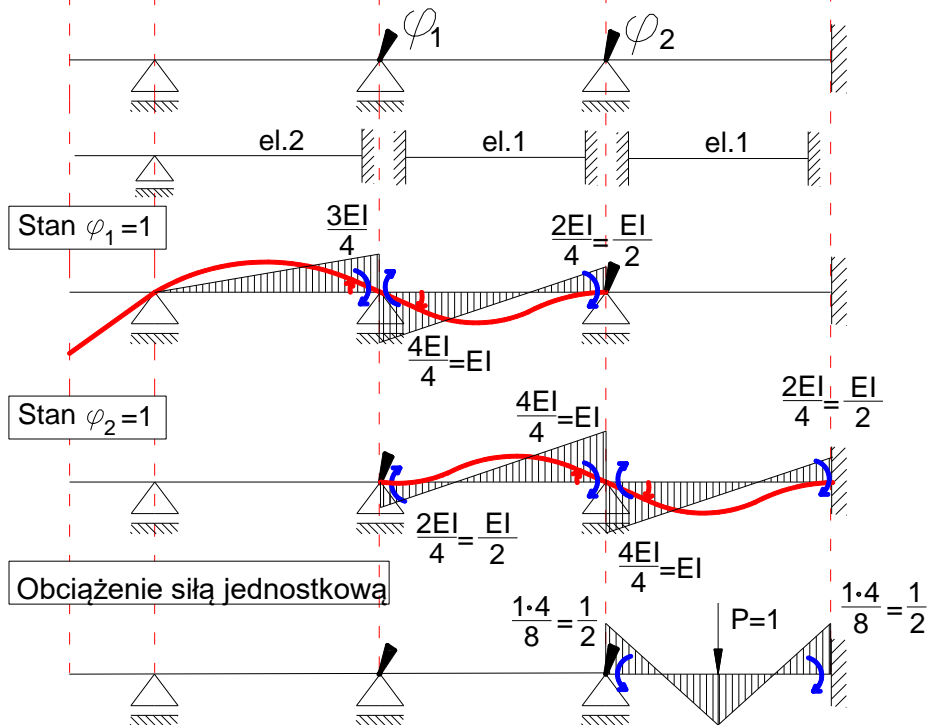


Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:





Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

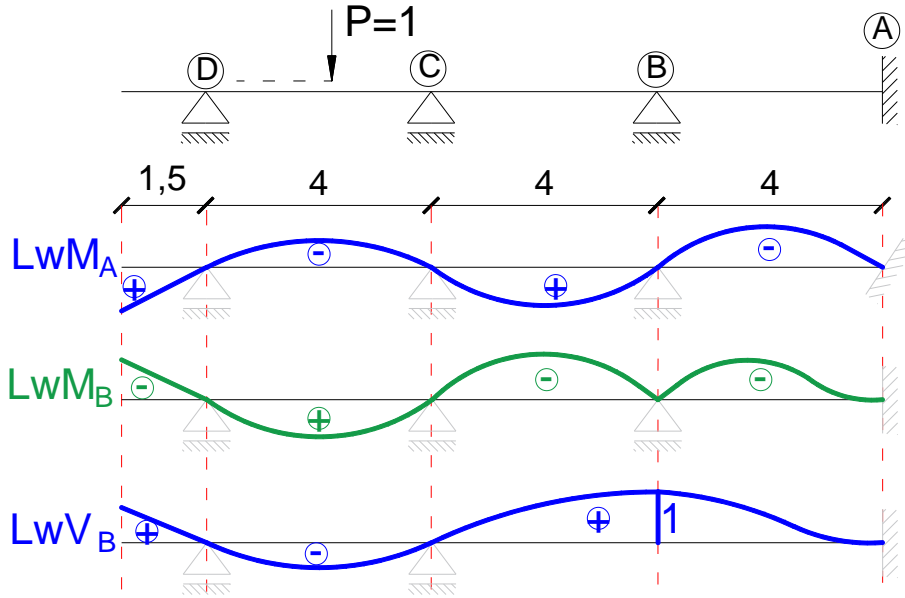
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

Układ równań metody przemieszczeń:

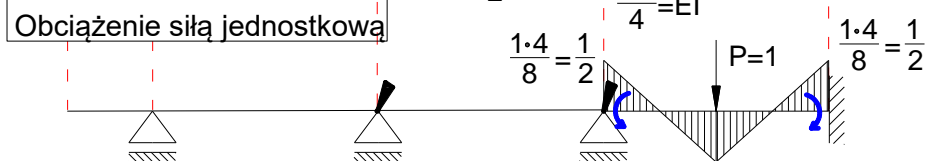
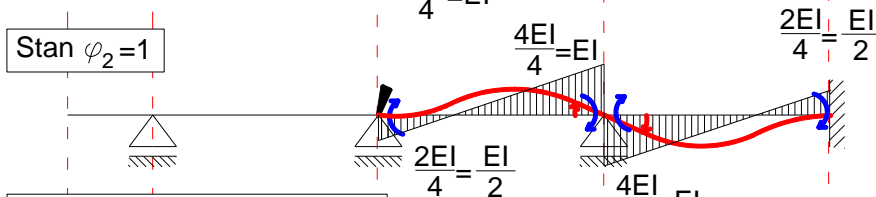
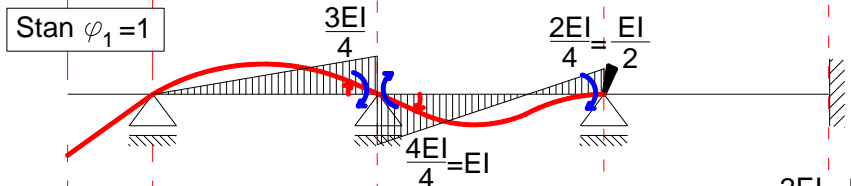
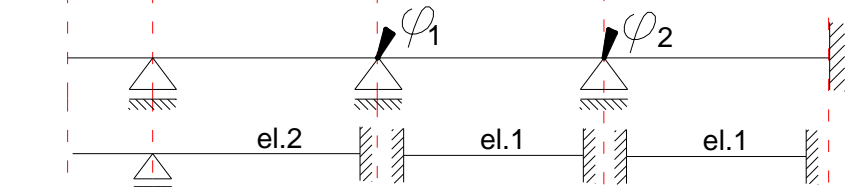
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

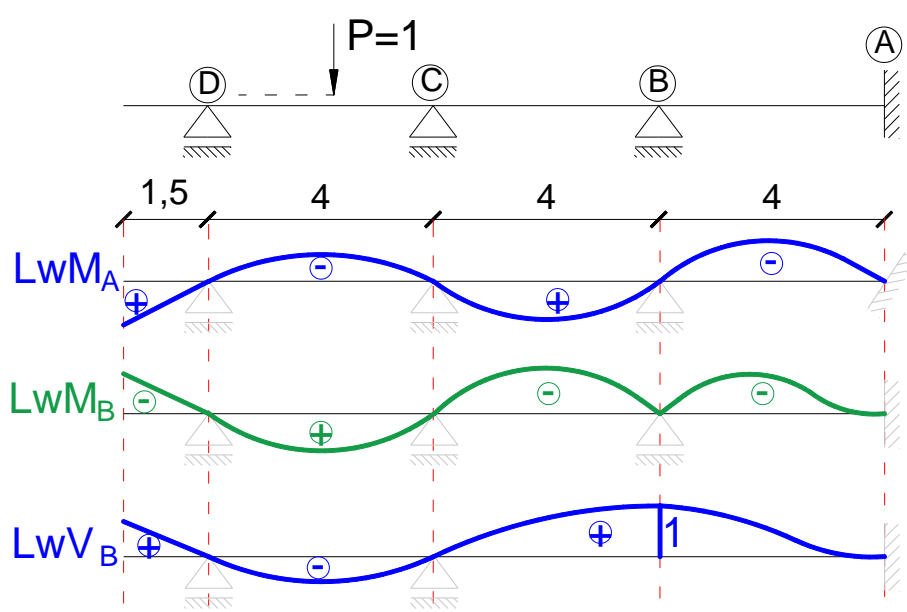
$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

$$k_{22} = EI + EI = 2EI \quad k_{10} = 0 \quad k_{20} = -0,5$$

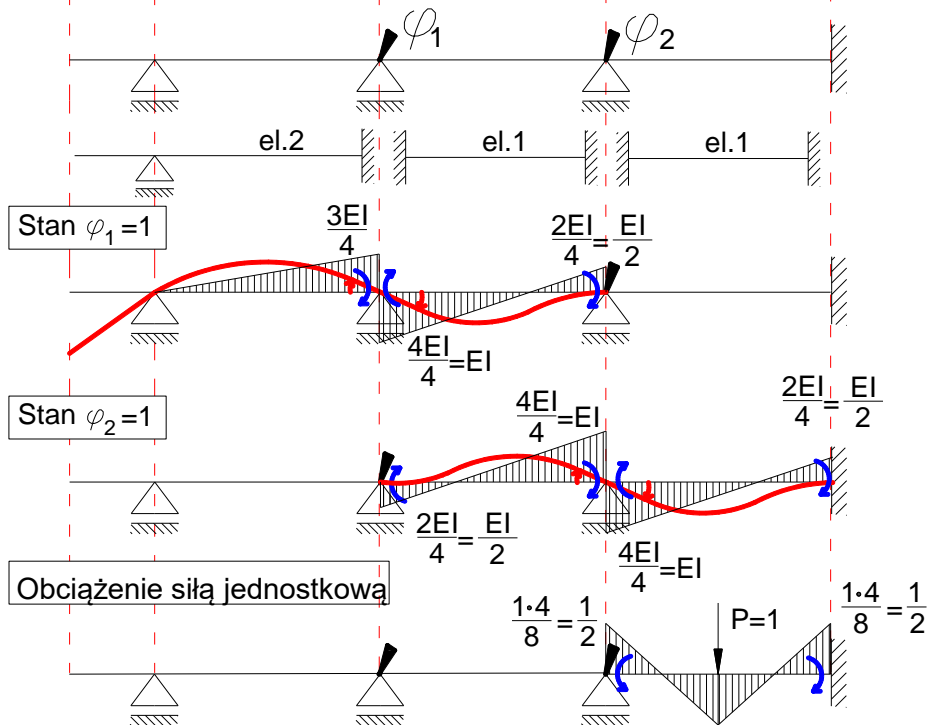


Schemat metody przemieszczeń





Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

Układ równań metody przemieszczeń:

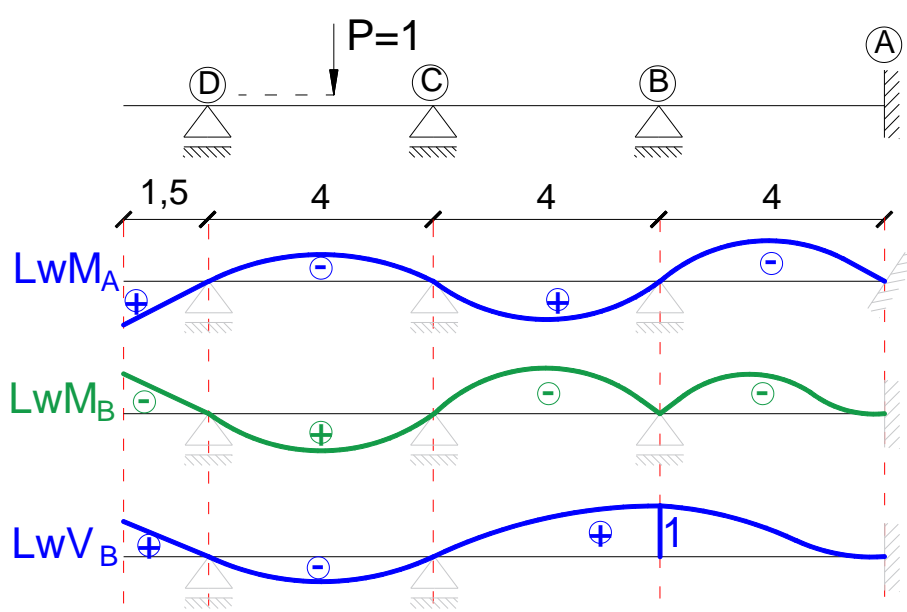
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

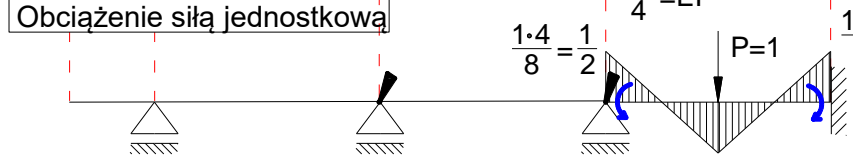
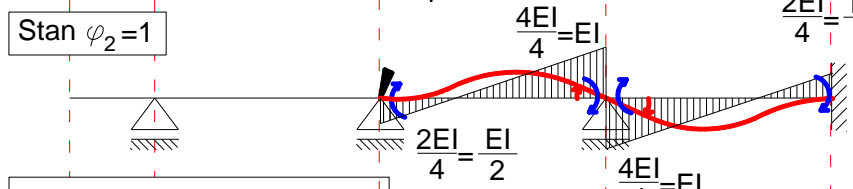
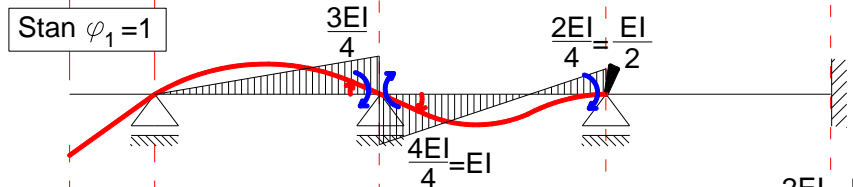
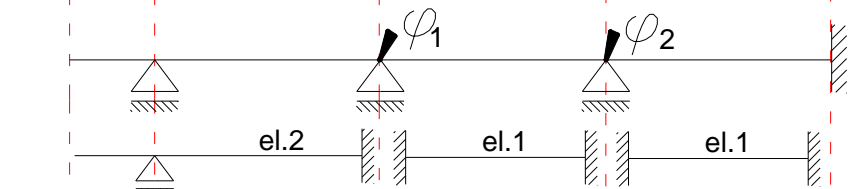
$$k_{22} = EI + EI = 2EI \quad k_{10} = 0 \quad k_{20} = -0,5$$

$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 + 0 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 2EI \cdot \varphi_2 - 0,5 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = -\frac{1}{13EI} \quad \varphi_2 = \frac{7}{26EI}$$



Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

$$k_{22} = EI + EI = 2EI \quad k_{10} = 0 \quad k_{20} = -0,5$$

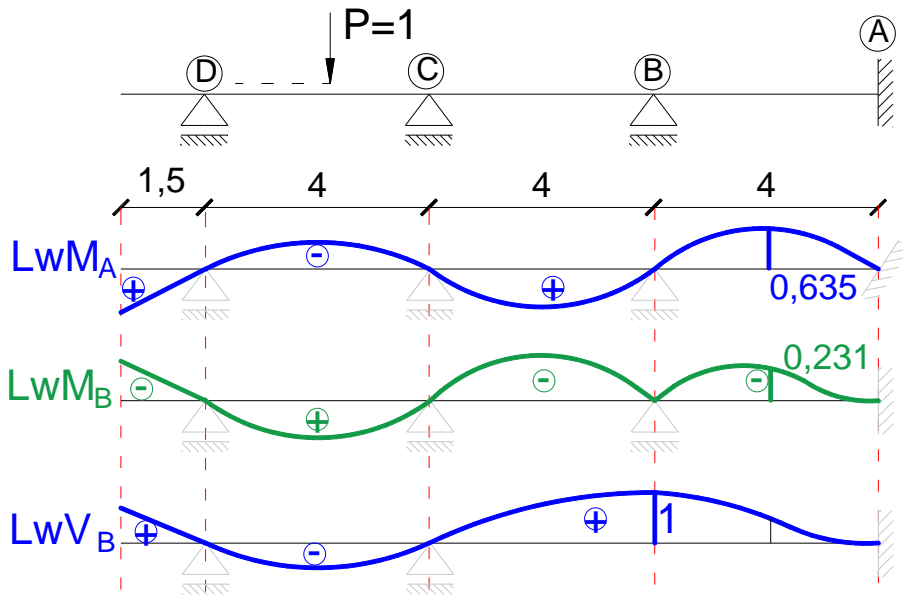
$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 + 0 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 2EI \cdot \varphi_2 - 0,5 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = -\frac{1}{13EI} \quad \varphi_2 = \frac{7}{26EI}$$

$$M_A = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,635$$

$$M_B = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} + EI \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,231$$

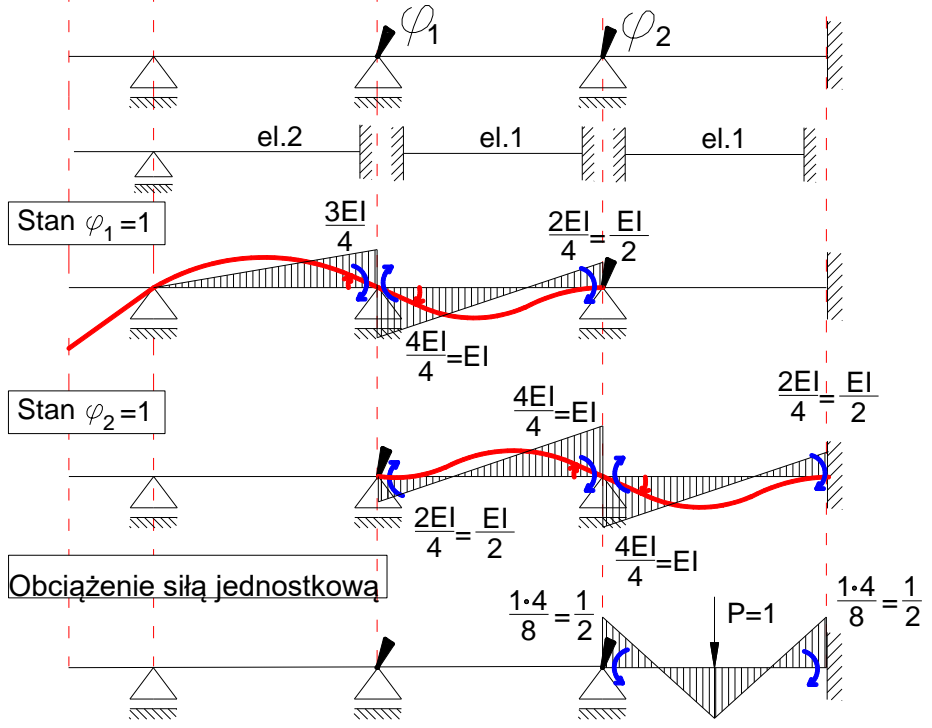
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:



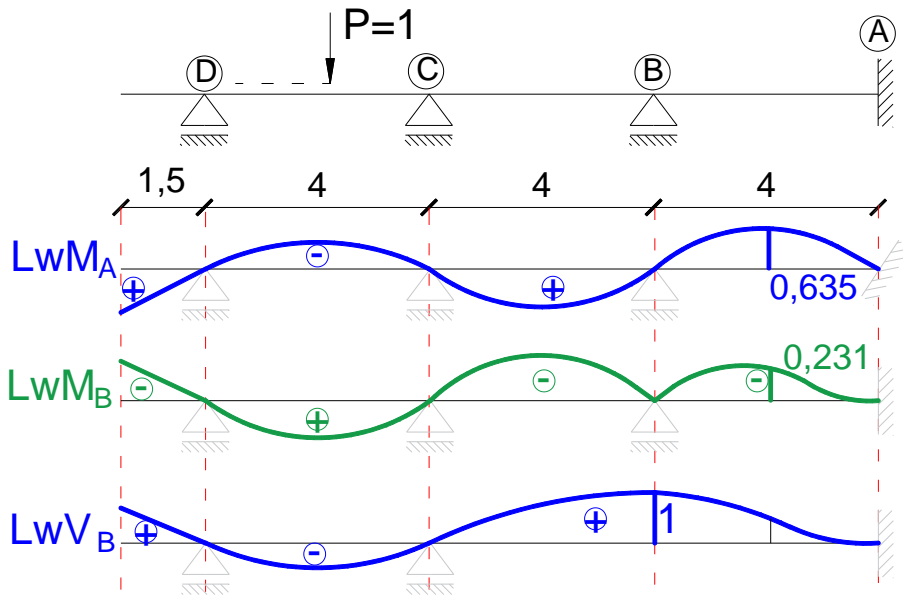
$$M_A = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,635$$

$$M_B = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} + EI \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,231$$

Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

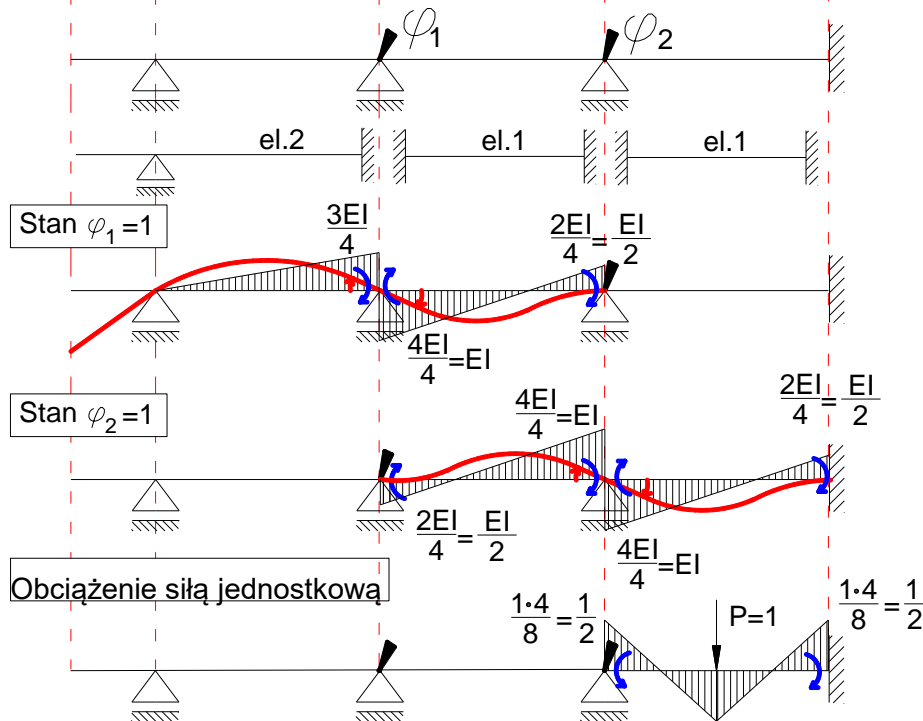


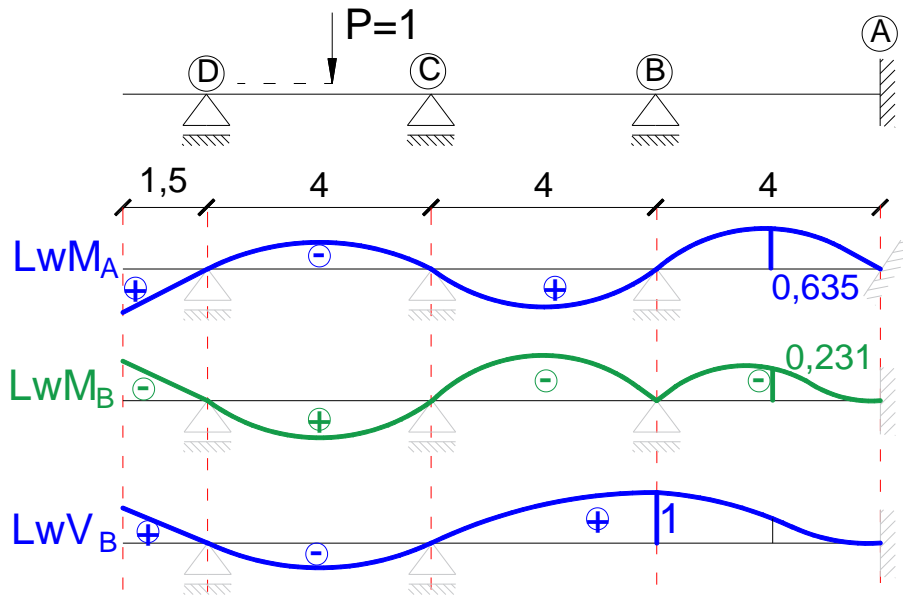
$$M_A = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,635$$

$$M_B = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} + EI \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,231$$

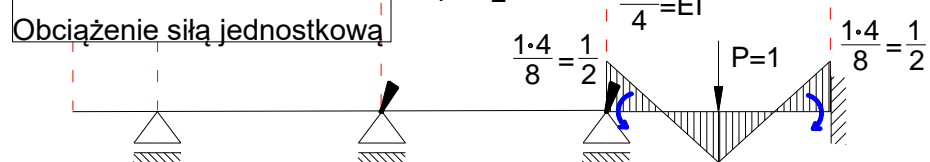
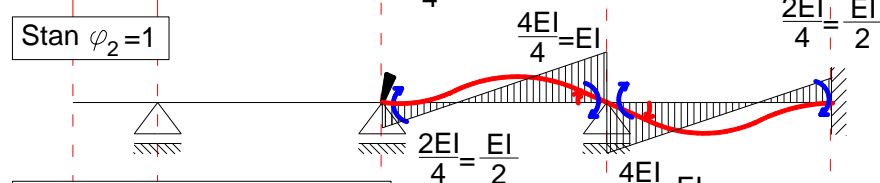
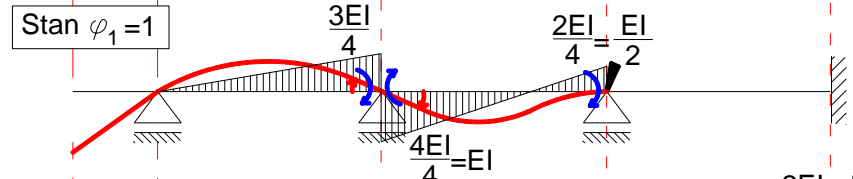
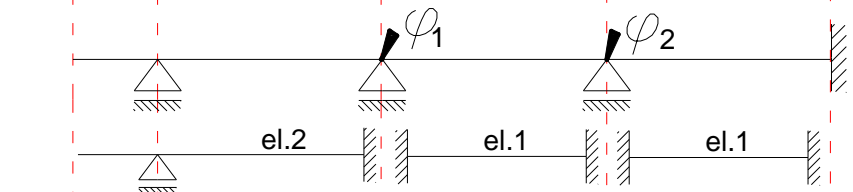
$$M_C = EI \cdot \left(-\frac{1}{13EI}\right) + \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} + 0 = 0,058$$

Schemat metody przemieszczeń





Schemat metody przemieszczeń

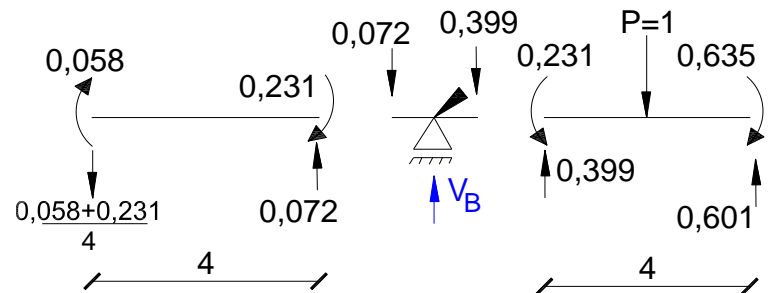


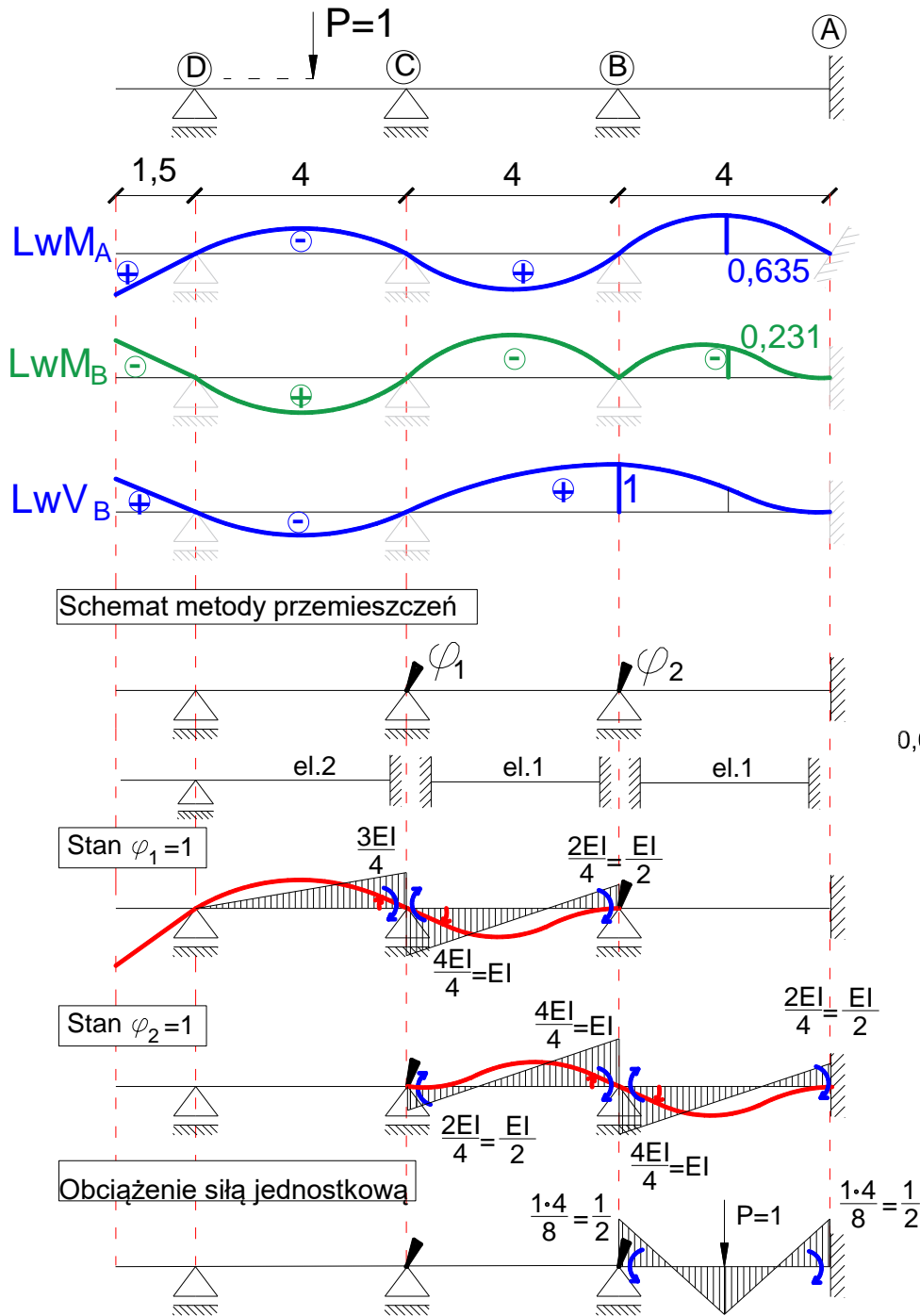
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

$$M_A = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,635$$

$$M_B = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} + EI \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,231$$

$$M_C = EI \cdot \left(-\frac{1}{13EI}\right) + \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} + 0 = 0,058$$



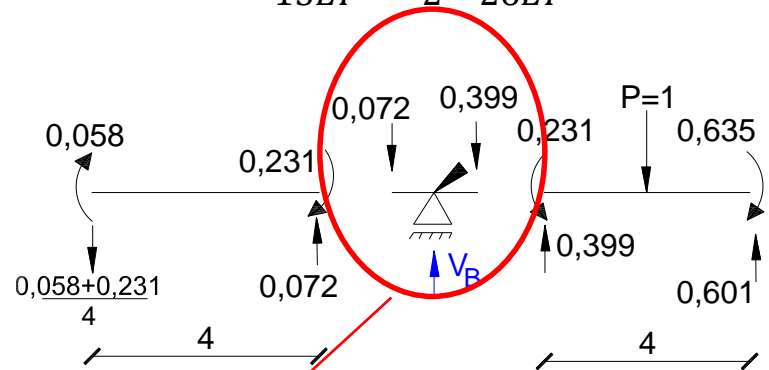


Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

$$M_A = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,635$$

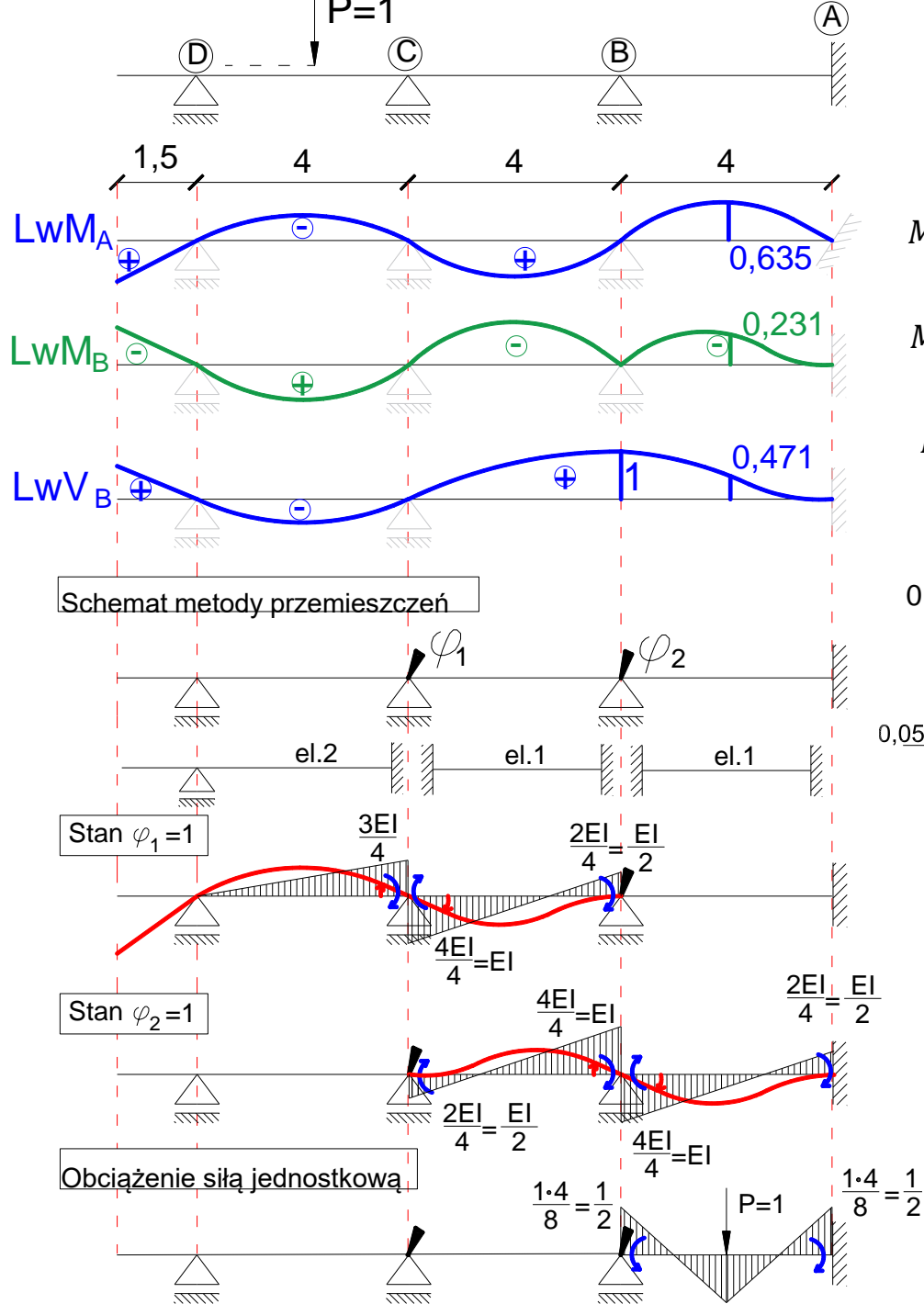
$$M_B = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} + EI \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,231$$

$$M_C = EI \cdot \left(-\frac{1}{13EI}\right) + \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} + 0 = 0,058$$



$$\sum R_y = -0,072 - 0,399 + V_B = 0$$

$$V_B = 0,471$$

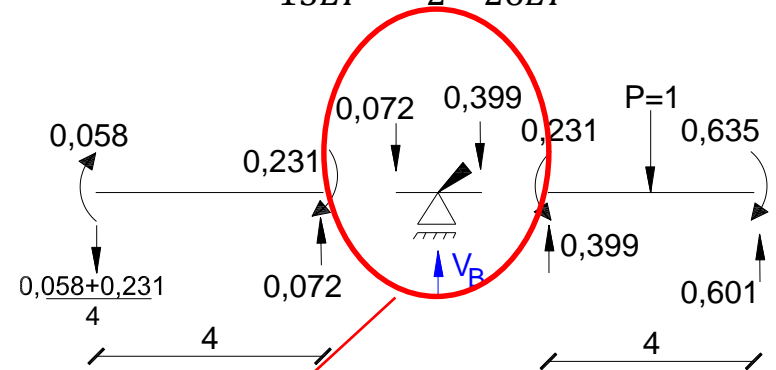


Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu w połowie odcinka AB:

$$M_A = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,635$$

$$M_B = 0 \cdot -\frac{1}{13EI} + EI \cdot \frac{7}{26EI} - 0,5 = -0,231$$

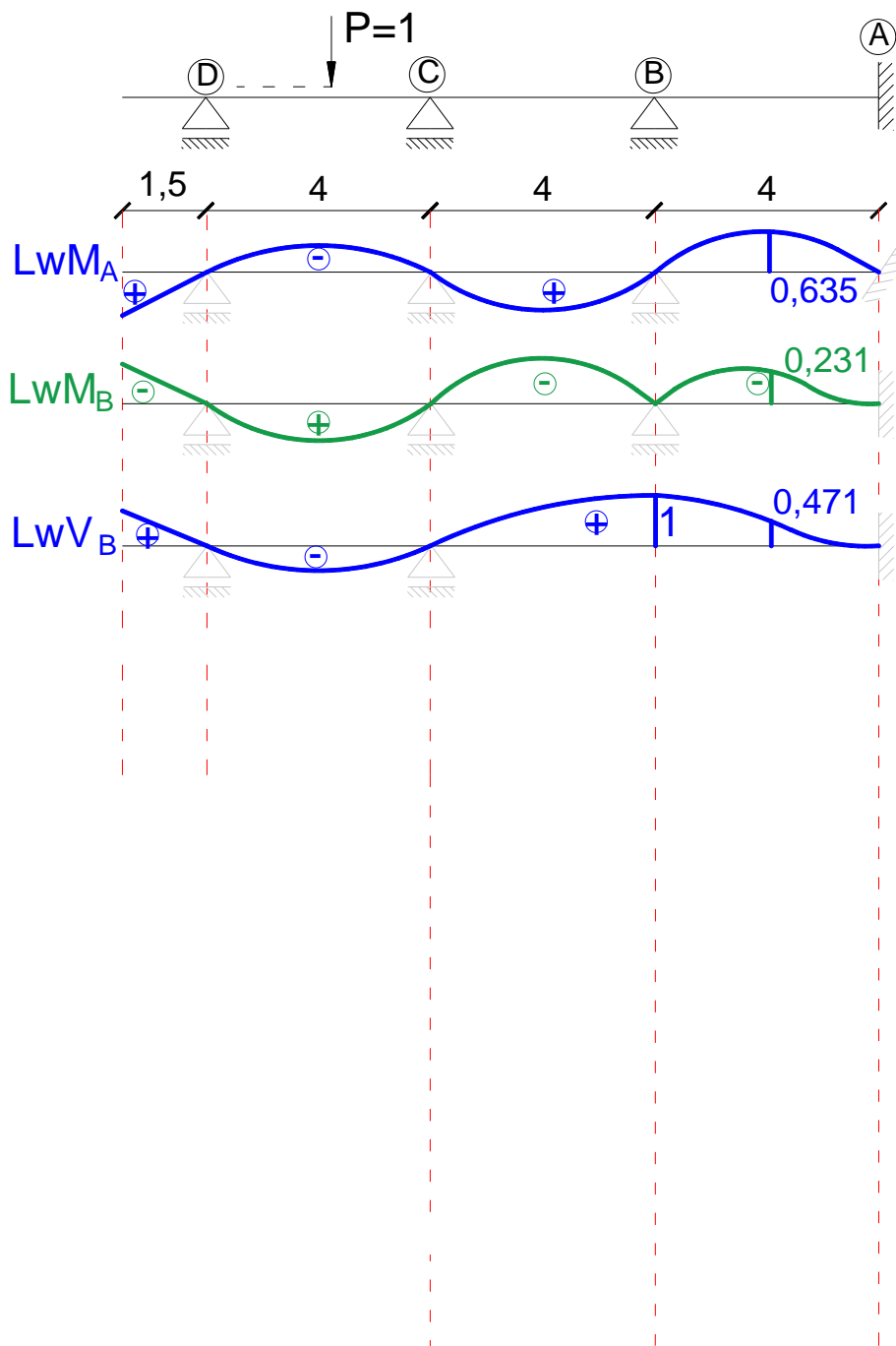
$$M_C = EI \cdot \left(-\frac{1}{13EI}\right) + \frac{EI}{2} \cdot \frac{7}{26EI} + 0 = 0,058$$



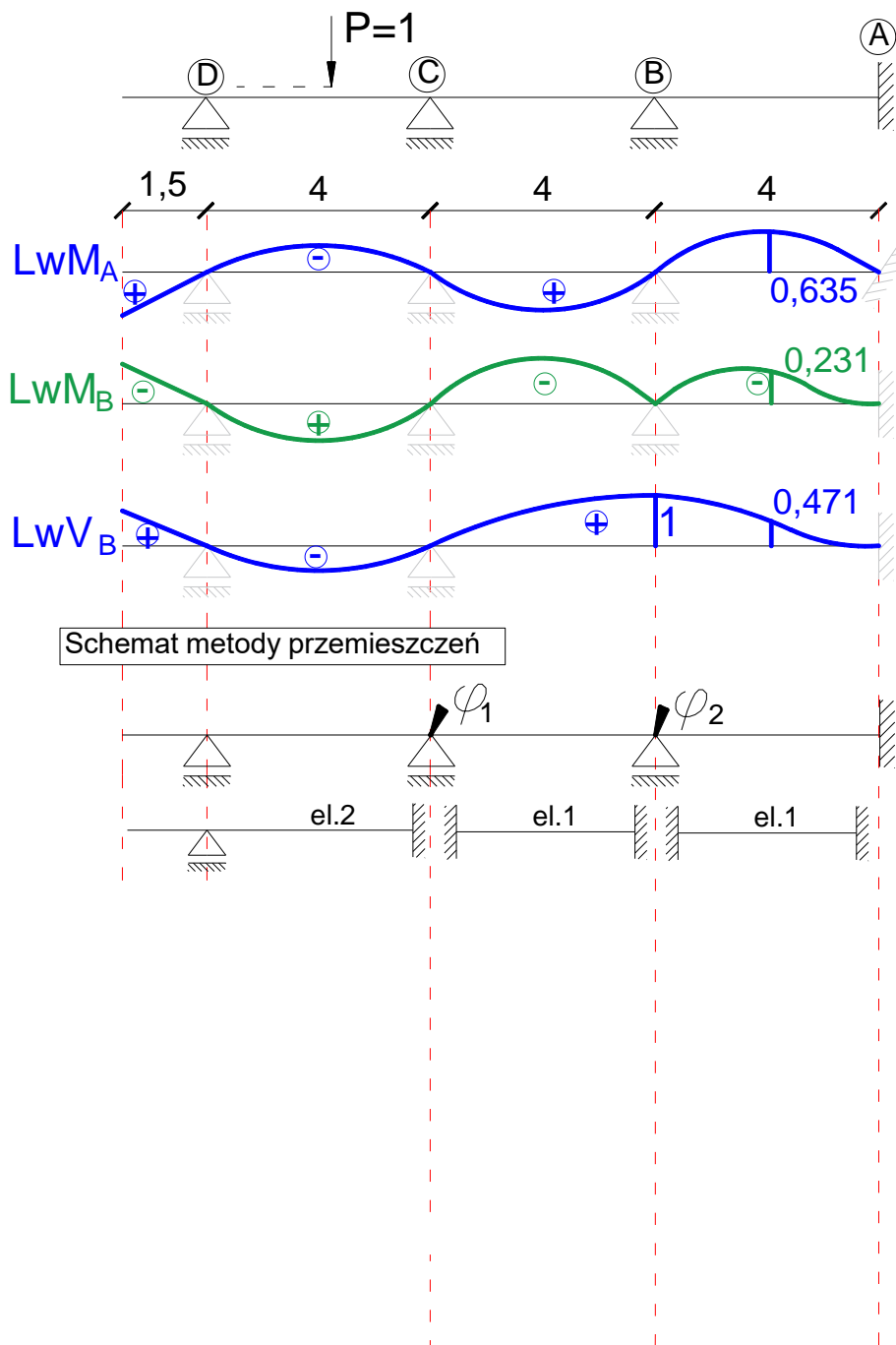
$$\sum R_y = -0,072 - 0,399 + V_B = 0$$

$$V_B = 0,471$$

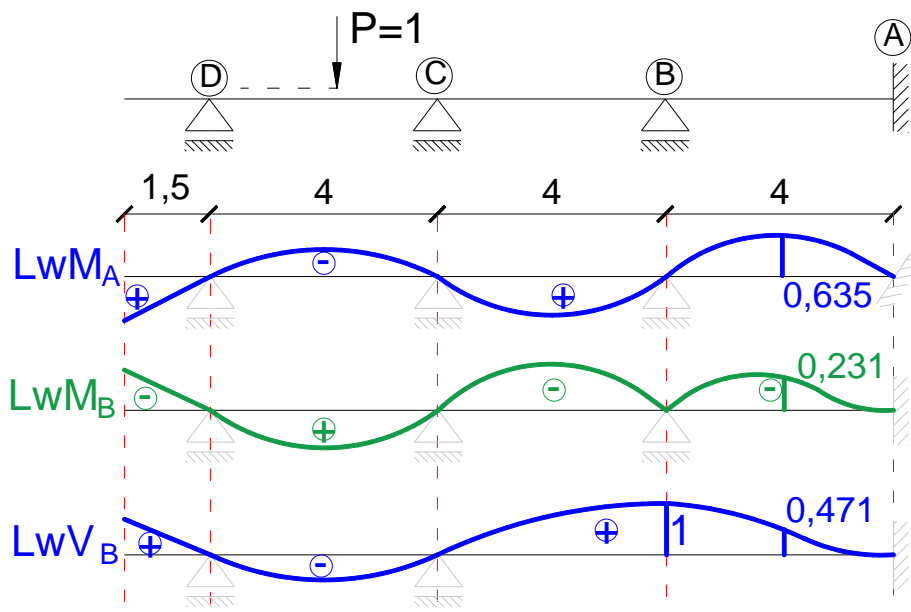
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



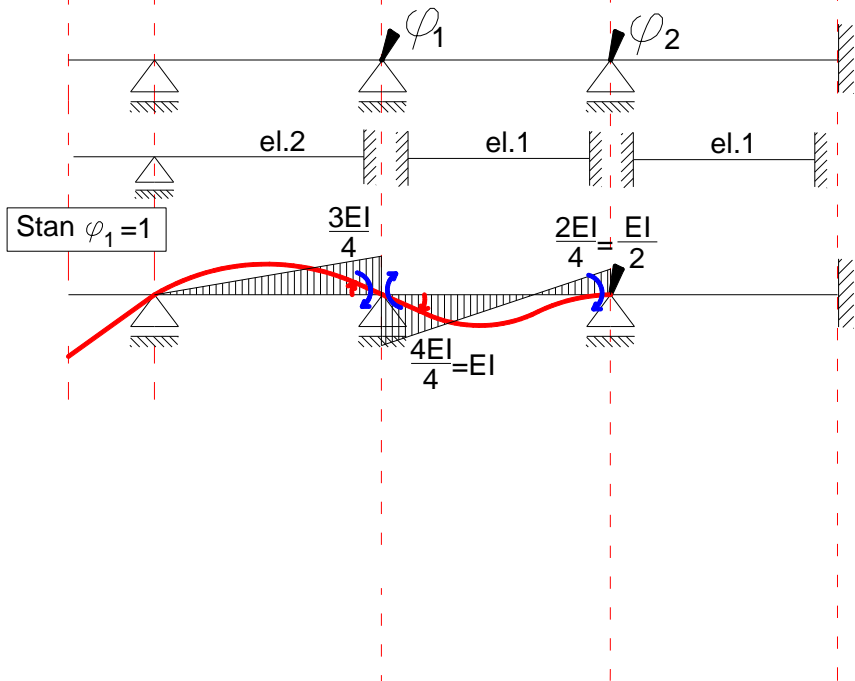
Wyznaczenie rzędnych na linii
wpływu na końcu wspornika:



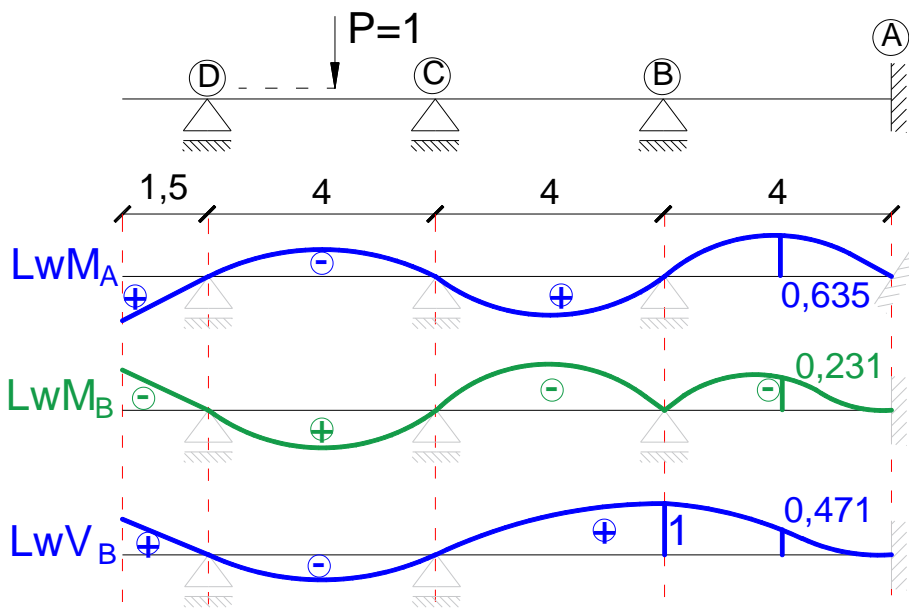
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



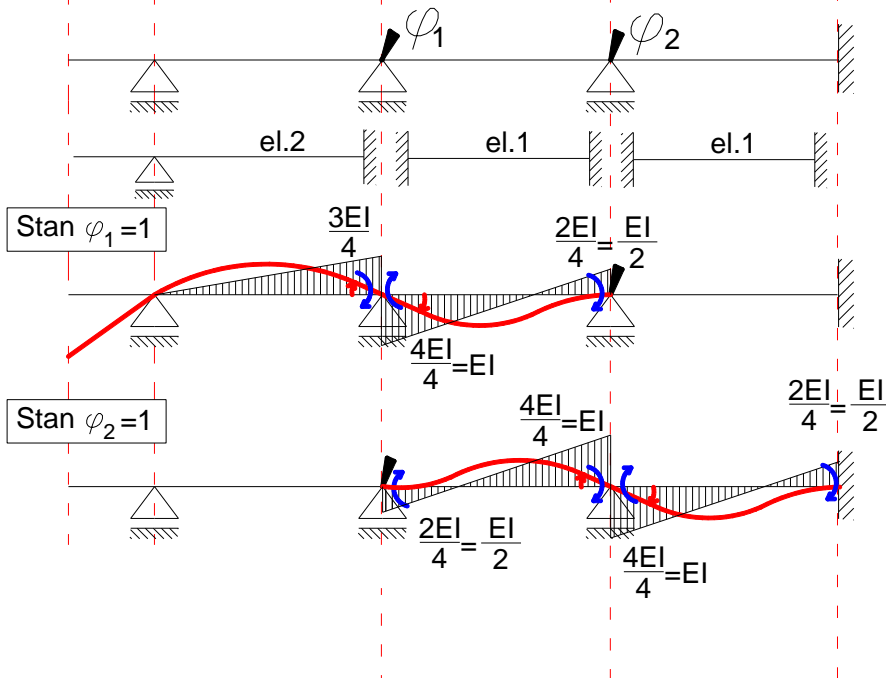
Schemat metody przemieszczeń



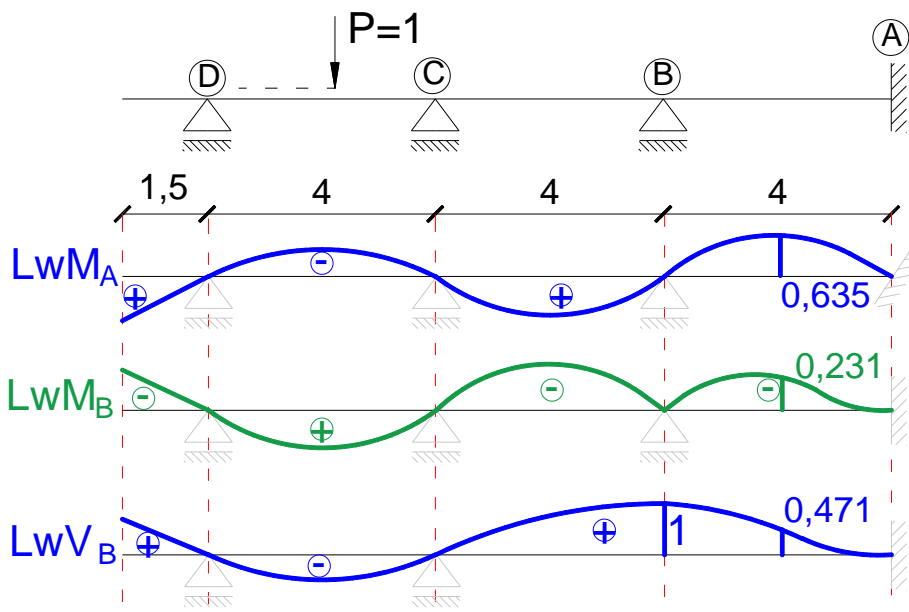
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



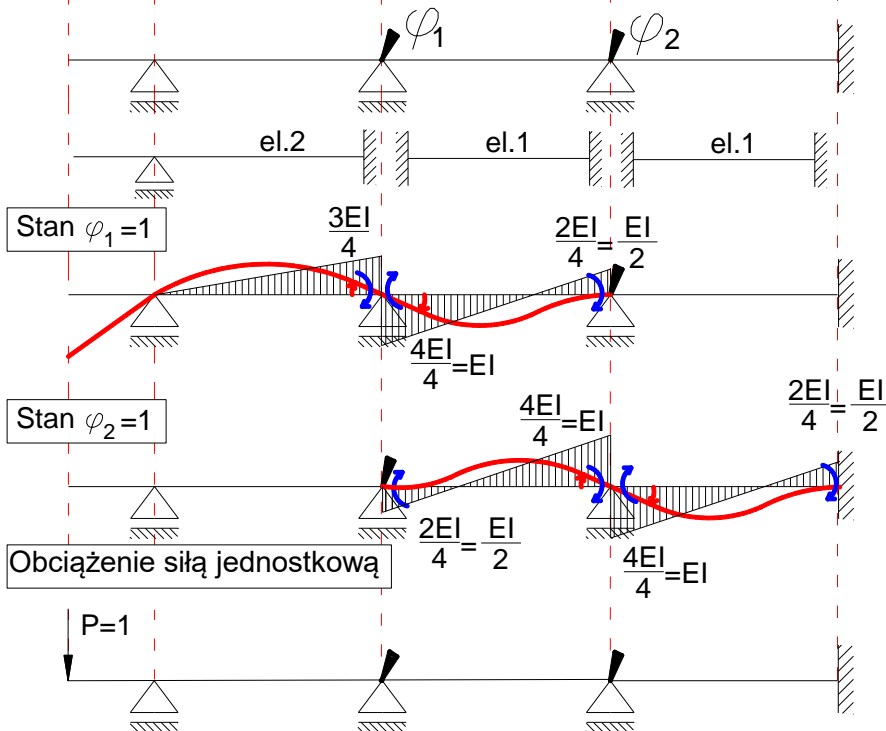
Schemat metody przemieszczeń



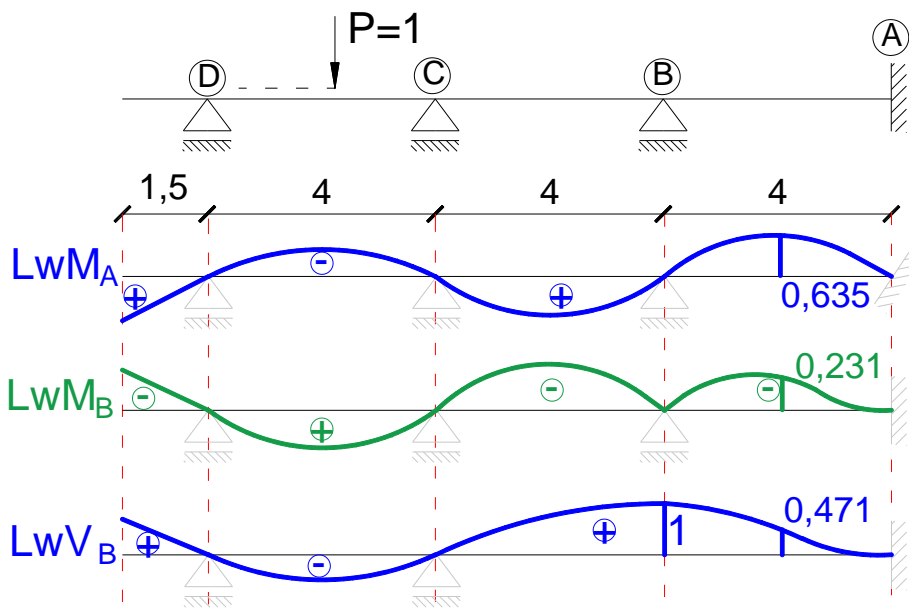
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



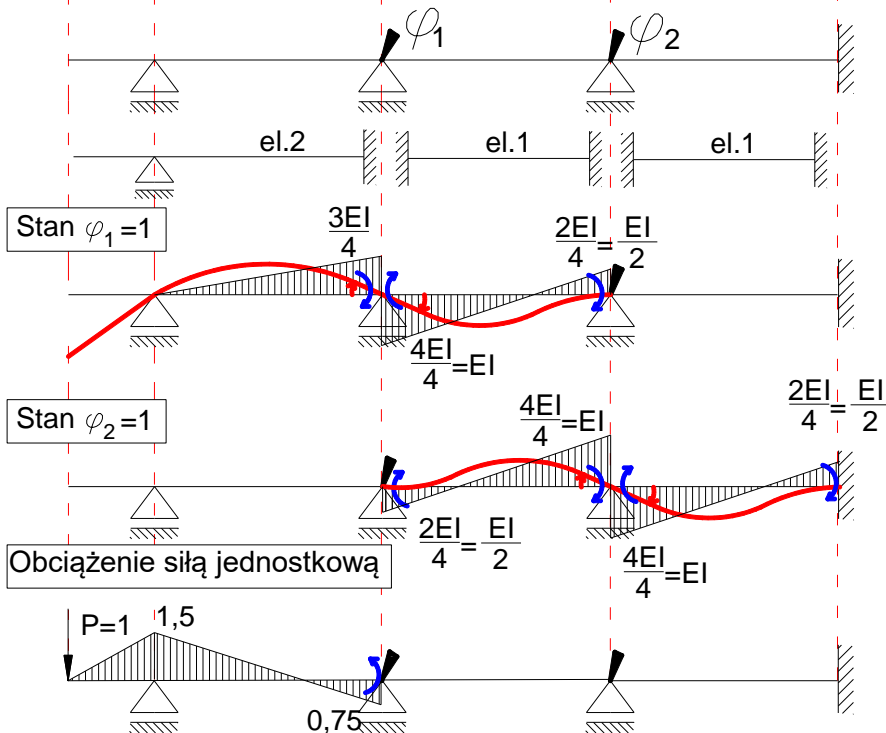
Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:

Układ równań metody przemieszczeń:

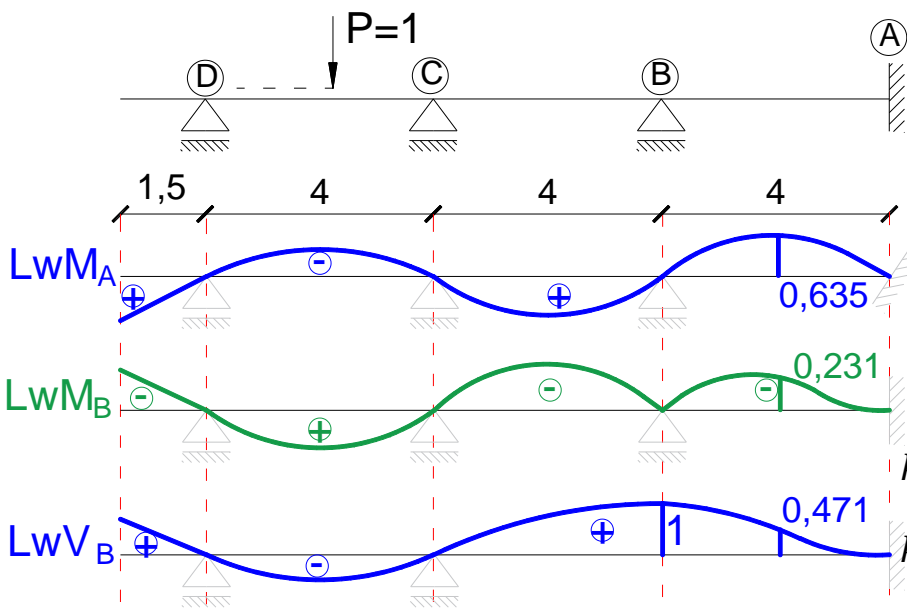
$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

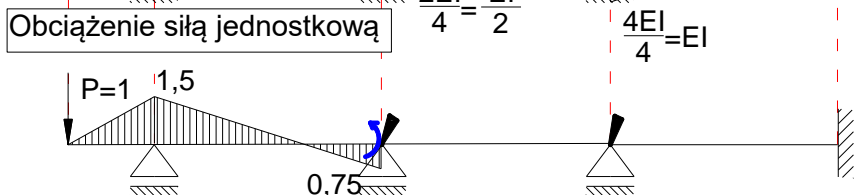
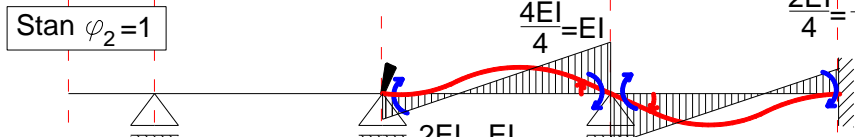
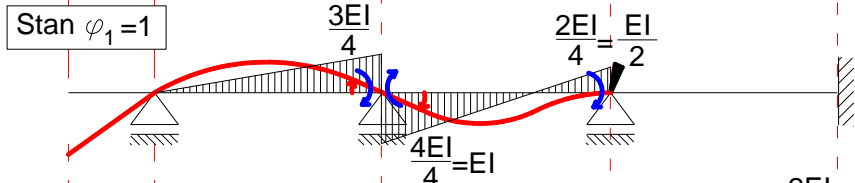
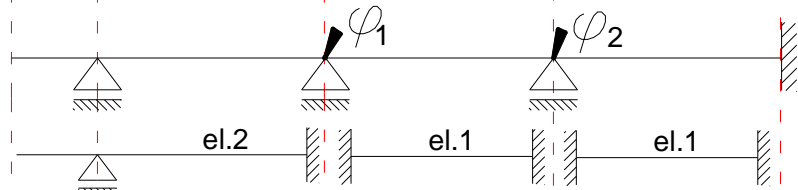
$$k_{22} = EI + EI = 2EI \quad k_{10} = -0,75 \quad k_{20} = 0$$

$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 - 0,75 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 2EI \cdot \varphi_2 + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \frac{6}{13EI} \quad \varphi_2 = -\frac{3}{26EI}$$



Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

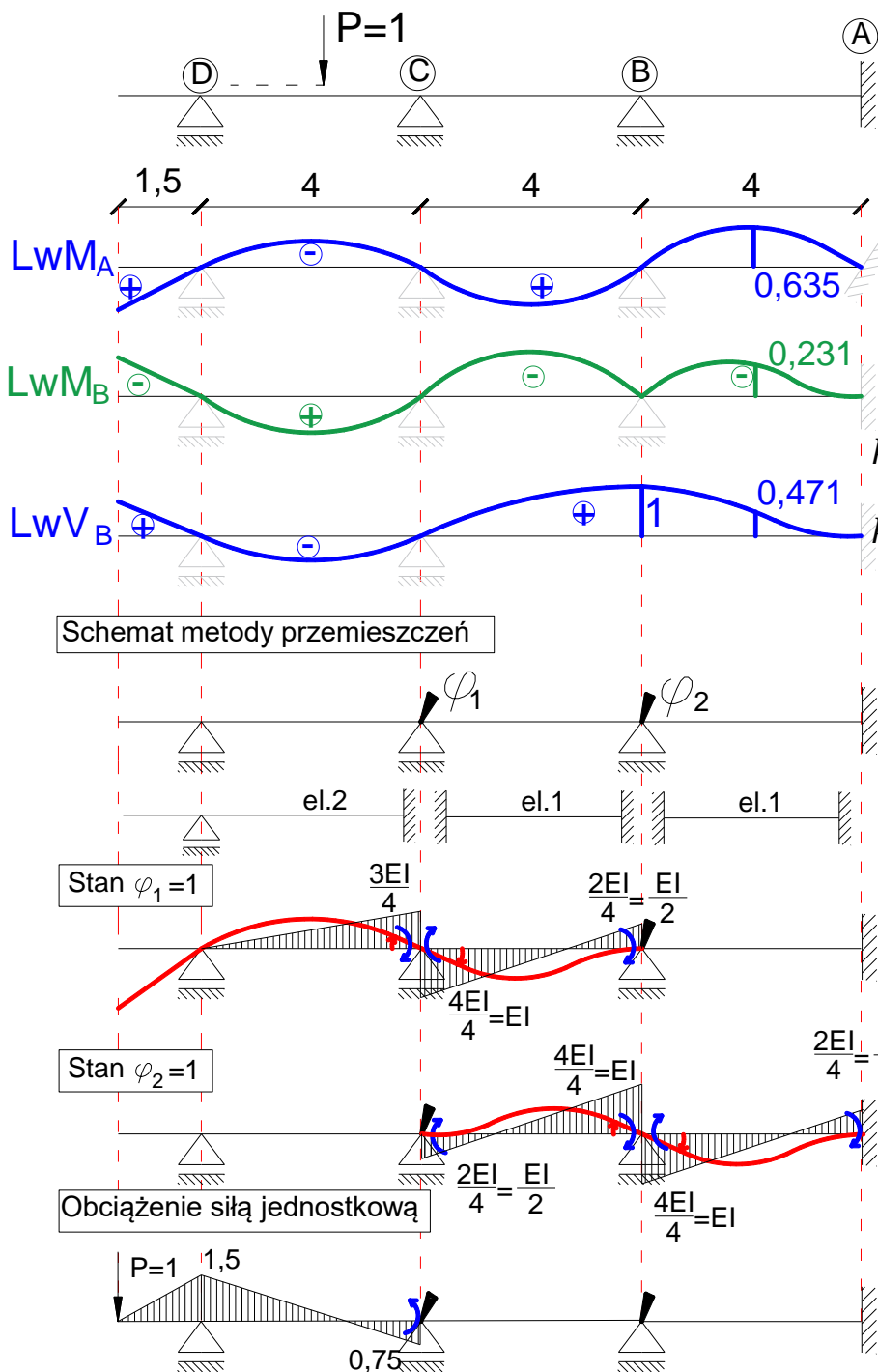
$$k_{22} = EI + EI = 2EI \quad k_{10} = -0,75 \quad k_{20} = 0$$

$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 - 0,75 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 2EI \cdot \varphi_2 + 0 = 0 \end{cases}$$

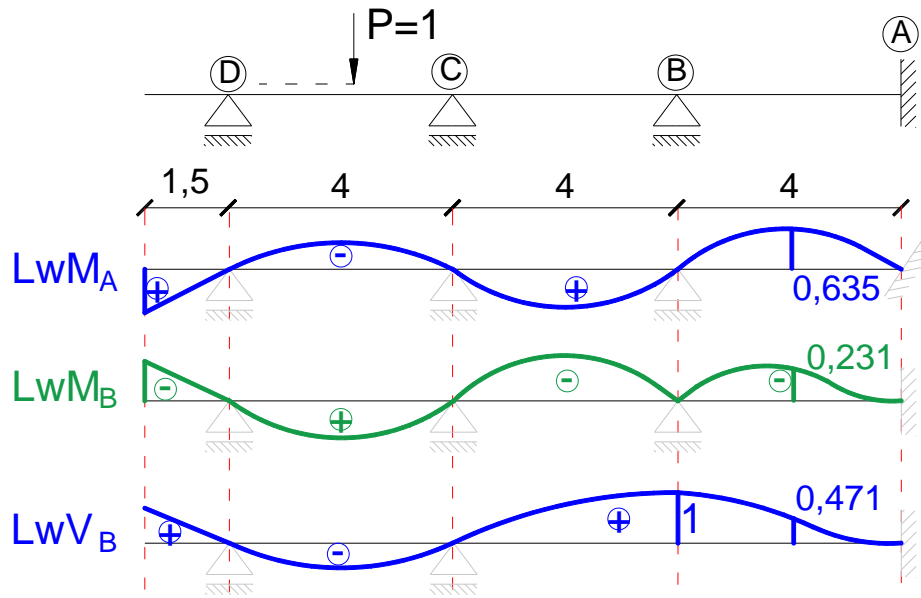
$$\varphi_1 = \frac{6}{13EI} \quad \varphi_2 = -\frac{3}{26EI}$$

$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI}\right) + 0 = 0,058$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI}\right) + 0 = -0,115$$



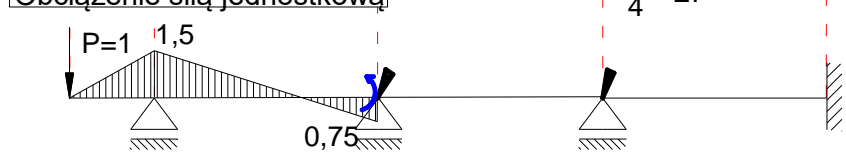
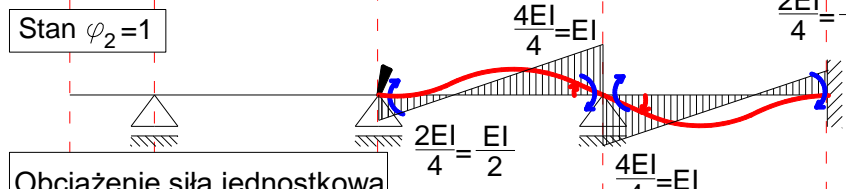
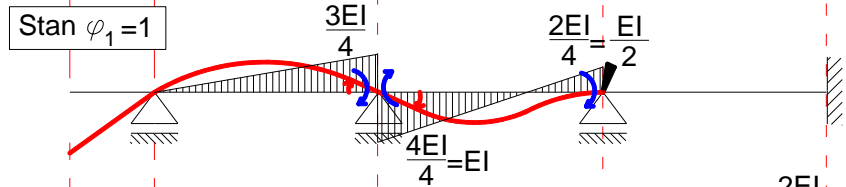
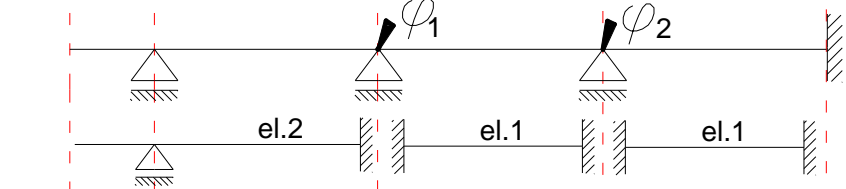
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



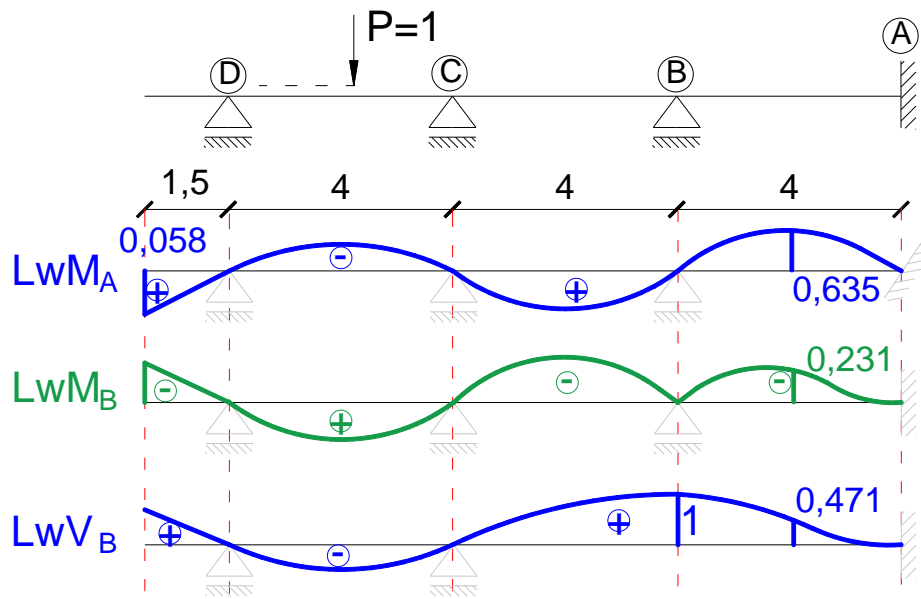
$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

Schemat metody przemieszczeń



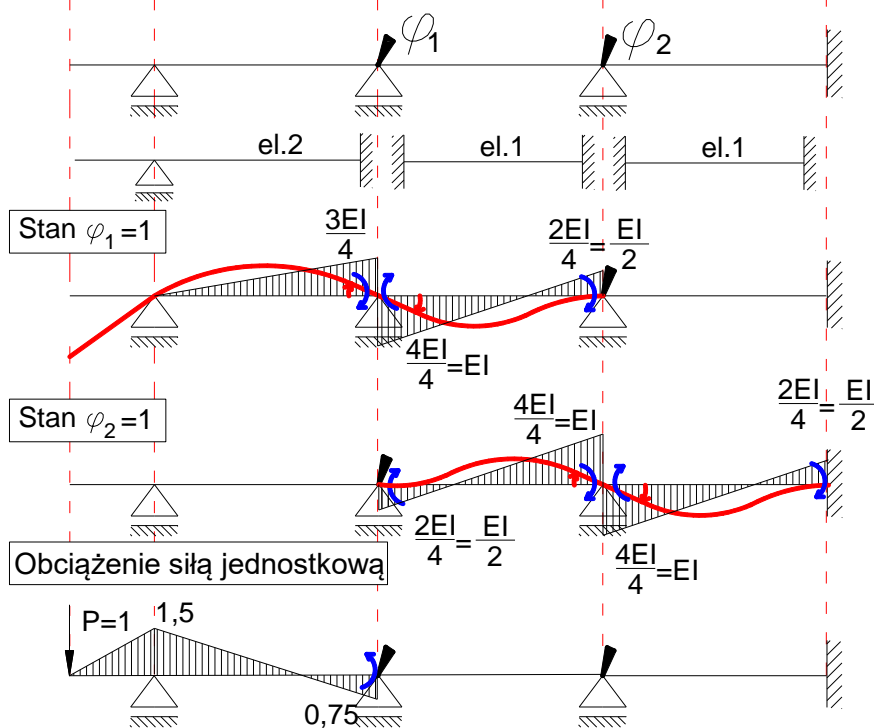
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



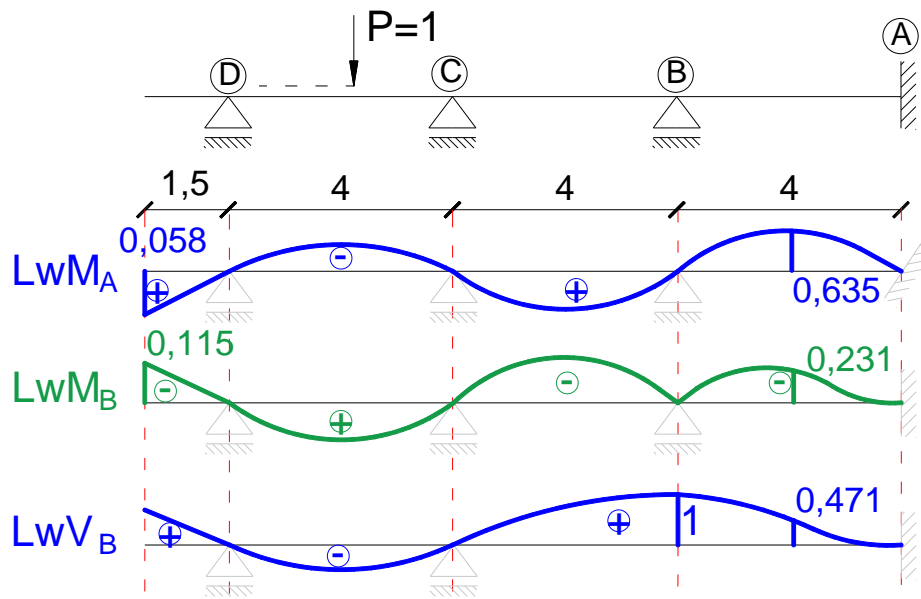
$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

Schemat metody przemieszczeń



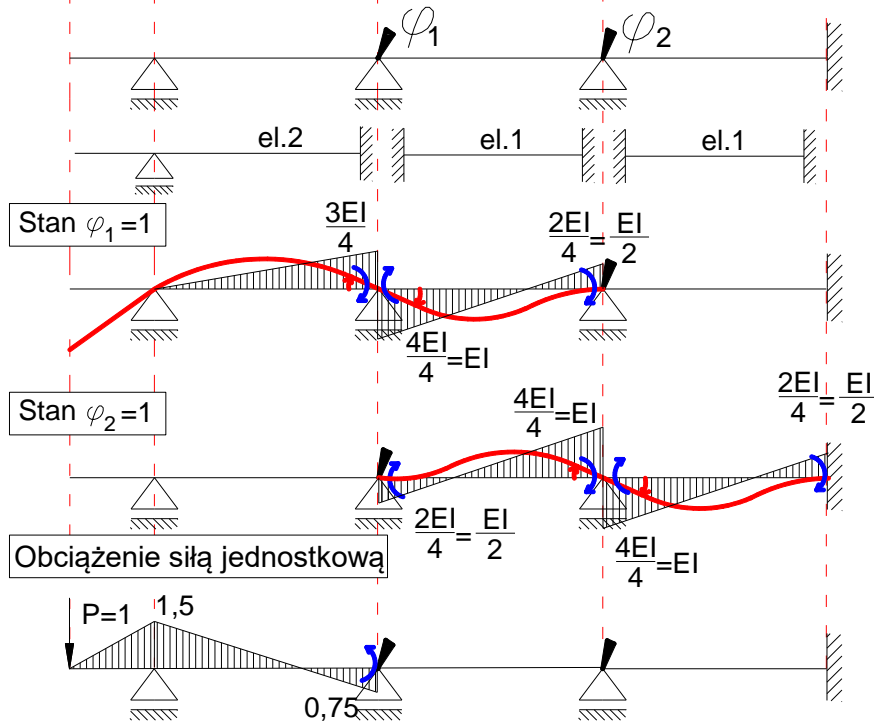
Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:



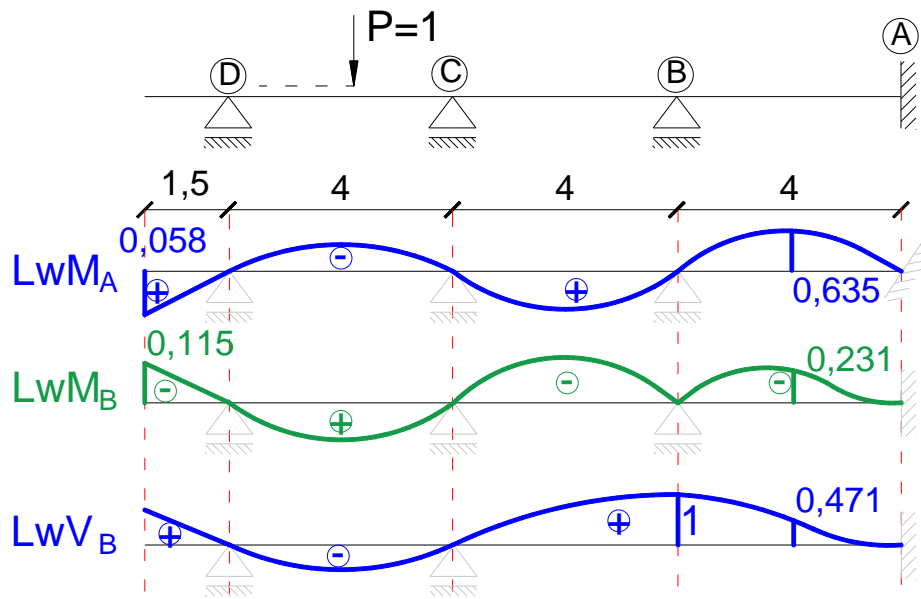
$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:

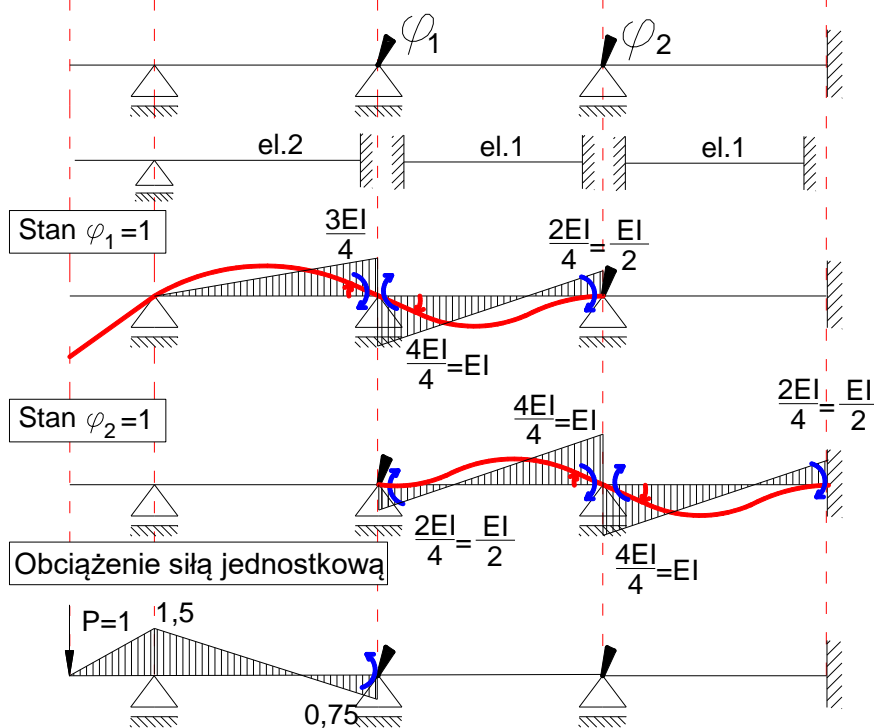


$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

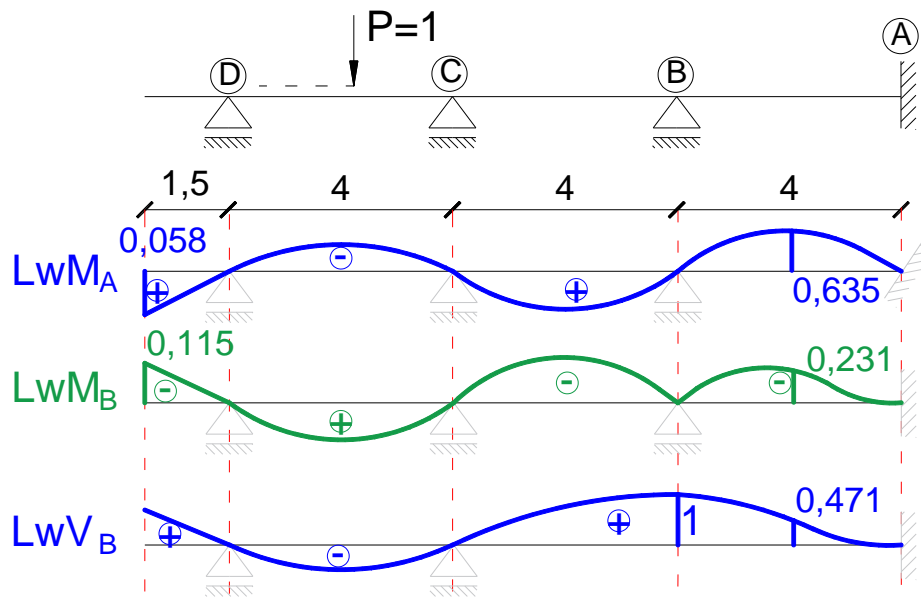
$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

$$M_C = EI \cdot \frac{6}{13EI} + \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,404$$

Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:

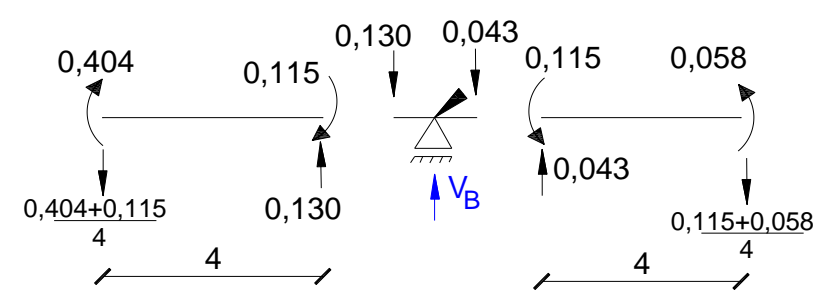
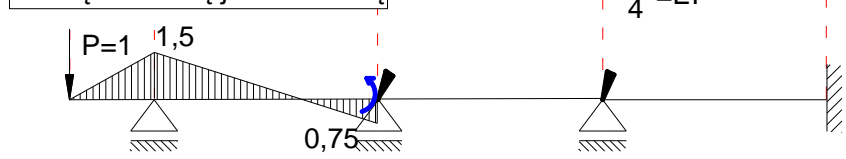
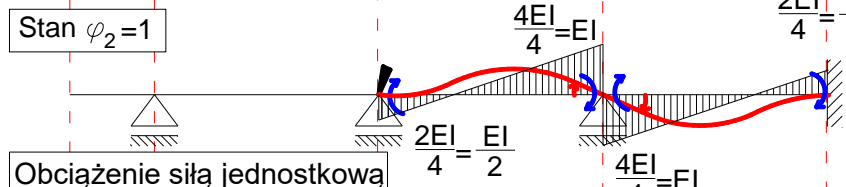
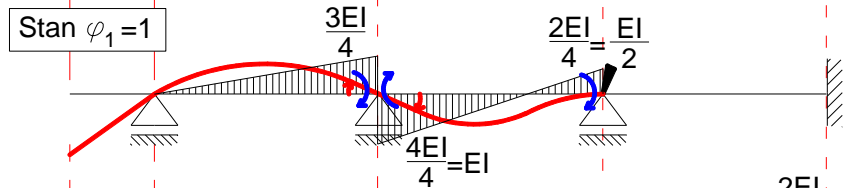
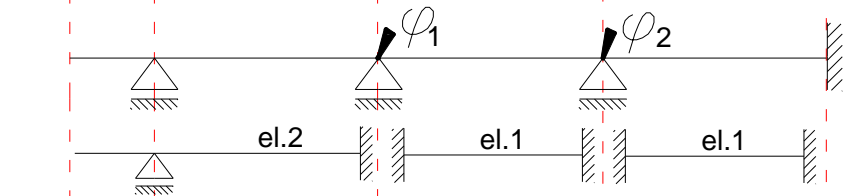


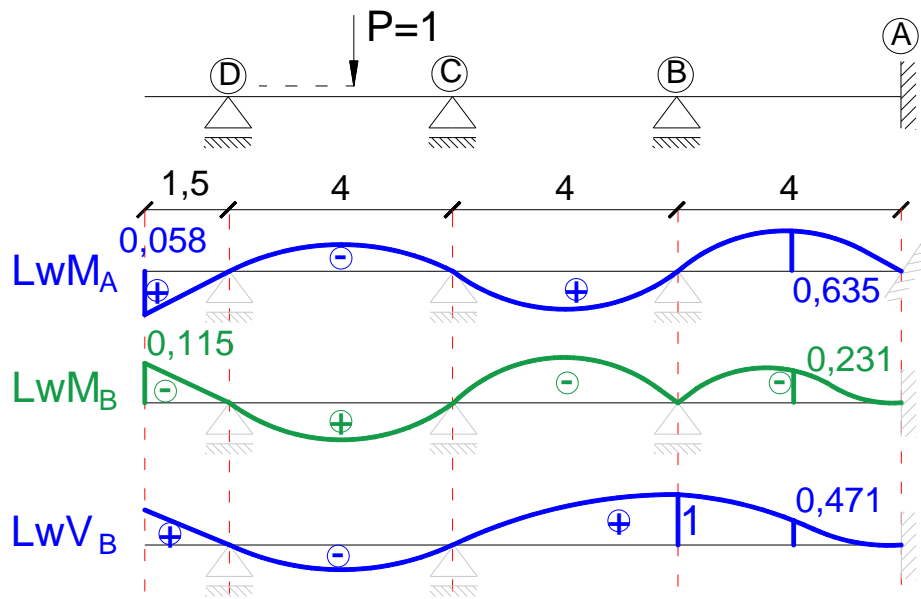
$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

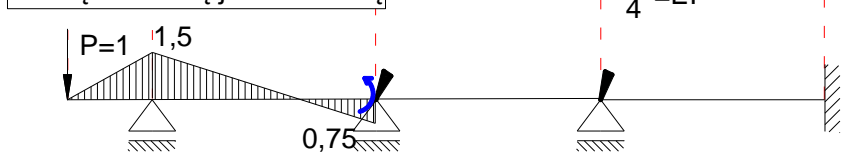
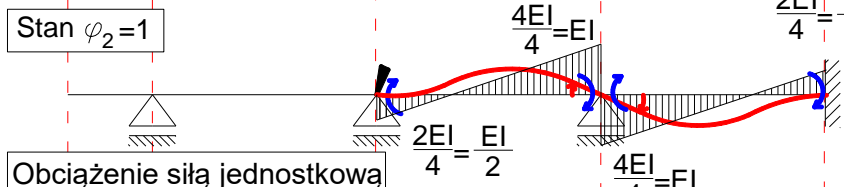
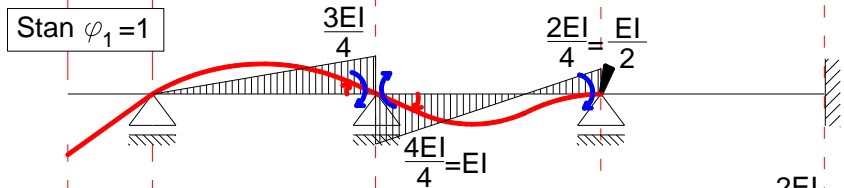
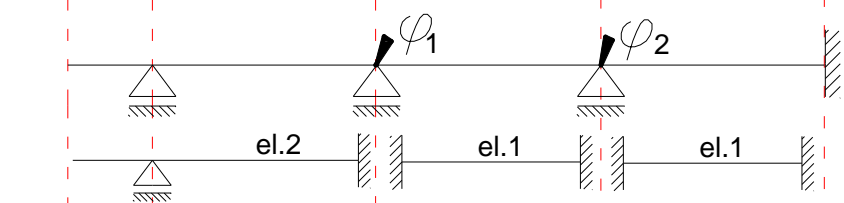
$$M_C = EI \cdot \frac{6}{13EI} + \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,404$$

Schemat metody przemieszczeń





Schemat metody przemieszczeń

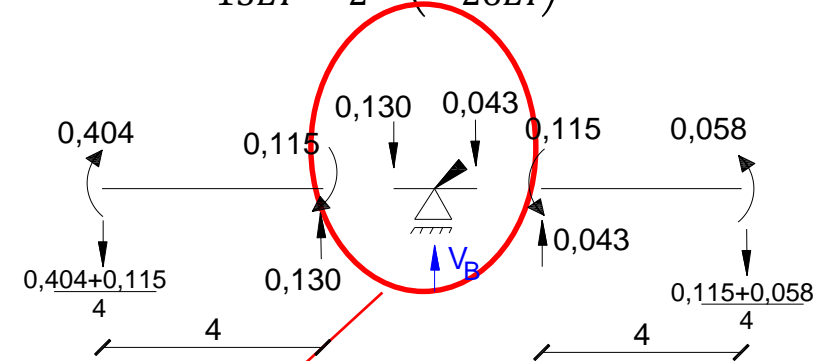


Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:

$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

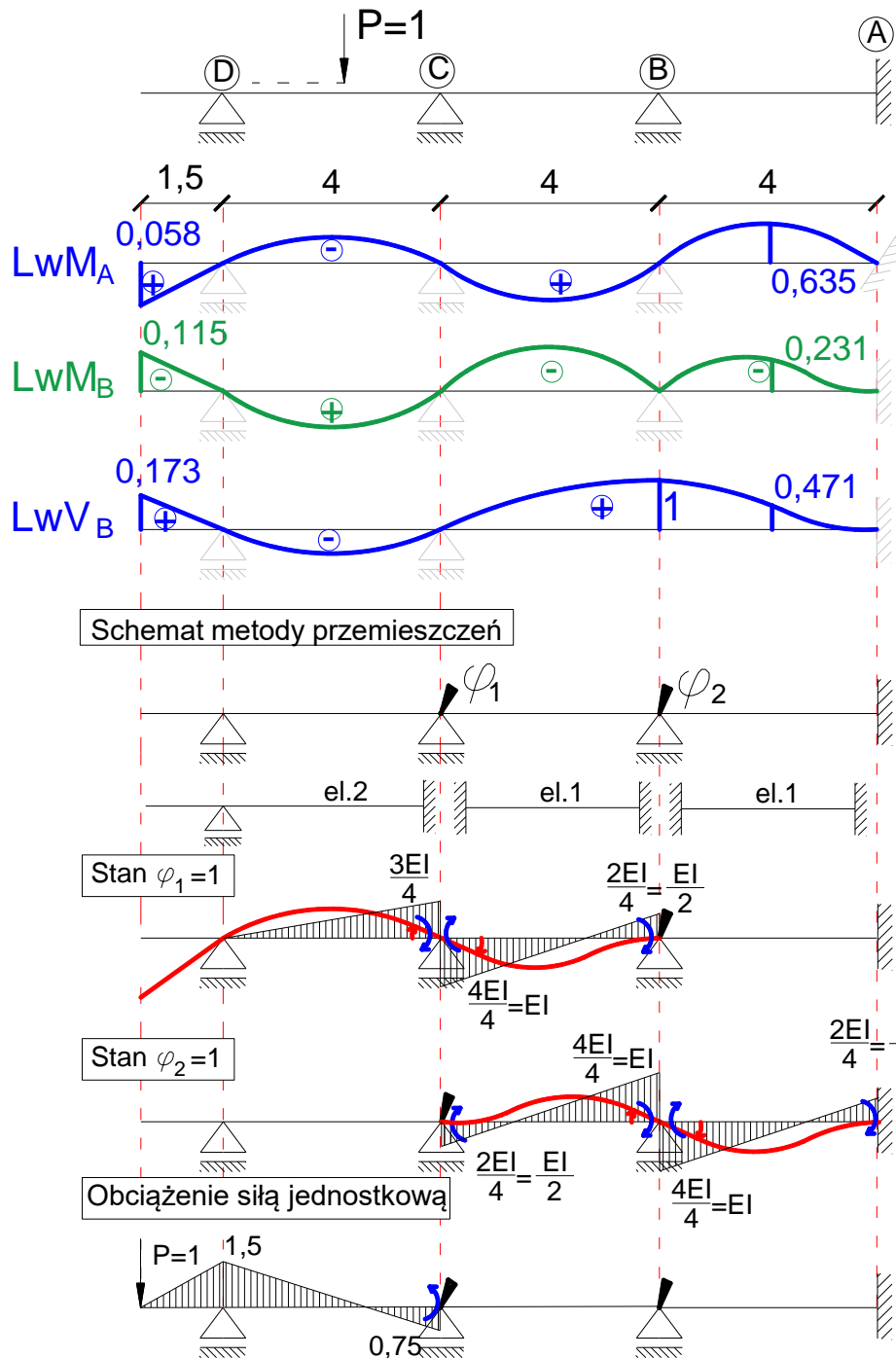
$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

$$M_C = EI \cdot \frac{6}{13EI} + \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,404$$



$$\sum R_y = -0,130 - 0,043 + V_B = 0$$

$$V_B = 0,173$$

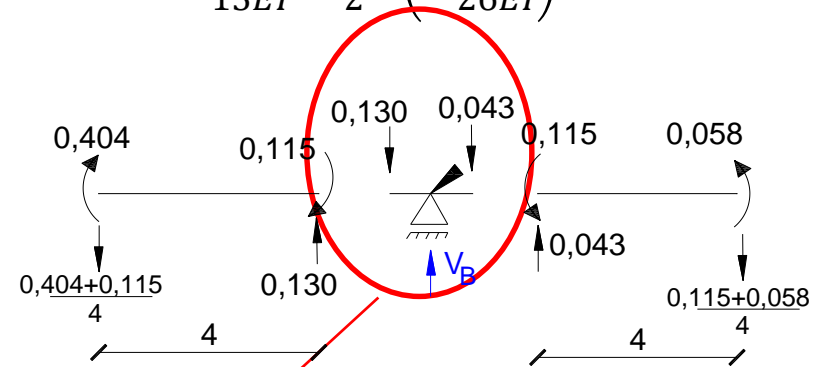


Wyznaczenie rzędnych na linii wpływu na końcu wspornika:

$$M_A = 0 \cdot \frac{6}{13EI} - \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,058$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{6}{13EI} + EI \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = -0,115$$

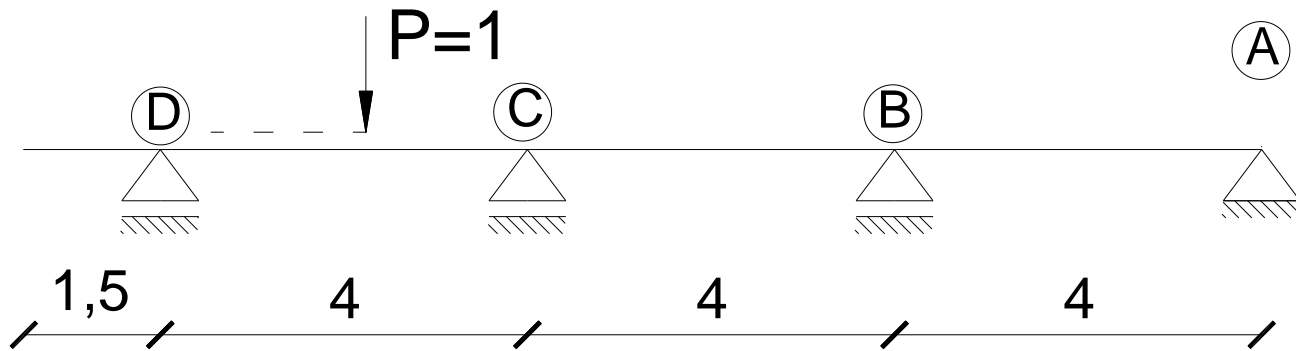
$$M_C = EI \cdot \frac{6}{13EI} + \frac{EI}{2} \cdot \left(-\frac{3}{26EI} \right) + 0 = 0,404$$



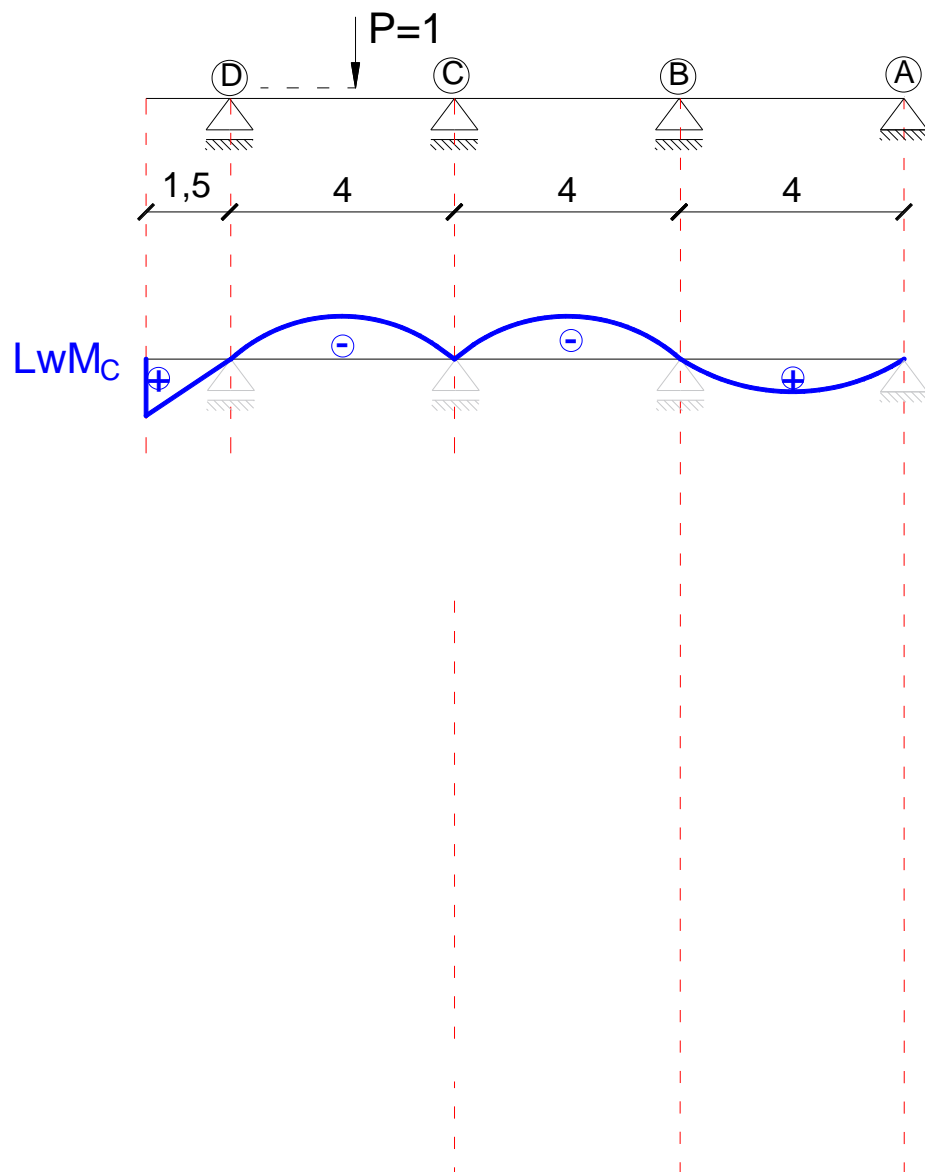
$$\sum R_y = -0,130 - 0,043 + V_B = 0$$

$$V_B = 0,173$$

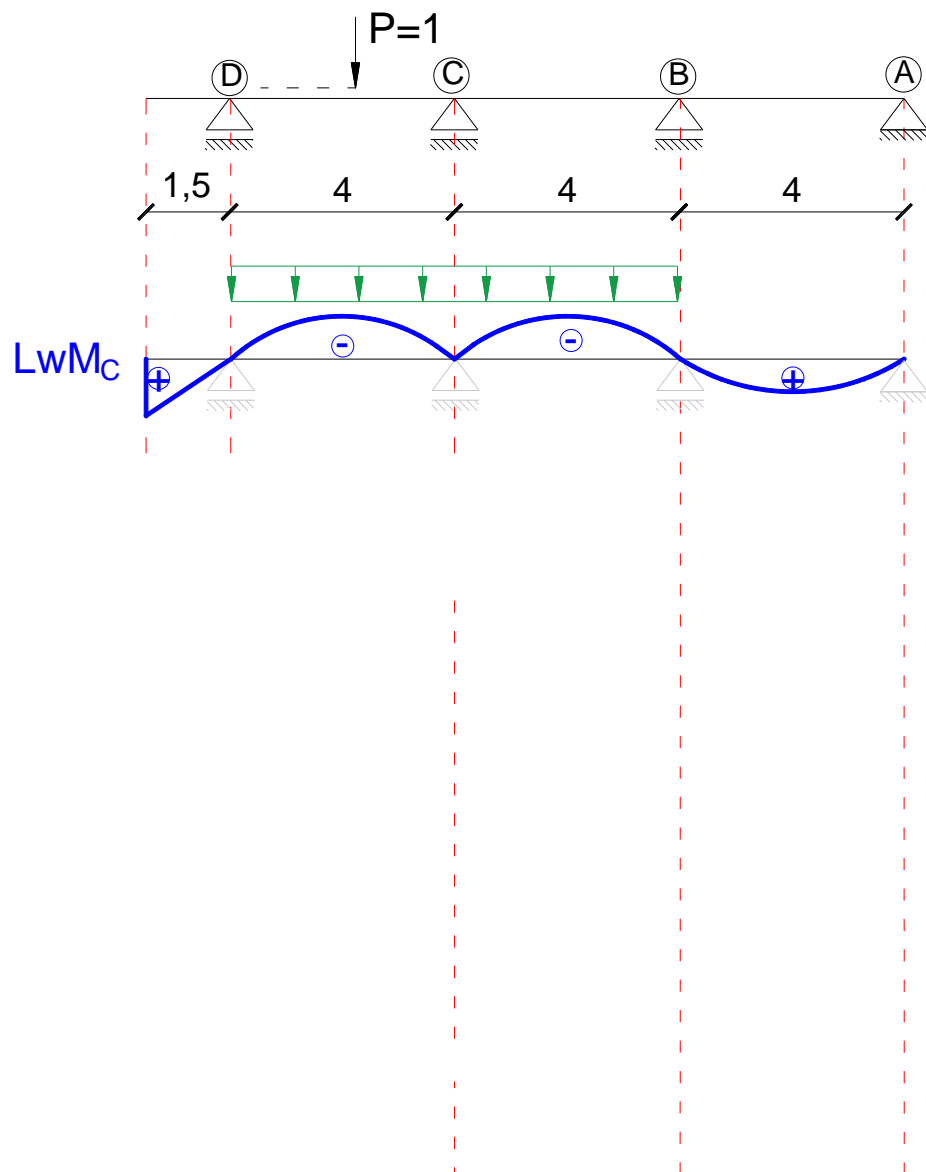
Zadanie 3. Wyznaczyć maksymalną wartość momentu na podporze C i pionowej reakcji na podporze A od obciążenia układu obc. użytkow. $p=8\text{kN/m}$.



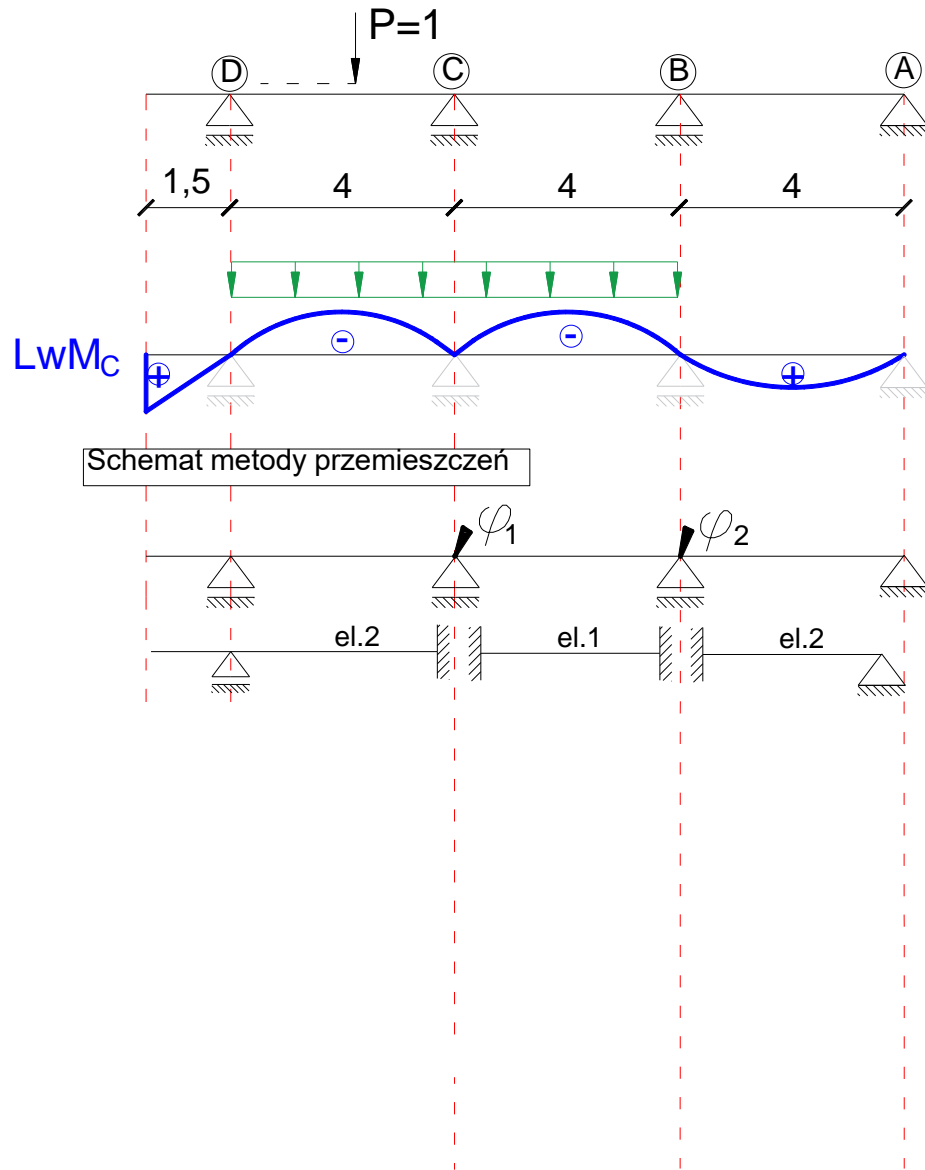
Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:



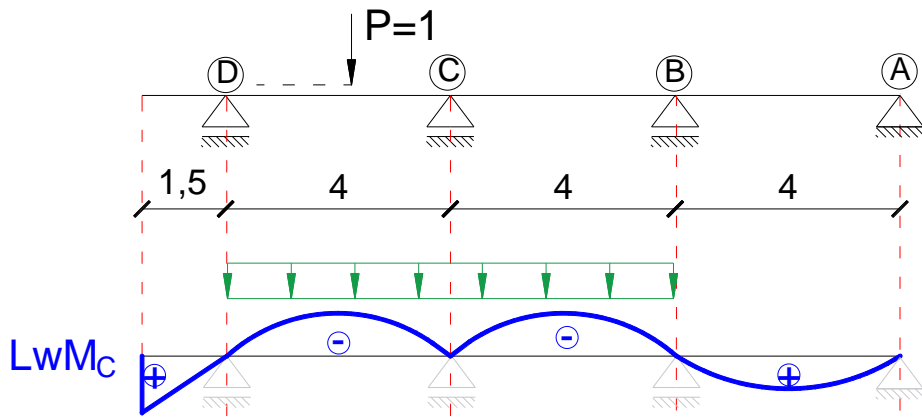
Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:



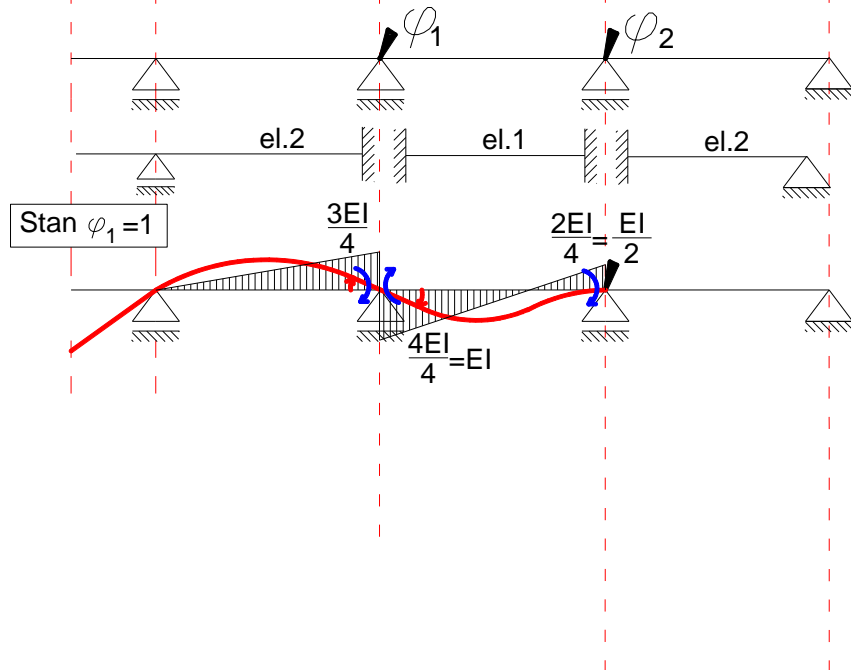
Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:



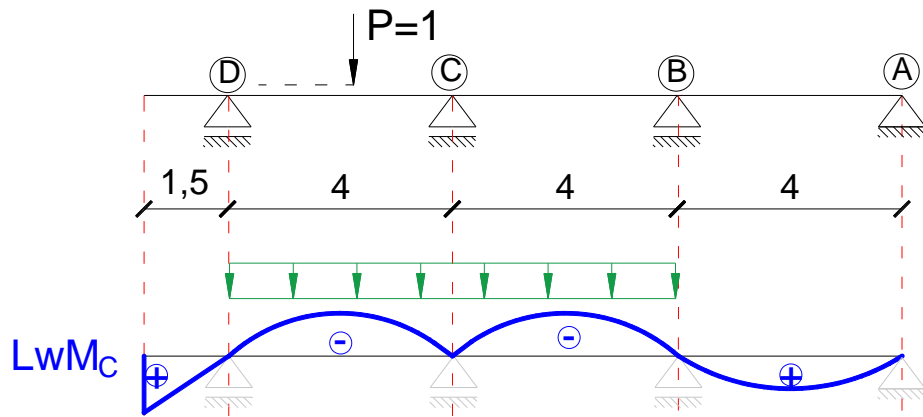
Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:



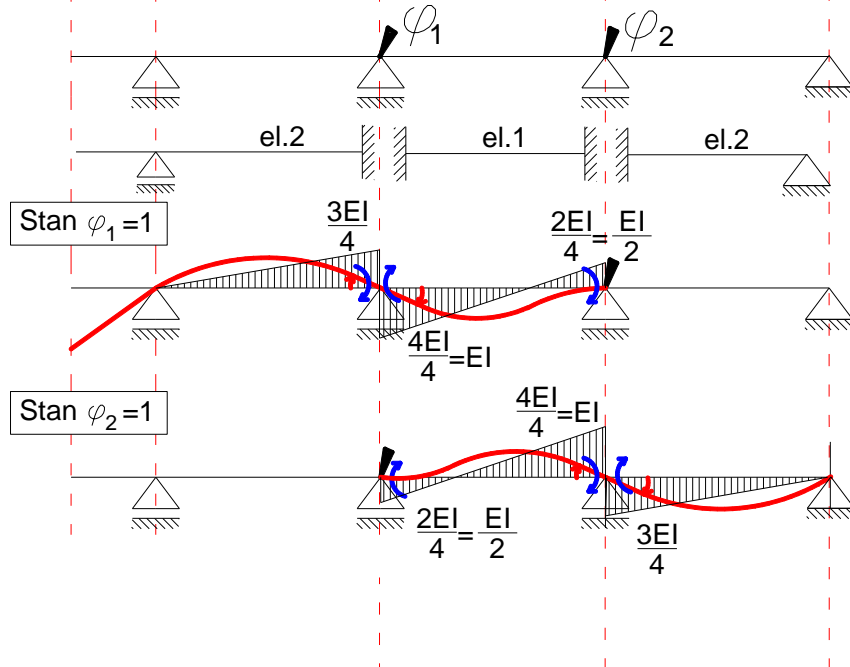
Schemat metody przemieszczeń



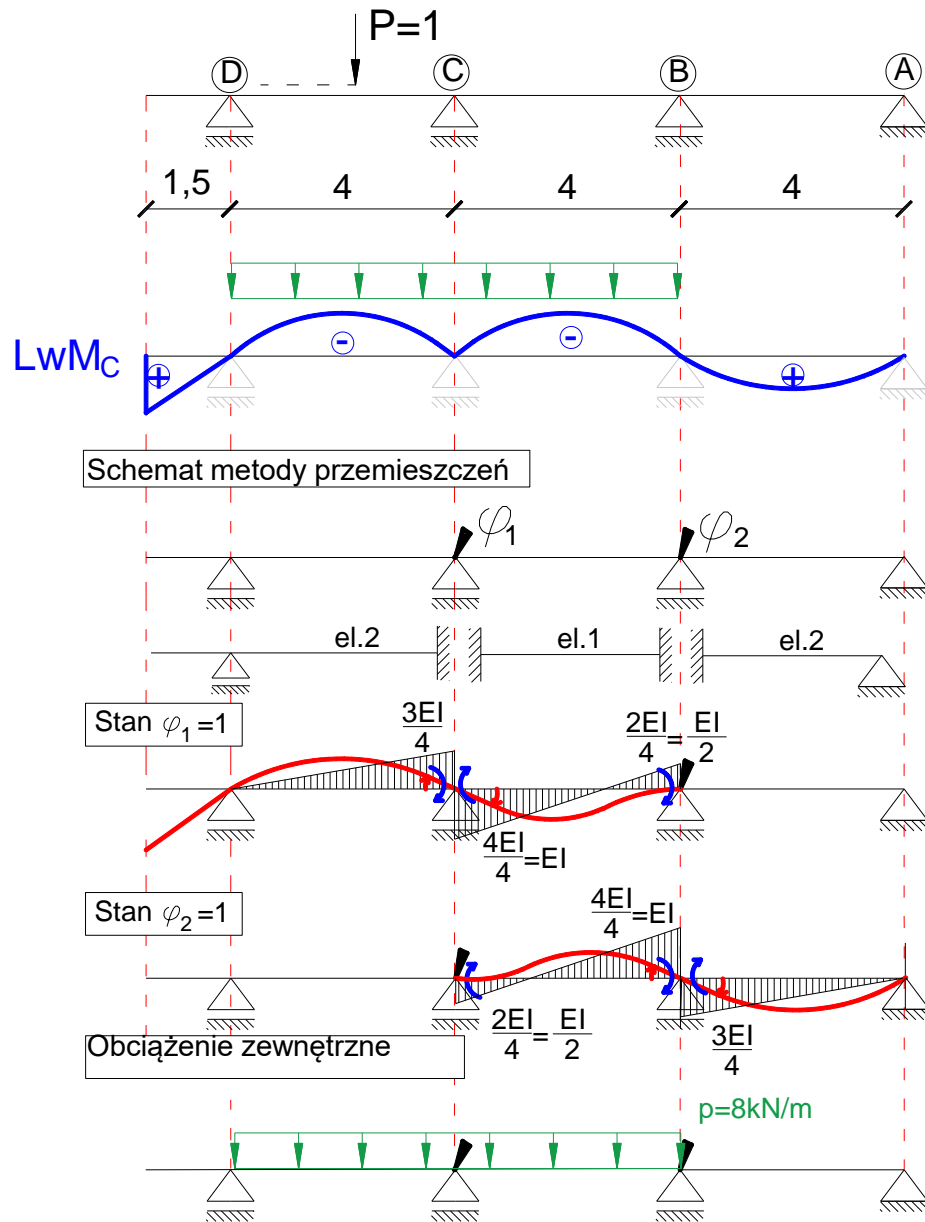
Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:



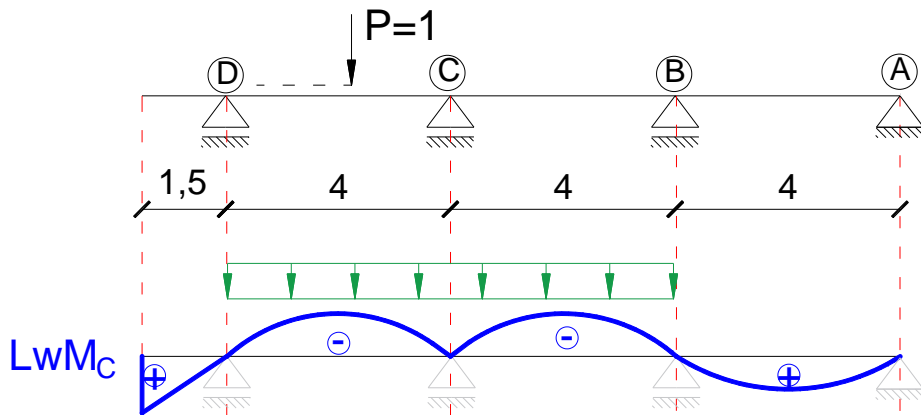
Schemat metody przemieszczeń



Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:

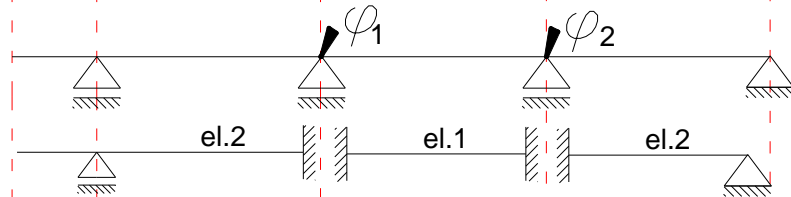


Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:

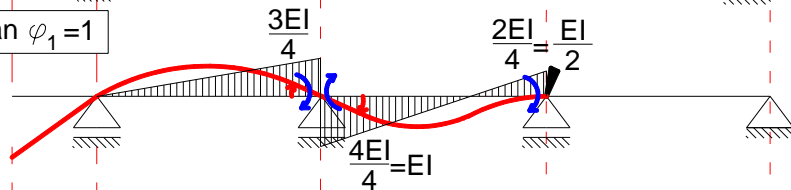


LwM_C

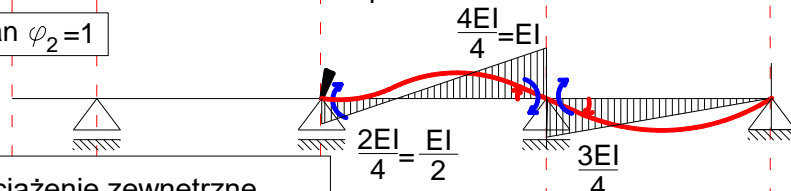
Schemat metody przemieszczeń



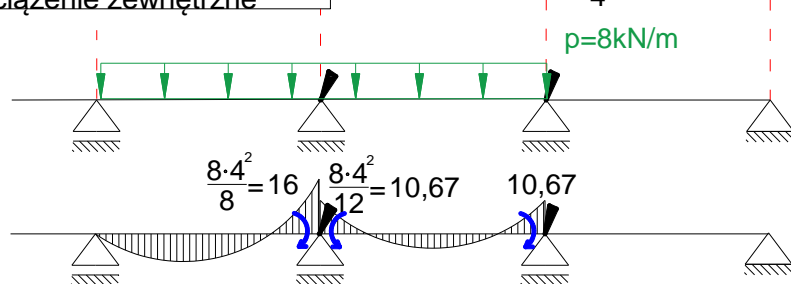
Stan $\varphi_1 = 1$



Stan $\varphi_2 = 1$



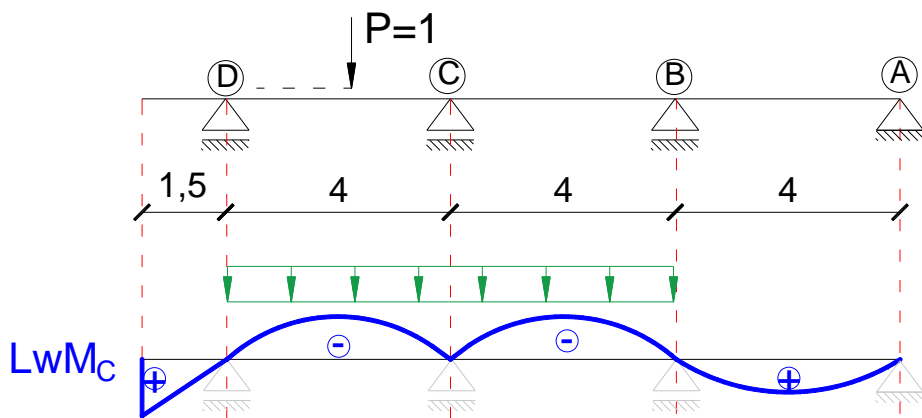
Obciążenie zewnętrzne



Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:

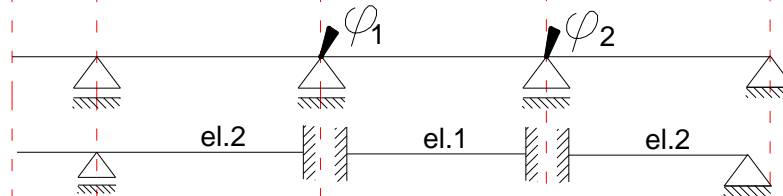
Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

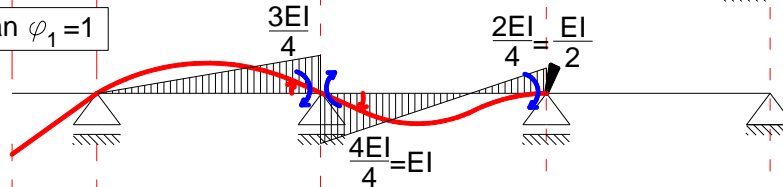


LwM_C

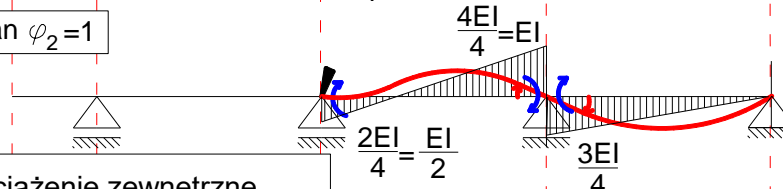
Schemat metody przemieszczeń



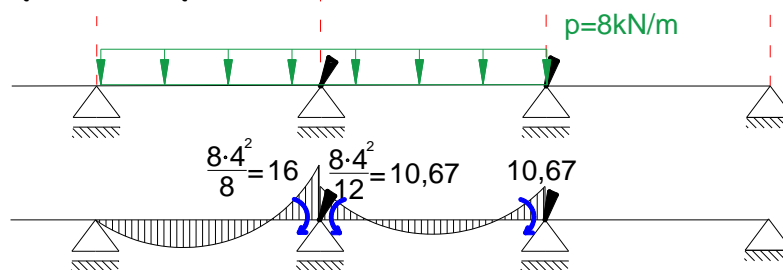
Stan $\varphi_1 = 1$



Stan $\varphi_2 = 1$



Obciążenie zewnętrzne



Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

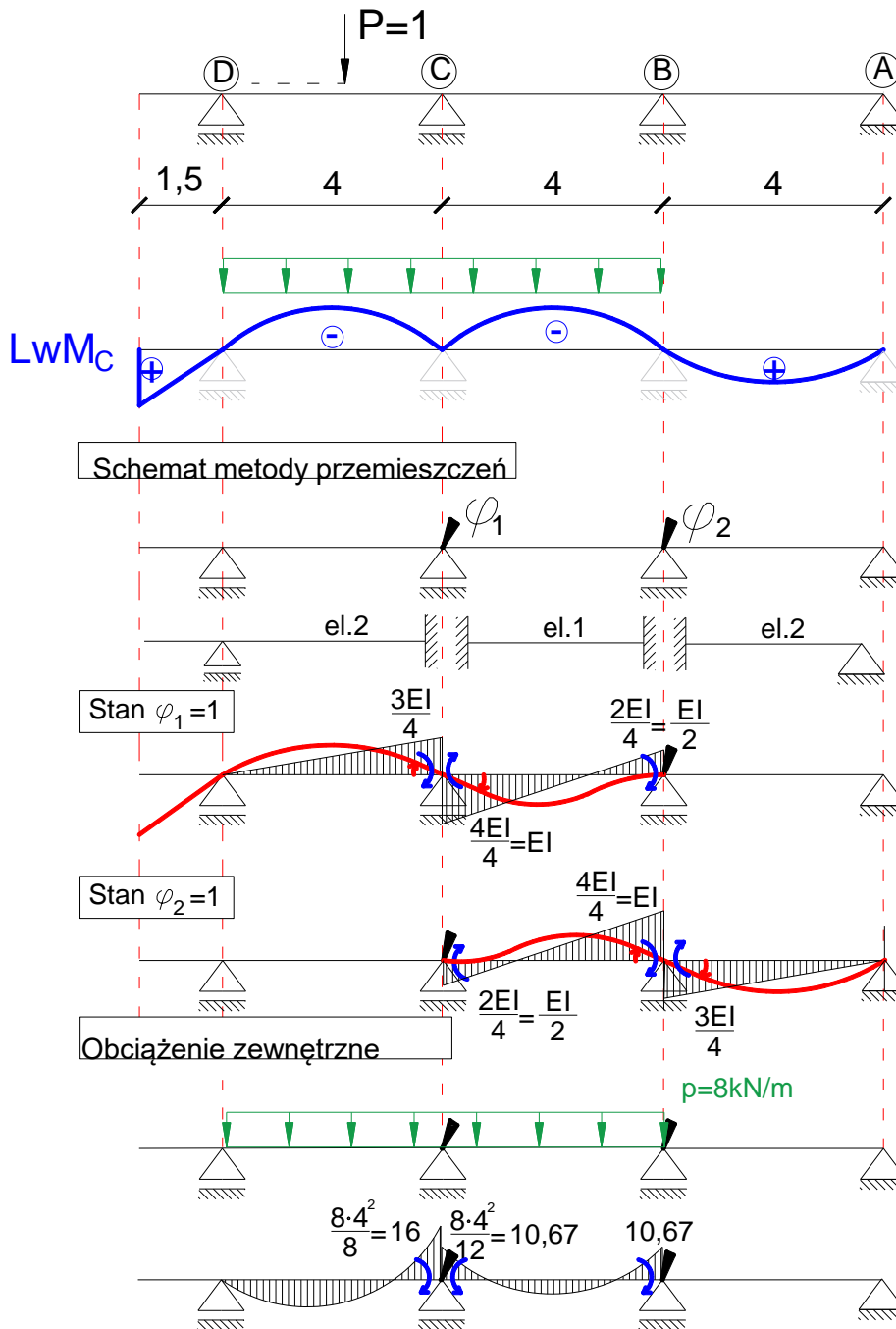
$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

$$k_{22} = EI + \frac{3EI}{4} = 1,75EI \quad k_{10} = 16 - 10,67 = 5,33$$

$$k_{20} = 10,67 \text{ kNm}$$

$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 + 5,33 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 1,75EI \cdot \varphi_2 + 10,67 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \frac{-1,420}{EI} \quad \varphi_2 = \frac{-5,692}{EI}$$



Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

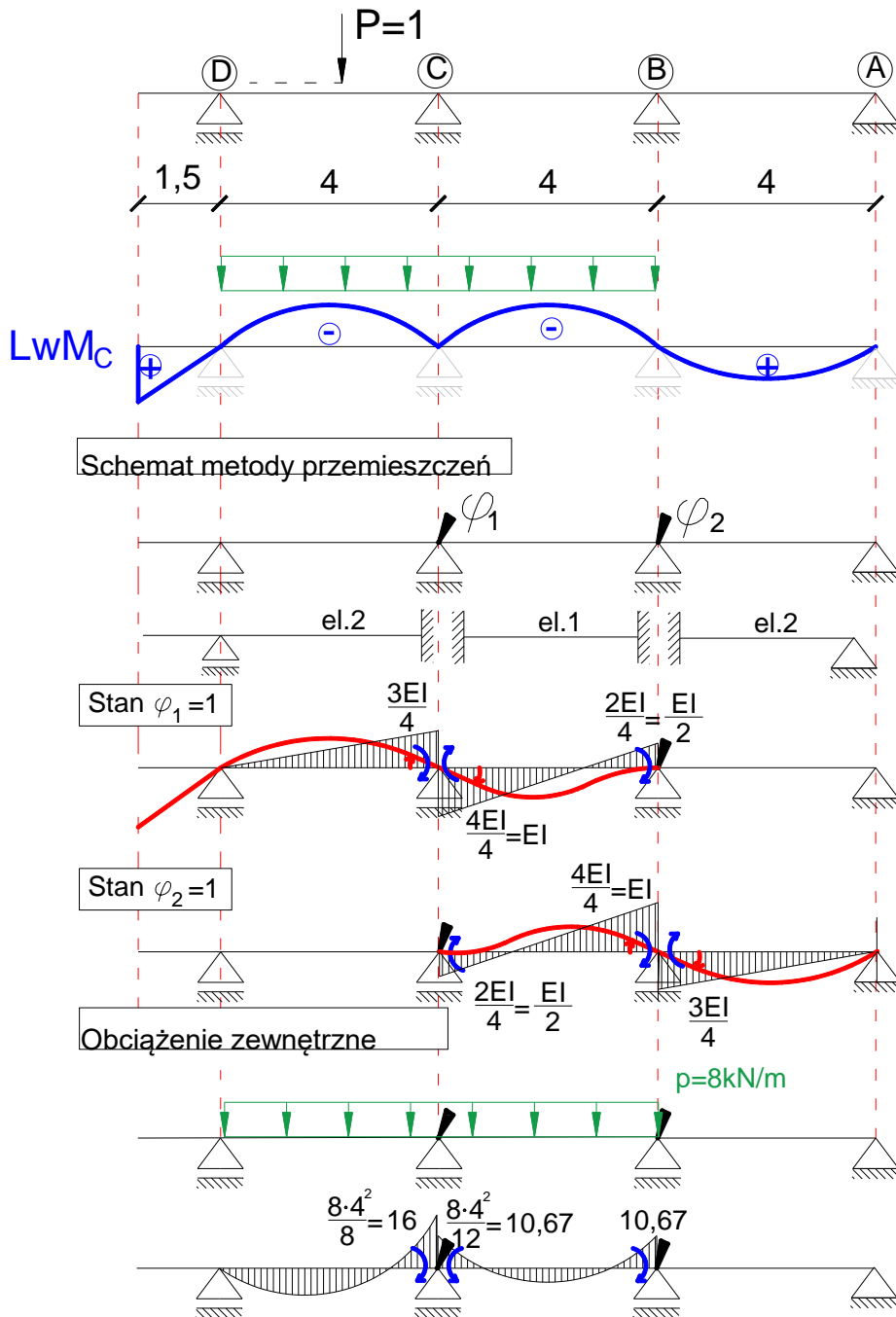
$$k_{22} = EI + \frac{3EI}{4} = 1,75EI \quad k_{10} = 16 - 10,67 = 5,33$$

$$k_{20} = 10,67 \text{ kNm}$$

$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 + 5,33 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 1,75EI \cdot \varphi_2 + 10,67 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \frac{-1,420}{EI} \quad \varphi_2 = \frac{-5,692}{EI}$$

$$M_C = EI \cdot \frac{-1,42}{EI} + \frac{0,5}{EI} \cdot \frac{-5,692}{EI} - 10,67 = -14,94 \text{ kNm}$$



Wyznaczenie maksymalnego momentu na podporze C:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

$$k_{22} = EI + \frac{3EI}{4} = 1,75EI \quad k_{10} = 16 - 10,67 = 5,33$$

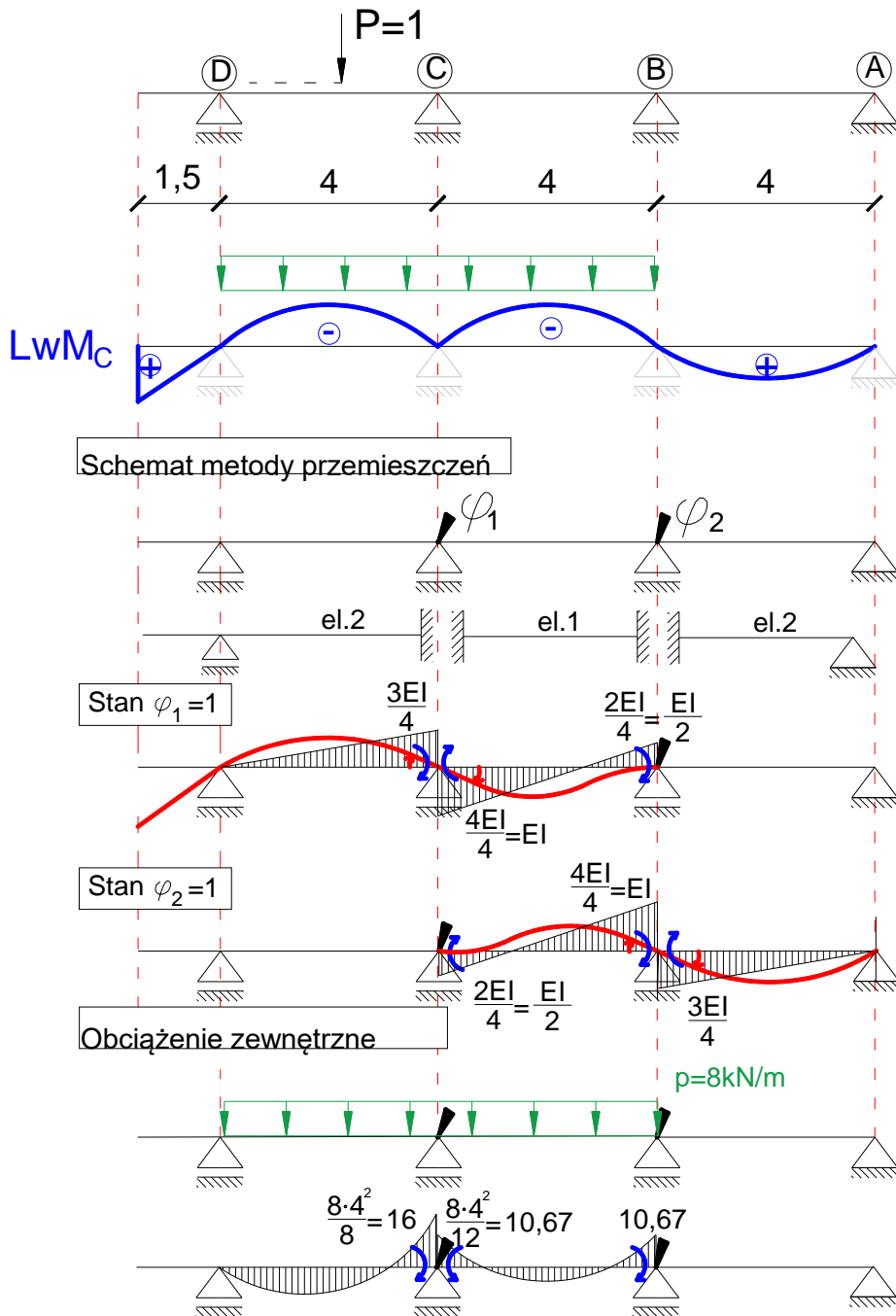
$$k_{20} = 10,67 \text{ kNm}$$

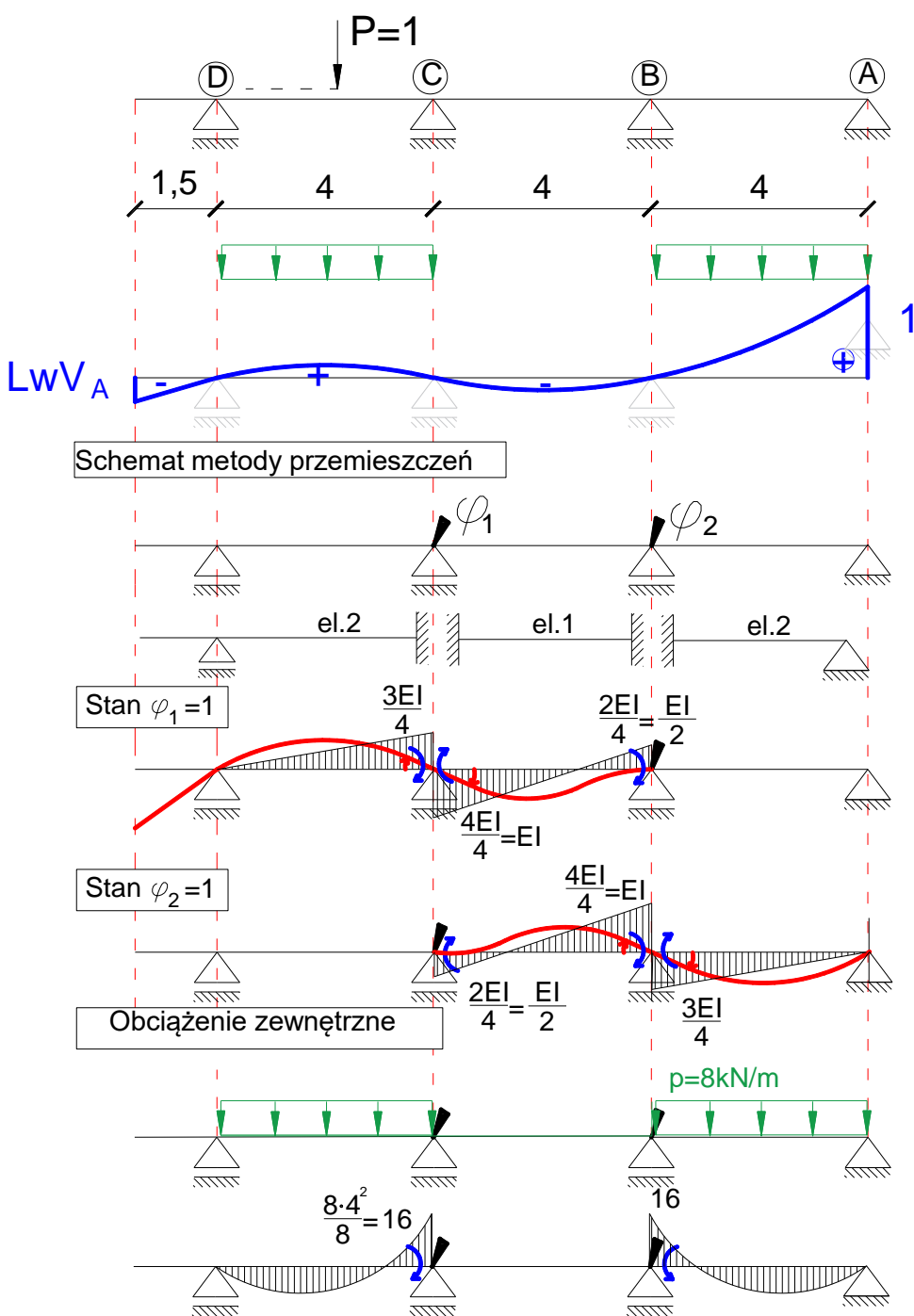
$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 + 5,33 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 1,75EI \cdot \varphi_2 + 10,67 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \frac{-1,420}{EI} \quad \varphi_2 = \frac{-5,692}{EI}$$

$$M_C = EI \cdot \frac{-1,42}{EI} + \frac{0,5}{EI} \cdot \frac{-5,692}{EI} - 10,67 = -14,94 \text{ kNm}$$

Odp.: Maksymalny moment na podporze C ma wartość 14,94kNm





Wyznaczenie maksymalnej reakcji na podporze A:

Układ równań metody przemieszczeń:

$$\begin{cases} k_{11} \cdot \varphi_1 + k_{12} \cdot \varphi_2 + k_{10} = 0 \\ k_{21} \cdot \varphi_1 + k_{22} \cdot \varphi_2 + k_{20} = 0 \end{cases}$$

$$k_{11} = \frac{3EI}{4} + EI = 1,75EI \quad k_{12} = \frac{EI}{2} = 0,5EI$$

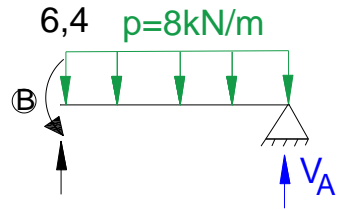
$$k_{22} = EI + \frac{3EI}{4} = 1,75EI \quad k_{10} = 16\text{kNm}$$

$$k_{20} = -16\text{kNm}$$

$$\begin{cases} 1,75EI \cdot \varphi_1 + 0,5EI \cdot \varphi_2 + 16 = 0 \\ 0,5 \cdot \varphi_1 + 1,75EI \cdot \varphi_2 - 16 = 0 \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \frac{-12,8}{EI} \quad \varphi_2 = \frac{12,8}{EI}$$

$$M_B = 0 \cdot \frac{-12,8}{EI} + \frac{3}{4EI} \cdot \frac{12,8}{EI} - 16 = -6,4\text{kNm}$$



$$\sum M_B = 0 \rightarrow V_A = 14,4\text{kN}$$